

## บทที่ 2

### ปัญหาการเฟดติงของสัญญาณและแบบจำลองของคลื่นวิทยุ

#### 2.1 ลักษณะสภาพพื้นที่ของแบบจำลอง

ในสภาพแวดล้อมการใช้งานเครื่องรับส่งใน ระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่แบบวงฝัง Okumura [4] ได้มีการศึกษาและจำแนกสภาพพื้นที่ออกเป็น 2 ลักษณะใหญ่ ๆ คือ

##### 1. ลักษณะสภาพพื้นที่ตามธรรมชาติ ได้แก่

1. พื้นที่โล่ง (Open Area)
2. พื้นที่ราบ (Flat Terrain)
3. พื้นที่เนินเขา (Hilly Terrain)
4. พื้นที่ภูเขา (Mountain Area)

##### 2 ลักษณะสภาพพื้นที่ที่มนุษย์สร้าง

1. พื้นที่ชนบท (Rural Area)
2. พื้นที่กึ่งชานเมือง (Quasi-Suburban)
3. พื้นที่ชานเมือง (Suburban)
4. พื้นที่ในเมือง (Urban Area)

โดยธรรมชาติของผู้ใช้งานโทรศัพท์เคลื่อนที่ ส่วนใหญ่จำนวนของผู้ใช้งานจะอยู่ในเมือง โดยเฉพาะเมืองใหญ่ ๆ เช่น ในเขตกรุงเทพมหานครและเขตปริมณฑล ซึ่งสถานีแม่ข่ายจะครอบคลุมพื้นที่ 2 ถึง 6 กิโลเมตร โดยสภาพแวดล้อมรอบ ๆ สถานีแม่ข่าย จะประกอบด้วยอาคาร ตั้งแต่ 4 - 7 ชั้น (12 เมตร ~ 21 เมตร) จนถึง 30 ~ 60 ชั้น (90 เมตร ~ 180 เมตร) เมื่ออาคารโดยทั่วไปมีความสูงโดยเฉลี่ยต่อชั้นเท่ากับ 3 เมตร ตึกและอาคารสูง ๆ ดังกล่าวจะมีลักษณะเป็นบล็อกสี่เหลี่ยม เรียงรายไปตามแนวถนน ยกเว้นตึกที่สูง ๆ จะมีลักษณะเป็นตึกเดี่ยว และช่วงกว้างของถนนจะมีขนาดประมาณ 5 เมตร (ถนนที่เป็นซอย) จนกระทั่งถึง 16 เมตรโดยประมาณ (ถนนใหญ่)

Joram Walfisch [1] เป็นผู้หนึ่งที่พยายามอธิบายการลดทอนของคลื่นเนื่องมาจากสิ่งกีดขวางในพื้นที่เมือง และทำการเปรียบเทียบกับผลการวัด แต่เป็นลักษณะจุดต่อจุด (Point to Point)

ด้วยเหตุที่ เครื่องลูกข่ายในระบบโทรศัพท์เคลื่อนที่ สามารถเคลื่อนที่เปลี่ยนตำแหน่ง ตลอดเวลา การลดทอน เนื่องมาจากสิ่งกีดขวางจึงมีลักษณะกระจาย เพื่อให้มีความชัดเจนในการอธิบาย สัญญาณคลื่นในลักษณะพื้นที่ให้บริการ ต้องศึกษาการกระจายของคลื่นวิทยุในเชิงสถิติ C.Y.Lee [3] ได้นำเสนอวิธีการทางสถิติ เพื่ออธิบายสัญญาณเฟดดิ้ง โดยสัญญาณเฟดดิ้ง  $r(t)$  แทนด้วยองค์ประกอบสำคัญ 2 ส่วน คือ ส่วนของเฟดดิ้งระยะยาว (Long Term Fading) และ ส่วนของเฟดดิ้งระยะสั้น (Short Term Fading) สามารถเขียนได้ดังสมการ (2.1)

$$r(t) = m(t)r_0(t) \quad (2.1)$$

หรือ

$$r(x) = m(x)r_0(x) \quad (2.2)$$

เมื่อ  $r(t), r(x)$  คือ Fading Signal

$m(t), m(x)$  คือ True Local mean หรือ Long Term Fading

$r_0(t), r_0(x)$  คือ Short Term Fading

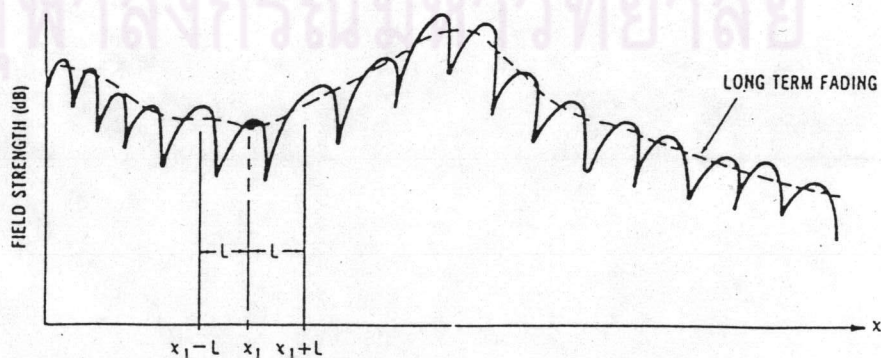
โดย  $x = Vt$

$x$  คือ ระยะทางที่เครื่องลูกข่ายเคลื่อนที่ไป

$V$  คือ ความเร็วของเครื่องลูกข่าย ซึ่งเป็นค่าคงที่

$t$  คือ เวลาที่ลูกข่ายทำการเคลื่อนที่

รูปที่ 2.1 เป็นลักษณะของสัญญาณเฟดดิ้ง โดยมีแกนอนเป็น เวลา หรือ ระยะทาง และแกนตั้งเป็นระดับของสัญญาณเฟดดิ้ง ซึ่งมีการเปลี่ยนแปลงตามเวลา (หรือระยะทาง) เมื่อเครื่องลูกข่ายมีการเคลื่อนที่



รูปที่ 2.1 แสดงสัญญาณเฟดดิ้ง

## 2.2 การเฟดดิ้งระยะยาว (Long Term Fading) $m(t)$ หรือ $m(x)$

การเฟดดิ้งระยะยาว [4] เกิดเนื่องจากการเปลี่ยนแปลงของ Terrain เช่นพื้นที่ราบ พื้นที่ภูเขา เป็นต้น และสิ่งแวดล้อมที่มนุษย์สร้างขึ้น การเฟดดิ้งระยะยาว หาได้จากค่าเฉลี่ย ของ Envelop ของสัญญาณเฟดดิ้ง (Fading Signal) บางที่เราเรียก Envelop ของสัญญาณเฟดดิ้งว่า Local mean

$$\hat{m}(x_1) = \frac{1}{2L} \int_{x_1-L}^{x_1+L} r(x) dx = \frac{1}{2L} \int_{x_1-L}^{x_1+L} m(x)r_0(x) dx \quad (2.2)$$

สมมติ  $m(x_1)$  เป็น True Local mean แล้วที่จุด  $x_1$  ในรูปที่ 2.1

$$m(x = x_1) = \hat{m}(x = x_1) \quad ; \quad x_1 - L < x < x_1 + L \quad (2.3)$$

เมื่อทำการเลือกช่วง ความยาว  $L$  สมการ (2.2) จะเขียนได้เป็น

$$\hat{m}(x_1) = m(x_1) \frac{1}{2L} \int_{x_1-L}^{x_1+L} r_0(x) dx \quad (2.4)$$

ถ้าให้  $\hat{m}(x_1)$  เข้าใกล้  $m(x_1)$  แล้ว

$$\frac{1}{2L} \int_{x_1-L}^{x_1+L} r_0(x) dx \rightarrow 1 \quad (2.5)$$

ซึ่งความยาว  $L$  จะถูกกำหนดภายหลังที่รู้ลักษณะการ กระจายทางสถิติของการเฟดดิ้งระยะสั้น Short Term Fading  $r_0(x)$

## 2.3 การเฟดดิ้งระยะสั้น (Short Term Fading) $[r_0(t), r_0(x)]$

เฟดดิ้งระยะสั้น เป็นองค์ประกอบที่เกิดจากการสะท้อนเนื่องมาจากโครงสร้างที่มนุษย์สร้างขึ้น ได้แก่ บ้าน อาคาร และสิ่งปลูกสร้าง เฟดดิ้งระยะสั้น ไม่ได้เกิดจากสิ่งกีดขวางตามธรรมชาติเช่น ภูเขา หรือ เนินเขา ซึ่งเป็นสิ่งกีดขวางที่อยู่ระหว่างสถานีแม่ข่าย และเครื่องลูกข่าย เฟดดิ้งระยะสั้น เรียกอีกอย่างว่า มัลติพาทเฟดดิ้ง (Multipath Fading) ลักษณะของเฟดดิ้งระยะสั้น สามารถเกิดจากการสะท้อนจากวัตถุข้าง ๆ ซึ่งมีการเคลื่อนที่ , หรือ เกิดจากการเคลื่อนที่ของเครื่องลูกข่ายเอง (Doppler Shift) หรือ เกิดจากการสะท้อนไปมาเนื่องมาจากโครงสร้าง เป็นต้น

## 2.4 แบบจำลองทางสถิติ (Statistical Model)

ค่าทางสถิติ เป็นค่าที่เกิดจากการสุ่มตัวอย่างประชากร เพื่อนำมาอธิบายประชากรโดยรวม โดยจำนวนตัวอย่าง ต้องมากพอ เพื่อสามารถอธิบายค่าสถิติของประชากรได้

ค่าทางสถิติที่นิยมใช้อธิบายประชากร ได้แก่

### 1. ค่าเฉลี่ย (Average)

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} \quad (2.6)$$

เมื่อ  $x_i$  เป็นตัวแปรแบบแรนดอม (Random Variable)

และ  $N$  เป็นจำนวนของตัวอย่าง ซึ่งควรเลือกมากพอ เพื่อว่าค่า  $\bar{x}$  สามารถแทนด้วยค่าเฉลี่ยค่าเฉลี่ยของประชากร (Statistical Average)

### 2. ค่าความแปรปรวน (Variance)

$$\sigma^2 = \frac{N \sum_{i=1}^N x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^N x_i \right)^2}{N(N-1)} \quad (2.7)$$

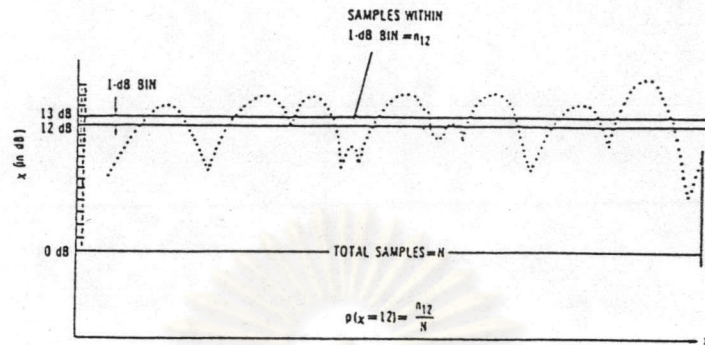
ค่าความแปรปรวน เป็นค่าทางสถิติที่ใช้อธิบายถึง ข้อมูลมีการเกาะกลุ่มกันมากน้อยเพียงใด ถ้าค่าความแปรปรวนมีค่าต่ำ เข้าใกล้ ศูนย์ หมายถึง ข้อมูลมีการเกาะกลุ่มกัน แต่ถ้าหากค่าความแปรปรวน มีค่ามาก ก็จะหมายถึง ข้อมูลมีการกระจายมาก

### 3. ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน (Standard Deviation)

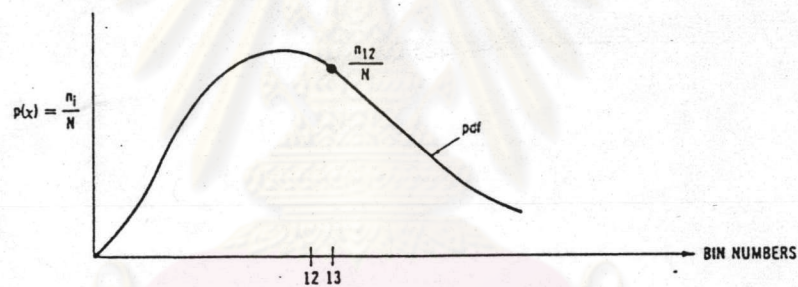
ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นค่าสถิติที่บอกว่า ข้อมูลมีการกระจายเบี่ยงเบนไปจากค่าเฉลี่ยเท่าใด ค่าเบี่ยงเบนมาตรฐาน หาได้จากรากที่สอง ของค่าความแปรปรวน

## 2.5 พหุคูณบิโอดีเดนซิตีฟังก์ชัน (Probability Density Function) PDF

ฟังก์ชัน PDF เป็นฟังก์ชันที่ได้จากการแบ่งช่วงของประชากร ให้เป็น Binary Scale (0,1,2,...) และทำการนับความถี่ของประชากรในช่วงต่าง ๆ รูปที่ 2.3 เป็นการแบ่งช่วงของประชากร และแทนด้วยเลขไบนารี (0,1,2,...) และนำค่าตัวเลขไบนารีเหล่านี้ให้เป็นตัวแปรอิสระของฟังก์ชัน PDF รูปที่ 2.4 เป็นกราฟแสดงฟังก์ชัน PDF แกนนอนแทนด้วยตัวแปรซึ่งเป็นเลขไบนารี แกนตั้ง แทนด้วยความถี่ที่ได้จากการนับจำนวนประชากรที่ตกอยู่ในช่วงที่สอดคล้องกับเลขไบนารี



รูปที่ 2.2 แสดงการแทนสัญญาณเฟดดิ้งด้วยเลขไบนารี

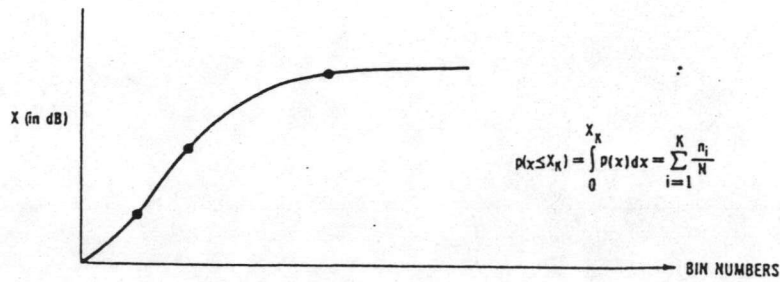


รูปที่ 2.3 เป็นฟังก์ชัน PDF ของสัญญาณเฟดดิ้ง

## 2.6 คิวมูลทีฟพรอบบะบิลิตี (Cumulative Probability Density Function) CPD

ฟังก์ชัน CPD เป็นฟังก์ชันที่ได้จากการหาขนาดของพื้นที่ใต้เส้นโค้งของฟังก์ชัน PDF โดยอาศัยเลขไบนารี เป็นลิมิตของการอินทิเกรต ฟังก์ชัน CPD จะมีค่าตั้งแต่ 0 ถึง 1

รูปที่ 2.4 เป็นรูปแสดงฟังก์ชัน CPD แทนแทนด้วยเลขไบนารี (0,1,2,...) แทนด้วยฟังก์ชัน CPD ซึ่งบอกถึง โอกาสที่จะพบประชากรที่อยู่ต่ำกว่าเลขไบนารีที่พิจารณาอยู่เท่าไร



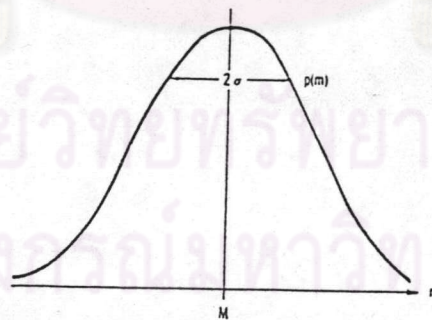
รูปที่ 2.4 เป็นฟังก์ชัน CPD ของสัญญาณเฟดดิ้ง

2.7 ฟังก์ชันการกระจายแบบ Log Normal

ฟังก์ชัน Log Normal PDF เป็นฟังก์ชันของ Long Term Fading ที่มีลักษณะสมมาตรเมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ย สมการ (2.8) เป็นสมการของฟังก์ชัน Log Normal PDF

$$p(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_y} \exp\left[-\frac{(y-m)^2}{2\sigma_y^2}\right] \tag{2.8}$$

เมื่อ  $y$  คือตัวแปร Log-normal ,  $m$  เป็นค่าเฉลี่ย และ  $\sigma_y$  เป็นค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานการกระจายแบบ Log-normal จะมีลักษณะการกระจายแบบสมมาตรเมื่อเทียบกับค่าเฉลี่ย ดังแสดงในรูปที่ 2.6 ซึ่งแทนด้วยพหุคูณบะบิลิตีเดอนซิตีฟังก์ชันแบบ Log Normal โดย  $x$  แทนด้วยตัวแปร Log Normal และ  $p(x)$  แทนด้วย พหุคูณบะบิลิตีเดอนซิตีฟังก์ชันของตัวแปร Log Normal



รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะของกราฟ Log Normal PDF

ในรูปที่ 2.5 เป็นกราฟแสดง PDF แบบ Log Normal จากสมการ (2.8) ทำการอินทิเกรต เพื่อหา % Probability ภายในในช่วง  $-\infty$  จนถึง  $L$  จะสามารถเขียนได้เป็น

$$P(y \leq L) = \int_{-\infty}^L p(y) dy \tag{2.9}$$

$$P(y \leq L) = \int_{-\infty}^L \frac{1}{2\sigma_y} \exp\left[-\frac{(y-m)^2}{2\sigma_y^2}\right] dy \quad (2.10)$$

ทำการแทนด้วยค่าปกติ

$$z = \frac{(y-m)}{\sigma_y} \quad (2.11)$$

สมการ (2.10) จะสามารถเขียนได้เป็น

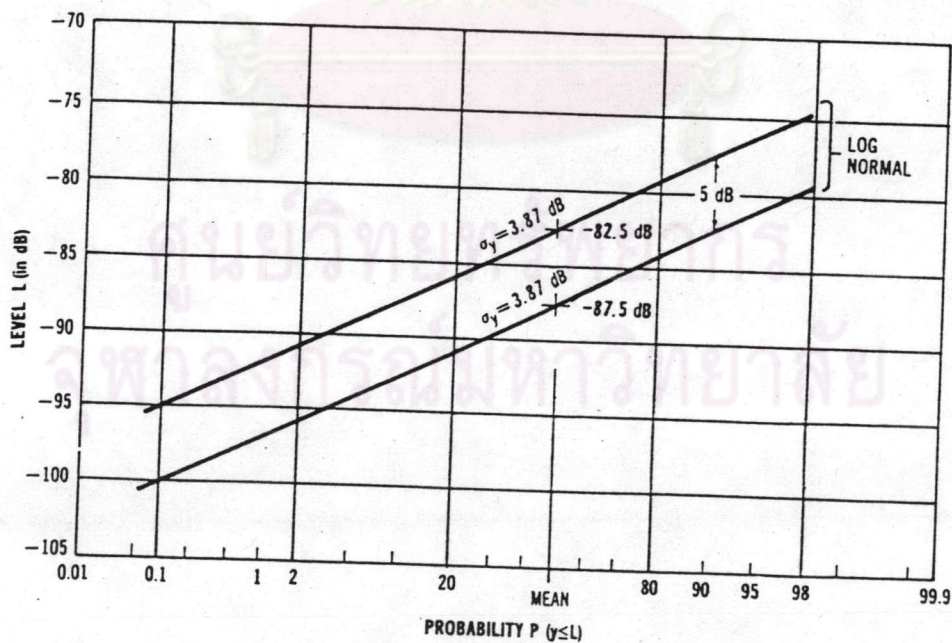
$$P(z \leq Z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^Z \exp\left(\frac{-Z^2}{2}\right) dz \quad (2.12)$$

$$P(z \leq Z) = 1 - \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{Z\sqrt{2\pi}} \left(1 - \frac{1}{Z^2} + \frac{1 \cdot 3}{Z^4} - \frac{1 \cdot 3 \cdot 5}{Z^6} + \dots\right) \quad (2.13)$$

หรือ

$$P(z \leq Z) \cong 1 - \frac{e^{-\frac{z^2}{2}}}{Z\sqrt{2\pi}} \quad (2.14)$$

เมื่อนำมาเขียนกราฟจะได้กราฟดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 กราฟแสดงฟังก์ชัน Log Normal CPD

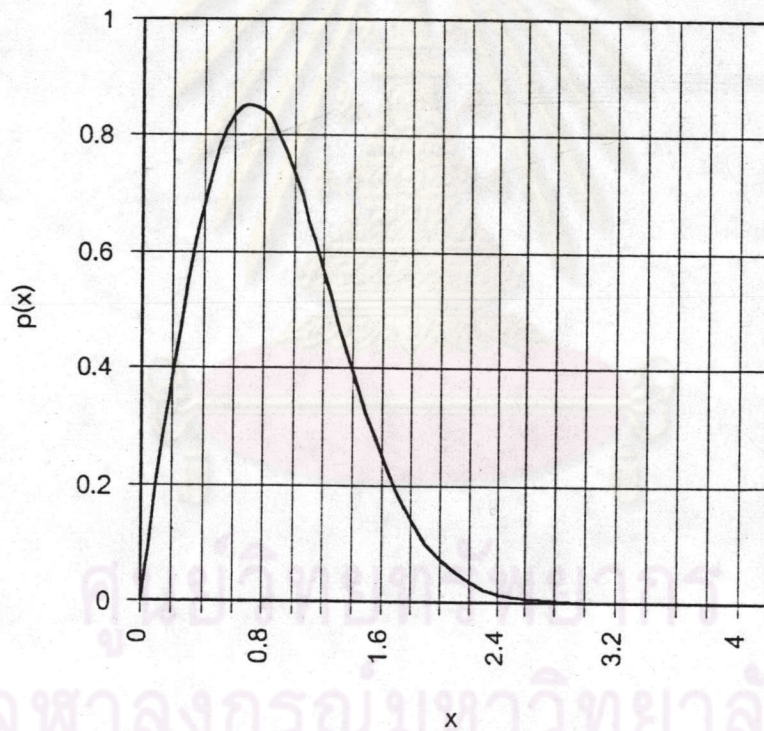
## 2.8 ฟังก์ชันการกระจายแบบ Rayleigh

Rayleigh PDF แทนด้วยลักษณะการเฟดดิ้งระยะสั้น (Short Term Fading) Rayleigh PDF เป็นฟังก์ชันที่มีลักษณะไม่สมมาตร มีลักษณะของฟังก์ชันดังนี้

$$p(r) = \frac{r}{\sqrt{\overline{r^2}}} \exp\left(-\frac{r^2}{\overline{r^2}}\right) \quad (2.15)$$

เมื่อ  $\overline{r^2}$  เป็นกำลังงานเฉลี่ยของเฟดดิ้งระยะสั้น

สมการ (2.15) สามารถเขียนได้ดังกราฟในรูปที่ 2.7 เมื่อ  $x$  แทนด้วย  $\frac{r}{\sqrt{\overline{r^2}}}$



รูปที่ 2.7 แสดงกราฟของ Rayleigh PDF

จากสมการ (2.15) ทำการอินทิเกรต จาก 0 ถึง R จะได้

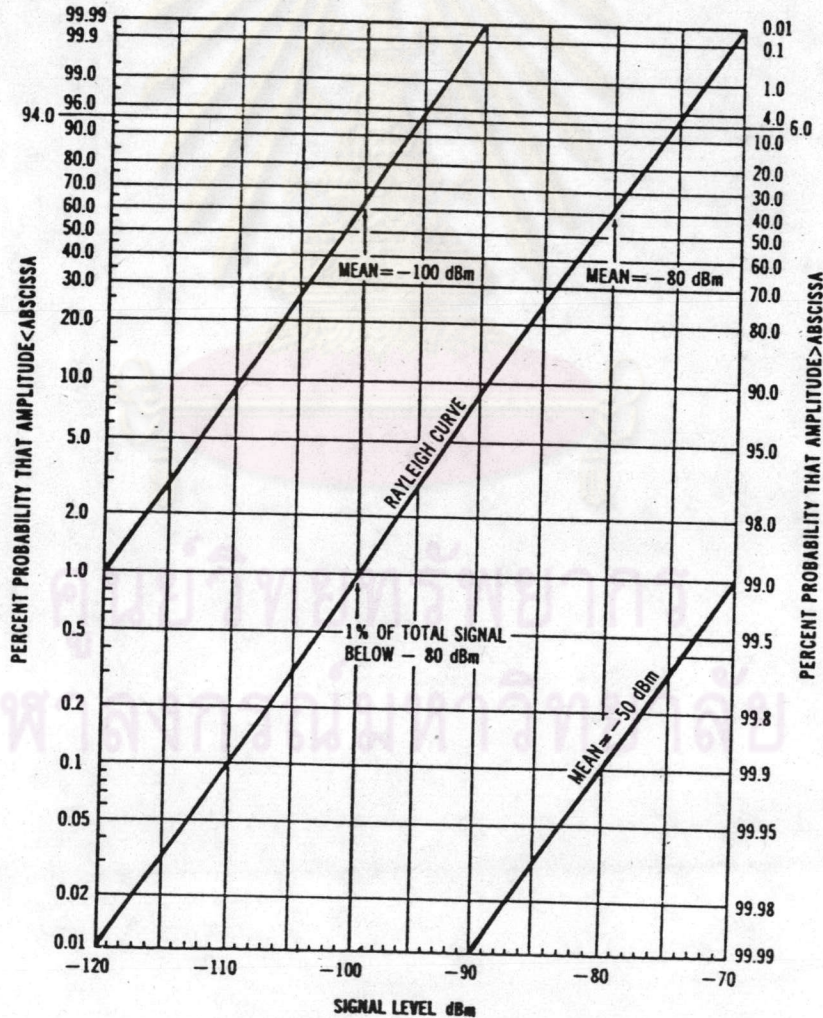
$$P(r \leq R) = \int_0^R p(r) dr \quad (2.16)$$



$$P(r \leq R) = \int_0^R \frac{r}{r^2} \exp\left(-\frac{r^2}{r^2}\right) dr \tag{2.17}$$

$$P(r \leq R) = 1 - \exp\left(-\frac{R^2}{r^2}\right) \tag{2.18}$$

รูปที่ 2.8 แสดงกราฟของ Rayleigh CPD โดยทำการเปลี่ยน Scale ในแกนตั้งให้เป็น Scale Log จะได้กราฟของ Rayleigh CPD เป็นกราฟเส้นตรงที่มีค่า Mean 0 dB เทียบกับค่า  $\sqrt{r^2}$  ที่ระดับ Mean 0 dB ค่า Rayleigh CPD มีค่าเท่ากับ 63% หมายความว่า มีโอกาสพบสัญญาณเฟดถึงที่ต่ำกว่าค่าเฉลี่ยถึง 63%



รูปที่ 2.8 เป็นกราฟแสดง Rayleigh CPD

## 2.9 ฟังก์ชันการกระจายแบบ Rician

Rician PDF เป็นฟังก์ชันที่แทนคลื่นในทิศทางตรง รวมกับ คลื่นที่ได้จากการสะท้อน สามารถเขียนได้ด้วยสมการ

$$p(r) = 2 \frac{r}{r^2} \exp\left(-\frac{r^2 + a^2}{r^2}\right) I_0\left(\frac{r}{\sqrt{r^2/2}} \frac{a}{\sqrt{r^2/2}}\right) \quad (2.19)$$

เมื่อ  $r$  เป็น Envelop ของสัญญาณเฟดดิ้ง  $r^2$  เป็นค่าเฉลี่ยของสัญญาณเฟดดิ้ง และ  $a$  เป็นขนาดของคลื่นในทิศทางตรง ส่วนเทอมของ  $I_0$  เป็น modified Bessel Function อันดับ ศูนย์ ซึ่งเขียนได้เป็น

$$I_0(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^{2n}}{2^{2n} n! n!} \quad (2.20)$$

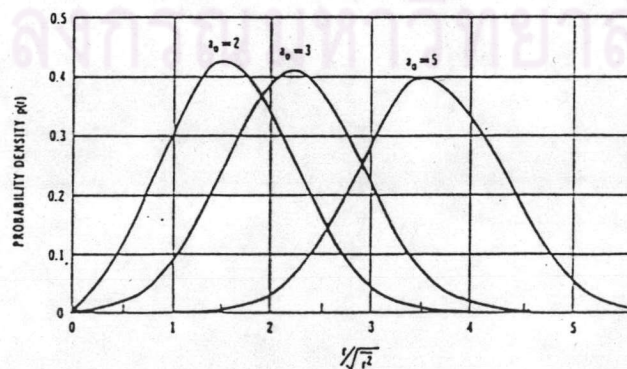
กรณี  $z \gg 1$  สมการ (2.20) สามารถเขียนได้เป็น

$$I_0(z) = \frac{e^z}{\sqrt{2\pi z}} \left(1 + \frac{1}{8z} + \frac{9}{128z^3} + \dots\right) \quad (2.21)$$

ในรูปที่ 2.9 เป็นกราฟแสดง Rician CPD ของสัญญาณเฟดดิ้ง  $r$  ด้วยค่า  $a_0 = \frac{a}{\sqrt{r^2/2}}$  ค่าต่าง ๆ เมื่อ  $ra \gg \sqrt{r^2}$  สมการ (2.21) จะเขียนได้เป็น

$$p(r) = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{r^2}} \left(\frac{r}{2\pi a}\right)^{1/2} \exp\left(-\frac{(r-a)^2}{r^2}\right) \quad (2.22)$$

จากสมการ (2.22) จะเห็นว่า เมื่อ  $a$  มีค่ามาก  $r$  เข้าใกล้  $a$  แล้ว สมการ (2.22) จะประมาณด้วย Log Normal PDF และเมื่อ  $a$  เป็นศูนย์ สมการ (2.22) จะกลายเป็น Rayleigh PDF



รูปที่ 2.9 กราฟแสดง Rician PDF

จากสมการ (2.22) ทำการอินทิเกรตจะได้สมการ (2.23) คือ

$$p(r) = \int_0^R p(r) dr \quad (2.23)$$

$$p(r) = \int_0^R r_0 \exp\left(-\frac{(r_0^2 + a_0^2)}{2}\right) I_0(a_0 r_0) dr_0 \quad (2.24)$$

เมื่อ  $r_0, a_0$  และ  $R_0$  เป็นค่าที่ได้จากการ Normalized  $r, a$  และ  $R$  ตามลำดับ คือ

$$r_0 = \frac{r}{\sqrt{r^2/2}} \quad (2.25)$$

$$a_0 = \frac{a}{\sqrt{r^2/2}} \quad (2.26)$$

$$R_0 = \frac{R}{\sqrt{r^2/2}} \quad (2.27)$$

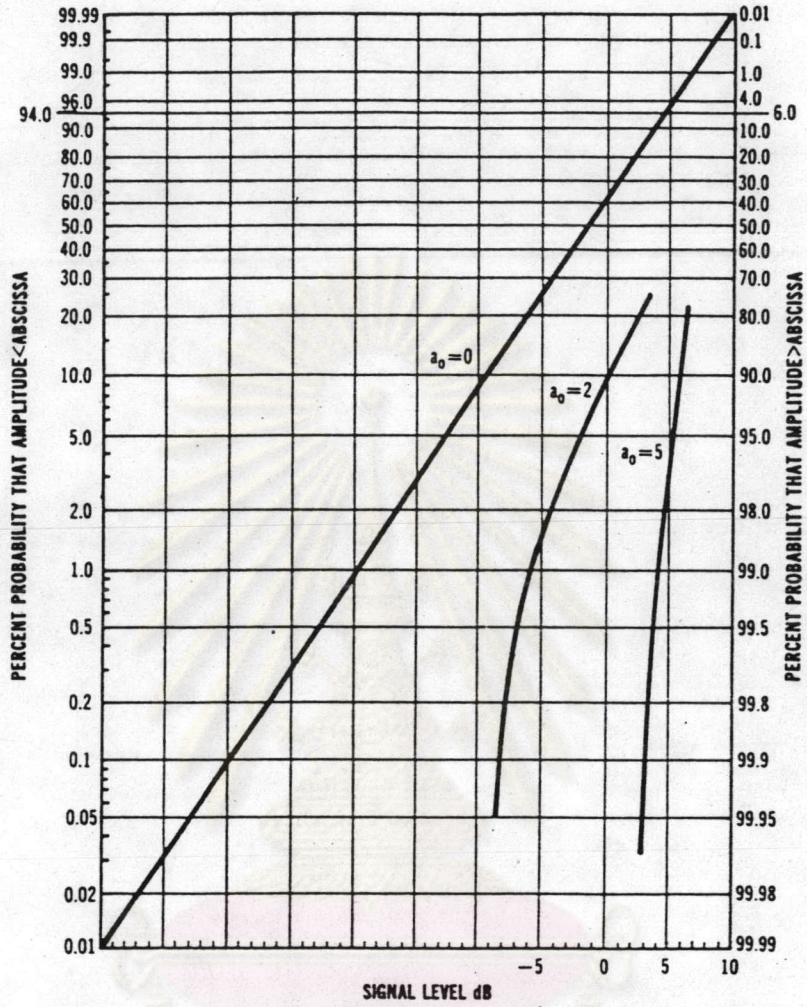
เมื่อ  $ar \gg \sqrt{r^2}$  เราแทนอนุกรมที่ได้กระจายไว้ในสมการ (2.21) ลงในสมการ (2.24) และตัดเทอมตั้งแต่  $z^{-3}$  จะได้คำตอบในการประมาณด้วยค่า  $a$  มาก ๆ คือ

$$P(r \leq R) \cong \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{erf}\left(\frac{R_0 - a_0}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{a_0 \sqrt{8\pi}} A \exp\left[-\frac{(R_0 - a_0)^2}{2}\right] \quad (2.28)$$

$$\text{เมื่อ } A = 1 - \frac{R_0 - a_0}{4a_0} + \frac{1 + (R_0 - a_0)^2}{8a_0^2}$$

รูปที่ 2.10 แสดงกราฟของ Rician CPD ด้วยค่า  $a_0$  ค่าต่าง ๆ

จากกราฟรูปที่ 2.10 ที่เส้นโค้ง  $a_0$  มีค่าเท่ากับ 0 จะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งแบบ Rayleigh และเมื่อ  $a_0$  มีค่าเท่ากับ 2 จะได้เส้นโค้งแบบ Rician ซึ่งมี % CPD อยู่ 10 % ต่ำกว่าค่าเฉลี่ย และเมื่อค่า  $a_0$  มีค่าเท่ากับ 5 จะมี % CPD เท่ากับ 2 % ซึ่งมีค่าสูงกว่าค่าเฉลี่ยอยู่ 5 dB



รูปที่ 2.10 กราฟแสดง Rician CPD

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย