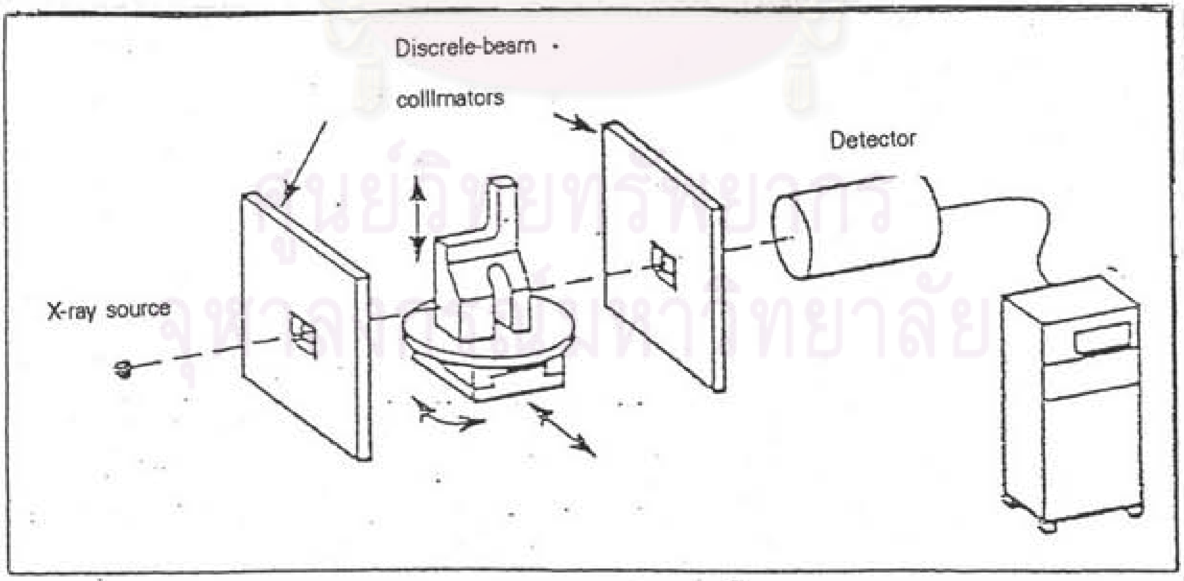
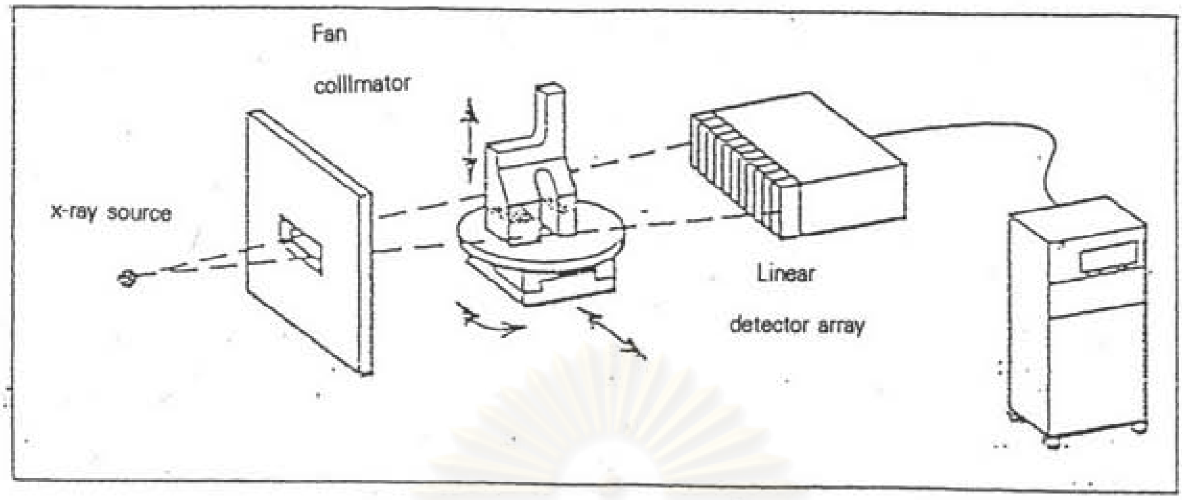
บทที่ 2
ทฤษฎีการสร้างภาพโทโมกราฟี

