บทที่ 2

ระเบียบวิธีที่ใช้ในการวิจัย

2.1 แผนการทดลองที่ใช้วิเคราะห์ความแปรปรวน

ใช้ 2 แผนการทดลองคือแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์และแผนการทดลองแบบบล๊อกสุ่มสมบูรณ์

2.1.1 แผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

กรณีมีจำนวนซ้ำเท่ากัน

Source of Variation	d.f.	sum of square	mean of square	F
Treatment	t-1	$\frac{\Sigma Y^2_{i.}}{r} - \frac{Y^2_{..}}{rt}$ =SSTR	SSTR/(t-1) =MSTR	$\frac{MSTR}{MSE}$
Error	tr-t	SST-SSTR =SSE	SSE/(tr-t) =MSE	
Total	tr-1	SST		

<u>การหาค่าคาดหมายของผลบวกกำลังสอง</u>(Expected Sum of Square)

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij} \qquad ; i=1,2,\ldots,t$$
$$j=1,2,\ldots,r$$

τ_i คือ อิทธิพลของสิ่งทดลอง ที่ i

$$E(\tau_i) = \tau_i$$

$$\Sigma\tau_i = 0$$

$$E(\Sigma\tau_i) = E(\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_t) = 0$$

$$E(\Sigma\tau_i)^2 = E(\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_t)^2$$

$$= E[\tau_1(\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_t)+\ldots+\tau_t(\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_t)]$$

แต่

$$(\tau_1+\tau_2+\ldots+\tau_t) = 0$$

ดังนั้น

$$E(\Sigma\tau_i)^2 = 0$$

$$E(\Sigma\tau_i^2) = E(\tau_1^2+\tau_2^2+\ldots+\tau_t^2)$$

$$= \Sigma\tau_i^2$$

$$e_{ij} \sim N(0,\sigma_e^2)$$

$$E(e_{ij}) = 0$$

$$E(\overset{r}{\Sigma} e_{ij}) = 0$$

$$E(\overset{r}{\Sigma} e_{ij}) = r(\mu^2 + \sigma_e^2)$$

$$= r(0 + \sigma_e^2)$$

$$= r\sigma_e^2$$

เพราะว่า $E(\overset{n}{\Sigma} Y_i)^2 = E(Y_1+Y_2+\ldots+Y_n)^2$

$$= E[Y_1(Y_1+Y_2+\ldots+Y_n)+\ldots+Y_n(Y_1+Y_2+\ldots+Yn)]$$

$$= E(Y_1^2+Y_2^2+\ldots+Y_n^2)+n(n-1)E(Y_i)E(Y_{i'}) \qquad ; i \neq i'$$

$$= n(\mu^2 + \sigma^2) + n(n-1)\mu^2$$

$$= n\mu^2 + n\sigma^2 + n^2\mu^2 - n\mu^2$$

$$= n^2\mu^2 + n\sigma^2$$

$$= n(n\mu^2 + \sigma^2)$$

μ = ค่าเฉลี่ยรวม (grand mean)

$$E(\mu) = \mu$$

1) ค่าคาดหวังของผลบวกกำลังสองของสิ่งทดลอง(Expectation of Treatment Sum of Squares)

$$SS(\text{treatment}) = \Sigma(\Sigma Y^2_{ij})/r - (\Sigma\Sigma Y_{ij})^2/rt$$

แทนค่า $Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$

$$E[\overset{t}{\Sigma}(\overset{r}{\Sigma} Y_{ij})^2/r] = E\{\overset{t}{\Sigma}[\overset{r}{\Sigma}(\mu + \tau_i + e_{ij})]^2/r\}$$

$$= \{\overset{t}{\Sigma}E\{[\overset{r}{\Sigma}(\mu + \tau_i + e_{ij})]^2\}/r$$

$$= \{\overset{t}{\Sigma}E[r\mu + r\tau_i + \overset{r}{\Sigma}e_{ij}]^2\}/r$$

$$= \{\overset{t}{\Sigma}E[r^2\mu^2 + r^2\tau_i^2 + (\overset{r}{\Sigma}e_{ij})^2 + 2r^2\mu\tau_i$$

$$+ 2r\mu\overset{r}{\Sigma}e_{ij} + 2r\tau_i\overset{r}{\Sigma}e_{ij}]\}/r$$

$$= \Sigma\{r^2\mu^2 + r^2\tau_i^2 + r\sigma_e^2 + 2r^2\mu\tau_i)\}/r$$

$$= tr\mu^2 + r\Sigma\tau_i^2 + t\sigma_e^2 + 2r\mu\Sigma\tau_i$$

แต่ $\Sigma\tau_i = 0$

$$= tr\mu^2 + r\Sigma\tau_i^2 + t\sigma_e^2$$

และ $\{E[(\Sigma\Sigma Y_{ij})^2]\}/tr = E\{[\Sigma\Sigma(\mu + \tau_i + e_{ij})]^2/tr\}$

$$= \{E[tr\mu + r\Sigma\tau_i + \Sigma\Sigma e_{ij})^2]\}/tr$$

$$= \{E[t^2r^2\mu^2 + r^2(\Sigma\tau_i)^2 + (\Sigma\Sigma e_{ij}^2) + 2tr^2\mu\Sigma\tau_i$$

$$+ 2tr\mu\Sigma\Sigma e_{ij} + 2r\Sigma(\tau_i\Sigma\Sigma e_{ij})\}/tr$$

$$= [(t^2r^2\mu^2 + tr\sigma_e^2)]/tr$$

เนื่องจาก $E(\Sigma\tau_i)^2 = 0$

$$E(\Sigma\Sigma e_{ij})^2 = tr(tr\mu_e^2 + \sigma_e^2)$$

$$= tr\sigma_e^2$$

$$E(\Sigma\tau_i) = 0$$

$$E(\Sigma\Sigma e_{ij}) = tr\mu = 0$$

ดังนั้น

$$E[(\Sigma\Sigma Y_{ij})^2/tr] = tr\mu^2 + \sigma_e^2$$

$$E[SS(treatment)] = tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + t\sigma^2 - (tr\mu^2 + \sigma^2)$$

$$= r\Sigma\tau^2_i + (t-1)\sigma^2$$

$$E[MS(treatment)] = \sigma_e^2 + r\Sigma\tau^2_i/(t-1)$$

เมื่อ Ho จริง $E[MS(treatment)] = \sigma_e^2$

2) ค่าคาดหวังของผลบวกกำลังสองของความคลาดเคลื่อน (Expectation of Error Sum of Squares)

$$SSE = \Sigma\Sigma Y^2_{ij} - \sum^{t}(\sum^{r} Y_{ij})^2/r$$

$$E[\sum^{t}(\Sigma Y_{ij})^2/r] = tr\mu^2 + r\Sigma\tau_i^2 + t\sigma_e^2$$

$$E(\Sigma\Sigma Y^2_{ij}) = E[\Sigma\Sigma(\mu + \tau_i + e_{ij})^2]$$

$$= \sum^{t} E[\sum^{r}(\mu^2 + \tau_i^2 + e^2_{ij} + 2\mu\tau_i + 2\mu e_{ij} + 2\tau_i e_{ij})]$$

$$= \Sigma E(r\mu^2 + r\tau_i^2 + r\sigma_e^2 + 2r\mu\tau_i)$$

เพราะว่า $E(\Sigma e^2_{ij}) = r(\mu_e^2 + \sigma_e^2) = r\sigma_e^2$

$$E(\Sigma e_{ij}) = r\mu_e = 0$$

ดังนั้น

$$E(\Sigma\Sigma Y^2_{ij}) = tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + tr\sigma_e^2 + 2r\mu\Sigma\tau_i$$

แต่ $\Sigma t_i = 0$

ดังนั้น $E(\Sigma\Sigma Y^2_{ij}) = tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + tr\sigma_e^2$

และ $E(SSE) = (tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + tr\sigma_e^2) - (tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + t\sigma_e^2))$

$$= (tr-t)\sigma_e^2$$

$$E(MSE) = (tr-t)\sigma_e^2/(tr-t) = \sigma_e^2$$

3) ค่าคาดหวังของผลบวกกำลังสองของผลรวม (Expectation of Total Sum of Squares)

$$SS(total) = \Sigma\Sigma Y^2_{ij} - (\Sigma\Sigma Y_{ij})^2/tr$$

$$E[SS(total)] = (tr\mu^2 + r\Sigma\tau^2_i + tr\sigma_e^2) - (tr\mu^2 + \sigma_e^2)$$

$$= r\Sigma\tau^2_i + (tr-1)\sigma_e^2$$

$$E[MS(total)] = \sigma_e^2 + r\Sigma\tau^2_i/(tr-1)$$

และเมื่อ Ho : $\tau_i = 0$ ทุกค่าของ i เป็นจริง

ดังนั้น

$$E[MS(total)] = \sigma_e^2$$

แต่ถ้า Ho ไม่จริง $E[MS(total)]$ และ $E[MS(treatment)] > \sigma_e^2$

ค่าคาดหมายของกำลังสองเฉลี่ย(Expected Mean Square หรือ EMS) คือ

S.O.V.	d.f.	Expected Mean Square
treatment	t-1	$\sigma^2 + r\Sigma\tau_i^2/(t-1)$
error	rt-1	σ^2

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวนเมื่อสิ่งทดลองเป็นปัจจัยกำหนด

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + e_{ij}$$

เมื่อ Y_{ij} คือ ค่าสังเกตของหน่วยทดลองที่ได้รับสิ่งทดลองที่ i ซ้ำที่ j

μ คือ ค่าเฉลี่ยรวมของสิ่งทดลอง

τ_i คือ อิทธิพลของสิ่งทดลองที่ i

e_{ij} คือ ความคลาดเคลื่อนของหน่วยทดลองที่ ij

และ $e_{ij} \sim N(0,1)$

สมมติฐาน

HO : $\tau_i = 0$

Ha : มีอย่างน้อย 1 สิ่งทดลอง ไม่เท่ากับ 0

$\tau_i = \mu_i - \mu$ หรือ $\mu_i = \mu + \tau_i$

$$\begin{aligned} e_{ij} &= Y_{ij} - \mu - \tau_i \\ &= Y_{ij} - \mu - (\mu_i - \mu) \\ &= Y_{ij} - \mu_i \end{aligned}$$

จากการทดลองได้ค่าประมาณของ μ τ_i และ e_{ij} ดังนี้

ค่าประมาณของ μ คือ $\bar{Y}_{..} = Y_{..}/N$

ค่าประมาณของ τ_i คือ $\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$

ค่าประมาณของ e_{ij} คือ $Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}$

จากค่า $H0 : \tau_i = 0$

แทนค่า τ_i ด้วย $\mu_i - \mu$

$$H0 : \mu_i - \mu = 0 \qquad i=1,\ldots,t$$

$$\mu_i = \mu$$

$$\mu 1 = \mu 2 = \mu 3 = \ldots = \mu_t$$

ความแปรปรวนของ τ_i คือ

$$V(\tau_i) = \{\Sigma(\tau_i - \bar{\tau})^2\}/(t-1)$$

จากข้อสมมติว่า

$$\Sigma\tau_i = 0$$

ดังนั้น

$$\bar{\tau}_i = \Sigma\tau_i/t = 0$$

$$V(\tau_i) = \Sigma(\tau_i - 0)^2/(t-1)$$

$$= \Sigma\tau_i^2/(t-1)$$

ดังนั้นค่าสังเกตแต่ละค่า

$$Y_{ij} = \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

$\bar{Y}_{..}$ คือ ค่าคงที่เป็นค่าเฉลี่ยทั้งหมดของตัวอย่าง

$\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$ คือ อิทธิพลของสิ่งทดลอง

$Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}$ คือ ค่าความคลาดเคลื่อนจากการทดลอง

ดังนั้นถ้าเราแยกค่าสังเกต Y_{ij} ทุกตัวเป็น 3 term แล้วนำมารวมกันดังนี้

$$\Sigma\Sigma Y_{ij} = \Sigma\Sigma\bar{Y}_{..} + \Sigma\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + \Sigma\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

$$= tr\bar{Y}_{..} + r\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + \Sigma[\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})]$$

$$= tr\bar{Y}_{..}$$

เราจะไม่ทราบค่ารวมอิทธิพลของสิ่งทดลอง และความคลาดเคลื่อน แก้ไขได้โดยการศึกษาในรูปความผันแปร คือไม่ต้องสนใจทิศทางการเปลี่ยนแปลงหรือค่าเบี่ยงเบนจากค่าเฉลี่ย แต่จะดูขนาดของการเปลี่ยนแปลง นั่นคือค่ากำลังสองของการเบี่ยงเบนจากตัวแบบเดิม

จาก

$$Y_{ij} = \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

ย้ายข้าง $\bar{Y}_{..}$ มาทางซ้าย แล้วยกกำลังสองทั้งสองข้าง

$$(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = [\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..} + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})]^2$$

รวมค่าสังเกตทั้งหมดจากการทดลอง

$$\Sigma\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 = \Sigma\Sigma[(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}) + (Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})]^2$$

$$= \Sigma\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})^2 + \Sigma\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})^2 +$$

$$2\Sigma\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})$$

term ขวามือเป็น 0 เพราะว่า

$$2\Sigma\Sigma(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.}) = 2\Sigma[(\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..})\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{i.})]^2$$

จะได้สูตรนิยามสำหรับการวิเคราะห์ความแปรปรวนคือ

$$\Sigma\Sigma(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2 = r\Sigma(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2 + \Sigma\Sigma(Y_{ij} - \overline{Y}_{i.})^2$$

$$SS(total) \quad = SS(treatment) + SS(error)$$

<u>สูตรการคำนวณ</u>

1) SS(total)

$$= \Sigma\Sigma(Y_{ij} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$= \Sigma\Sigma(Y_{ij}^2 - 2Y_{ij}\overline{Y}_{..} + \overline{Y}_{..}^2)$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - 2\overline{Y}_{..}\Sigma\Sigma Y_{ij} + \Sigma\Sigma(Y_{..})^2$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - 2(\overline{Y}_{..})^2/tr + (\overline{Y}_{..})^2/(tr)^2$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - 2(\overline{Y}_{..})^2/tr + (\overline{Y}_{..})^2/tr$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{ij}^2 - (\overline{Y}_{..})^2/tr$$

2) SS(treatment)

$$= r\Sigma(\overline{Y}_{i.} - \overline{Y}_{..})^2$$

$$= r\Sigma(Y_{i.}/r - Y_{..}/tr)^2$$

$$= r\Sigma Y_{i.}/r^2 - 2r\Sigma(Y_{i.}/r)(Y_{..}/tr) + r\Sigma(Y_{..})^2/t^2r^2$$

$$= \Sigma Y_{t.}{}^{2}/r - 2(Y_{..})(Y_{..}/tr) + tr\Sigma Y_{..}{}^{2}/t^{2}r^{2}$$

$$= \Sigma Y_{t.}/r - 2Y_{..}/tr + Y_{..}/tr$$

$$= \Sigma Y_{t.}{}^{2}/r - Y_{..}{}^{2}/tr$$

3) SS(error)

$$= \Sigma\Sigma(Y_{tj} - \bar{Y}_{t.})^{2}$$

$$= \Sigma\Sigma(Y_{tj} - Y_{t.}/r)^{2}$$

$$= \Sigma\Sigma[Y_{tj}{}^{2} - 2(Y_{t.})(Y_{tj})/r + Y_{t.}{}^{2}/r^{2}]$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{tj}{}^{2} + 2\Sigma[(\frac{Y_{t.}}{r})\ (\Sigma Y_{tj})] + \Sigma\Sigma Y_{t.}{}^{2}/r^{2}$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{tj}{}^{2} - 2\Sigma[(\frac{Y_{t.}}{r})\ (Y_{t.})] + \Sigma\Sigma Y_{t.}{}^{2}/r^{2}$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{tj}{}^{2} - 2\Sigma Y_{t.}/r + \Sigma Y_{t.}{}^{2}/r$$

$$= \Sigma\Sigma Y_{tj}{}^{2} - \Sigma Y_{t.}{}^{2}/r$$

2.1.2 แผนการทดลองแบบบล็อกสุ่มสมบูรณ์

การวิเคราะห์ความแปรปรวน

Source of Variation	d.f.	Sum of Square	Mean of Square	F
blocks	$b-1$	$t\ \Sigma(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})^2$ = SSB	SSB/(b-1) =MSB	$\frac{MSB}{MSE}$
treatments	$t-1$	$r\Sigma(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2$ =SSTR	SSTR/(t-1) =MSTR	$\frac{MSTR}{MSE}$
error	$(r-1).(t-1)$	SST-SSB-SSTR =SSE	SSE/(r-1)(t-1) =MSE	
total	$rt-1$	$\Sigma\Sigma(Y_{ij}-\bar{Y}_{..})^2$ =SST		

แบบจำลอง

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + e_{ij} \qquad ; \; i=1,2,\ldots,t$$
$$j=1,2,\ldots,b$$

Y_{ij} คือค่าสังเกตจากสิ่งทดลอง ที่ i บล๊อกที่ j

τ_i คืออิทธิพลของสิ่งทดลอง ที่ i

β_j คืออิทธิพลของบล๊อก ที่ j

e_{ij} คือค่าความคลาดเคลื่อนของหน่วยทดลองที่ ij

กำหนดให้อิทธิพลของสิ่งทดลอง และบล๊อกเป็นแบบกำหนด

เพราะฉะนั้น

$$\Sigma\tau_i = 0$$

$$\Sigma\beta_j = 0$$

สิ่งทดลอง	บล๊อก 1	2	3	4	. . . . . .	b	ผลรวมสิ่งทดลอง
1	Y_{11}	Y_{12}	Y_{13}	Y_{14}	. . .	Y_{1b}	$Y_{1.}$
2	Y_{21}	Y_{22}	Y_{23}	Y_{24}	. . .	Y_{2b}	$Y_{2.}$
3	Y_{31}	Y_{32}	Y_{33}	Y_{34}	. . .	Y_{3b}	$Y_{3.}$
.	.	.	.	.	. . .	.	.
.	.	.	.	.	. . .	.	.
.	.	.	.	.	. . .	.	.
t	Y_{t1}	Y_{t2}	Y_{t3}	Y_{t4}	. . .	Y_{tb}	$Y_{t.}$
ผลรวมบล๊อก	$Y_{.1}$	$Y_{.2}$	$Y_{.3}$	$Y_{.4}$	. . .	$Y_{.b}$	$Y_{..}$

<u>การหาค่าคาดหมายของกำลังสองของค่าเฉลี่ย</u>

S.O.V.	d.f.	Expected Mean Square
blocks	b-1	$\sigma^2 + t\Sigma\beta_j^2/(r-1)$
treatment	t-1	$\sigma^2 + r\Sigma\tau_i^2/(t-1)$
error	(r-1)(t-1)	σ^2

<u>การประมาณค่าพารามิเตอร์</u>

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \beta_j + e_{ij}$$

ประมาณ μ ด้วย $Y_{..}$

$$\tau_i = \mu_i - \mu$$

$$\mu_i = \tau_i + \mu$$

ประมาณ τ_i ด้วย

$$\bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{..}$$

$$\beta_j = \mu_j - \mu$$

$$\beta_j = \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$$

$$e_{ij} = Y_{ij} - \mu - \tau_i - \beta_j$$

$$e_{ij} = Y_{ij} - \bar{Y}_{..} - (\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}) - (\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})$$

$$= Y_{ij} - \bar{Y}_{i.} - \bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..}$$

แทนค่าประมาณของ μ τ_i และ e_{ij} จะได้

$$Y_{ij} = \bar{Y}_{..} + (\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}) + (Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})$$

ย้าย $\bar{Y}_{..}$ มาทางซ้ายมือแล้วยกกำลังสองทั้งสองด้านและรวมทุกจำนวน

$$\begin{aligned}\Sigma\Sigma(Y_{ij} - \bar{Y}_{..})^2 &= \Sigma\Sigma[(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..}) + (\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..}) + (Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})]^2 \\ &= \Sigma\Sigma(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2 + \Sigma\Sigma(\bar{Y}_{.j}-\bar{Y}_{..})^2 + \Sigma\Sigma(Y_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})^2 \\ &= r\Sigma(\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{..})^2 + t\Sigma(\bar{Y}_{.j} - \bar{Y}_{..})^2 + \Sigma\Sigma(\bar{Y}_{ij}-\bar{Y}_{i.}-\bar{Y}_{.j}+\bar{Y}_{..})^2\end{aligned}$$

นั่นคือ

SS(total) = SS(treatment) + SS(block) + SS(error)

d.f. tr-1 t-1 b-1 (t-1)(b-1)

2.1.3 ข้อกำหนดในการวิเคราะห์ความแปรปรวน

1) อิทธิพลของสิ่งทดลองและสิ่งแวดล้อมอื่นๆเป็นแบบบวก (Additive)

2) ความคลาดเคลื่อนของการทดลองเกิดขึ้นโดยสุ่มเป็นอิสระต่อกัน และมีลักษณะการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0 และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2

2.2 วิธี Bonferroni(Dunn) T-test

วิธีนี้ใช้ทดสอบความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองเมื่อจำนวนซ้ำเท่ากันหรือไม่เท่ากันก็ได้ และสามารถใช้เปรียบเทียบได้ทั่วไปคลอบคลุมทุกการเปรียบเทียบ

มีสูตรการคำนวณดังนี้

$$B_{(i,j)} = t_{\alpha/(2g)}\sqrt{mse/(1/n_i) + (1/n_j)}$$

มีขั้นตอนดังนี้คือ

1) คำนวณค่า $B_{(i,j)}$ เมื่อ

n_i คือ จำนวนข้อมูลในสิ่งทดลอง ที่ i

n_j คือ จำนวนข้อมูลในสิ่งทดลอง ที่ j

ถ้า n_i เท่ากับ n_j ค่า $B_{(i,j)}$ จะมีค่าเดียว

g คือ จำนวนคู่การเปรียบเทียบทั้งหมด

2) เรียงลำดับค่าเฉลี่ยสิ่งทดลอง จากมากไปน้อยแล้วเปรียบเทียบผลต่างค่าเฉลี่ยแต่ละคู่ว่ามากกว่าค่า $B_{(i,j)}$ หรือไม่ถ้าผลต่างคู่ใดมากกว่าแสดงว่าแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

2.3 วิธี Unrestricted Least Significant Difference(U-LSD)

วิธีนี้อาจเรียกว่าวิธี multiple T-test วิธีนี้เสนอโดย Saville D.J. ซึ่งเป็นนักชีวสถิติ ประจำกระทรวงเกษตรและประมงของประเทศนิวซีแลนด์ซึ่งได้เสนอในที่ประชุม การประชุมชีวสถิตินานาชาติครั้งที่ 13 ณ เมือง Seattle ในปี 1986 วิธีนี้ ใช้ทดสอบความแตกต่างของค่าเฉลี่ยทีละคู่ โดยไม่คำนึงถึงการทดสอบ F ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน ในการทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลอง ถ้าให้ μ_1 และ μ_2 แทนค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองที่ 1 และ 2 ตามลำดับที่นำมาทดสอบสมมติฐานตัวสถิติที่ใช้ในการทดสอบสมมติฐาน

$Ho : \mu_1 = \mu_2$

$Ha : \mu_1 = \mu_2$

ให้ Y_1 = ค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองที่ 1 มีขนาด n_1 ที่สุ่มมาจากการแจกแจงแบบปกติ ซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_1 และความแปรปรวน σ^2_1

Y_2 = คือค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองที่ 2 มีขนาด n_2 ที่สุ่มมาจากการแจกแจงแบบปกติซึ่งมีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_2 ความแปรปรวนเท่ากับ σ^2_2

$Y_1 - Y_2$ จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น $\mu_1 - \mu_2$ และความแปรปรวนเป็น $\sigma^2_1/n_1 + \sigma^2_2/n_2$

$$Z = \frac{(Y_1 - Y_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sqrt{\sigma^2_1/n_1 + \sigma^2_2/n_2}}$$

จะมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเป็น 0 ความแปรปรวนเป็น 1

ในการวิจัยครั้งนี้ทราบความแปรปรวนของสิ่งทดลองว่ามีค่าเท่ากันตัวสถิติที่ใช้ทดสอบคือ

$$Z = \frac{(Y_1 - Y_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{\sigma\sqrt{1/n_1 + 1/n_2}} \sim N(0,1)$$

เมื่อประมาณค่าความแปรปรวน σ^2 ด้วยค่าความแปรปรวนรวม(pooled variance) จากตัวอย่างสุ่มจากสิ่งทดลองทั้งสองซึ่งเขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ s_p^2

เมื่อ s_p^2 คือค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของค่าความแปรปรวนจากตัวอย่างที่สุ่มมาจากสิ่งทดลองทั้งสองซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1+n_2-2)}$$

$$t = \frac{(Y_1-Y_2) - (\mu_1-\mu_2)}{\sqrt{s_p^2\,(1/n_1 + 1/n_2)}} \sim t(n_1 + n_2 - 2)$$

และ s^2_i คือความแปรปรวนจากตัวอย่างกลุ่มที่ 1

s^2_2 คือความแปรปรวนจากตัวอย่างกลุ่มที่ 2

มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1) คำนวณค่า ULSD โดยที่

$$ULSD = t_{\alpha/2}\sqrt{s_p^2(1/n_i + 1/n_j)}$$

เมื่อ s_p^2 คือ ค่าความแปรปรวนรวมของสิ่งทดลองคู่ที่เปรียบเทียบ

n_i และ n_j คือจำนวนซ้ำในแต่ละสิ่งทดลอง กรณีที่ข้อมูลมีจำนวนซ้ำเท่ากัน $n_i = n_j = n$

n_i+n_j-2 คือระดับความเป็นอิสระ

2) เปรียบเทียบผลต่างของค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองแต่ละคู่ ถ้าผลต่างคู่ใดมากกว่าค่า ULSD แสดงว่าผลต่างของค่าเฉลี่ยคู่นั้นๆมีนัยสำคัญ

2.4 <u>วิธี Murphys Gap LSD</u>

เป็นตัวสถิติค่าเดียวที่ใช้ในการทดสอบความมีนัยสำคัญของความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลอง มีขั้นตอนการคำนวณดังนี้

1) คำนวณค่า LSD โดยที่ค่า LSD คำนวณจาก

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{mse(1/n_i + 1/n_j)}$$

เมื่อ n_i และ n_j คือจำนวนซ้ำในแต่ละสิ่งทดลองของคู่ที่เปรียบเทียบ

2) เรียงค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองจากมากไปน้อย

3) หาความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลอง ที่อยู่ติดกัน (เรียกว่า gap) ทุกคู่

4) เลือก gap ที่มีค่าสูงสุดแล้วดูว่ามากกว่าค่า LSD หรือไม่ถ้ามากกว่าแสดงว่าความแตกต่างระหว่างค่าเฉลี่ยคู่นี้มีนัยสำคัญ แบ่งค่าเฉลี่ยทั้งหมดเป็นสองพวก คือพวกที่อยู่ทางซ้ายและทางขวาของ gap ที่มากที่สุดนี้แต่ถ้าผลต่างของ gap ที่มากที่สุดนี้ต่ำกว่าค่า LSD แสดงว่าค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลองทั้งหมดไม่แตกต่างกัน

5) จากค่าเฉลี่ยแต่ละด้านนำค่าเฉลี่ยที่มากที่สุดลบด้วยค่าเฉลี่ยที่น้อยที่สุดถ้าผลต่างนี้มากกว่าค่า LSD ให้เลือก gap ที่มีค่ามากที่สุดแล้วแบ่งค่าเฉลี่ยเป็นสองพวกคือทางซ้ายและขวาและแต่ละด้านหาผลต่างของค่าเฉลี่ยที่มากที่สุดกับต่ำสุดว่ามากกว่าค่า LSD หรือไม่ถ้ามากกว่าเลือก gap ที่มีค่ามากที่สุดแล้วแบ่งค่าเฉลี่ยออกเป็นทางซ้ายและขวา

ทำเช่นนี้ไปเรื่อยๆ จนไม่พบว่าผลต่างของค่าเฉลี่ยของค่าที่มากที่สุดกับค่าต่ำสุดต่ำกว่าค่า LSD จึงหยุดการคำนวณแสดงว่าความแตกต่างของค่าเฉลี่ยสองกลุ่มนี้ไม่มีนัยสำคัญ

2.5 <u>ตัวอย่างการคำนวณ</u>

จากข้อมูลที่จำลองได้สมมติมี 5 สิ่งทดลอง 5 ซ้ำ ในแผนการทดลองแบบสุ่มสมบูรณ์

	T1	T2	T3	T4	T5
	1.79	0.76	0.04	-1.34	-1.81
	2.16	1.03	-1.34	-0.57	-2.12
	3.01	1.25	-1.22	-1.25	-2.20
	2.59	1.92	0.23	-1.13	-3.11
	2.23	1.95	-1.16	-1.26	-2.44
ค่าเฉลี่ย	2.345	1.38	-0.691	-1.111	-1.793
ความแปรปรวน	0.214	0.285	0.576	0.097	0.665

<u>วิธี Unrestricted LSD</u>

<u>เปรียบเทียบสิ่งทดลองที่ 1 กับ 2</u>

$s_p^2 = \{(5-1)(0.214)+(5-1)(0.285)\}/5+5-2$

$= 0.2497$

$s_p = 0.4997$

ค่า $t_{\alpha/2}$ ที่ระดับความเป็นอิสระ เท่ากับ 8 = 1.86

$ULSD = (1.86)(0.4997)(1.414)/\sqrt{5}$

$= 0.5877$

ผลต่างค่าเฉลี่ยของสิ่งทดลอง ที่ 1 กับ 2 เท่ากับ 2.345-1.38 = 0.947 ซึ่งมากกว่าค่า ULSD แสดงว่าแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

<u>เปรียบเทียบสิ่งทดลองที่ 2 กับ 3</u>

$s_p^2 = 0.4305$

$s_p = 0.6561$

$ULSD = (1.86)(0.6561)(1.414)/\sqrt{5}$

$= 0.7717$

ผลต่างค่าเฉลี่ยเท่ากับ 2.071 ซึ่งมากกว่าค่า ULSD แสดงว่าแตกต่างอย่างมีนัยสำคัญ

<u>เปรียบเทียบสิ่งทดลองที่ 3 กับ 4</u>

$s_p^2 = 0.3364$

$s_p = 0.5799$

$ULSD = 0.682$

ผลต่างค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.42 ซึ่งน้อยกว่าค่า ULSD แสดงว่าสิ่งทดลองคู่นี้ไม่แตกต่างกัน

<u>เปรียบเทียบสิ่งทดลองที่ 3 กับ 5</u>

$s_p^2 = 0.6205$

$s_p = 0.7877$

$ULSD = 0.7289$

ผลต่างของค่าเฉลี่ยเท่ากับ 1.102 ซึ่งมากกว่าค่า ULSD แสดงว่าสิ่งทดลองคู่นี้แตกต่างอย่าง

มีนัยสำคัญ

<u>เปรียบเทียบสิ่งทดลอง ที่ 4 กับ 5</u>

$$s_p^2 = 0.3809$$

$$s_p = 0.6172$$

$$ULSD = 0.7259$$

ผลต่างค่าเฉลี่ยเท่ากับ 0.682 ซึ่งน้อยกว่าค่า ULSD แสดงว่าสิ่งทดลองคู่นี้ไม่แตกต่างกัน

สามารถสรุปผลได้ดังนี้

T1 T2 T3 T4 T5

สิ่งทดลอง ที่มีเส้นขีดต่อกันแสดงว่าไม่มีความแตกต่างกัน

<u>วิธี Bonferroni(Dunn) T-test</u>

$$B = t_{\alpha/(2g)}\sqrt{2mse/n}$$

$g = 10$ คู่

$t_{0.1/20} = t_{0.005} = 2.845$

ค่า mse = 3.092

$$B = 2.845\sqrt{2(3.092)/5}$$

$$= 3.146$$

	T1	T2	T3	T4	T5
ค่าเฉลี่ย	2.345	1.38	-0.691	-1.111	-1.793

สามารถสรุปผลได้ดังนี้

T1 T2 T3 T4 T5

สิ่งทดลอง ที่มีเส้นขีดต่อกันแสดงว่าไม่มีความแตกต่างกัน

<u>วิธี Murphys Gap LSD</u>

$$LSD = t_{\alpha/2}\sqrt{2mse/n}$$
$$= 1.725\sqrt{2(3.092)/5}$$
$$= 1.918$$

	T1	T2	T3	T4	T5
ค่าเฉลี่ย	2.345	1.38	-0.691	-1.111	-1.793

ผลต่างค่าเฉลี่ย 0.974 2.071 0.42 0.682

เลือกผลต่างคู่ที่มากที่สุดเท่ากับ 2.071 ซึ่งมากกว่าค่า LSD แบ่งเป็นกลุ่มทางซ้ายและขวา

ทางซ้ายผลต่างรวมเท่ากับ 0.974 ซึ่งน้อยกว่าค่า LSD แสดงว่าสิ่งทดลองที่ 1 กับ 2 ไม่แตกต่างกัน

ทางขวาผลต่างรวมเท่ากับ 1.102 ซึ่งน้อยกว่าค่า LSD แสดงว่าสิ่งทดลองที่ 3, 4 และ 5 ไม่แตกต่างกัน

สามารถสรุปผลได้ดังนี้

T1 T2 T3 T4 T5

สิ่งทดลอง ที่มีเส้นขีดต่อกันแสดงว่าไม่มีความแตกต่างกัน