บรรณานุกรม

Luh, J. Y. S., Walker, M. W. and Paul, R. P. C., On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulations. A.S.M.E. J. Dyn. Syst. Meas. Contr.,102(1980a).

Luh, J. Y. S., Walker, M. W. and Paul, R. P. C., Resolved Acceleration Control of Mechanical Manipulations. IE.E.E. Trans. Automatic Control,25, 3 (1980b).

Raibert, M. H. and Craig J. J., Hybrid Position/Force Control of Manipulators. J. Dyn. Syst. Meas. Contr., 102(1981).

Asada, H. and Slotine, J. J. E., Robot Analysis And Control., John Wiley & Sons., Inc.,1986.

Lewis, F. L., Abdallah, C. T. and Dawson D. M., Control of Robot Manipulators., Macmillan,Inc.,1993.

Yoshikawa, T. and Sudou A., Dynamic Hybrid Position/Force Control of Robot Manipulator—On-Line Estimation of Unknown Constraint., IE.E.E. Trans. on Robotics and automation, vol. 9, April, 1993.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก

เครื่องมือและอุปกรณ์

อุปกรณ์และเครื่องมือในการทดลองนั้นประกอบไปด้วยส่วนต่างๆ ดังนี้

1. D.C motor

มอเตอร์ที่ใช้เป็นแบบแม่เหล็กถาวร (permanent magnet) ของบริษัท Electro - Craft

ข้อต่อที่ 1 ใช้มอเตอร์ Serial NO. 0643-33-004

ข้อต่อที่ 2 ใช้มอเตอร์ Serial NO. 0643-33-004

ข้อต่อที่ 3 ใช้มอเตอร์ Serial NO. 0588-33-500

ข้อต่อที่ 4 ใช้มอเตอร์ Serial NO. 0588-33-500

ข้อต่อที่ 5 ใช้มอเตอร์ Serial NO. 0552-10-500

2. Tachometer

เทคโคมิเตอร์เป็นอุปกรณ์วัดความเร็วที่ให้ output ออกมาเป็นสัญญาณ analog โดยระดับศักย์ดาไฟฟ้าที่ได้จะแปรผันตรงกับความเร็วของมอเตอร์ และในการทดลองเทคโคมิเตอร์ที่ใช้วัดความเร็วนี้ จะติดมากับมอร์เตอร์ของแต่ละข้อต่อของแขนกล

3. Encoder

เอนโคดเดอร์ เป็นอุปกรณ์วัดตำแหน่งที่ให้ output ออกมาเป็นสัญญาณ digital โดยจะส่งสัญญาณออกมาเป็นพัลส์ 2 ช่องและสัญญาณของแต่ละช่องจะมีมุมเฟสต่างกัน 90 องศา เพื่อใช้ในการตรวจเช็คทิศทาง ส่วนความระเอียดของเอนโคดเดอร์ นั้นขึ้นอยู่กับจำนวนพัลส์ต่อรอบของเอนโคดเดอร์ เช่น 1,000 พัลส์ ต่อรอบ หมายความว่า เอนโคดเดอร์ นี้สามารถวัดได้ระเอียดถึง หนึ่งในพันของรอบ คือ 0.36 องศา

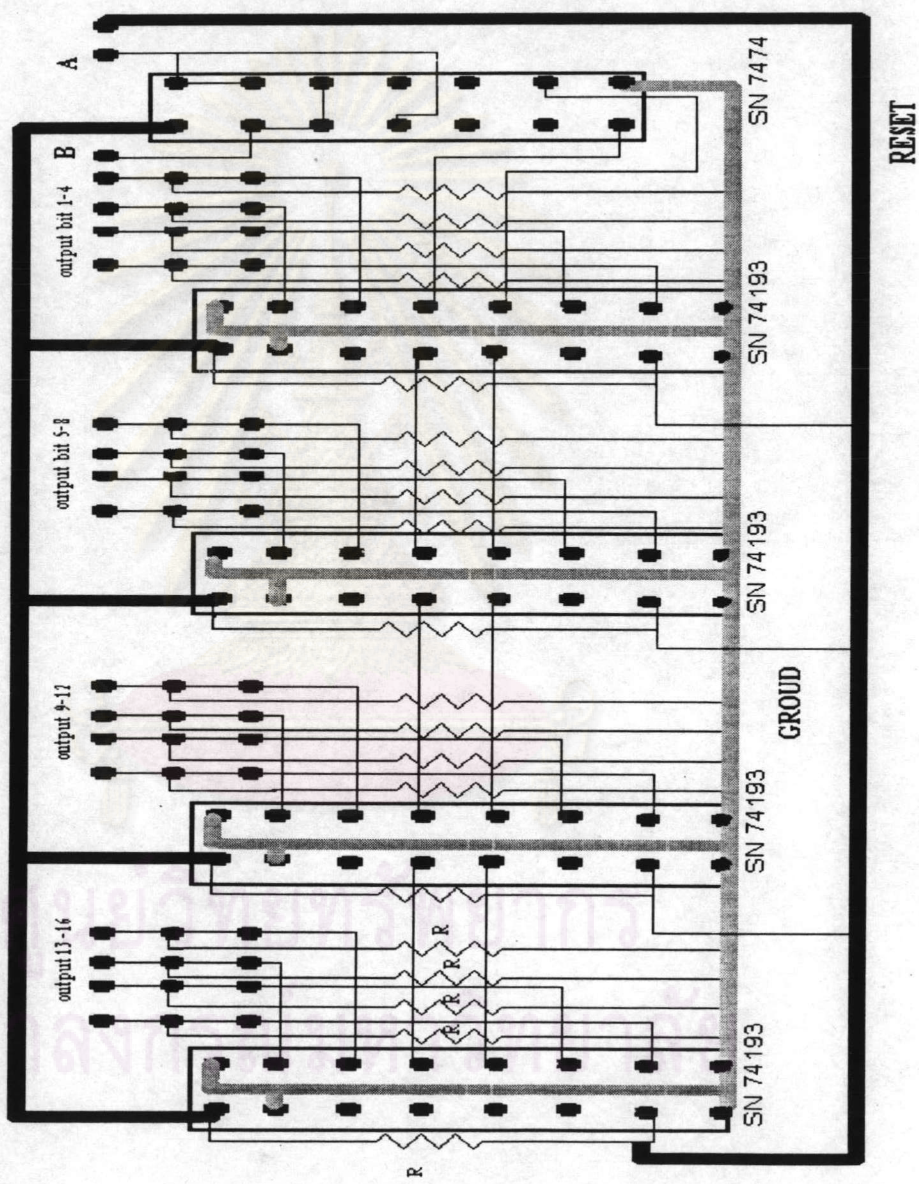
ข้อต่อที่ 1 และข้อต่อที่ 3 ใช้เอนโคดเดอร์ ยี่ห้อ SUMTEX ความระเอียด 2048 P/rev ข้อต่อที่ 2 ข้อต่อที่ 4 และข้อต่อที่ 5 ใช้เอนโคดเดอร์ยี่ห้อ RENCO ความระเอียด 1000 P/rev

4. Power Amplify

แอมปลิไฟ เป็นอุปกรณ์ที่ใช้ขับมอเตอร์กระแสตรง ในการทดลองจะใช้ แอมปลิไฟรุ่น La 5600 ทั้ง 5 ข้อต่อ ของบริษัท Electro Craft ซึ่งสามารถทำงานได้ทั้งโมดควบคุมแบบโวล์ท และโมดควบคุมแบบกระแส

5. วงจร Decoder

ดีโคดเดอร์ ที่ใช้ในการทดลองจะรับสัญญาณจากเอนโคดเดอร์ และใช้ D-FLIPFLOP 2 ตัว ทำหน้าที่ตรวจทิศทางการหมุนของมอเตอร์ จากนั้นส่งสัญญาณที่ได้เข้าวงจรนับ นับจำนวนพัลส์ก็จะทำให้ทราบตำแหน่งของแขนกลได้



รูปที่ ก.1 วงจร Decoder

6. การ์ด ติดต่อระหว่างคอมพิวเตอร์และอุปกรณ์ภายนอก

6.1 การ์ด PCLab 812 เป็นการ์ดรับส่งข้อมูล (DATA ACQUISITION) ซึ่งประกอบไปด้วย

ช่องส่งสัญญาณแบบ analog (D/A) 16 ช่อง

ช่องรับสัญญาณแบบ analog (A/D) 2 ช่อง

ช่องรับส่งสัญญาณแบบ Digital (I/O) ขนาด 16 bit 2 ชุด

6.2 การ์ด ET-PC 8255 เป็นการ์ดรับส่งสัญญาณแบบ Digital (I/O) ขนาด 24 bit 2 ชุด

6.3 การ์ด METABYTE

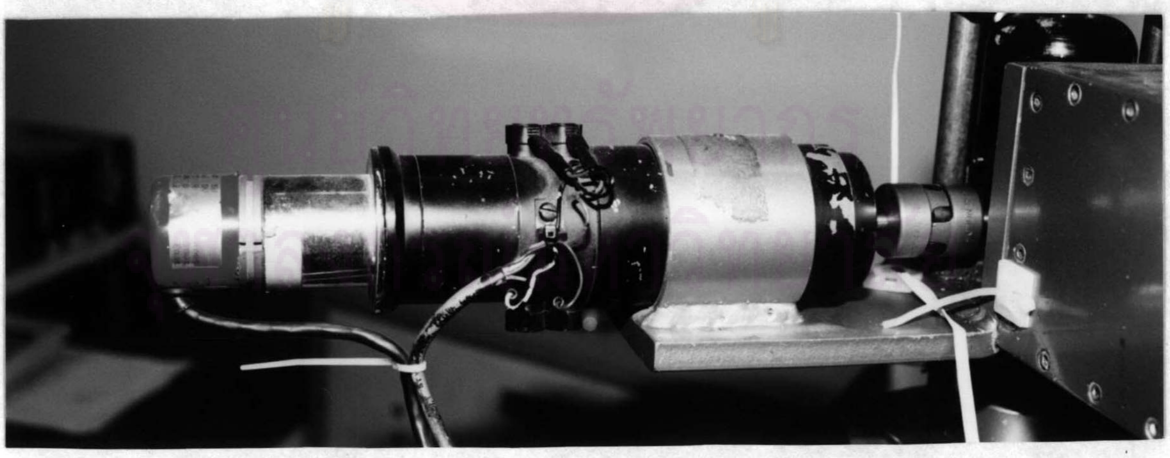
เป็นการ์ดส่งสัญญาณแบบ analog (D/A) ขนาด 6 ช่อง

และรับส่งสัญญาณแบบ Digital (I/O) ขนาด 24 bit 1 ชุด

6.4 JR 3 DSP based Force Sensor Receiver card

เป็นการ์ดซึ่งรับสัญญาณมาจากอุปกรณ์วัดแรง (force sensor) สามารถรับสัญญาณของแรง และโมเมนต์ที่ส่งมาจาก อุปกรณ์วัดแรงได้

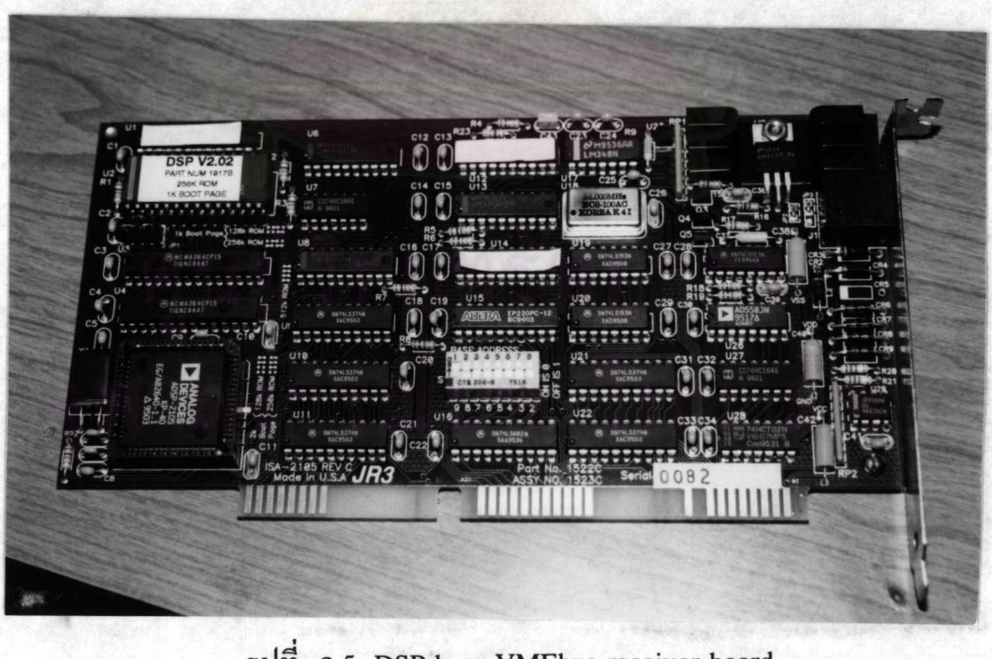
รูปที่ ก.2 หุ่นยนต์ จุฬา 2
(เพิ่มข้อต่อที่ 4 และ ข้อต่อที่ 5 พร้อมติดตั้ง อุปกรณ์วัดแรง)



รูปที่ ก.3 มอเตอร์, เทคโคมิเตอร์ และ เอนโคดเดอร์

รูปที่ ก.4 อุปกรณ์วัดแรง (Force Sensor)

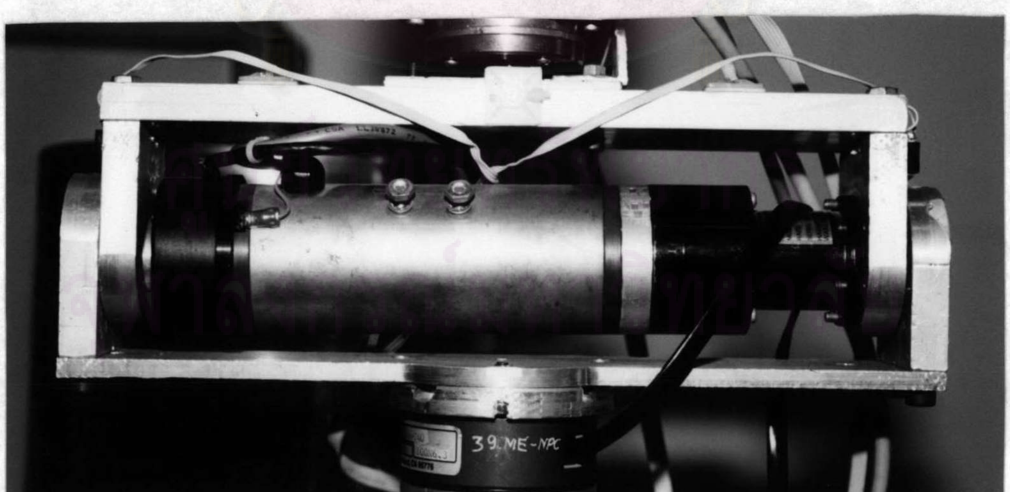
JR3 (model 67M25A-I40)



รูปที่ ก.5 DSP-base VMEbus receiver board

(การ์ดรับสัญญาณจาก force sensor)

รูปที่ ก.6 แสดงข้อต่อที่ 4

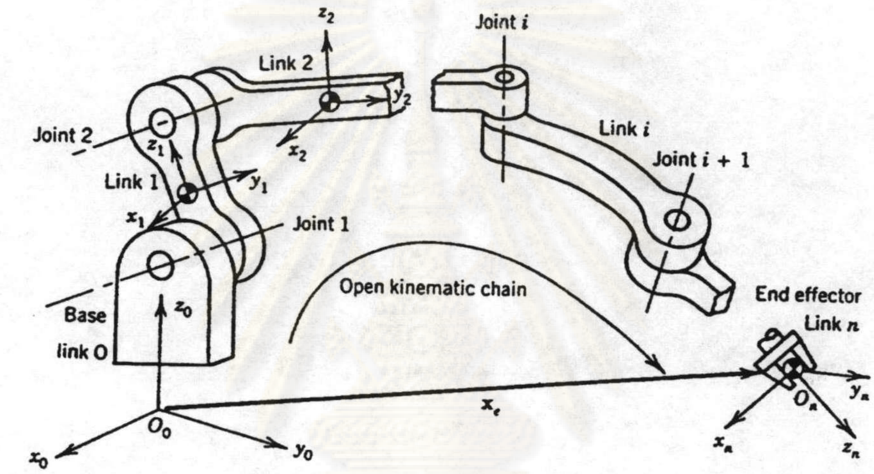


รูปที่ ก.7 แสดงข้อต่อที่ 5

ภาคผนวก ข

คิเนเมติกของแขนกล (kinematic modeling of a manipulator arm)

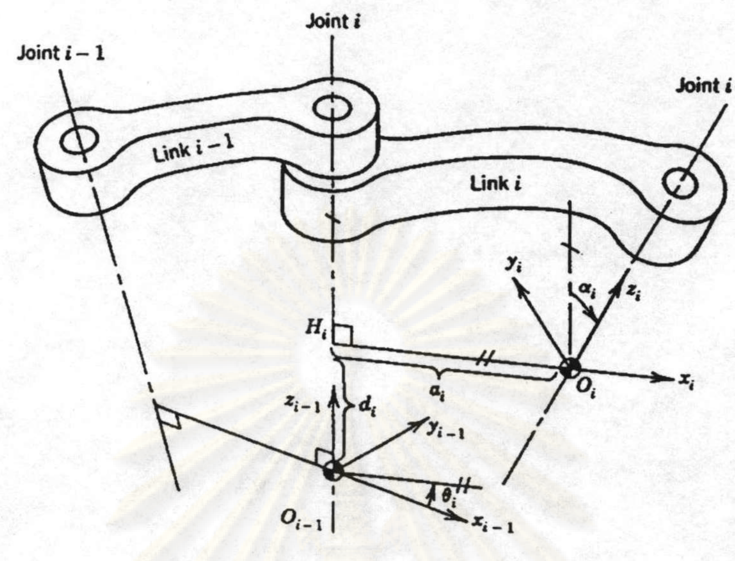
โดยทั่วไปแล้วแขนกลจะประกอบไปด้วยวัตถุแกร่งยึดต่อกันแบบอนุกรม (serial linkage of rigid bodies) หรือเรียกว่า open kinematic chain ซึ่งแขนกลในอุตสาหกรรมจะเป็นแบบ open kinematic chain ทั้งสิ้น



รูปที่ ข.1 แสดง open kinematic chain

เนื่องจากงานของแขนกลจะเกี่ยวข้องกับปลายแขนกลเป็นส่วนใหญ่ฉะนั้นเราจะวิเคราะห์ ถึงการเคลื่อนที่ของปลายแขนกลที่ link สุดท้าย

จากรูป ตั้งเฟรม $\mathrm{o_n - x_n y_n z_n}$ ไว้ที่ปลายแขนกล และเฟรม $o_0 - x_0 y_0 z_0$ ไว้ที่ฐานของแขนกล และการเคลื่อนที่ของปลายแขนกลจะเกิดจากการเคลื่อนที่ของ link ต่าง ๆ ระหว่าง link แรกและปลายแขนกล ฉะนั้นตำแหน่ง และ orientation ของปลายแขนกล สามารถวิเคราะห์ได้จาก ตำแหน่ง และ orientation ของแต่ละ link ที่เรียงต่อกันแบบอนุกรม ฉะนั้นให้ $\mathrm{o_i - x_i y_i z_i}$ เป็นเฟรมที่ i ของแต่ละ link และใช้ homogeneous transformation จาก link สุดท้ายย้อนกลับมา link แรกก็จะหา ตำแหน่ง และ orientation vector ของปลายแขนกล เทียบกับเฟรมศูนย์ได้



รูปที่ ข.2 แสดงการตั้งเฟรมตามวิธี Denavit-Hartenberg

จากรูป เป็นการตั้งเฟรมบน link ต่าง ๆ ของแขนกลโดยใช้วิธีของ Denavit-Hartenberg ดังนี้

จุด origin ของเฟรมที่ $i^{th}(o_i)$ จะอยู่บนจุดตัดระหว่าง joint i+1 กับเส้นตั้งฉากระหว่าง joint i กับ joint i+1

แกน x_i จะอยู่บน joint i+1

แกน y_i จะอยู่บนเส้นตั้งฉากระหว่าง joint i กับ joint i+1

แกน z_i จะเป็นไปตามกฎมือขวา

a_i คือความยาวของเส้นตั้งฉากระหว่าง z_{i-1} กับ z_i

d_i คือ ระยะระหว่าง x_{i-1} กับ x_i ตามแนวแกน z_{i-1}

α_i คือ มุมระหว่าง z_{i-1} กับ z_i วัดรอบแกน x_i ตามกฎมือขวา

θ_i คือ มุมระหว่าง x_{i-1} กับ x_i วัดรอบแกน z_{i-1} ตามกฎมือขวา

พารามิเตอร์ a_i และ α_i จะเป็นค่าคงที่

d_i และ θ_i จะเป็นตัวแปรขึ้นกับชนิดของ joint

ในระบบแขนกล สามารถแบ่งชนิดของ joint ได้ 2 ประเภท คือ

1. revolute joint คือ joint ซึ่งมี link ที่ติดต่อกันเคลื่อนที่แบบเชิงมุม หมุนรอบ joint นั้น ๆ ด้วยพารามิเตอร์ θ_i

2.prismatic joint คือ joint ซึ่งมี link ที่ติดกันเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นตามแนวแกนของ joint นั้น ๆ ด้วยพารามิเตอร์ d_i

จากรูป สามารถหา homogeneous transformation matrix จากเฟรม $o_i - x_i y_i z_i$ มายังเฟรม $h_i - x_i y_i z_i$ ได้โดย

$$A_i^h = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & \cos\alpha_i & -\sin\alpha_i & 0 \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ในทำนองเดียวกันจากเฟรม h_i ไปยังเฟรม o_{i-1} จะได้

$$A_h^0 = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i & 0 & 0 \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

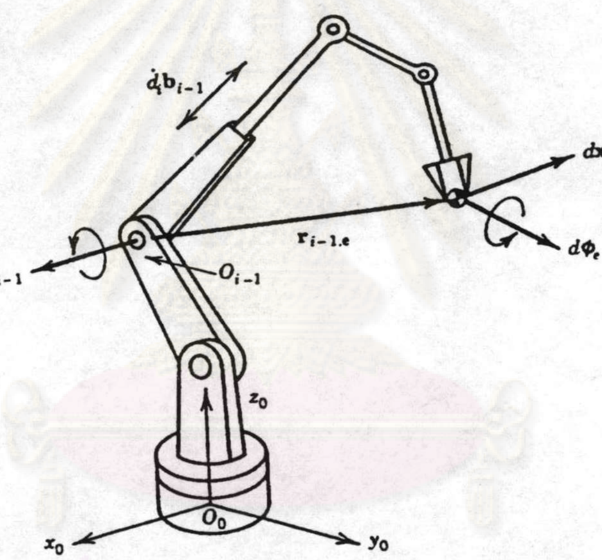
ฉะนั้น สามารถหา Homogeneous transformation ระหว่าง link ที่ติดกันได้ดังนี้

$$A_i^{i-1} = A_h^{i-1} A_i^h$$

$$A_i^{i-1} = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\theta_i \\ 0 & 0 & -\sin\alpha_i & \cos\alpha_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

การคำนวณ Jacobian ของแขนกล

ในการคำนวณหาค่า Jacobian ของแขนกลนั้น จะพิจารณาการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นเป็นระยะทางเล็ก ๆ และการหมุนแบบเชิงมุมเป็นมุมเล็ก ๆ ของปลายแขนกล



รูปที่ ข.3 แสดงการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นและเชิงมุมเป็นระยะทางเล็ก ๆ ของปลายแขนกล

จากรูป vector dx_e แทนการเคลื่อนที่แบบเชิงเส้นเป็นระยะทางเล็ก ๆ ของปลายแขนกล vector $d\phi_e$ แทนการหมุนเป็นมุมเล็ก ๆ ของปลายแขนกล โดยทั้ง dx_e และ $d\phi_e$ เขียนเทียบกับ base frame ซึ่งสามารถเขียนอยู่ในรูปเมตริก ขนาด 6x1 ได้

$$dP = \begin{bmatrix} dx_e \\ d\phi_e \end{bmatrix}_{6x1}$$

หารสมการนี้ด้วยเวลาเล็กๆ dt จะได้ความเร็วเชิงเส้นและเชิงมุมของปลายแขนกล

$$\dot{P} = \begin{bmatrix} v_e \\ \omega_e \end{bmatrix}$$

ซึ่งความเร็วของปลายแขนปลายแขนกลนี้ สามารถเขียนอยู่ ในรูปความเร็วของแต่ละ joint ของแขนกลได้

$$\dot{p} = \dot{J}\dot{q}$$

โดย

$$\dot{q} = \left[\dot{q}_1 \quad .... \quad \dot{q}_n\right]^T \qquad ;\dot{q} \ = \text{joint velocity}$$

$$J = \begin{bmatrix} J_{L1}, J_{L2}, ..., J_{Ln} \\ J_{A1}, J_{A2}, ..., J_{An} \end{bmatrix}$$

J_{Li}, J_{Ai} เป็น 3x1 column vector ของ Jacobian Matrix เราสามารถเขียนความเร็วเชิงเส้นของปลายแขนกลได้

$$v_e = J_{L1}\dot{q}_1 +, ..., + J_{Ln}\dot{q}_n$$

และสามารถเขียนความเร็วเชิงมุมของปลายแขนกลกล

$$\omega_e = J_{A1}\dot{q}_1 +, ..., + J_{An}\dot{q}_n$$

กรณีที่เป็น prismatic joint จะทำให้ ปลายแขนกล เคลื่อนที่เป็นแบบเชิงเส้นเท่านั้น ให้ b_{i-1} เป็นเวคเตอร์หนึ่งหน่วย ชี้ไปในทิศทางแกนของ joint i และ d_i เป็นความเร็วของ joint

จะได้

$$J_{Li}\dot{q}_i = b_{i-1}d_i$$

$$\therefore \qquad J_{Li} = b_{i-1\,Li}$$

ส่วน $\qquad \omega_e = 0$

$$\therefore \qquad J_{Ai} = 0$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{i-1} \\ 0 \end{bmatrix}$$

กรณีที่เป็น revolute joint จะทำให้ ปลายแขนกล เคลื่อนที่แบบเชิงเส้นและแบบเชิงมุม โดยมีความเร็วเชิงมุม

$$\omega_i = J_{Ai}q_i$$

$$= b_{i-1}q_i$$

ให้ $r_{i-1.e}$ เป็นเวคเตอร์ตำแหน่ง จากจุดกำเนิด o_{i-1} ไปยังปลายแขนกล ฉะนั้นความเร็วเชิงเส้นของ ปลายแขนกล

$$v_e = J_{Li}\dot{q}_i$$

$$= \omega_i \times r_{i-1.e}$$

จะได้

$$\begin{bmatrix} J_{Li} \\ J_{Ai} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_{i-1} \times r_{i-1.e} \\ b_{i-1} \end{bmatrix}$$

โดยค่าของเวคเตอร์ b_{i-1} สามารถหาได้จาก

$$b_{i-1} = R_1^0(q_1)R_2^1(q_2)......R_{i-1}^{i-2}(q_{i-1})\overline{b}$$

ส่วนเวคเตอร์ $r_{i-1.e}$ สามารถหาได้จาก

$$\overline{x} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T$$

$$x_{i-1.e} = A_1^0(q_1)....A_n^{n-1}(q_n)\overline{x} - A_1^0(q_1)....A_{i-1}^{i-2}(q_{i-1})\overline{x}$$

โดย

$$\begin{bmatrix} r_{i-1.e} & 1 \end{bmatrix}^T = x_{i-1.e}$$

พลศาสตร์ของแขนกล (Dynamics of Manipulator)

พลศาสตร์ของแขนกลนั้น เป็นการแสดงถึงความสัมพันธ์ของ joint torque ที่กระทำต่อ link มีผลให้แขนกลนั้นเคลื่อนที่ ซึ่งสามารถแสดงอยู่ในรูปสมการอนุพันธ์ (Differential Equation) เรียกว่า Equation of Motion สามารถหาได้ 2 วิธี คือ

1. Newton-Euler 's formulation

เป็นวิธีที่ใช้กฎข้อที่ 2 ของนิวตัน (Newton's second law of motion) ในการหา ซึ่งแสดงถึงพลศาสตร์ของระบบในรูปของแรง (force) และโมเมนตัม (Momentum) เพื่อพยายาม หาความสัมพันธ์ของ joint torque กับการเคลื่อนที่ของแขนกลในรูปของ joint displacement

2. Lagrangian formulation

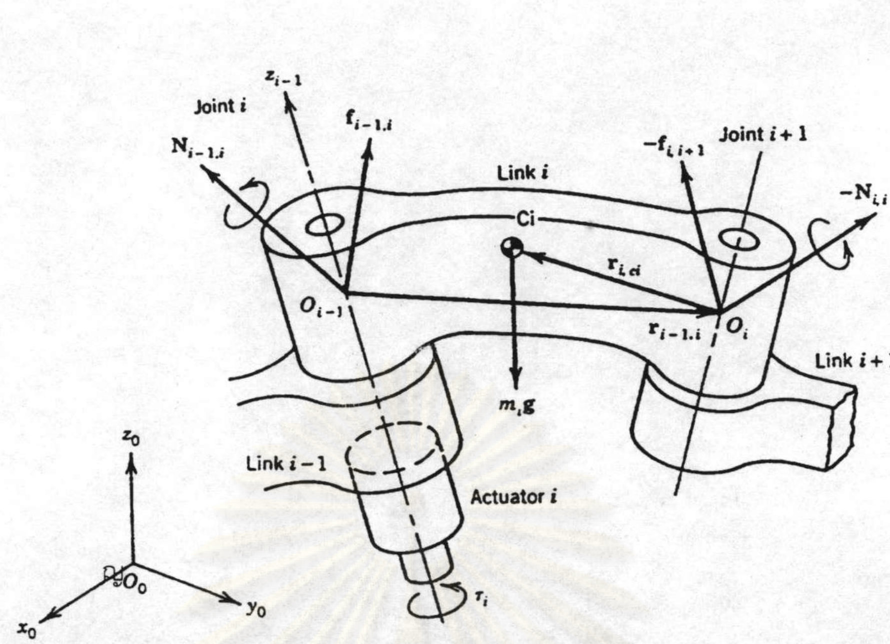
เป็นวิธีที่แสดงถึงพลศาสตร์ของระบบในรูปของงาน (work) และพลังงาน (Energy) และใช้ generalized coordinates ซึ่ง Equation of motion ที่ได้จะอยู่ในรูป close-form ที่แสดงความสัมพันธ์ของ joint torque และ joint displacement

แต่ในที่นี้จะใช้วิธีการของ Newton-Euler formulation ในการหา Equation of motion เนื่องจากลักษณะของสมการจะเหมาะสำหรับการเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์มากกว่า จากนั้นเป็นการแก้ปัญหา inverse dynamics เพื่อที่จะหา input joint torque ที่เหมาะสมเพื่อทำให้ output เป็นไปตามที่ต้องการ

Newton-Euler Formulation of Equation of Motion

เราจะหา Equation of motion ของแขนกลที่ link i ใด ๆ โดยพิจารณาการเคลื่อนที่ของ link ใน 2 ลักษณะคือ

1. แบบเชิงเส้นรอบจุดศูนย์กลางมวล (centriod) หรือเรียกว่า Newton's equation of motion for a mass particle



รูปที่ ข.4 แสดง free body diagram ของข้อต่อแขนกล

พิจารณา free body diagram ของ link ซึ่งแสดงถึงแรงและโมเมนต์ ที่กระทำต่อ link และ v_{ci} เป็นความเร็วเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลของ link i, m_i เป็นมวลของ link i, $\dot{v}_{ci}$ เป็นความเร่งเชิงเส้นของจุดศูนย์กลางมวลฉะนั้นหา Equation of motion ได้ คือ

$$f_{i-1,i} - f_{i,+i+1} + m_i g = m_i \dot{v}_{ci} \qquad i = 1,2 \_\_\_ n$$

2.แบบเชิงมุมหมุนรอบจุดศูนย์กลางมวลหรือเรียกว่า Euler's equation of motion ในกรณีการเคลื่อนที่แบบเชิงมุม เราจะแทนคุณสมบัติของมวลด้วย inertia tensor ซึ่งนิยามด้วย เมตริคสมมาตรขนาด 3x3

$$I = \begin{bmatrix} \int\{(y-y_c)^2+(z-z_c)^2)\}\rho dV & -\int(x-x_c)(y-y_c)\rho dV & -\int(z-z_c)(x-x_c)\rho dV \\ -\int(x-x_c)(y-y_c)\rho dV & \int\{(y-y_c)^2+(z-z_c)^2)\}\rho dV & -\int(y-y_c)(z-z_c)\rho dV \\ -\int(z-z_c)(x-x_c)\rho dV & -\int(y-y_c)(z-z_c)\rho dV & \int\{(y-y_c)^2+(z-z_c)^2)\}\rho dV \end{bmatrix}$$

โดย ρ คือความหนาแน่น,

$(x^c, y^c, z^c$ เป็นจุดศูนย์กลางมวลของ link ฉะนั้นสามารถหา Equation of motion ได้ คือ

$$N_{i-1,i} - N_{i,i+1} + r_{r,ci} \times f_{i,i+1} - r_{i-1,ci} \times f_{i-1,i} = I_i \dot{\omega}_i + \omega_i \times (I_i \omega_i)$$

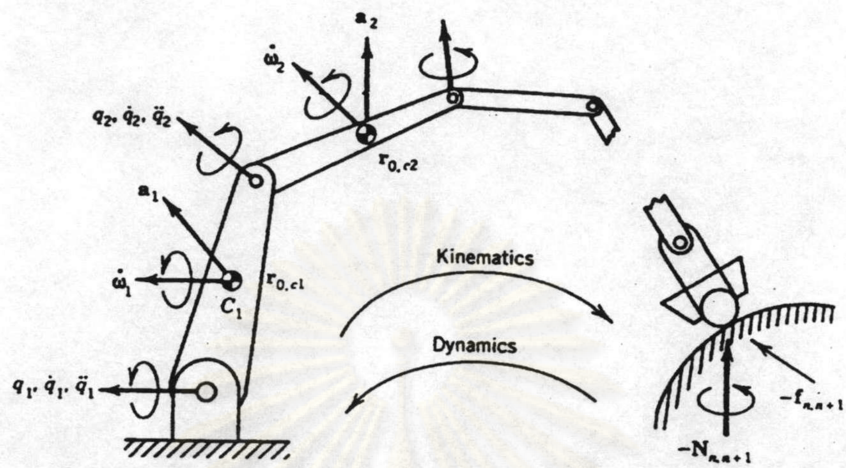
Inverse Dynamics

โดยปกติแล้วไดนามิคส์ของแขนกลนั้น จะเป็นระบบแบบไม่เชิงเส้น ฉะนั้นในการควบคุมแขนกล เพื่อให้เคลื่อนที่ไปตามที่ต้องการจำเป็นต้องคำนวณแรง และแรงบิด เพื่อใช้ขับข้อต่อ ของแขนกล และด้วยความถี่ที่เพียงพอ พิจารณา closed-form dynamic Equation

$$\tau_i = \sum_{j=1}^{n} I_{ij} \ddot{q}_j + \sum_{j=i}^{n} \sum_{k=1}^{n} h_{ijk} \dot{q}_j \dot{q}_k + G_i ; i = 1,2,3,..,n$$

จากสมการสัมประสิทธิ์ I_{ij}, h_{ijk}, G_i ล้วนแต่เป็นตัวแปรที่ขึ้นอยู่กับรูปร่างของแขนกลที่ขณะใด ๆ ซึ่งการคำนวณหาค่าพจน์ต่าง ๆ ดังกล่าวนี้ต้องใช้เวลามากถึง $O(n^4)$ แต่ในที่นี้จะใช้วิธีของ Newton-Euler ซึ่งจะทำให้ค่าของพจน์ต่าง ๆ ที่กล่าวมา ไม่ขึ้นกับรูปร่างของแขนกลที่ขณะใด ๆ โดยคำนวณแรงและแรงบิดจาก ไดนามิกส์ของแต่ละ link เทียบกับเฟรมของ link นั้น ๆ ซึ่งจะทำให้เวลาในการคำนวณลดลงได้ จนเป็น $O(n)$ หรือแปรผันตรงกับจำนวน link ของแขนกล

Recursive computation of kinematic and dynamic equations



รูปที่ ข.5 แสดงการคำนวนสมการ Kinematic และ Dynamic ด้วยวิธี Recursive Computation

พิจารณารูป ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ด้วย joint displacement q_i, joint velocity $\dot{q}_i$ joint acceleration $\ddot{q}_i$ ซึ่งทำให้เราสามารถหาความเร็วเชิงเส้น v_{ci} ความเร็วเชิงมุม ω_i ความเร่งเชิงเส้น a_{ci} และความเร่งเชิงมุม $\dot{\omega}_i$ ของจุด centroid c_i ของแต่ละ link ได้

จากนั้นใช้ Newton-Euler Equation คำนวณหาค่า joint Torque ของแต่ละ joint โดยเริ่มจาก link สุดท้ายย้อนกลับไป link ศูนย์ ซึ่งขั้นตอนการคำนวณนี้จะใช้วิธีของ Luh-Walker-paul's Algorithm (Recursive Computation of Kinematic and Dynamic Equation)

เนื่องจากเรามี link อยู่ 2 ชนิด ฉนั้นความเร็วและความเร่งของแต่ละ link ของแขนกล จึงขึ้นอยู่กับชนิดของ link และในที่นี้จะเขียนความเร็วและความเร่งของ link ใด ๆ เทียบกับ link นั้น ๆ

Kinematic of the link

$${}^{i+1}\omega_{i+1} = R_i^{i+1}({}^{i}\omega_i + b_0\dot{q}_i) \qquad \text{; for Revolute joint}$$

$$= R^{i+1}{}_i{}^{i}\omega_i \qquad \text{; for Prismatic joint}$$

$${}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} = R_i^{i+1}[({}^{i}\dot{\omega}_i + b_0\ddot{q}_{i+1} + {}^{i}\omega_i \times (b_0\dot{q}_{i+1})] \qquad \text{; for Revolute joint}$$

$$= R^{i+1}{}_i{}^{i}\dot{\omega}_i \qquad \text{;for Prismatic joint}$$

$${}^{i+1}v_{i+1} = {}^{i+1}\omega_{i+1} \times (R_i^{i+1}r_{i,i+1}) + R_i^{i+1}v_{i,i+1} \qquad \text{;for Revolute joint}$$

$$= R_i^{i+1}(b_0\dot{q}_{i+1} + {}^{i}v_i) + {}^{i+1}w_{i+1} \times R_i^{i+1}r_{i\,i+1} \qquad \text{;for Prismatic joint}$$

$${}^{i+1}A_{i+1} = {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times (R_i^{i+1}r_{i,i+1}) + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times ({}^{i+1}\omega_{i+1} \times R_i^{i+1}r_{i,i+1}) + R_i^{i+1}A_i \qquad \text{;for Revolute joint}$$

$${}^{i+1}A_{i+1} = R_i^{i+1}(b_0\ddot{q}_{i+1} + {}^{i}A_i) + {}^{i+1}\dot{\omega}_{i+1} \times R_i^{i+1}r_{i,i+1} + 2\,{}^{i+1}\omega_{i+1} \times R_i^{i+1}b_0\dot{q}_{i+1} + {}^{i+1}\omega_{i+1} \times ({}^{i+1}\omega_{i+1} \times R_i^{i+1}r_{i,i+1})$$

; for Prismatic joint

ประวัติผู้เขียน

นาย ไพรัช ตั้งพรประเสริฐ เกิดเมื่อวันที่ 11 มีนาคม พ.ศ. 2510 ที่อำเภอบ้านโป่ง จังหวัดราชบุรี สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีวิศวกรรมศาสตร์บัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2531 จากนั้นได้เข้าทำงานที่บริษัท คลอเกต ปาล์มโอลีฟ (ประเทศไทย) จำกัด เป็นเวลา 1 ปี จากนั้นได้ไปทำงานที่บริษัท เอ.เค.แพค แอนด์ แมซชีนเนอรี่ จำกัด เป็นเวลา 3 ปี จึงได้เข้าทำการศึกษาต่อในหลักสูตรวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีพ.ศ.2536