2.1 หลักการสร้างภาพโทโมกราฟี

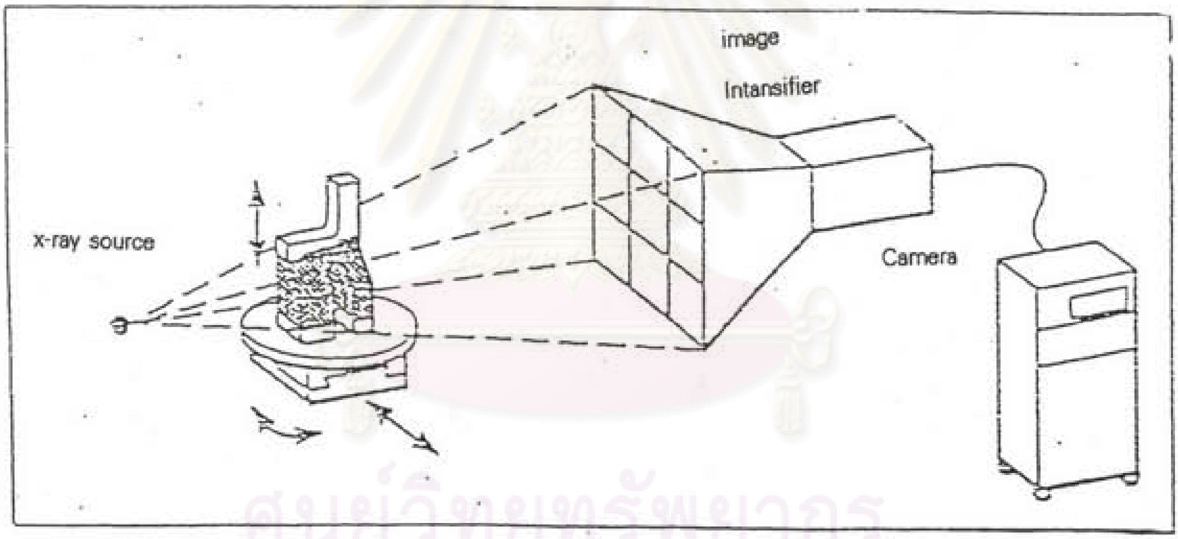
ภาพโทโมกราฟี หมายถึง "ภาพตัดขวาง" ของวัตถุที่ไม่สามารถมองเห็นภายในได้ซึ่งมีลักษณะเป็นภาพระนาบสองมิติ สามารถทำได้โดยการถ่ายภาพทีละระนาบ ด้วยการหมุนวัตถุตัวอย่างไปด้วยมุมน้อย ๆ จนได้ภาพของวัตถุครบรอบ หรืออย่างน้อย 180 องศาก็สามารถนำข้อมูลที่ได้มาคำนวณสร้างภาพโทโมกราฟีได้ ในการเก็บข้อมูลเพื่อนำไปคำนวนสร้างภาพโทโมกราฟีอาจจัดระบบการเก็บข้อมูลได้สามวิธีคือ[1] วิธีแรกใช้แหล่งกำเนิดรังสีเอกซ์ที่เป็นแบบรังสีลำแคบ(single discrete beam) การเก็บข้อมูลลักษณะนี้ จะออกแบบให้ลำรังสีเคลื่อนที่ผ่านวัตถุในแนวราบ แล้วจึงหมุนวัตถุด้วยมุมน้อย ๆ จนกระทั่งได้ข้อมูลเพียงพอที่จะนำมาสร้างภาพโทโมกราฟีได้ วิธีนี้ใช้เวลาในการเก็บข้อมูลมากแต่เป็นวิธีเดียวที่ใช้กับรังสีพลังงานสูงได้ ระบบการเก็บข้อมูลแบบนี้แสดงได้ดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ระบบเก็บข้อมูลแบบรังสีลำแคบ (single discrete beam)



รูปที่ 2.2 ระบบเก็บข้อมูลแบบลำรังสีรูปพัด (fan beam)



รูปที่ 2.3 ระบบเก็บข้อมูลแบบลำรังสีรูปกรวย (cone beam)

วิธีที่สองจะใช้ลำรังสีที่กระจายเป็นรูปพัด (fan beam) ซึ่งมีลักษณะเป็นระนาบแบบพัดและใช้ Linear detector array เช่น Photodiode array มาเป็นตัววัดปริมาณรังสี ดังนั้นในการเก็บข้อมูลหนึ่งครั้ง จะได้ข้อมูลหนึ่งระนาบของชิ้นงาน หรือหนึ่งโพรไฟล์ (Profile) ซึ่งจะใช้เวลาในการเก็บข้อมูลน้อยกว่าแบบแรก แต่ใช้ได้กับรังสีเอกซ์หรือแกมมาพลังงานต่ำ ดังแสดงในรูปที่ 2.2

วิธีที่สาม แบบลำรังสีรูปกรวย (cone beam) โดยจะใช้รังสีเอกซ์ฉายไปบนฉากเรืองรังสี (screen) ซึ่งทำหน้าที่เปลี่ยนรังสีเอกซ์ให้เป็นแสงในช่วงที่ตามองเห็น จากนั้นจะใช้กล้องโทรทัศน์รับภาพจาก

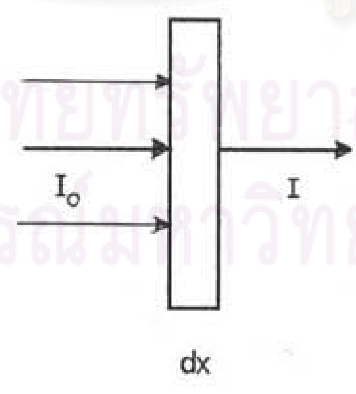
รับภาพจากฉากเรืองรังสี วิธีนี้ใช้เวลาน้อยและค่อนข้างสะดวกในการเก็บข้อมูลเพื่อคำนวนสร้างภาพโทโมกราฟีได้ดังแสดงในรูปที่ 2.3 อย่างไรก็ตาม ฉากเรืองรังสีจะมีปฏิกิริยากับรังสีเอกซ์พลังงานสูง แล้วจึงให้แสงออกมามากพอที่จะเห็นภาพได้

2.2 <u>ทฤษฎีการสร้างภาพโทโมกราฟี</u>

2.2.1 สัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของรังสีเอกซ์ (Linear X-Ray attenuation coefficient)

รังสีเอกซ์เป็นคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าความถี่สูง เมื่อเดินทางผ่านตัวกลางใด ๆ จะเกิดอันตรกิริยา (interaction) กับตัวกลางนั้น ๆ ได้แก่ โฟโตอิเลกตริก เอฟเฟคท์ (photoelectric effect) คอมพ์ตันเอฟเฟคท์ (compton effect) และการเกิดแพร์โพรดักชัน (pair production) ซึ่งขึ้นกับพลังงานของรังสีเอกซ์ ปรากฏการต่าง ๆ เหล่านี้มีผลทำให้รังสีเอกซ์ที่เดินทาง ผ่านตัวกลางนั้น ๆ สูญเสียพลังงานไปทำให้ปริมาณรังสีที่ผ่านตัวกลางมีความเข้มลดลง

เมื่อรังสีเอกซ์เคลื่อนที่ผ่านตัวกลางใด ๆ ตัวกลางนั้นจะดูดกลืนรังสีเอกซ์ไว้ ทำให้ความเข้มของรังสีที่ผ่านตัวกลางออกมาลดลง ซึ่งการลดลงของปริมาณรังสีขึ้นอยู่กับความหนา และชนิดของวัตถุที่รังสีเอกซ์เคลื่อนที่ผ่าน ดังรูปที่ 2.4 กำหนดให้ I_0 และ I คือความเข้มของรังสีเอกซ์ก่อนและหลังเคลื่อนที่ผ่านตัวกลางหนา x



รูปที่ 2.4 แสดงลำรังสีเอกซ์ที่เคลื่อนที่ผ่านตัวกลาง

จากรูปที่ 2.4 จะได้ความสัมพันธ์ของการลดลงของความเข้มรังสีดังนี้

$$I = I_0 e^{-\mu x} \qquad (2.1)$$

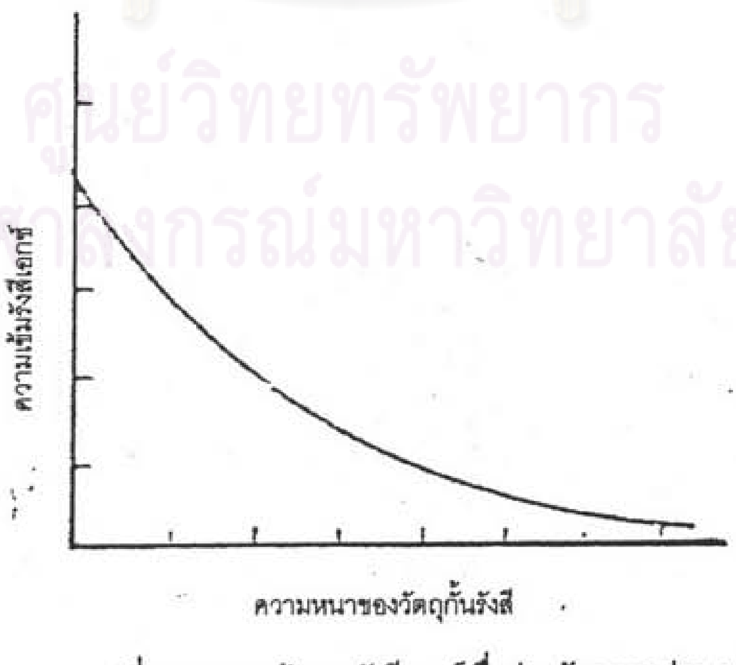
เมื่อ μ เป็นสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของรังสีเอกซ์ของตัวกลางซึ่งหมายถึงความน่าจะเป็นในการที่รังสีเอกซ์ปริมาณหนึ่ง จะถูกลดทอนด้วยวัตถุหนาหนึ่งหน่วย โดยที่ μ มีหน่วยเป็นต่อเซนติเมตร จากสมการที่ 2.1 จะพบว่า

$$\frac{I}{I_0} = e^{-\mu x} \qquad (2.2)$$

ดังนั้น

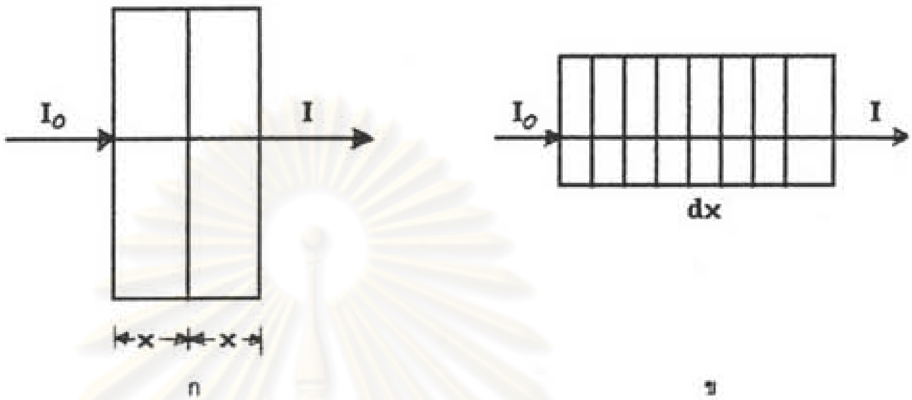
$$\ln\frac{I_0}{I} = \mu x \qquad (2.3)$$

ความสัมพันธ์ของความเข้มของรังสีเมื่อผ่านวัตถุความหนาต่างๆ จะแสดงได้ดังรูปที่ 2.5



รูปที่ 2.5 ความเข้มของรังสีเอกซ์เมื่อผ่านวัตถุหนาต่าง ๆ กัน

รังสีเอกซ์ที่ทะลุผ่านตัวกลางออกมาแล้ว จะมีความเข้มลดลงโดยขึ้นกับความหนาและคุณสมบัติของตัวกลางนั้น ดังแสดงในรูปที่ 2.6



รูปที่ 2.6 เรขาคณิตของลำรังสีเอกซ์ที่เดินผ่านตัวกลางสองแบบ

ก. ตัวกลางที่มีเนื้อต่างกัน 2 ชนิด

ข. ตัวกลางที่มีเนื้อต่างกันหลายชนิด

ในกรณีที่ตัวกลางประกอบด้วยสารสองชนิดหนา x_1 และ x_2 และค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของรังสีเอกซ์เชิงเส้นเป็น μ_1 และ μ_2 ตามลำดับจะพบว่า

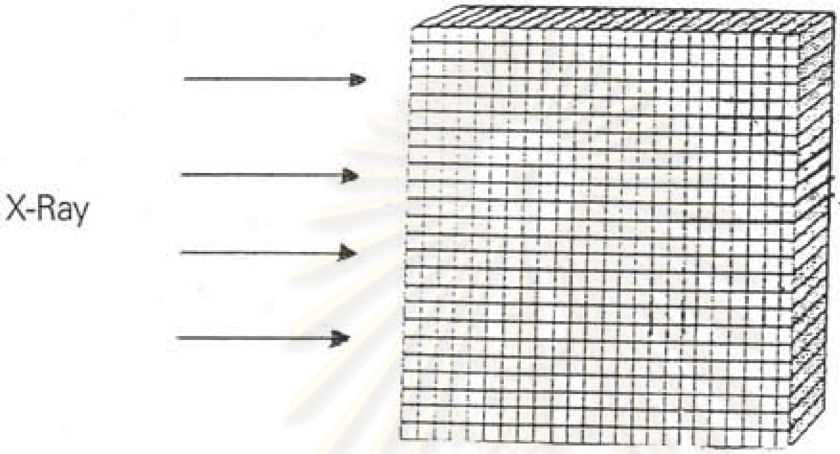
$$I = I_0 e^{-\mu_1 X_1 - \mu_2 X_2} \qquad (2.4)$$

ถ้าตัวกลางประกอบด้วยสารหลายชนิดประกอบกัน จะต้องแบ่งตัวกลางแต่ละชนิดเป็น dx ดังรูปที่ 2.6 ก ความสัมพันธ์ระหว่าง I ,I_0 และ μ จะเป็นไปตามสมการ

$$I = I_0 e^{[\int -\mu dx]} \qquad (2.5)$$

2.2.2 <u>การสร้างภาพกลับ</u> (Image Reconstruction) [2]

ถ้าวัตถุตัวอย่างมีลักษณะเป็นกล่องสี่เหลี่ยมหลาย ๆ กล่องดังรูปที่ 2.7 เมื่อฉายรังสีเอกซ์ผ่าน และกล่องแต่ละใบมีค่าสัมประสิทธ์การลดทอนของรังสีเอกซ์เชิงเส้นเป็น μ



รูปที่ 2.7 การฉายรังสีเอกซ์ผ่านกล่องที่เรียงเป็นเมตริก

ถ้าพิจารณากล่องเพียงหนึ่งใบ ให้รังสีเอกซ์เคลื่อนที่ผ่าน ปริมาณรังสีเอกซ์ที่ผ่านออกมาได้จะมีค่าดังสมการที่ (2.1) โดย x เป็นความหนาของกล่อง ปริมาณรังสีเอกซ์ I และ I_0 สามารถวัดได้จากการทดลอง ค่า μ คือตัวแปรที่จะต้องหา และถ้าพิจารณากล่องสองใบซ้อนกัน ตัวแปรที่ต้องหาคือ μ_1และ μ_2 จะเขียนเป็นสมการได้ดังนี้

$$I = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_2)x} \qquad (2.6)$$

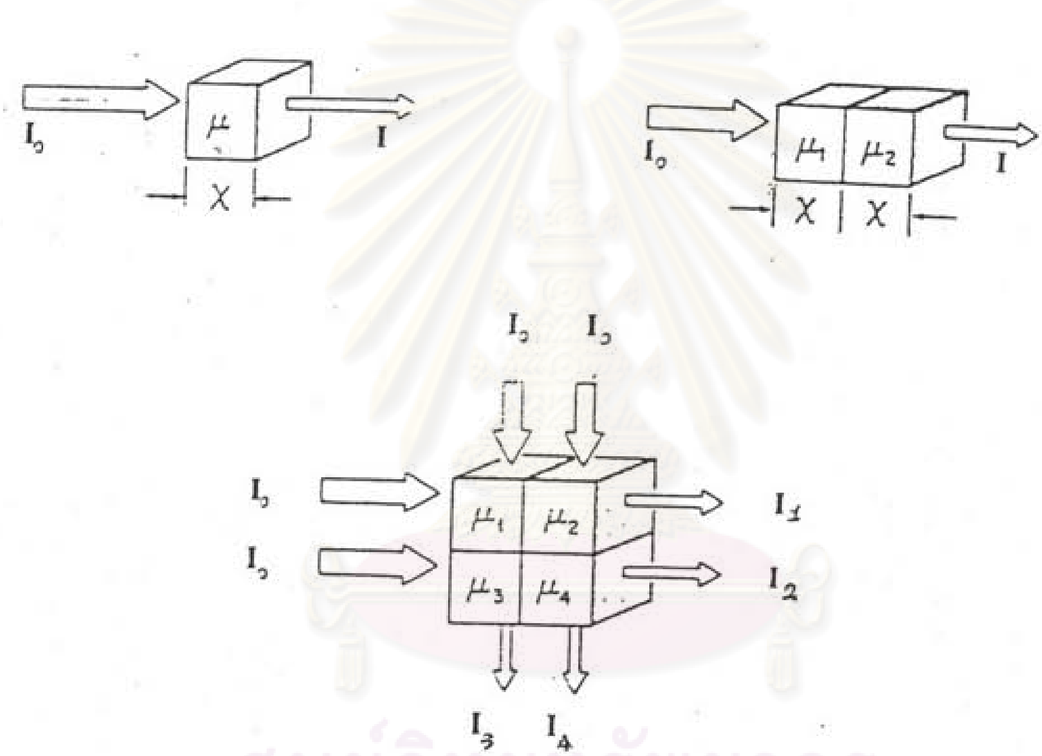
ถ้าพิจารณากล่องสี่ชิ้นประกอบกันเป็นรูปสี่เหลี่ยม แล้วให้รังสีเอกซ์ทะลุผ่านสองทิศทาง ในแต่ละทิศทางที่รังสีเอกซ์ผ่าน จะผ่านกล่องสองกล่อง ดังนั้นจะได้สมการของรังสีเอกซ์ที่ส่งผ่านออกมา สี่สมการ ในแต่ละสมการจะประกอบด้วยตัวแปรสองตัว ดังนี้

$$I_1 = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_2)X} \qquad (2,7)$$

$$I_2 = I_0 e^{-(\mu_3 + \mu_4)X} \qquad (2,8)$$

$$I_3 = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_3)X} \qquad (2,9)$$

$$I_4 = I_0 e^{-(\mu_2 + \mu_4)X} \qquad (2,10)$$



รูปที่ 2.8 รังสีเอกซ์เมื่อเคลื่อนที่ผ่านวัตถุที่เป็นกล่อง

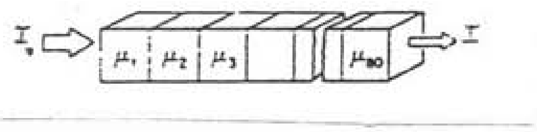
ก. วัตถุเป็นกล่องหนึ่งใบ

ข. วัตถุเป็นกล่องสองใบ

ค. วัตถุเป็นกล่องสี่ใบซ้อนกันและรังสีเอกซ์ผ่านสองทิศทาง

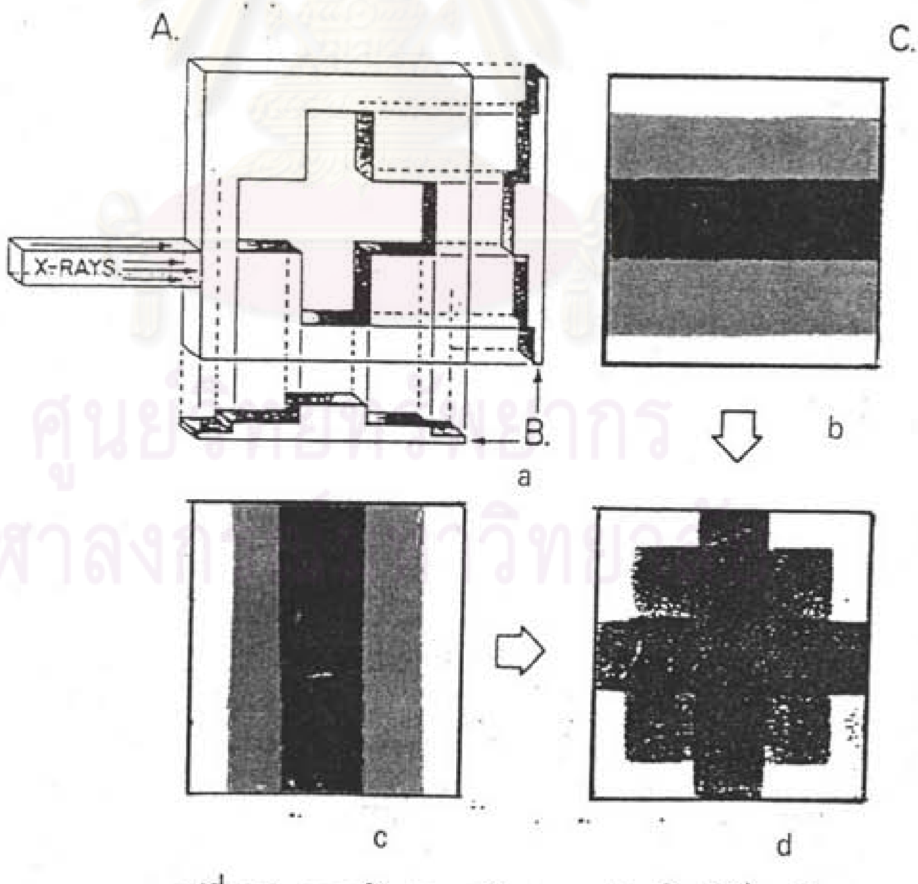
ดังนั้นถ้ามีกล่องมาประกอบกันดังรูปที่ 2.7 ซึ่งมีจำนวนกล่องทั้งหมด 80x80 กล่อง พบว่าตัวแปร μ ที่ต้องการหาจะอยู่ในรูปเมตริกซ์ (Matrix) 80x80 หรือ 6400 ค่า รังสีเอกซ์แต่ละลำจะผ่านกล่อง 80 กล่อง ซึ่งมีตัวแปร μ หรือสัมประสิทธ์การลดลงของรังสีเอกซ์เชิงเส้น 80 ค่า สมการของรังสีเอกซ์แต่ละลำจะเป็น

$$I = I_0 e^{-(\mu_1 + \mu_2 + \dots + \mu_{80})x} \qquad (2.11)$$



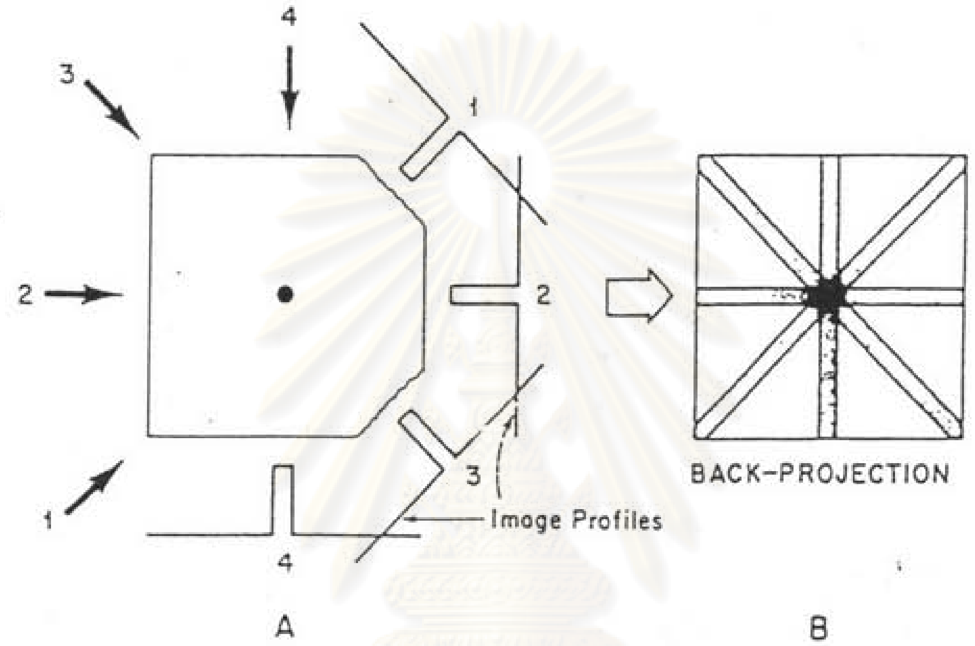
รูปที่ 2.9 รังสีเอกซ์ผ่านกล่อง 80 ใบ

ถ้าฉายรังสีเอกซ์เป็นแนวระนาบสองระนาบดังรูปที่ 2.7 จะได้สมการ 6400 สมการ จากนั้นแก้สมการหาค่า μ แล้วนำมา เขียนอยู่ในรูป matrix ก็สามารถสร้างภาพโทโมกราฟีได้ จากรูปที่ 2.7 สร้างได้จากการถ่ายสองมุม แต่ถ้านำมาใช้กับวัตถุทั่วไปจะต้องแบ่งกล่องออกเป็นเซลเล็ก ๆ ให้ได้มากที่สุด และถ่ายรังสีเอกซ์หลาย ๆ มุม จะได้สมการหลายสมการ ซึ่งจะทำให้ค่าของตัวแปร μ มีค่าใกล้เคียงความจริงมากขึ้น ทำให้ได้ภาพโทโมกราฟีที่ละเอียดขึ้น



รูปที่ 2.10 การสร้างภาพกลับจากการถ่ายด้วยรังสีเอกซ์

ในการเก็บข้อมูลเพื่อสร้างภาพโทโมกราฟี จะนำปริมาณรังสีเอกซ์ที่วัดได้ ไปคำนวนหาค่าสัมประสิทธิ์การลดทอนเชิงเส้นของรังสีเอกซ์ แล้วนำมาสร้างภาพ เช่นตัวอย่างในรูปที่ 2.10 จะให้รังสีเอกซ์ผ่านวัตถุตัวอย่างสองแนว ข้อมูลที่ได้เมื่อนำไปคำนวนสร้างภาพโทโมกราฟี จะได้ภาพดังรูป 2.10d สำหรับรูปที่ 2.11 จะแสดงการถ่ายด้วยรังสีเอกซ์หลาย ๆ มุม



รูปที่ 2.11 การสร้างภาพกลับจากการเก็บข้อมูลหลาย ๆ มุม

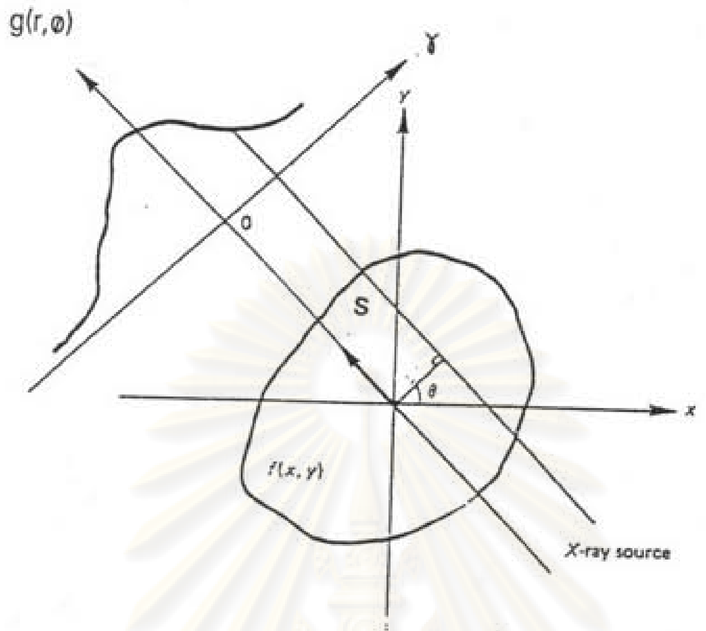
2.2.3 <u>เรย์ซัม</u> (Ray - Sum)

จากรูปที่ 2.12 กำหนดให้วัตถุวางอยู่บนระนาบ (x,y) และมีจุดหมุนอยู่ที่จุดกำเนิด (origin) ลำรังสีเอกซ์ลำแคบตัดผ่านวัตถุ โดยทำมุม Ø กับแนวแกน x ความเข้มของรังสีเอกซ์ที่ทะลุผ่านวัตถุซึ่งมีความหนาแน่นบนระนาบ (x,y) แตกต่างกันเรียกว่า 'เรย์ซัม' ดังสมการที่ 2.11

$$I = I_0 e^{[-\int_{r,\phi} \mu(x,y)\,dx]} \qquad (2.11)$$

และ

$$r = x\cos\phi + y\sin\phi \qquad (2.12)$$

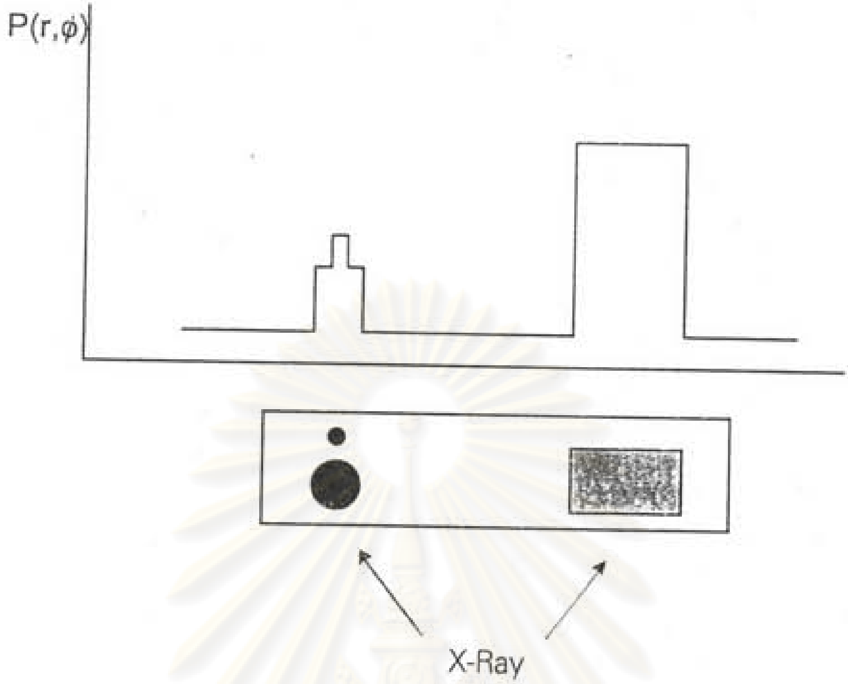


รูปที่ 2.12 เรขาคณิตของรังสีเอกซ์ที่เคลื่อนที่ผ่านวัตถุ

โดยที่ $\mu(x,y)$ คือสัมประสิทธ์การลดทอนเชิงเส้นของรังสีเอกซ์ของวัตถุที่ตำแหน่ง x,y ใด ๆ จากสมการสามารถเขียนอีกรูปแบบหนึ่งได้เป็น

$$g(r,\phi) \quad = \quad \ln\frac{I_0}{I} \quad = \quad \int_{r,\phi}\mu(x,y)\,ds \qquad (2.13)$$

โดยเทอม g(r,ø) เป็นอินทิเกรดตามเส้นของโคออร์ดิเนต r , ø สำหรับมุม ø มุมหนึ่งเทอมนี้มีชื่อเรียกว่า เรย์ซัม (ray-sum) หรือเรย์โปรเจกชัน (ray - projection) และที่มุม ø ใด ๆ ถ้าเลื่อนหลอดรังสีเอกซ์และหัววัดไปพร้อม ๆ กัน ในแนวเส้นตรง จะได้เรย์ซัมขึ้นมาชุดหนึ่ง สำหรับมุม ø หนึ่ง ๆ ซึ่งเรียกว่า โพรไฟล์ (pro file) หรือ โปรเจกชัน (projection)



รูปที่ 2.13 โปรเจกชันของระบบถ่ายภาพโทโมกราฟี

จากที่ได้กล่าวมาทั้งหมด ถ้าใช้ลำรังสีแบบพัด ข้อมูลที่ได้จากการให้ลำรังสีเอกซ์ทะลุผ่านแต่ละมุมก็จะได้ 1โพรไฟล์ หรือ 1 โปรเจกชันทันที

ค่าสัมประสิทธ์การลดลงของรังสีเอกซ์เชิงเส้น $\mu(x,y)$ เป็นค่าคงที่ของตัวกลางหนึ่งๆ ถ้า $\mu(x,y)$ มีค่ามากหรือวัตถุนั้นมีความหนาแน่นมากก็จะดูดกลืนมาก ถ้ามีค่าน้อยก็จะดูดกลืนน้อย ดังนั้น ถ้าเราหาค่า $\mu(x,y)$ ที่ตำแหน่ง x,y ใด ๆ ของวัตถุนั้นได้แล้ว แล้วเอาค่า $\mu(x,y)$ นั้น แทนทุกๆ จุดในระนาบ ก็สามารถหาภาพตัดขวางของวัตถุได้ ทฤษฎีการสร้างภาพวิธีต่าง ๆ จึงมุ่งหาค่า $\mu(x,y)$ นี้

จากสมการที่ 2.13 เมื่อประยุกต์ทฤษฎีการแปลงฟูเรียร์ (Fourier Transform) และกฎของคอนโวลูชั่น (convolution) สามารถเขียนสมการใหม่ได้เป็น

$$\mu(x,y) = \frac{1}{2\pi}\int_{0}^{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} g(r,\phi).h(r-r')dr'd\phi \qquad (2.14)$$

ในที่นี้ h(r) คือ ฟิลเตอร์ฟังค์ชัน (filter function)