การหาความหนาแน่นสถานะของก๊าซอิเล็กตรอนสองมิติภายใต้ศักย์แบบสุ่ม ในสนามแม่เหล็กตามขวางโดยใช้อินทิกรัลเชิงวิถี

นายมนตรี สุขคานนท์

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต
ภาควิชาฟิสิกส์
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
พ.ศ. 2534

ISBN 974-579-453-8

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

017899 ๑๑๖๘๔๒๙๒

PATH INTEGRAL APPROACH TO DENSITY OF STATES OF TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS WITH RANDOM POTENTIAL IN TRANSVERSE MAGNETIC FIELD

Mr. Montri Sukdananda

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Master of Science
Department of Physics
Graduate School
Chulalongkorn University
1991

ISBN 974-579-453-8

Thesis Title	Path Integral Approach to Density of States of Two-Dimensional Electron Gas with Random Potential in Transverse Magnetic Field
By	Mr. Montri Sukdananda
Department	Physics
Thesis Advisor	Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University in Partial Fulfillment of the Requirements for the Degree of Master of Science.

Thavorn Vajrabhaya ..... Dean of Graduate School

(Professor Thavorn Vajarabhaya, Ph.D.)

Thesis Committee

Kitt Visoottiviseth ..... Chairman

(Associate Professor Kitt Visoottiviseth, Ph.D.)

Virulh Sayut ..... Thesis Advisor

(Professor Virulh Sa-yakanit, F.D.)

Pisistha Ratanavararaksa ..... Member

(Assistant Professor Pisistha Ratanavararaksa, Ph.D.)

Wichit Sritrakool ..... Member

(Associate Professor Wichit Sritrakool, Ph.D.)

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

MONTRI SUKDANANDA : PATH INTEGRAL APPROACH TO DENSITY OF STATES OF TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS WITH RANDOM POTENTIAL IN TRANSVERSE MAGNETIC FIELD. THESIS ADVISOR : PROF. VIRULH SA-YAKANIT, F.D. 103 PP. ISBN 974-579-453-8

The behaviour of the density of states for an electron moving in a two-dimensional Gaussian random potential under the influence of a transverse magnetic field is studied by using the path integral method. After obtaining the expression for the density of states for the first-cumulant approximation which can compare very well with experiments, some results for the first cumulant approximation suggest that the approximate density of states can take on negative values when the energies of the electron are higher. To overcome this, we could consider going to the second-order cumulant approximation. Although the density of states can be obtained for the second-order cumulant approximation, we cannot observe the behaviour of the electron because of the difficulties of an exponential part which cannot be performed analytically. However, it can be calculated numerically by the Monte Carlo method.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต .....

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา .....

ปีการศึกษา 2533 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสีเขียวนี้เพียงแผ่นเดียว

มนตรี สุขดานนท์ : การหาความหนาแน่นสถานะของก๊าซอิเล็กตรอนสองมิติภายใต้ศักย์แบบสุ่มในสนามแม่เหล็กตามขวางโดยใช้อินทิกรัลเชิงวิถี (PATH INTEGRAL APPROACH TO DENSITY OF STATES OF TWO-DIMENSIONAL ELECTRON GAS WITH RANDOM POTENTIAL IN TRANSVERSE MAGNETIC FIELD) อ.ที่ปรึกษา : ศ. ดร.วิรุฬห์ สายคณิต, 120 หน้า. ISBN 974-579-453-8

ได้ทำการศึกษาความหนาแน่นสถานะของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่ในระบบสองมิติภายใต้ศักย์เกาเซียนแบบสุ่มในสนามแม่เหล็กตามขวางโดยใช้อินทิกรัลเชิงวิถี ความหนาแน่นสถานะโดยวิธีการประมาณแบบคิวมิวแลนท์ลำดับที่หนึ่งสามารถเปรียบเทียบได้ดีกับผลการทดลอง และผลที่ได้จากการคำนวณบางค่าชี้ให้เห็นว่าความหนาแน่นสถานะจะมีค่าติดลบ เมื่อพลังงานของอิเล็กตรอนมีค่าสูงขึ้น เพื่อขจัดปัญหานี้เราจะใช้วิธีการประมาณแบบคิวมิวแลนท์ลำดับที่สอง ถึงแม้ว่าเราสามารถหาความหนาแน่นสถานะได้โดยใช้การประมาณแบบคิวมิวแลนท์ลำดับที่สอง แต่เรายังไม่สามารถสังเกตถึงพฤติกรรมของอิเล็กตรอนได้ เนื่องจากเราไม่สามารถคำนวณส่วนที่เป็นเอกโพเนนเชียลในเชิงวิเคราะห์ได้ อย่างไรก็ตามส่วนที่เป็นเอกโพเนนเชียลนั้นเราสามารถคำนวณโดยวิธีมอนติ คาร์โล ซึ่งเป็นวิธีการคำนวณเชิงตัวเลข

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาควิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่อนิสิต มนตรี สุขดานนท์

สาขาวิชา ฟิสิกส์ ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา V. Sayasit

ปีการศึกษา 2533 ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม .....

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ACKNOWLEDGEMENTS

The author wishes to express his deep gratitude to his supervisor, Prof. Virulh Sa-yakanit for his invaluable advice, guidance and encouragement given throughout this work. Thanks also go to Assoc. Prof. Jong-orn Berananda, Assoc. Prof. Wichit Sritrakool and Assoc. Prof. Payong Tansiri for their help in various ways.

It goes without saying to the thesis committee, Assoc. Prof. Kitt Visoottiviseth, Assist. Prof. Pisistha Ratanavararaksa and Assoc. Prof. Wichit Sritrakool for their reading and criticizing the manuscript. Special thanks go to Miss Alisa Mekmanee and Miss Song-samorn Uthaikorn for their assistance in typing a part of this thesis.

Last but not least, he would like to express his sincere thanks to Dr. Julian Poulter for his help in the numerical calculation and assistance in correcting the English manuscript.

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พลสมุทกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

TABLE OF CONTENTS

Page

ABSTRACT IN ENGLISH iv

ABSTRACT IN THAI v

ACKNOWLEDGEMENTS vi

LIST OF FIGURES ix

CHAPTER I INTRODUCTION 1

Preliminary 1

Outline of Thesis 3

CHAPTER II PROPERTIES A OF TWO - DIMENSIONAL ELECTRON SYSTEM 4

Introduction 4

Two-Dimensional Electron Gas 4

Two-Dimensional Electron in Magnetic Field 8

Impurity Effect (Random Systems) 12

CHAPTER III FEYNMAN PATH INTEGRAL IN QUANTUM MECHANICS 17

Feynman Propagator 17

Propagator from Schrödinger's Equation 24

CHAPTER IV THE FEYNMAN AVERAGED PROPAGATOR 35

Introduction 35

Model of a Random System 38

Approximate Averaged Propagator 42

CHAPTER V THE DENSITY OF STATES 46
The Density of States 46
Second-Order Cumulant Approximation 55
Monte Carlo Method 60
CHAPTER VI DISCUSSION AND CONCLUSION 66
Conclusion 66
Discussion 70
REFERENCES 73
APPENDIX 78
CURRICULUM VITAE 103

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

LIST OF FIGURES

Page

Fig. 1 Schematic potential diagram on the surface of liquid helium. ψ (z) representing a charge distribution. 2

Fig. 2 Two-dimensional electron system in the metal-oxide- semiconductor inversion layer. Here S and D represent source and drain electrodes (usually n-type doped regions) respectively, V_G gate voltage and E_F Fermi energy. Bending in valence and conduction bands is depicted together with wave function ψ (z) and density of states n(E). 5

Fig. 3 Two-dimensional electron system in the semiconductor heterostructure. The figure depicts the case of selective doping in AlGaAs. 6

Fig. 4 Density of states for two and three-dimensional electron systems in magnetic fields. 10

Fig. 5 The degeneracy (total number of states) in a Landau level in a two-dimensional system is roughly equal to the number of circles of radius, ℓ (cyclotron radius) covering the system. 11

Fig. 6 Energy spectrum of a two-dimensional electron system with and without disorder. 15

Fig. 7 Density of states (semi-elliptic) for the disordered two-dimensional electron system in a strong magnetic field in the self-consistent Born approximation (SCBA). 16

Fig. 8 Diagram showing how the path integrals can be constructed. 24

Fig. 9 Diagram showing a path deviating from the classical path. 32

Fig. 10 Comparison of the model DOS (solid line) which fits 2DES data for B = 5 T (ref. 14) and the SCBA short - range interaction theory (dashed line). At B = 5 T, $\hbar\omega_c$ = 8.7 meV. (Figure from Ref. 14.). 36

Fig. 11 DOS from eq. (5.11) for $\xi_L' = 1$ and $2 \leq x \leq 4$. 50

Fig. 12 DOS from eq. (5.11) for x = 5 and $1 \leq \xi_L' \leq 5$. 51

Fig. 13 Curves 1 and 2 show the emission spectra of 2D electrons found for T = 1.6 K with B = 0 (spectrum 1) and B = 7 T, $\hbar\omega$ = 4 meV (spectrum 2). Curve 3 (broken curve) shows the numerical result for the DOS using ξ_L = 6.8 meV^2 with L = 97 Å. The magnitude of the DOS at B = 0, $n_0 = 1.6 \times 10^{11}$ cm^{-2} meV^{-1}, was found by equating the integrated emission intensity in spectra 1 and 2. 53

Fig. 14 Plot of the approximate density of states, n, coming from (5.6) as a function of the energy v/x for three different values of the correlation function length L and a fixed variance ξ_L'. Numbers attached to the curve are values of 1/x. Here the units are chosen such that m = 1, e = 1. 54

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย