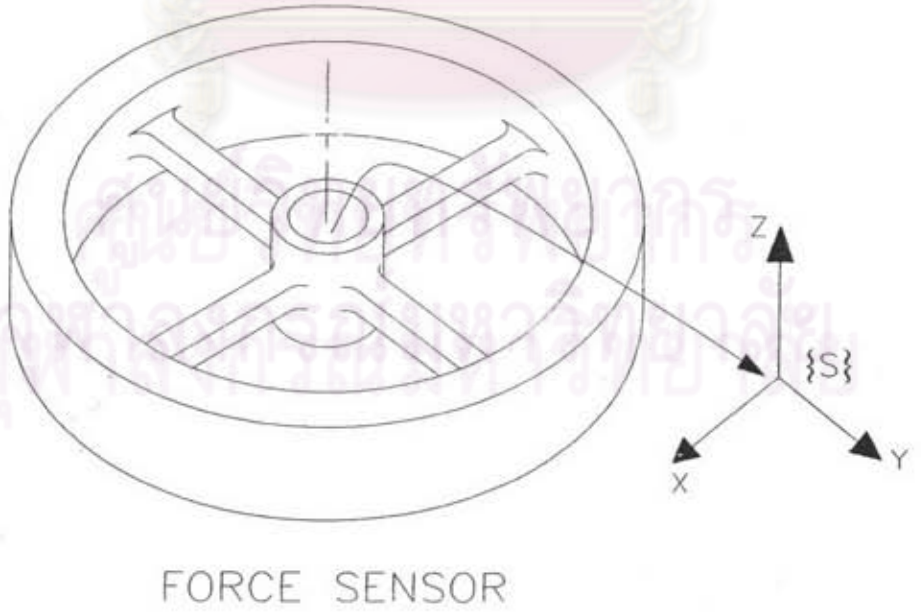
บทที่ 4

การวิเคราะห์การเกิดความเครียดโดยวิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรม

ลักษณะรูปร่างของอุปกรณ์วัดแรงที่ใช้ในการทำการวิจัยมีลักษณะคล้ายไม้กางเขนตามรูปที่ 4.1 โดยแกนของโครงสร้างจะมีหน้าที่ในการรับแรงและโมเมนต์ที่กระทำในทิศทางแกน X Y และ Z ในการออกแบบโครงสร้างลักษณะแบบนี้จะทำให้แกนของโครงสร้างเฉพาะด้านที่อยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทางของแนวแรงเท่านั้นที่เกิดการเปลี่ยนแปลงความเค้นและความเครียดมากที่สุดและจะถูกตรวจวัดโดยเสตรนเกจ ที่จะติดตั้งในตำแหน่งนั้นๆ

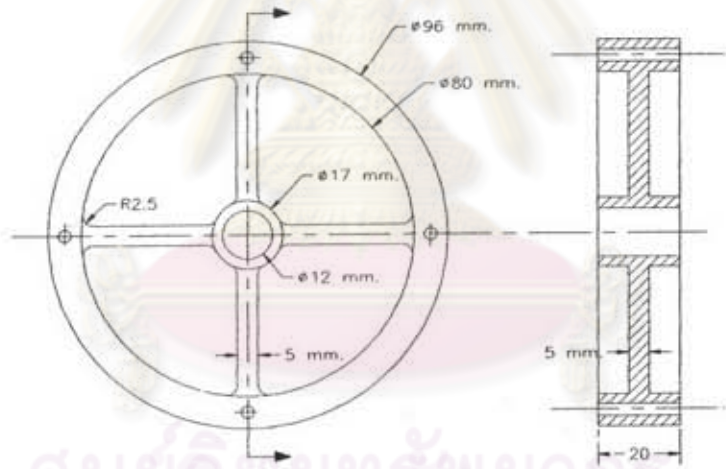
ในการวิเคราะห์เพื่อหาค่าความเค้นและความเครียดของตัวอุปกรณ์เมื่อมีแรงและโมเมนท์มากระทำในทิศทางต่างๆกัน โดยวิธีการวิเคราะห์(analytic method) เพื่อหาผลเฉลยแม่นตรง (exact solution) ทำได้ยากลำบาก และอาจให้ค่าที่ผิดผลาดได้ ดังนั้นเราจะใช้วิธีการวิเคราะห์โดยใช้ไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรม ซึ่งจะเป็นการวิเคราะห์หาผลเฉลยโดยประมาณ (approximate solution)ที่สะดวกและให้ผลที่น่าเชื่อถือ โดยในการวิเคราะห์หาผลเฉลยโดยประมาณเราจะใช้ไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรม IDEAS ของบริษัท SDRC ซึ่งทำงานบนเครื่องคอมพิวเตอร์ระบบยูนิกซ์ ที่มีความสามารถในการทำแบบจำลองทางไฟไนท์เอลิเมนต์จากรูปวาดสามมิติที่เราสร้างขึ้นพร้อมทั้งทำการวิเคราะห์และแสดงผลในรูปแบบต่างๆที่เราสนใจ



รูปที่ 4.1 ภาพแสดงโครงสร้างอุปกรณ์วัดแรง

สำหรับพื้นฐานของวิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์นั้นจะเป็นการจำลองรูปร่างของวัตถุหรือชิ้นงานจริงที่เราสนใจด้วยเอลิเมนต์(element) เล็กๆขนาดแตกต่างกันตามลักษณะของรูปร่างนั้นๆ แล้วทำการสร้างสมการเชิงอนุพันธ์ (differential equation) ที่ใช้อธิบายปรากฏการณ์ที่สนใจสำหรับแต่ละเอลิเมนต์นั้นๆ หลังจากนั้นจะนำสมการเชิงอนุพันธ์ที่ได้มาจากแต่ละเอลิเมนต์มาประกอบรวมกันเข้าเป็นสมการชุดใหญ่ที่แสดงรูปร่างทั้งหมดของปัญหาที่สนใจ และทำการกำหนดเงื่อนไขขอบเขต (boundary condition) ลงไปในสมการชุดใหญ่นั้น แล้วจึงทำการแก้ปัญหาเพื่อหาค่าผลเฉลยโดยประมาณต่อไป

ในการจำลองรูปร่างเพื่อแทนรูปร่างของชิ้นงานจริงด้วยไฟไนท์เอลิเมนต์นั้นถ้ารูปร่างของชิ้นงานมีความซับซ้อนมากการใช้เอลิเมนต์ที่มีขนาดเล็กจะทำให้สามารถแทนรูปร่างของชิ้นงานจริงด้วยไฟไนท์เอลิเมนต์ได้ใกล้เคียง ผลที่ได้จากการวิเคราะห์ก็จะมีความถูกต้องมากขึ้น แต่ในขณะเดียวกันเมื่อเอลิเมนต์มีขนาดเล็กลงจำนวนของเอลิเมนตก็จะมากขึ้นทำให้สมการที่ต้องทำการแก้ปัญหาเพิ่มมากขึ้นด้วย ทำให้เวลาที่ใช้ในการแก้ปัญหาก็มากขึ้นตามไปด้วย

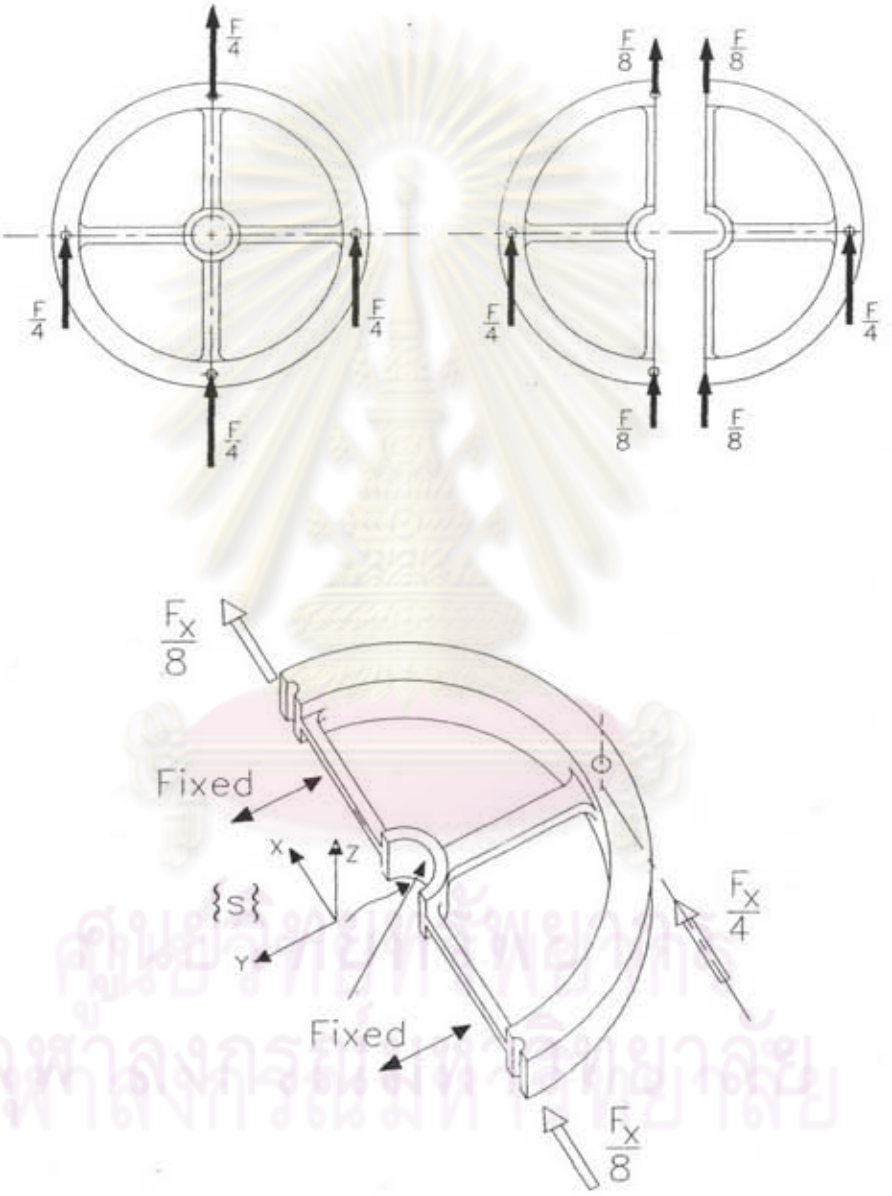


รูปที่ 4.2 มิติของอุปกรณ์วัดแรง

จากลักษณะของรูปร่างของอุปกรณ์วัดแรง ตามรูปที่ 4.2 (Aluminium ,young's modulus $E = 70 \times 10^{9}\ N/m^{2}$) ที่ได้ออกแบบสร้างขึ้นมาใช้ในการทำการทดลองเราสามารถทำการแบ่งชิ้นงานออกเป็นส่วนๆ เพื่อใช้ในการวิเคราะห์หาค่าความเค้นและความเครียดเนื่องจากแรงและโมเมนต์ในทิศทางแกน X Y และ Z ซึ่งการแบ่งชิ้นงานออกเป็นส่วนๆ เช่นนี้ จะทำให้สามารถลดจำนวนเอลิเมนต์และขณะเดียวกันก็เป็นการลดจำนวนของสมการที่ต้องการแก้ปัญหาลงไปด้วย ทำให้ลดระยะเวลาในการคำนวน สำหรับแบบจำลองในการวิเคราะห์โดยวิธีการไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรมแบบต่างๆมีดังต่อไปนี้

1.แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ผลของแรงในทิศทางแกน X และแกน Y

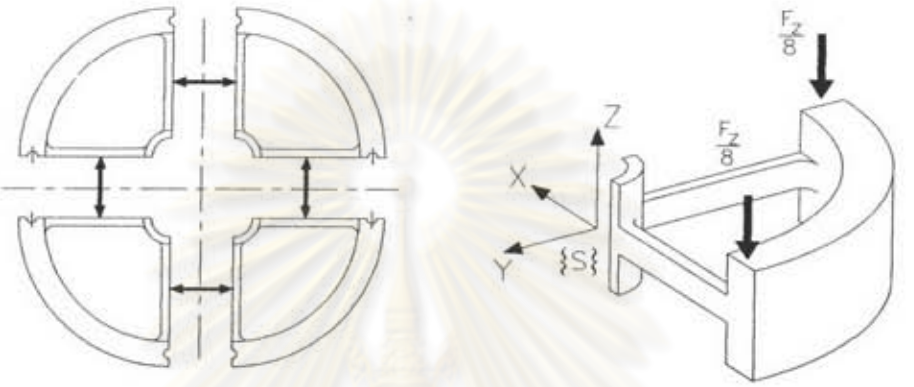
สำหรับการแรงกระทำในทิศทางแกน X หรือแกน Y เราสามารถแบ่งอุปกรณ์วัดแรงเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ความเค้นได้เป็น 2 ส่วนเนื่องจากรูปร่างของอุปกรณ์มีความสมมาตรในทิศทางแกน X และแกน Y ตามรูปที่ 4.3



รูปที่ 4.3 แบบในการวิเคราะห์ผลของแรงในแนวแกน X และแกน Y

2.แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ผลของแรงในทิศทางแกน Z

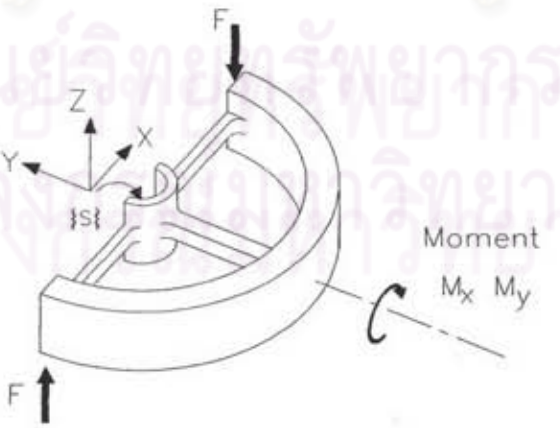
สำหรับแรงกระทำในทิศทางแกน Z สามารถแบ่งชิ้นงานสำหรับการวิเคราะห์ความเค้นได้ออกเป็น 4 ส่วน ตามรูปที่ 4.4



รูปที่ 4.4 แบบในการวิเคราะห์ผลของแรงในแนวแกน Z

3.แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ผลของโมเมนต์ในทิศทางแกน X และ แกน Y

การวิเคราะห์โมเมนต์จะทำการแบ่งชิ้นงานรูปร่างแบบเดียวกับการวิเคราะห์แรงในแนวแกน X และแกน Y โดยมีทิศทางและขนาดของแรงกระทำในทิศทางที่ทำให้เกิดโมเมนต์ในแนวแกน X และแกน Y ตามรูปที่ 4.5

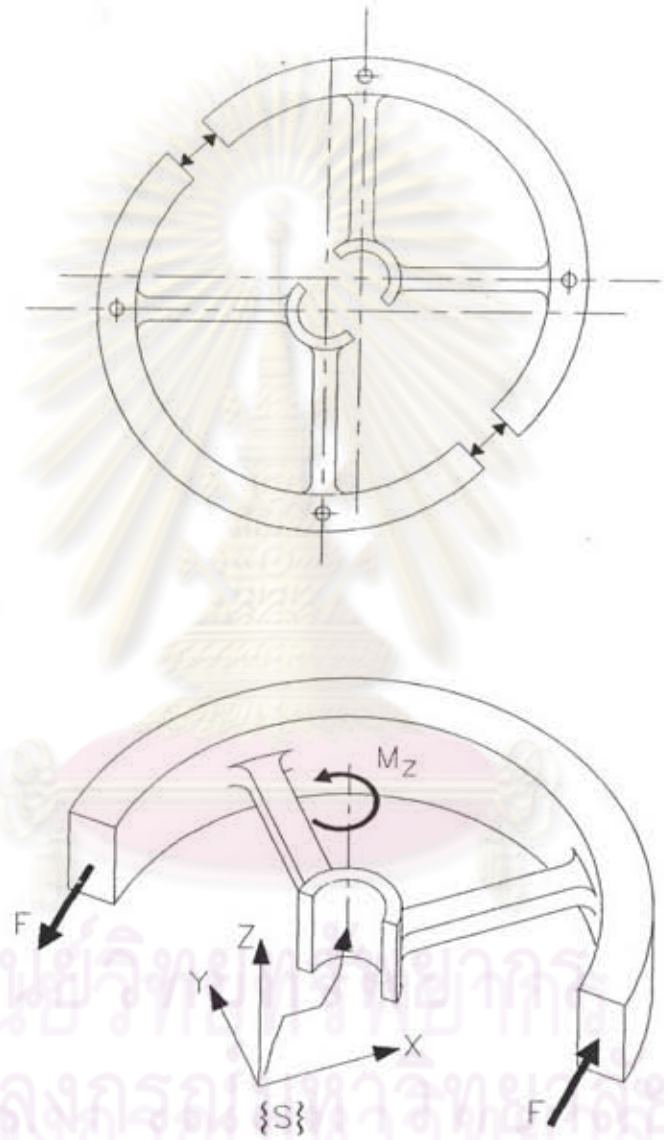


รูปที่ 4.5 แบบในการวิเคราะห์ผลของโมเมนต์ในแนวแกน X และแกน Y

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4..แบบจำลองไฟไนท์เอลิเมนต์สำหรับการวิเคราะห์ผลของโมเมนต์ในทิศทางแกน Z

การวิเคราะห์โมเมนต์จะทำการแบ่งชิ้นงานออกเป็น 2 ส่วนในแนว 45 องศา ตามรูปที่ 4.6 เพื่อให้ผลของโมเมนต์ในแนวแกน Z มีความสมมาตรกับรูปร่าง



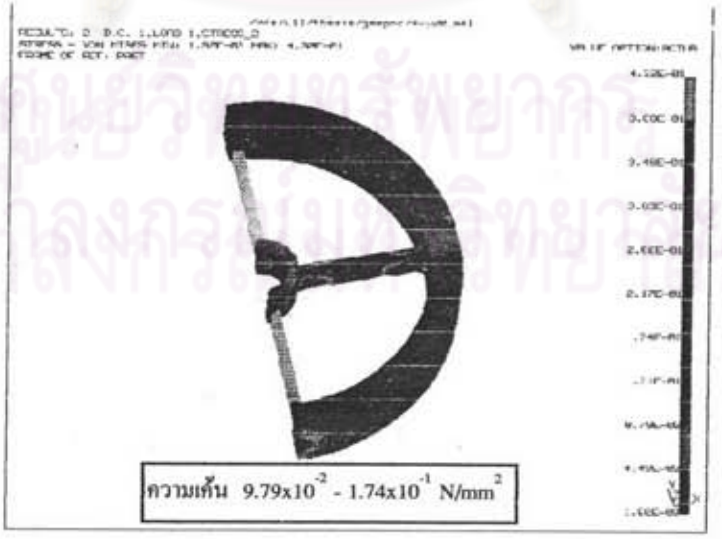
รูปที่ 4.6 แบบในการวิเคราะห์ผลโมเมนต์ในแนวแกน Z

ผลการวิเคราะห์โดยไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรม

สำหรับผลการวิเคราะห์ทางไฟไนท์เอลิเมนต์โปรแกรมจะแสดงในรูปของภาพและสีที่มีความเข้มสว่างแตกต่างกันไปตามค่าความเค้นที่เกิดขึ้นและด้านขวาของภาพจะแสดงแถบสีและตัวเลขค่าความเค้นในหน่วย นิวตันต่อตารางมิลลิเมตร (N/mm^2) ที่แทนความหมายของสีนั้นเพื่อใช้อธิบายประกอบในการวิเคราะห์ค่าความเค้นและความเครียดรวมที่เกิดขึ้นเมื่อมีแรงและโมเมนต์มากระทำในทิศทางและขนาดต่างๆกัน ดังต่อไปนี้

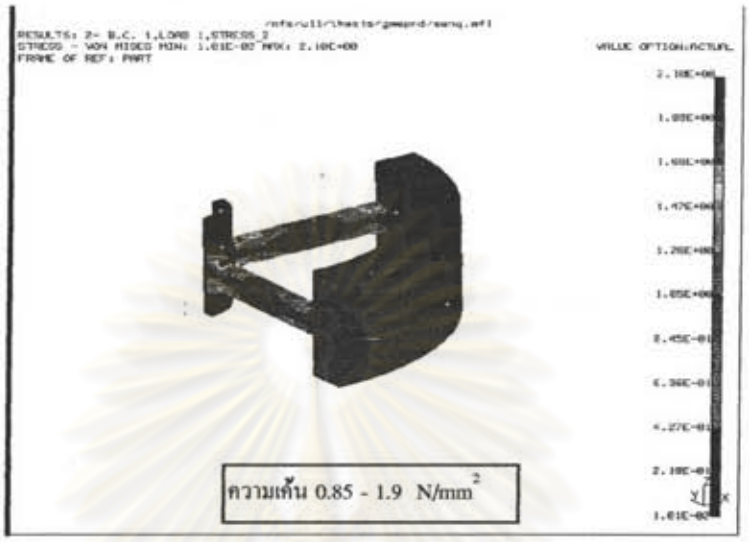
1.ผลการวิเคราะห์แรงในแนวแกน X หรือแกน Y

รูปที่ 4.7 แสดงผลจากแรงกระทำในแนวแกน X หรือแกน Y ขนาด 10 นิวตัน



รูปที่ 4.8 แสดงผลจากแรงกระทำในแนวแกน X หรือแกน Y ขนาด 20 นิวตัน

2.ผลการวิเคราะห์แรงในแนวแกน Z

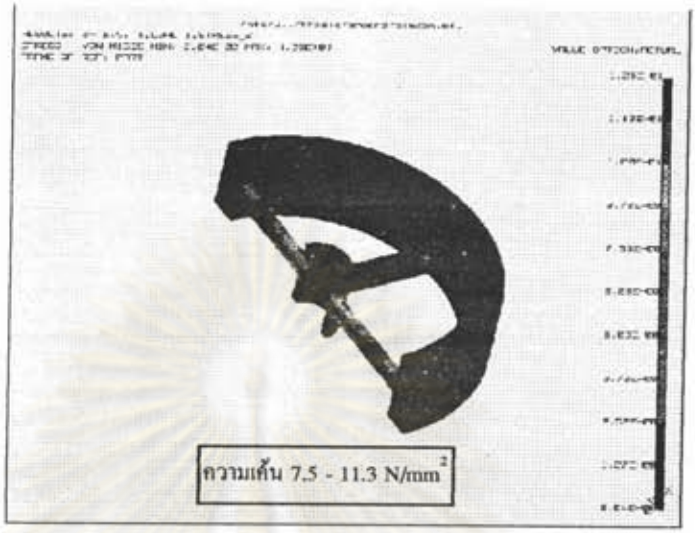


รูปที่ 4.9 แสดงผลจากแรงกระทำในแนวแกน Z ขนาด 20 นิวตัน

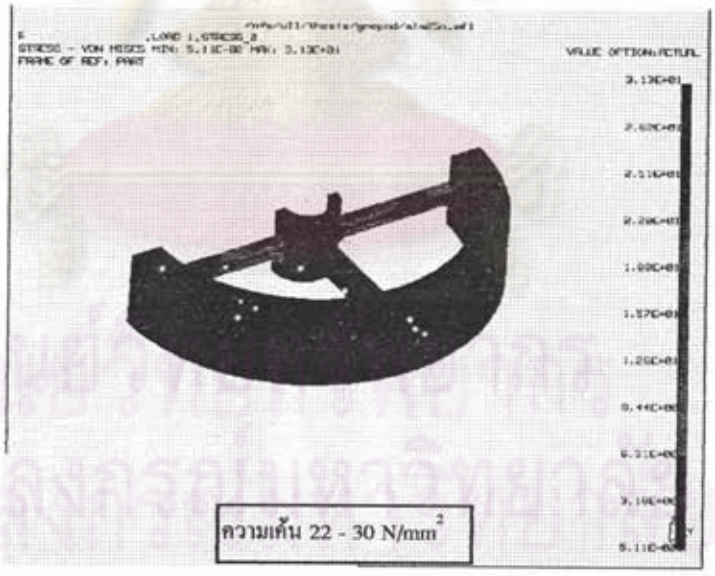
รูปที่ 4.10 แสดงผลจากแรงกระทำในแนวแกน Z ขนาด 30 นิวตัน

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

3.ผลการวิเคราะห์โมเมนต์ในแนวแกน X หรือแกน Y



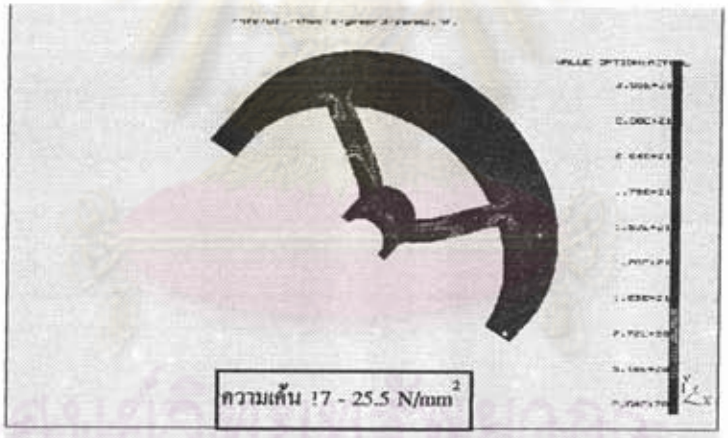
รูปที่ 4.11 แสดงผลจากโมเมนต์ที่กระทำในแนวแกน X หรือแกน Y ขนาด 0.88 นิวตันเมตร



รูปที่ 4.12 แสดงผลจากโมเมนต์ที่กระทำในแนวแกน X หรือแกน Y ขนาด 2.2 นิวตันเมตร

4.ผลการวิเคราะห์โมเมนต์ในแนวแกน Z

รูปที่ 4.13 แสดงผลจากโมเมนต์ที่กระทำในแนวแกน Z ขนาด 2.64 นิวตันเมตร



รูปที่ 4.14 แสดงผลจากโมเมนต์ที่กระทำในแนวแกน Z ขนาด 5.28 นิวตันเมตร

จากผลการวิเคราะห์โดยวิธีการทางไฟไนท์เอลิเมนต์จะทำให้เราทราบถึงขนาดของความเค้นรวม (ซึ่งจะสัมพันธ์กับค่าความเครียด) ที่เกิดขึ้นที่แกนของโครงสร้างที่อยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับทิศทางของแรงกระทำ(หรือแรงที่ทำให้เกิดโมเมนต์) และความเค้นที่เกิดขึ้นที่แกนโครงสร้างในด้านอื่นๆ เมื่ออุปกรณ์วัดแรงนั้นถูกกระทำด้วยแรงและโมเมนต์ที่ทิศทางและขนาดต่างๆกัน สำหรับผลการวิเคราะห์จากรูปที่ 4.7 ถึง 4.14 สามารถสรุปได้ดังนี้

1. การวิเคราะห์แรงในแนวแกน X และแกน Y จากรูปที่ 4.7 และ 4.8 โดยความเค้นที่สนใจจะเป็นความเค้นที่แกนของโครงสร้างที่ตั้งฉากกับแนวแรง จากการวิเคราะห์จะมีค่าการกระจายความเค้นประมาณ 0.039 ถึง 0.077 N/mm^2 ที่แรง 10 นิวตันและ 0.098 ถึง 0.174 N/mm^2 ที่แรง 20 นิวตัน ซึ่งจะเห็นว่ามีค่าน้อยมาก อาจมีผลทำให้การวัดค่าแรงในแนวแกน X หรือแกน Y ทำได้ลำบาก

2. การวิเคราะห์แรงในแนวแกน Z จากรูปที่ 4.9 และ 4.10 จากการวิเคราะห์จะมีค่าการกระจายความเค้นประมาณ 0.85 ถึง 1.89 N/mm^2 ที่แรง 20 นิวตัน และ 1.5 ถึง 3.1 N/mm^2 ที่แรง 30 นิวตัน ซึ่งจะเห็นว่ามีค่าความเค้นที่ไม่สูงมากนัก

3. การวิเคราะห์โมเมนต์ในแนวแกน X และ Y จากรูปที่ 4.11 และ 4.12 โดยความเค้นที่สนใจจะเป็นความเค้นที่แกนของโครงสร้างที่อยู่ในระนาบที่ตั้งฉากกับแนวแรงที่ทำให้เกิดโมเมนต์ จากการวิเคราะห์จะมีค่าการกระจายความเค้นประมาณ 7.5 ถึง 11.3 N/mm^2 ที่โมเมนต์ 0.88 Nm และ 22 ถึง 30 N/mm^2 ที่โมเมนต์ 2.2 Nm

4. การวิเคราะห์โมเมนต์ในแนวแกน Z จากรูปที่ 4.13 และ 4.14 จากการวิเคราะห์จะมีค่าการกระจายความเค้นประมาณ 7.9 ถึง 12.7 N/mm^2 ที่โมเมนต์ 2.64 Nm และ 17 ถึง 25.5 N/mm^2 ที่โมเมนต์ 5.28 Nm

จากความเค้นที่ได้จะเห็นว่าโครงสร้างของอุปกรณ์วัดแรงแบบนี้จะมีความสามารถในการวัดโมเมนต์ได้เป็นอย่างดี เนื่องจากความเค้นมีขนาดที่สูงเมื่อเทียบกับความเค้นที่เกิดขึ้นเนื่องจากแรง และเมื่อพิจารณาลักษณะของการกระจายความเค้น (stress distribution) จากผลของแรงและโมเมนต์แล้ว จะเห็นว่าที่บริเวณรอบแกนกลางของโครงสร้างจะเป็นบริเวณที่เหมาะสมที่สุดในการวัดค่าความเครียด เนื่องจากลักษณะความเค้นที่เกิดขึ้นบริเวณนี้จะมีค่ามากที่สุดและเกิดความเค้นได้ทุกทิศทาง ซึ่งจากข้อมูลผลการวิเคราะห์ทางไฟไนต์เอลิเมนต์ จะทำให้เราสามารถทราบถึงลักษณะของการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้น การกำหนดขอบเขตในการใช้งาน(ความสามารถในการรับแรง) การเลือกใช้ตัวตรวจวัดความเครียดที่เหมาะสมกับขนาดความเครียดที่เกิดขึ้น ตลอดจนการออกแบบหรือการเลือกใช้อุปกรณ์ขยายสัญญาณที่เหมาะสมต่อไป