



1.1 บทนำ

ปรากฏการณ์เคลื่อนย้าย (Transport phenomena) กล่าวถึงการเคลื่อนที่ของพาหะ (Carrier) เนื่องจากอิทธิพลของแรงภายนอกหรือเกรเดียนต์ (gradients) ของความหนาแน่น ซึ่งนำไปสู่การนำไฟฟ้า, การนำความร้อนของสาร การเคลื่อนที่ของพาหะเหล่านี้ถูกกระเจิง (Scattering) โดยโฟนอน (Phonons) อนุภาคมอสตริ (Impurity) และการผิดปกติของโครงผลึก (Lattice defect) ซึ่งเป็นตัวการสำคัญที่ทำให้เกิดสภาพต้านทาน (Resistivity) การเคลื่อนที่ขึ้น สำหรับสารกึ่งตัวนำ (Semiconductor) สภาพต้านทานไฟฟ้าจะเปลี่ยนไปกับอุณหภูมิ ในการนำสารกึ่งตัวนำไปใช้งานเช่น ท้าไดโอด (Diode) ทรานซิสเตอร์ (Transistor) และ ไอซี (Integrated circuit) เราจึงจำเป็นต้องทราบขบวนการเคลื่อนย้ายของสารในช่วงอุณหภูมิต่าง ๆ โดยละเอียดเพื่อจะได้สิ่งประดิษฐ์ที่มีคุณภาพและคุณสมบัติตามต้องการได้

ในสารต่าง ๆ นั้นสภาพต้านทาน (Resistivity) จะขึ้นอยู่กับการเคลื่อนที่พาหะ เวลาผ่อนคลาย (Relaxation time) และ มวลยังผล (Effective mass) ในสารซึ่งพาหะมีชนิดเดียว สภาพต้านทานไฟฟ้าอาจเขียนได้ดังสมการ (1.1)

$$\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau} \quad (1.1)$$

เมื่อ	$\rho$	คือ	สภาพต้านทานไฟฟ้า
	$n$	คือ	ความหนาแน่นของพาหะ
	$T$	คือ	เวลาผ่านคลาย
	$m^*$	คือ	มวลยังผล
	$e$	คือ	ประจุของอิเล็กตรอน (electron)

สภาพต้านทานไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำมีความยุ่งยากมากกว่าสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารตัวนำ เพราะสภาพต้านทานไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำเปลี่ยนแปลงอย่างมากไปกับอุณหภูมิซึ่งสามารถแยกออกเป็น 3 ช่วงใหญ่ ๆ คือ

1. ช่วงอุณหภูมิต่ำ เรียกว่า ช่วงเอ็กซ์ทรินสิค (Extrinsic) ในช่วงนี้พาหะส่วนใหญ่จะเกิดจากอะตอมอสุทธิ ค่าสภาพต้านทานไฟฟ้าจะขึ้นกับจำนวนพาหะซึ่งเปลี่ยนแปลงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential) ของอุณหภูมิ

2. อุณหภูมิปานกลาง เรียกว่า ช่วงเอ็กซ์คลูชัน (exhaustion) ในช่วงนี้จำนวนพาหะได้จากอะตอมอสุทธิทั้งหมดซึ่งจะมีค่าคงที่ ดังนั้นสภาพต้านทานไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับเวลาผ่านคลาย ซึ่งเปลี่ยนแปลงกำลังของอุณหภูมิ

3. อุณหภูมิสูงมาก เรียกว่า ช่วงอินทรินสิค (Intrinsic) ในช่วงนี้สภาพต้านทานไฟฟ้าจะขึ้นกับจำนวนพาหะจากสารกึ่งตัวนำเอง ซึ่งจะเปลี่ยนแปลงแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลของอุณหภูมิ

ในการศึกษาปรากฏการณ์เคลื่อนย้ายของสารกึ่งตัวนำจึงมีความจำเป็นต้องศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์ (Hall effect) และสภาพนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่าง ๆ เพราะจากปรากฏการณ์ฮอลล์ทำให้ทราบถึงความหนาแน่นของพาหะ, ชนิดของพาหะว่าเป็นอิเล็กตรอนหรือโฮล การศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์และสภาพนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่าง ๆ ทำให้สามารถแยกช่วงเอ็กซ์ทรินสิค, เอ็กซ์คลูชัน และอินทรินสิคได้ชัดเจน การศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์

และสภาพนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่ำทำให้ทราบถึงคุณสมบัติพื้นฐานของสารกึ่งตัวนำ เช่น ความหนาแน่นของอะตอมอสุทธิ และว่างพลังงานของอะตอมอสุทธิ (Donor Energy gap หรือ Acceptor Energy gap) จะเห็นได้ว่าการศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์มีความสำคัญมากในการศึกษาคุณสมบัติต่าง ๆ ของสารกึ่งตัวนำ เพื่อเป็นประโยชน์ในการหาคุณสมบัติของสารกึ่งตัวนำที่จะนำไปใช้งานต่อไป

เนื่องจากผลึกสารกึ่งตัวนำส่วนใหญ่อาจมีรูปร่างไม่แน่นอน และมีขนาดเล็ก การคมแท่งรูปร่างผลึกกระทำได้ยากเพราะผลึกสารกึ่งตัวนำส่วนใหญ่เปราะแตกง่าย ในการวิจัยจึงประยุกต์ใช้วิธีการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าและค่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์ แบบ แวน เคอร์ เพาว์ (Van der Pauw) ซึ่งสามารถใช้กับผลึกตัวอย่างที่รูปร่างไม่แน่นอน และมีขนาดเล็ก การวิจัยในขั้นต้นเป็นการทดสอบการวัดค่าสภาพนำไฟฟ้าและค่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์แบบ แวน เคอร์ เพาว์ เพื่อเปรียบเทียบกับการวัดในแบบธรรมดา โดยได้ทำการทดลองกับผลึกกึ่งตัวนำซิลิกอน (ผลึก A) ที่มีความหนาสม่ำเสมอ และมีรูปร่างเป็นสี่เหลี่ยมผืนผ้ายาว ๆ ทั้งนี้เพราะผลึกตัวอย่างนี้สามารถทำการทดลองได้ทั้งสองแบบ พบว่าผลการทดลองทั้งสองแบบนี้ให้ผลสอดคล้องกันดี และโดยการวิจัยนี้สามารถทราบข้อได้เปรียบและข้อด้อยของการวัดแบบ แวน เคอร์ เพาว์ ในกรณีต่าง ๆ ด้วย ในขั้นสุดท้ายการทดลองได้วัดค่าสภาพนำไฟฟ้าและสัมประสิทธิ์ของฮอลล์ของผลึกกึ่งตัวนำซิลิกอนชนิด N (ผลึก B) ซึ่งเป็นผลึกไม่สมบูรณ์ ศึกษาที่อุณหภูมิต่าง ๆ ในช่วง 290-460 K ผลการทดลองทำให้ทราบช่วงอุณหภูมิ 290-420 K เป็นช่วงเอ็กซ์คลูชัน และทราบความหนาแน่นของอะตอมอสุทธิประมาณ  $6.04 \times 10^{19}$  อะตอมต่อลูกบาศก์เมตร ในการวิจัยได้สร้างเครื่องควบคุมอุณหภูมิซึ่งคลาดเคลื่อนน้อยกว่า 0.3 K โดยใช้วัสดุที่หาง่ายในห้องทดลอง

การศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์และสภาพนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่าง ๆ มีความสำคัญมากต่อการศึกษาปรากฏการณ์เคลื่อนย้าย จากเครื่องมือควบคุมอุณหภูมิที่สร้างขึ้น และวิธีการ

วิคแคม แวน เคอร์ เพาว์ จะมีประโยชน์ต่อการศึกษา ปรากฏการณ์ฮอลล์และสภาพนำไฟฟ้าของสารกึ่งตัวนำชนิดอื่น ๆ ต่อไป

## 1.2 กระบวนการเคลื่อนย้ายและสภาพนำไฟฟ้า

ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการเคลื่อนที่ของพาหะเนื่องจากการพุ้งกระจาย (Diffusion), สนามภายนอก (External field) และการกระเจิง (Scattering) ส่วนที่สนใจมากคือ การเคลื่อนที่ของพาหะเนื่องจากสนามไฟฟ้าและสภาพนำไฟฟ้า ในกรณีสนามไฟฟ้าคงที่เท่านั้น

### 1.2.1 กระบวนการเคลื่อนย้าย

ให้  $f_k(\vec{r}, t) d\vec{k} d\vec{r}$  คือความหนาแน่นของพาหะ (Concentration of Carrier) ในบริเวณ  $d\vec{k}$  ในระวางเวกเตอร์คลื่น (k-space) และในบริเวณ  $d\vec{r}$  ในระวางจริง (real space) ซึ่งจะเปลี่ยนไปตามเวลาด้วยสาเหตุใหญ่ 3 ประการดังนี้

1. เนื่องจากการพุ้งกระจาย การเคลื่อนที่เข้าออกบริเวณ  $\vec{r}$  ของพาหะที่มีเวกเตอร์คลื่น  $\vec{k}$  โดยมีความเร็วเป็น  $\vec{v}_k$  จากทฤษฎีของหลุยวิลล์ (Liouville's theorem) จำนวนพาหะในบริเวณ  $\vec{r}$  ที่เวลา  $t$  มีค่าเท่ากับจำนวนพาหะในบริเวณ  $\vec{r} - \vec{v}_k t$  ที่เวลา  $t = 0$

$$f_k(\vec{r}, t) = f_k(\vec{r} - \vec{v}_k t, 0) \quad (1.2.1)$$

ให้  $\left. \frac{\partial f_k(\vec{r}, t)}{\partial t} \right|_{diff}$  เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของ  $f_k(\vec{r}, t)$  เนื่องจากการพุ้งกระจายจะได้ว่า

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diff} = -\vec{v}_k \cdot \frac{\partial f_k}{\partial \vec{r}} \quad (1.2.2)$$

2. เนื่องจากสนามภายนอก ในที่นี้พิจารณาเฉพาะสนามไฟฟ้า และสนามแม่เหล็ก ซึ่งทำให้เวกเตอร์คลื่นของพาหะเปลี่ยนไปด้วยอัตรา

$$\frac{d\vec{k}}{dt} = \frac{e}{\hbar} (\vec{E} + \vec{v}_k \times \vec{B}) \quad (1.2.3)$$

$\frac{d\vec{k}}{dt}$  เราสามารถมองเป็นความเร็วในระวาง  $k$  จะได้ว่า

$$f_k(\vec{x}, t) = f_{k-kt}(\vec{x}, 0) \quad (1.2.4)$$

ให้  $\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_f$  เป็นอัตราการเปลี่ยน  $f_k(\vec{r}, t)$  เนื่องจากสนามภายนอกจะได้ว่า

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_f = -\frac{e}{\hbar} (\vec{E} + \vec{v}_k \times \vec{B}) \frac{\partial f_k}{\partial \vec{k}} \quad (1.2.5)$$

3. เนื่องจากการกระเจิง โดยคิดว่า การกระเจิงเป็นแบบยืดหยุ่น อัตราการเปลี่ยน  $f_k$  เป็น

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_s = \int_s \left[ f_{k'}(1-f_k) - f_k(1-f_{k'}) \right] Q(\vec{k}, \vec{k}') d\vec{k}' \quad (1.2.6)$$

โดยคิดว่า  $(1-f_k)$  และ  $(1-f_{k'})$  เป็นจำนวนสถานะว่างที่ยังอยู่ได้ในสถานะ  $k$  และ  $k'$   $Q(k, k')$  คือความน่าจะเป็นในการเปลี่ยนสถานะจาก  $k$  ไปยัง  $k'$  หรือ  $k'$  มายัง  $k$  ซึ่งมีโอกาสเท่ากัน

ในหัวข้อนี้ได้กล่าวถึงสาเหตุที่ทำให้พาหะเคลื่อนที่ และคิดว่าเมื่อพาหะมีการเคลื่อนที่ ทำให้ความหนาแน่นของพาหะในบริเวณที่เราพิจารณาเปลี่ยนแปลง แต่ความเป็นจริงในบางสถานะไม่เป็นเช่นนั้น ซึ่งกล่าวในหัวข้อต่อไป

### 1.2.2 สมการโบลทซ์มาน (Boltzmann) และสถานะสเทต (Steady state)

โบสท์ทฆมานไค้แสดงให้เห็ทว่าในสภาวะสเทคคั้ลรวมของอิครากการ  
เปลี่ยนแปลงของ  $f_k$  มีค่าเป็นศูนย์คือ

$$\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diff} + \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_f + \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_s = 0 \quad (1.2.7)$$

ถ้าพิจารณาในกรณีที่มีสนามไฟฟ้าเพียงอย่างเห็ทว ไม้คึกในกรณีการฟุ้งกระจายในกรณี  
นี้  $\left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_{diff} = 0$  และในกรณีที่สนามแม่เหล็ก  $B=0$  แทนสมการ (1.2.5) ลงในสมการ  
(1.2.7) ได้

$$-\frac{e}{\hbar} \frac{\partial f_k}{\partial k} \cdot \vec{E} = - \left. \frac{\partial f_k}{\partial t} \right|_s \quad (1.2.8)$$

สำหรับสภาวะสเทคคั้ลที่ไม้ไกลจากภาวะสมคูลย์เราให้

$$f_k - f_k^0 = g_k \quad (1.2.9)$$

$f_k^0$  เป็นความหนาแน่นของพาหะในเวกเตอร์  $k$  ที่สภาวะสมคูลย์ และ  $g_k$   
มีค่าน้อย ๆ

จากการแจกแจงของ เฟอร์มี-ไดแรก (Fermi-Dirac distribution)

$$f_k^0 = \frac{1}{\exp \left[ (\epsilon_k - \zeta) / k_B T \right] + 1} \quad (1.2.10)$$

$$\frac{\partial f_k^0}{\partial \epsilon} = - \frac{\exp \left[ (\epsilon_k - \zeta) / k_B T \right]}{\left[ \exp \left[ (\epsilon_k - \zeta) / k_B T \right] + 1 \right]^2} \left( \frac{1}{k_B T} \right) \quad (1.2.11)$$

จากสมการ (1.2.9) และ

$$\vec{v}_k = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial \epsilon(k)}{\partial k}$$

$$\frac{\partial f_k}{\partial k} = \frac{\partial g_k}{\partial k} + \frac{\partial f_k^0}{\partial \epsilon} \hbar \vec{v}_k \quad (1.2.12)$$

ดังนั้นค่าของ

$$-\frac{e\vec{E}}{\hbar} \cdot \frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \Big|_f = -\frac{e\vec{E}}{\hbar} \left( \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} + \hbar \vec{v}_{\mathbf{k}} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{\partial \varepsilon} \right) \quad (1.2.13)$$

เนื่องจาก  $\vec{E} \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}}$  อยู่ใน order ของ  $E^2$  คัดทิ้งได้เพราะต่างไปจากกฎของโอห์ม จะได้ว่า

$$-\frac{e\vec{E}}{\hbar} \cdot \frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial \mathbf{k}} \Big|_f = -e\vec{v}_{\mathbf{k}} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{\partial \varepsilon} \cdot \vec{E} \quad (1.2.14)$$

แทนค่า (1.2.14) ลงในสมการ (1.2.8) จะได้ว่า

$$-e\vec{v}_{\mathbf{k}} \frac{\partial f_{\mathbf{k}}(\varepsilon_{\mathbf{k}})}{\partial \varepsilon} \cdot \vec{E} = -\frac{\partial f_{\mathbf{k}}}{\partial t} \Big|_s \quad (1.2.15)$$

อัตราการกลับสู่สภาวะสมดุลเนื่องจากการกระเจิงเป็นสัดส่วนโดยตรงกับสภาวะที่เปลี่ยนไปจากสภาวะสมดุล

$$-\frac{\partial f(\mathbf{k})}{\partial t} \Big|_s = \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{\tau} \quad (1.2.16)$$

โดยที่  $\tau$  คือ เวลาคงตัวเมื่อเอาสนามไฟฟ้าออก  $\varepsilon_{\mathbf{k}}$  ก็จะกลับสู่ศูนย์ด้วยอัตรา

$$-\frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{k}}}{\partial t} = \frac{\varepsilon_{\mathbf{k}}}{\tau} \quad (1.2.17)$$

จากสมการ (1.2.17) จะได้

$$\varepsilon_{\mathbf{k}}(t) = \varepsilon_{\mathbf{k}}(0) \exp(-t/\tau) \quad (1.2.18)$$

แทนค่าสมการ (1.2.16) ลงในสมการ (1.2.15) จะได้

$$g_k = \left( \frac{-\partial f_k^0}{\partial \epsilon} \right) \tau \vec{v}_k \cdot e\vec{E} \quad (1.2.19)$$

ในสมการ (1.2.19) จะเห็นว่า  $g_k$  ขึ้นอยู่กับสนามไฟฟ้าภายนอกและเวลาย้อนกลับ

### 1.2.3 สภาพนำไฟฟ้า

จากความหนาแน่นของกระแสไฟฟ้า

$$\vec{J} = e \int \vec{v}_k(\epsilon) N(\epsilon) d\epsilon \quad (1.2.20)$$

เมื่อ  $N(\epsilon) d\epsilon$  คือจำนวนอิเล็กตรอนที่มีพลังงานอยู่ระหว่าง  $\epsilon$  และ  $\epsilon + d\epsilon$  โดยที่

$$N(\epsilon) d\epsilon = 2D(\epsilon)f(\epsilon)d\epsilon \quad (1.2.21)$$

เมื่อ  $D(\epsilon) d\epsilon$  เป็นความหนาแน่นของสถานะ (Density of state) ของอิเล็กตรอน ในช่วงพลังงาน  $\epsilon$  และ  $\epsilon + d\epsilon$  ส่วน  $f(\epsilon)$  เป็นความน่าจะเป็นของอิเล็กตรอนที่จะอยู่ในสถานะพลังงาน  $\epsilon$  จะได้ความสัมพันธ์ของความหนาแน่นของกระแสเป็น

$$\vec{J} = 2e \int_0^\infty \vec{v}(\epsilon) D(\epsilon) f(\epsilon) d\epsilon$$

$$\text{เนื่องจาก } D(k) dk = \frac{V}{(2\pi)^3} dk \quad (1.2.22)$$

$$\text{เมื่อ } V \text{ เป็นปริมาตร ดังนั้น} \quad (1.2.23)$$

$$\begin{aligned} \vec{J} &= \frac{2eV}{(2\pi)^3} \int \vec{v}_k f_k dk \\ &= \frac{eV}{4\pi^3} \int \vec{v}_k g_k dk \end{aligned} \quad (1.2.24)$$

$$\text{เนื่องจาก } \int \vec{v}_k f_k^0 dk = 0 \quad (1.2.25)$$



แทนค่า  $\vec{v}_k$  จากสมการ (1.2.19) ลงในสมการ (1.2.24) เทียบกับกฎของโอห์มจะได้ว่า

$$\vec{\sigma} = \frac{ve^2}{4\pi^3} \int \tau \vec{v}_k \vec{v}_k \left( \frac{-\partial f_k^0}{\partial \epsilon} \right) d\vec{k} \quad (1.2.26)$$

เทอม  $(-\frac{\partial f_k^0}{\partial \epsilon})$  คล้ายกับเดลต้าฟังก์ชัน (Delta function) ที่พื้นที่ผิวเฟอร์มี (Fermi surface) เราเปลี่ยนจากการอินทิเกรตปริมาตรของเวกเตอร์คลื่น  $\vec{k}$  เป็นการอินทิเกรตพื้นที่ผิวของพลังงานที่คงที่จะได้

$$\begin{aligned} \vec{\sigma} &= \frac{ve^2}{4\pi^3} \int \left( \tau \vec{v}_k \vec{v}_k \delta(\epsilon - \epsilon_F) \frac{ds}{|\text{grad}_k \epsilon|} d\epsilon \right) \\ \vec{\sigma} &= \frac{v}{4\pi^3} \frac{e^2 \tau}{\hbar} \int \frac{\vec{v}_k \vec{v}_k}{v_F} ds_F \end{aligned} \quad (1.2.27)$$

สำหรับผลึกที่มีสมมาตรลูกบาศก์ในกรณีที่มี  $\vec{E}$  และ  $\vec{j}$  อยู่ในทิศ  $x$  สมการ (1.2.27) เขียนได้เป็น

$$\sigma = \frac{v}{4\pi^3} \frac{e^2 \tau}{\hbar} \int \frac{v_x^2}{v_F} ds_F \quad (1.2.28)$$

สำหรับสมมาตรลูกบาศก์  $\langle v_x^2 \rangle = \frac{1}{3} v_F^2$  ดังนั้น

$$\sigma = \frac{v}{4\pi^3} \frac{e^2 \tau}{\hbar} \left( \frac{1}{3} v_F ds_F \right) \quad (1.2.28')$$

ถ้าพื้นที่ผิวเฟอร์มีเป็นทรงกลม สมการข้างบนจะเป็น

$$\sigma = \frac{v}{4\pi^3} \frac{e^2 \tau}{\hbar} \frac{1}{3} v_F 4\pi k_F^2 \quad (1.2.29)$$

โดยที่  $k_F = (3\pi^2 n/V)^{1/3}$

เมื่อ  $n$  คือความหนาแน่นของอิเล็กตรอน และจาก  $m^* v_F = \hbar k_F$  ซึ่ง  $m^*$  เป็นมวลยังผลแทนลงในสมการ (1.2.29) จะได้

$$\sigma = \frac{ne^2 \tau}{m^*} \quad (1.2.30)$$

เขียนในความสัมพันธ์ของสภาพต้านทานไฟฟ้า

$$\rho = \frac{m^*}{ne^2\tau} \quad (1.2.30)$$

และค่า  $\sigma$  เขียนในรูปสภาพเคลื่อนที่ได้ (mobility)  $\mu$

$$\sigma = n |e| \mu \quad (1.2.31)$$

นั่นคือ 
$$\mu = \frac{e\tau}{m^*} \quad (1.2.32)$$

สมการ (1.2.30) แสดงคุณสมบัติการเคลื่อนย้ายในกรณีที่มีสนามไฟฟ้าเพียงอย่างเดียว ซึ่งขึ้นอยู่กับค่าของ  $\tau$  และ  $m^*$  ซึ่งส่วนใหญ่แล้วค่าของ  $m^*$  จะไม่เปลี่ยนตามอุณหภูมิ แต่  $\tau$  เปลี่ยนกับกำลังของอุณหภูมิ

### 1.3 คุณสมบัติของสารกึ่งตัวนำ

พาหะนำกระแสของสารกึ่งตัวนำคือ อิเล็กตรอนและโฮล (Hole) เมื่ออุณหภูมิสูงขึ้นอิเล็กตรอนได้รับพลังงานจะเปลี่ยนสถานะจากแถบวาเลนซ์ไปยังแถบนำ โดยทิ้งสถานะว่าง (Vacant state) ในแถบวาเลนซ์ซึ่งเรียกว่าโฮล การเคลื่อนที่ของโฮลเกิดจากอิเล็กตรอนในแถบวาเลนซ์เคลื่อนที่เข้าแทนที่โฮล หิสการเคลื่อนที่ของโฮลจะตรงข้ามกับทิศของอิเล็กตรอนที่เคลื่อนที่เข้าแทนที่ โฮลประพฤติตัวคล้ายเป็นประจุบวกซึ่งมีประจุเท่ากับอิเล็กตรอน ซึ่งตรวจสอบได้จากปรากฏการณ์ของฮอลล์

สารกึ่งตัวนำแบ่งตามช่วงอุณหภูมิได้ 3 ช่วง

1. สารกึ่งตัวนำอินทรินสิค (Intrinsic Semiconductor) อยู่ในช่วงอุณหภูมิสูง  $k_B T \gg E_g$  อิเล็กตรอนได้รับความร้อนเปลี่ยนสถานะขึ้นอยู่ในแถบนำ ทำให้เกิดโฮลในแถบวาเลนซ์ ดังนั้นในช่วงนี้จึงมีพาหะทั้งอิเล็กตรอน และโฮล เป็นพาหะนำกระแส

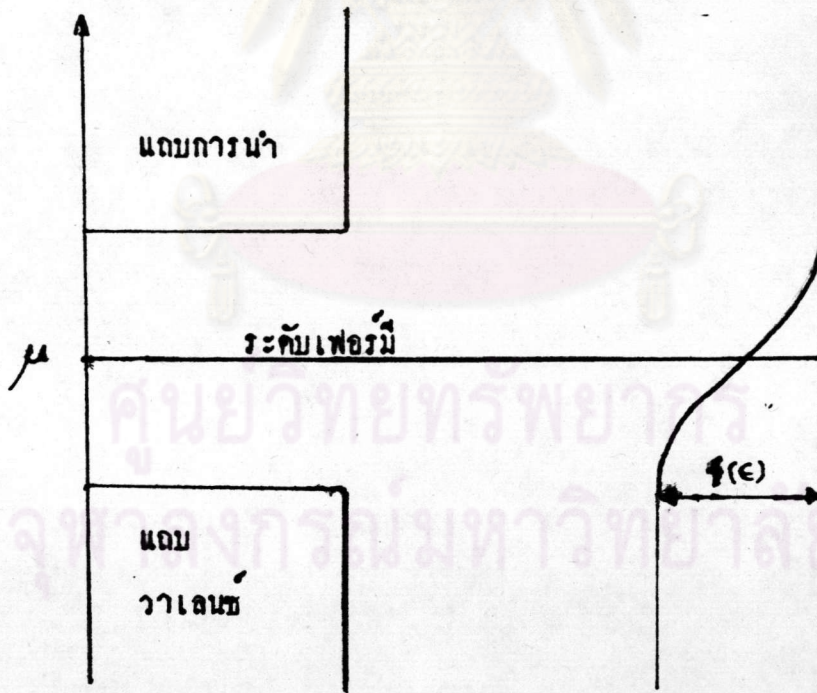
ในช่วงนี้สามารถหาจำนวนอิเล็กตรอน และโฮลได้จากสมการ

$$n = 2(2 \pi m_e k_B T / h^2)^{3/2} \exp(\mu - E_g) \beta \quad (1.3.1)$$

และ 
$$p = 2(2 \pi m_h k_B T / h^2)^{3/2} \exp(-\mu) \beta \quad (1.3.2)$$

- เมื่อ
- $n$  คือ ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบนำ
  - $p$  คือ ความหนาแน่นของโฮลในแถบวาเลนซ์
  - $m_e$  และ  $m_h$  คือ มวลยังผลของอิเล็กตรอนและโฮลตามลำดับ
  - $\mu$  คือ ระดับพลังงานเฟอร์มี
  - $E_g$  คือ ช่องว่างพลังงานระหว่างแถบวาเลนซ์กับแถบนำ
  - $\beta$  คือ  $\frac{1}{k_B T}$ ,  $k_B$  คือค่าคงที่ของโบลทซ์มาน
  - $\mu$  เป็นระดับพลังงานที่การกระจายของเฟอร์มี-โคแรก

มีค่าเท่ากับ  $\frac{1}{2}$  ระดับพลังงานและการกระจายของเฟอร์มี-โคแรก แสดงในรูป 1.3.1

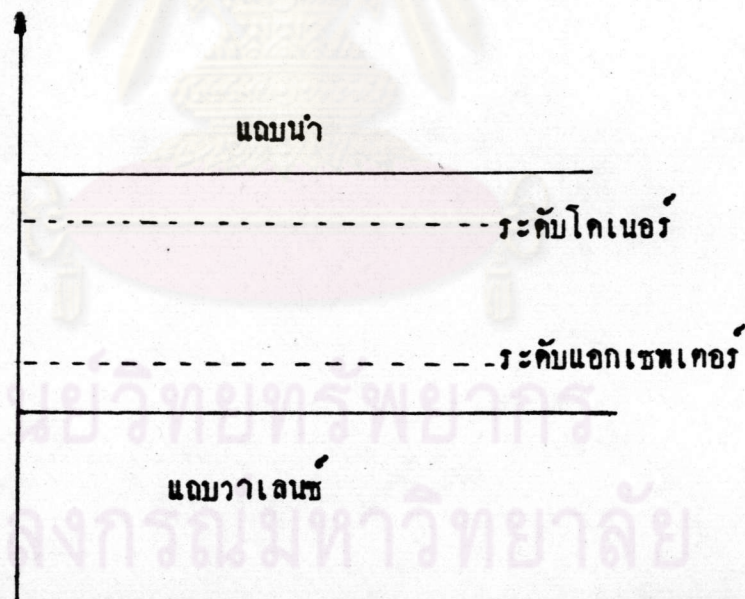


รูปที่ 1.1 เป็นรูปแสดงสเกลของพลังงานและฟังก์ชันการกระจายของเฟอร์มี-โคแรก ที่อุณหภูมิ  $k_B T \ll E_g$  สำหรับ  $\mu$  ที่แสดงในช่องว่างระหว่างแถบเป็นของสารกึ่งตัวนำอินทรีนสิก

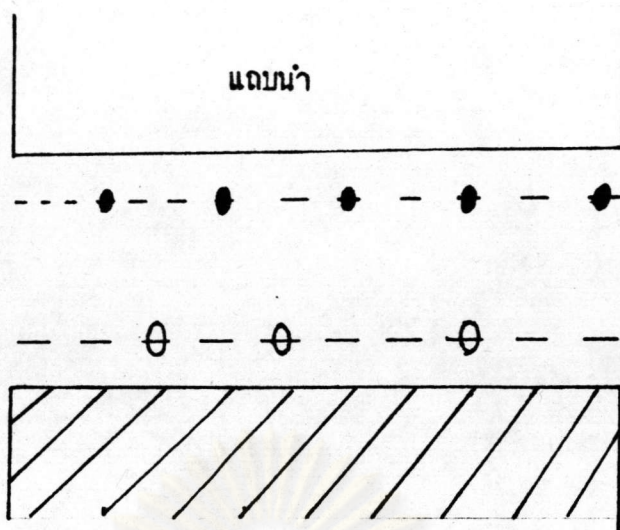
ในช่วงอุณหภูมิสูงเราถือว่า  $n = p$  เราสามารถหาความหนาแน่นของอิเล็กตรอนหรือโฮลได้จากสมการ

$$n = p = 2(2\pi k_B T/h^2)^{3/2} (m_e m_h)^{3/4} \exp\left(\frac{-E_g}{2}\right) \beta \quad (1.2.3)$$

2. สารกึ่งตัวเจกษทรินสิก (Extrinsic Semiconductor) ในช่วงนี้ อุณหภูมิค่า  $k_B T \ll E_g$  หรือ  $k_B T \ll E_d$  ในช่วงนี้พาหะเกิดขึ้นจากอะตอมอสุทธิเท่านั้น อะตอมอสุทธิแบ่งเป็น 2 พวกคือ กลุ่มอะตอมที่มีวาเลนซ์อิเล็กตรอนเป็น 5 เรียกว่า โดเนอร์ (Donor) พาหะนำกระแสเป็นอิเล็กตรอนในแกนนำเป็นสารกึ่งตัวนำชนิด N(N-type) และกลุ่มอะตอมที่มีวาเลนซ์อิเล็กตรอนเป็น 3 เรียกว่า แอกเซพเตอร์ (Acceptor) พาหะนำกระแสเป็นโฮลในแถบวาเลนซ์เป็นสารกึ่งตัวนำชนิด P (P-type) อะตอมอสุทธิทำให้เกิดระดับพลังงานขึ้นในแถบห้ามคือ ระดับโดเนอร์และระดับแอกเซพเตอร์ ดังรูป (1.2)



รูปที่ 1.2. ก แสดงระดับโดเนอร์และระดับแอกเซพเตอร์ที่อยู่ในช่องว่างระหว่างแถบนำกับแถบวาเลนซ์



อิเล็กตรอน

โฮล



รูปที่ 1.2 ข อิเล็กตรอนและโฮลในระกัมโคเนอร์และแอกเซพเคอร์

ในกรณีที่เป็นสารกึ่งตัวนำชนิด  $N$  ในช่วงนี้สามารถหาความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบนำโดยสมการ

$$n = \left\{ 2(2\pi m_e K_B T / h^2)^{3/2} \right\}^{1/2} (N_d)^{1/2} \exp(-E_g / 2k_B T) \quad (1.3.4)$$

ในกรณีที่เป็นสารกึ่งตัวนำชนิด  $p$  ในช่วงนี้สามารถหาความหนาแน่นของโฮลในแถบวาเลนซ์โดยสมการ

$$p = \left\{ 2(2\pi m_h K_B T / h^2)^{3/2} \right\}^{1/2} (N_a)^{1/2} \exp(-E_g / 2k_B T) \quad (1.3.5)$$

โดยที่  $N_d, N_a$  คือความหนาแน่นของโคเนอร์และความหนาแน่นของแอกเซพเคอร์

$E_d, E_a$

คือ แถบว่างพลังงานโคเนอร์และแถบว่างพลังงานแอกเซพเคอร์

3. ช่วงเอ็กซ์คูลูชัน (Exhaustion) อยู่ในช่วงอุณหภูมิ  $E_g \ll k_B T \ll$

$E_g$  ในช่วงนี้ สารกึ่งตัวนำชนิด  $N$  จะมีอิเล็กตรอนเป็นพาหะในแถบนำทั้งหมดมาจากโคเนอร์อะตอมทั้งหมด นั่นคือ

$$n = N_d \quad (1.3.6)$$

ความหนาแน่นของอิเล็กตรอนในแถบนำเท่ากับความหนาแน่นของอะตอมอสุทริโคเนอ์ ส่วนสารกึ่งตัวนำชนิด P พาหะนำกระแสเป็นโฮลในแถบวาเลนซ์ซึ่งได้มาจากอะตอมอสุทริ แอกเซพเตอร์ทั้งหมด นั่นคือ

$$P = N_a \quad (1.3.7)$$

ความหนาแน่นของโฮลเท่ากับความหนาแน่นของแอกเซพเตอร์ในช่วงเอ็กซีคิอุชันนี้จำนวนพาหะจะคงที่ ดังนั้นค่าสภาพนำไฟฟ้าจะขึ้นอยู่กับค่าของสภาพเคลื่อนไ้ของพาหะเท่านั้น

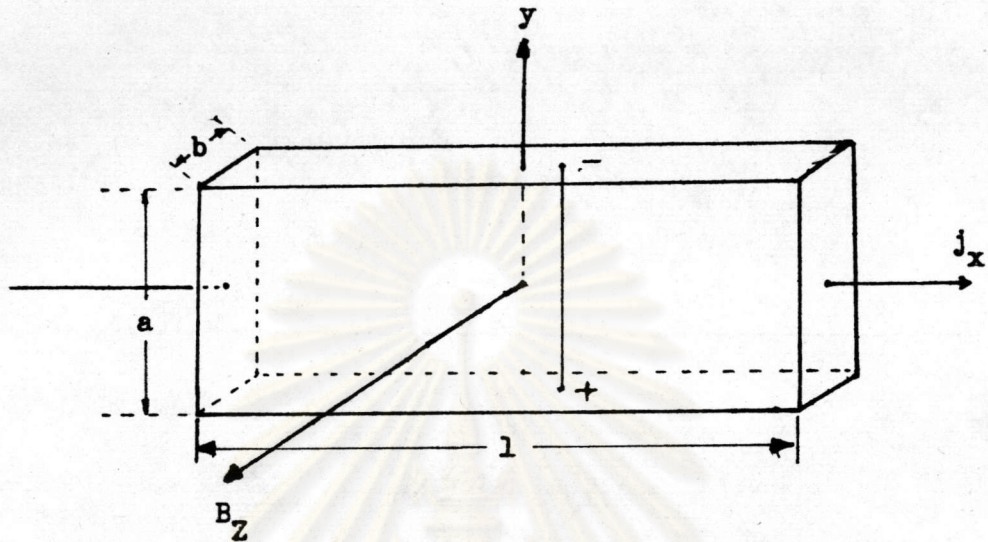
เมื่อพิจารณาค่าสภาพนำไฟฟ้าจากสมการ (1.2.31) จะเห็นได้ว่าขึ้นอยู่กับความหนาแน่นของพาหะ และค่าสภาพเคลื่อนไ้ของพาหะ เราจะเห็นได้ว่าในช่วง อินทรินสิคและในช่วงเอ็กซีทรินสิค ค่าสภาพนำไฟฟ้าจะแปรผันกับเอ็กซีโพเนนเชียลของอุณหภูมิ ส่วนในช่วงเอ็กซีคิอุชันนั้น สภาพนำไฟฟ้าขึ้นอยู่กับค่าสภาพเคลื่อนไ้ นั่นคือ สภาพนำไฟฟ้าจะแปรผันกับกำลังของอุณหภูมิ

#### 1.4 ปรากฏการณ์ฮอลล์ (Hall effect)

ในการศึกษากระบวนการเคลื่อนย้ายในการนำกระแสไฟฟ้ามีความจำเป็นมากที่จะต้องศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์ เพราะจากปรากฏการณ์ฮอลล์ทำให้เราทราบถึง ความหนาแน่นของพาหะ และชนิดของพาหะว่าเป็นอิเล็กตรอนหรือโฮล ศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์ ฝละสภาพนำไฟฟ้าที่อุณหภูมิต่าง ๆ ทำให้ทราบถึงการเปลี่ยนแปลงความหนาแน่นของพาหะ และสภาพมิไ้ของพาหะเปลี่ยนไปกับอุณหภูมิ ซึ่งเป็นประโยชน์อย่างมากต่อการศึกษากระบวนการเคลื่อนย้ายของอิเล็ก

ปรากฏการณ์ฮอลล์เกิดขึ้นเมื่อวางผลึกตัวอย่างไว้ในสนามแม่เหล็ก โดยมีกระแสไฟฟ้าไหลผ่านผลึกตัวอย่างตั้งฉากกับทิศของสนามแม่เหล็ก จะเกิดความต่างศักย์ขึ้นระหว่างด้านทั้งสองของผลึกตัวอย่างในทิศตั้งฉากกับทิศสนามแม่เหล็กและทิศของกระแสไฟฟ้า เมื่อ

ให้กระแสไฟฟ้าไหลในแนวแกน  $x$  สนามแม่เหล็ก ( $B$ ) ในแนวแกน  $z$  จะมีความ  
 ต่างศักย์ในแนวแกน  $y$  ดังรูป (1.4.1)



รูปที่ 1.3 แสดงทิศของสนามไฟฟ้าในแนวแกน  $y$  เมื่อมีกระแส  
 ไหลในแนวแกน  $x$  สนามแม่เหล็กในแนวแกน  $z$  ในกรณีพาหะเป็นโฮล ในชนิดตัวอย่าง  
 ที่มีรูปร่างเป็นรูปสี่เหลี่ยม

ความต่างศักย์ที่เกิดขึ้นเรียกว่าความต่างศักย์ฮอลล์ สนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นเรียกว่า  
 สนามฮอลล์ ในกรณีพาหะมีเพียงชนิดเดียว ให้ประจุ  $q$  วิ่งด้วยความเร็ว  $v_x$  ใน  
 สนามแม่เหล็ก  $B_z$  แรงลอเรนซ์ (Lorentz Force) กระทำต่อประจุคือ

$$F_y = -qv_x B_z \quad (1.4.1)$$

เนื่องจากพาหะไม่มีความเร่งในแนวแกน  $y$  แรงที่กระทำต่อประจุ  $q$  เนื่องจากแรง  
 ลอเรนซ์ต้องหักล้างกับแรงกระทำพาหะเนื่องจากสนามฮอลล์ จะได้ว่า

$$F_y = 0 = q(E_y - v_x B_z) \quad (1.4.2)$$

$E_y$  เป็นสนามฮอลล์ในทิศ  $y$

จากสมการ (1.4.2) จะได้ว่า

$$E_y = v_x B_z \quad (1.4.3)$$

จากความหนาแน่นของกระแส (Current density) ในแนวนอน x เขียนได้เป็น

$$J_x = nqv_x \quad (1.4.4)$$

โดย n คือความหนาแน่นของพาหะแทนสมการ (1.4.4) ลงในสมการ (1.4.3) จะได้

$$E_y = \frac{J_x B_z}{nq} \quad (1.4.5)$$

หรือ

$$R_H = \frac{E_y}{J_x B_z} = \frac{1}{nq} \quad (1.4.6)$$

$R_H$  เรียกว่าสัมประสิทธิ์ของฮอลล์ (Hall coefficient) ในกรณีที่พาหะเป็นอิเล็กตรอน q มีค่าเป็น  $-e$  และพาหะเป็นโฮล q มีค่าเป็น  $+e$  จากสมการ (1.4.6) สัมประสิทธิ์ของฮอลล์ ( $R_H$ ) จะมีค่าเป็นลบเมื่อพาหะเป็นอิเล็กตรอน และมีค่าเป็นบวกเมื่อโฮลเป็นพาหะ

ถ้าสารตัวอย่างเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ดังรูป (1.4.1.) ทน a หน่วยกว้าง a หน่วย เราจะได้ว่าศักดาไฟฟ้า  $V_y$

$$\text{และ} \quad \frac{V_y}{I_x} = \frac{aE_y}{abJ_x} \quad (1.4.7)$$

แทนลงในสมการ (1.4.6) จะได้ว่า

$$R_H = \frac{bV_y}{I_x B_z} = \frac{1}{nq} \quad (1.4.8)$$

โดยการวัด b,  $V_y$ ,  $I_x$  และ  $B_z$  ใช้สมการ (1.4.8) หา  $R_H$  ได้



กระแสไฟฟ้าที่ไหลผ่านผลึกตัวอย่างจะสม่ำเสมอก็ต่อเมื่อผลึกที่ยาวมาก แต่ในทางปฏิบัติในกรณีที่ยืดตัวอย่าง เป็นสารกึ่งตัวนำหรือสารกึ่งตัวนำที่มีค่าสภาพนำไฟฟ้าสูง ถ้าความยาวของผลึกมากกว่าความกว้าง 4 เท่าขึ้นไป พบว่าความคลาดเคลื่อนเนื่องจากในกรณีนั้นน้อยมาก

สำหรับการศึกษาปรากฏการณ์ฮอลล์ในสารกึ่งตัวนำช่วงอินทรีนสิก ในช่วงนี้จะมีพาหะสองชนิดคืออิเล็กตรอนในแถบนำและโฮลในแถบวาเลนซ์ ค่าสภาพนำไฟฟ้าสามารถเขียนได้ในรูปสมการ

$$\sigma = ne\mu_n + pe\mu_p \quad (1.4.9)$$

$\mu_n$  คือสภาพเคลื่อนไ้ของอิเล็กตรอนในแถบนำ

$\mu_p$  คือสภาพเคลื่อนไ้ของโฮลในแถบวาเลนซ์

สัมประสิทธิ์ของฮอลล์เขียนได้ในรูปสมการ

$$R_H = \frac{bV_H}{B \times I} = - \frac{n\mu_n^2 - p\mu_p^2}{e(n\mu_n + p\mu_p)^2} \quad (1.4.10)$$

ในช่วงอุณหภูมิสูงมาก ๆ เราประมาณได้ว่าจำนวนอิเล็กตรอนเท่ากับจำนวนโฮลคือ

$$n = p = n_i$$

เมื่อ  $n_i$  เป็นความหนาแน่นของพาหะ  $n_i^2 = np$  สมการ (1.4.9)

และสมการ (1.4.10) เขียนได้เป็น

$$\sigma = n_i e (\mu_n + \mu_p) \quad (1.4.11)$$

$$\text{และ } R_H = - \frac{1}{en_i} \left( \frac{\mu_n - \mu_p}{\mu_n + \mu_p} \right) \quad (1.4.12)$$

ในกรณีที่อุณหภูมิต่ำมาก จากสมการ (1.4.9) และสมการ (1.4.10) ได้  
ความสัมพันธ์สภาพเคลื่อนไ้ของฮอลล์  $\mu_H$  (Hall mobility) คือ

$$\mu_H = \left| R_H \right| \sigma = \frac{n \mu_n^2 - p \mu_p^2}{n \mu_n + p \mu_p} \quad (1.4.13)$$

ในกรณีที่อุณหภูมิต่ำจากสมการที่ (1.4.11) และ (1.4.12) จะได้ว่า

$$\mu_H = (\mu_n - \mu_p) \quad (1.4.14)$$

สังเกตได้ว่าในสมการ (1.4.10) ถ้า  $n$  หรือ  $p$  ตัวหนึ่งตัวใดเป็นศูนย์  
ก็จะกลับเป็นสมการ (1.4.8) ในสมการ (1.4.13) และ (1.4.14) ถ้า  $\mu_n$   
หรือ  $\mu_p$  ตัวใดตัวหนึ่งไม่มีค่า  $\mu_H$  จะมีค่าเท่ากับ  $\mu_p$  หรือ  $\mu_n$  ในช่วงอุณหภูมิต่ำ  
สูงมากกว่า และ  $R_H$  ขึ้นอยู่กับค่า  $n_i \mu_n$  และ  $\mu_p$  ซึ่ง  $n_i$  เปลี่ยนกับ  
อุณหภูมิมากกว่า  $\mu_n$  และ  $\mu_p$  กล่าวคือ ค่า  $n_i$  แปรผันกับเอ็กซ์โพเนนเชียลของ  
อุณหภูมิตั้งนั้นในช่วงอินทรีนคิกค่าสภาพนำไฟฟ้าและสัมประสิทธิ์ของฮอลล์แปรผันกับ  
เอ็กซ์โพเนนเชียลของอุณหภูมิต่ำ

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย