บทที่ 2

ระเบียบวิธีการในการหาแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวเพื่อตรวจสอบคุณภาพสินค้า

2.1 หลักเบื้องต้นในการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว

ในการยอมรับคุณภาพของกลุ่มสินค้าโดยการตรวจสอบผลิตภัณฑ์จากกลุ่มสินค้า จะพิจารณาจำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่อยู่ในตัวอย่างว่าควรจะมีได้จำนวนเท่าใด จึงจะยอมรับหรือปฏิเสธกลุ่ม วิธีการที่ใช้โดยทั่วๆไปคือ สุ่มตัวอย่างจากกลุ่มขึ้นมาตรวจสอบ การสุ่มตัวอย่างอาจจะสุ่มครั้งเดียว หรือสองครั้งหรือหลายครั้งก็ได้ แล้วตัดสินว่าจะยอมรับหรือปฏิเสธกลุ่มสินค้าเป็นกลุ่มๆไป ถ้าการตัดสินขึ้นอยู่กับการสุ่มตัวอย่างเพียงครั้งเดียว เรียกว่า "การสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว" ส่วนการสุ่มตัวอย่างสองครั้งหรือหลายครั้งจะตัดสินใจยอมรับหรือปฏิเสธกลุ่มสินค้าหลังจากที่มีการสุ่มตัวอย่างสองชุดหรือหลายชุดตามลำดับ

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้จะศึกษาถึงแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว เมื่อจำแนกคุณภาพสินค้าเป็น 3 ระดับ เปรียบเทียบกับการจำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ และคำนวณหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ย เมื่อต้องการลดจำนวนตัวอย่างที่ตรวจสอบ โดยที่ไม่ทำให้เงื่อนไขที่ผู้ผลิตและลูกค้ากำหนดไว้นั้นเปลี่ยนแปลงไป วิธีการนี้เรียกว่า "เคอเทลแซมปลิ้ง" (Curtailed Sampling)

กรรมวิธีที่ใช้ในแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว คือ ตรวจสอบตัวอย่างที่เลือกมาจากแต่ละกลุ่มสินค้าโดยวิธีการสุ่ม และเมื่อพบว่ามีกลุ่มสินค้าใดมีผลิตภัณฑ์เสียหรือมีข้อบกพร่อง ก็จะยอมรับหรือปฏิเสธเป็นกลุ่มๆไป

การสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวนี้ จะมีปัจจัยที่เกี่ยวข้อง 3 สิ่งด้วยกันคือ

1) จำนวนผลิตภัณฑ์ในแต่ละกลุ่มสินค้า (N)

2) จำนวนผลิตภัณฑ์ที่เลือกขึ้นมาโดยการสุ่มจากแต่ละกลุ่มสินค้า (n)

3) ผลรวมของจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียกับผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมรับได้ (c_1) และจำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมรับได้ (c_2) สำหรับในกรณีของ การจำแนกคุณภาพของสินค้าเป็น 3 ระดับ

หรือจำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมรับได้ (c) สำหรับในกรณีของการจำแนกคุณภาพของสินค้าเป็น 2 ระดับ

จำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมรับได้นี้ หมายถึง จำนวนสูงสุดของผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมให้เกิดขึ้นในแต่ละตัวอย่าง

ตัวอย่างในการกำหนดปัจจัยสำหรับการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวเมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ ได้แก่

$$\begin{cases} n = 72 \\ c_1 = 5 \\ c_2 = 2 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่า จะต้องเลือกตัวอย่างโดยการสุ่ม 72 หน่วยจากกลุ่มสินค้า ถ้าตัวอย่าง 72 หน่วยนี้มีผลรวมของจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียและผลิตภัณฑ์เสียเกิน 5 หน่วย หรือมีผลิตภัณฑ์เสียเกิน 2 หน่วย จะปฏิเสธกลุ่มสินค้า

สำหรับขนาดของกลุ่มสินค้า (N) เนื่องจากว่าในที่นี้จะพิจารณาเฉพาะกรณีที่ถือว่าขนาดของกลุ่มสินค้ามีขนาดใหญ่ดังนั้นจึงไม่จำเป็นต้องทราบค่า N

2.2 วิธีการคำนวณแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียว

ในการคำนวณหาแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวทั้งในการจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ และ 2 ระดับ จำเป็นต้องกำหนดค่าสัดส่วนผลิตภัณฑ์ 2 ค่า คือ

2.2.1) ระดับในการยอมรับคุณภาพ หรือ AQL (Acceptable quality level) มีค่าเท่ากับ P_1

2.2.2) ระดับในการปฏิเสธคุณภาพหรือ RQL (Rejectable quality level) มีค่าเท่ากับ P_2

โดยที่ $P_1 < P_2$

และกำหนดค่าความน่าจะเป็น 2 ค่า คือ α, β

ซึ่ง α = ความเสี่ยงของผู้ผลิต

β = ความเสี่ยงของลูกค้า

โดยที่ $1 - \alpha > \beta$

การกำหนดค่าทั้ง 4 ค่า คือ AQL , RQL , α และ β มีความหมายดังนี้ ถ้าสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสียมีค่าเท่ากับ p_1 แสดงว่าผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมามีคุณภาพเป็นที่น่าพอใจหรือสรุปได้ว่า ความน่าจะเป็นในการยอมรับสินค้าที่มีสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสียเท่ากับ p_1 ไม่ต่ำกว่า $1 - \alpha$ หรือเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

ความน่าจะเป็น (การยอมรับกลุ่มสินค้า | AQL) $\geqslant 1 - \alpha$ ____(2.2.1)

ถ้าสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสียมีค่าเท่ากับ p_2 แสดงว่าผลิตภัณฑ์ที่ผลิตออกมามีคุณภาพไม่เป็นที่น่าพอใจ หรือสรุปได้ว่า ความน่าจะเป็นในการยอมรับสินค้าที่มีสัดส่วนผลิตภัณฑ์เสียเท่ากับ p_2 จะไม่สูงกว่า β หรือเขียนในรูปสมการได้ดังนี้

ความน่าจะเป็น (การยอมรับกลุ่มสินค้า | RQL) $\leqslant \beta$ ____(2.2.2)

จากสมการ (2.2.1) และ (2.2.2) จะทำให้สามารถหาจำนวนตัวอย่างที่จะต้องตรวจสอบและจำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่จะยอมให้มีในตัวอย่าง

ก่อนที่จะศึกษาถึงทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพสินค้าที่จำแนกเป็น 3 ระดับ จะพิจารณาถึงทฤษฎีและหลักการเมื่อจำแนกคุณภาพสินค้าเป็น 2 ระดับ ซึ่งใช้กันโดยทั่ว ๆ ไป

2.3 ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพสินค้าที่จำแนกเป็น 2 ระดับ

การตรวจสอบคุณภาพสินค้าโดยที่จำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ คือ ดีและเสีย เพื่อพิจารณาว่าควรยอมรับหรือปฏิเสธกลุ่มสินค้านั้น กระทำได้โดยการเลือกตัวอย่างสินค้าหรือผลิตภัณฑ์มาตรวจสอบ ในวิทยานิพนธ์นี้จะศึกษาเฉพาะกรณีที่ขนาดของกลุ่มสินค้ามีขนาดใหญ่ ซึ่งมีผลทำให้จำนวนผลิตภัณฑ์เสียในตัวอย่างมีการแจกแจงแบบทวินาม เช่น ให้ X = จำนวนผลิตภัณฑ์เสียในตัวอย่างขนาด n ที่ถูกเลือกขึ้นมาตรวจสอบ

ดังนั้น $\text{Prob.}\ (X = x) = \binom{n}{x} p^x (1 - p)^{n-x} \qquad x = 0, 1, 2, \ldots, n$

ถ้า c = จำนวนผลิตภัณฑ์เสียสูงสุดที่จะยอมให้มีได้ในกลุ่มตัวอย่าง

การคำนวณหาแผนการสุ่มตัวอย่าง (n, c) สำหรับการจำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับจะหาได้จากสมการ 2 สมการข้างล่างนี้

$$\text{ความน่าจะเป็น (การยอมรับกลุ่มสินค้า} \mid \text{AQL)} = \sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x} \geq 1-\alpha \quad (2.3.1)$$

$$\text{ความน่าจะเป็น (การยอมรับกลุ่มสินค้า} \mid \text{RQL)} = \sum_{x=0}^{c} \binom{n}{x} p^{x} (1-p)^{n-x} \leq \beta \quad (2.3.2)$$

การยอมรับกลุ่มสินค้านั้นจะยอมรับเมื่อพบจำนวนผลิตภัณฑ์เสียจากตัวอย่างไม่เกิน c และจะปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้าตรวจพบจำนวนผลิตภัณฑ์เสียเกิน c

ตัวอย่างของแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวเมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ

$$\begin{cases} n = 30 \\ c = 2 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่า

1) ตรวจสอบผลิตภัณฑ์จากตัวอย่างจำนวน 30 หน่วยจากกลุ่มตัวอย่าง อย่างสุ่ม

2) จะยอมรับกลุ่มสินค้าถ้าผลการตรวจสอบ ปรากฏว่ามีจำนวนผลิตภัณฑ์เสียไม่เกิน 2 หน่วย

3) ปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้าผลการตรวจสอบ ปรากฏว่าจำนวนผลิตภัณฑ์เสียมากกว่า 2 หน่วย

2.4 การลดจำนวนตัวอย่างที่ตรวจสอบโดยที่จำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ

ในกรณีที่ต้องการตรวจสอบเพียงเพื่อจะดูว่า กลุ่มสินค้าจะถูกยอมรับหรือปฏิเสธ อาจตัดสินได้โดยที่ตรวจสอบไปไม่ถึงขนาดตัวอย่างที่ n ซึ่งเป็นจำนวนตัวอย่างทั้งหมดที่ต้องตรวจสอบ เช่น พิจารณาเมื่อ n = 30 , c = 4 ตรวจสอบพบผลิตภัณฑ์เสียหน่วยที่ห้าในการตรวจสอบหน่วยตัวอย่างที่สิบ ดังนั้นก็จะสรุปได้ว่า กลุ่มสินค้านี้จะต้องถูกปฏิเสธ หรืออาจเกิดอีกกรณีหนึ่ง คือ n = 30 c = 4 และได้ตรวจสอบไปแล้ว 26 หน่วย ปรากฏว่าไม่มีผลิตภัณฑ์เสีย ก็สรุปได้เช่นกันว่ากลุ่มสินค้านี้จะถูกยอมรับ โดยไม่ต้องตรวจสอบไปจนถึงหน่วยที่ 30 วิธีการตรวจสอบโดยทำให้ลดจำนวนตัวอย่างในการตรวจนี้เรียกว่าเคอเทลลิ่ง (Curtailing) ซึ่งแบ่งวิธีการตรวจสอบได้เป็น 2 แบบ

1) วิธีการตรวจสอบลดจำนวนตัวอย่างอย่างสุ่มแบบเซมิเคอเทล (Semi – Curtailed Sampling)

2) วิธีการตรวจสอบลดจำนวนตัวอย่างอย่างสุ่มแบบฟูลลี่เคอเทล (Fully – Curtailed Sampling)

เพื่อความสะดวกจะกำหนดสัญลักษณ์เพิ่มเติมต่อไปนี้

x = จำนวนผลิตภัณฑ์เสียในการตรวจสอบผลิตภัณฑ์ n หน่วย

y = จำนวนหน่วยที่ถูกตรวจสอบเมื่อผลิตภัณฑ์เสียหน่วยที่ k ถูกตรวจพบ

z = จำนวนหน่วยที่ถูกตรวจสอบเมื่อผลิตภัณฑ์ดีหน่วยที่ $(n - k + 1)$ ถูกตรวจสอบ

i = จำนวนผลิตภัณฑ์เสียเมื่อมีการสุ่มแบบเคอเทลสิ่งโดยพบผลิตภัณฑ์ดี $(n - k + 1)$ หน่วย

นั่นคือ $i = z - (n - k + 1)$ ________(2.4.1)

s = ตัวแปรสุ่มแบบไม่ต่อเนื่อง ซึ่งมีค่า $0 , 1 , \ldots, k - 1$ เมื่อกลุ่มสินค้าถูกยอมรับ และมีค่า $k , k + 1 , \ldots, n$ เมื่อกลุ่มสินค้าถูกปฏิเสธ

k = $c + 1$ = จำนวนที่จะปฏิเสธ (rejection number)

2.4.1. แผนการตรวจสอบแบบเซมิเคอเทล เมื่อจำแนกคุณภาพสินค้าเป็น 2 ระดับ

การตรวจสอบผลิตภัณฑ์จะตรวจสอบผลิตภัณฑ์ทีละหน่วยจากกลุ่มสินค้าโดยวิธีการสุ่ม จนกระทั่งพบจำนวนผลิตภัณฑ์เสีย k หน่วย หรือตรวจสอบจนกระทั่งถึง n หน่วย ปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้าตรวจพบผลิตภัณฑ์เสียจำนวน k หน่วย และยอมรับกลุ่มสินค้าถ้าตรวจพบผลิตภัณฑ์เสียน้อยกว่า k หน่วย

ฟังก์ชันของการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สอดคล้องกับตัวแปรสุ่ม s จะเป็นดังนี้

$$f(s) = \begin{cases} \binom{n}{x} p^{x}(1-p)^{n-x} & s = x = 0 , 1 , \ldots, k-1 \\ \binom{y-1}{k-1} p^{k}(1-p)^{y-k} & s = y = k , k+1 , \ldots, n \end{cases}$$

โดยที่ความน่าจะเป็นของการที่กลุ่มสินค้าถูกยอมรับ= $\sum_{s=0}^{k-1} f(s)$

และความน่าจะเป็นของการที่กลุ่มสินค้าถูกปฏิเสธ = $\sum_{s=k}^{n} f(s)$

ดังนั้น $\sum_{s=0}^{k-1} f(s) + \sum_{s=k}^{n} f(s) = 1$

เพราะกลุ่มสินค้าจะต้องถูกยอมรับหรือไม่ก็ปฏิเสธเท่านั้น

2.4.2 การหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเมื่อการตรวจสอบเป็นแบบเซมิเคอเทล

ในการตรวจสอบแบบเซมิเคอเทล จำนวนตัวอย่างที่ถูกตรวจสอบจะเท่ากับ n หน่วย ถ้ากลุ่มสินค้าถูกยอมรับ และจำนวนตัวอย่างจะมีค่าเป็น y ถ้ากลุ่มสินค้าถูกปฏิเสธ ดังนั้นจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยซึ่งแทนด้วยสัญญลักษณ์ ASN_{semi} จะมีค่าดังนี้

$$ASN_{semi} = n\sum_{x=0}^{k-1}\binom{n}{x} p^{x}(1-p)^{n-x} + \sum_{y=k}^{n} y\binom{y-1}{k-1} p^{k}(1-p)^{y-k}$$

$$= n\,B(p\,,\,n\,,\,k-1) + k\left[1-B(p\,,\,n+1\,,\,k)\right]/p$$

ให้ $J_1 = n\,p\,B(p\,,\,n\,,\,k-1)+k\left[1-B(p\,,\,n+1\,,\,k)\right]$

ดังนั้นจะได้

$$ASN_{semi} = J_{1/p}$$

โดยที่

$$B(p\,,\,n\,,\,k) = \sum_{x=0}^{k}\binom{n}{x}p^{x}(1-p)^{n-x}$$

2.4.3 แผนการตรวจสอบแบบฟูลสีเคอเทลเมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ

การตรวจสอบผลิตภัณฑ์จะตรวจสอบผลิตภัณฑ์ทีละหน่วยจากกลุ่มสินค้าโดยวิธีการสุ่มจนกระทั่งตรวจพบผลิตภัณฑ์เสียจำนวน k หน่วย หรือผลิตภัณฑ์ดีจำนวน n-k+1 ยอมรับกลุ่มสินค้าถ้ามีผลิตภัณฑ์ดีจำนวน n-k+1 หน่วย และปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้ามีผลิตภัณฑ์เสีย k หน่วย

ฟังก์ชันการแจกแจงความน่าจะเป็นที่สอดคล้องกับตัวแปรสุ่ม s จะเป็นดังนี้

$$g(s) = \begin{cases} \binom{n-k+i}{n-k}(1-p)^{n-k+1}p^{i} & s = i = 0\,,\,1\,,\,\ldots\,,\,k-1 \\ \binom{y-1}{k-1}p^{k}(1-p)^{y-k} & s = y = k\,,\,k+1\,,\ldots,\,n \end{cases}$$

โดยที่

ความน่าจะเป็นของการที่กลุ่มสินค้าจะถูกยอมรับ $= \sum_{s=0}^{k-1} g(s)$

และความน่าจะเป็นของการที่กลุ่มสินค้าจะถูกปฏิเสธ $= \sum_{s=k}^{n} g(s)$

ดังนั้น

$$\sum_{s=0}^{k-1} g(s) + \sum_{s=k}^{n} g(s) = 1$$

เพราะกลุ่มสินค้าจะต้องถูกยอมรับหรือปฏิเสธเท่านั้น

2.4.4 การหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเมื่อการตรวจสอบเป็นแบบฟูลลี่เคอเทล

การตรวจสอบผลิตภัณฑ์แบบฟูลลี่เคอเทลจะตรวจสอบผลิตภัณฑ์ทีละหน่วย จำนวนตัวอย่างจะมีค่าเป็น z ในกรณีที่สินค้าถูกยอมรับ และมีค่าเป็น y ในกรณีที่กลุ่มสินค้าถูกปฏิเสธ ดังนั้นจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเขียนแทนด้วยสัญญลักษณ์ ASN_{fully} จะมีค่าดังนี้

$$ASN_{fully} = \sum_{z=n-k+1}^{n} z \binom{z-1}{n-k} (1-p)^{n-k+1} p^{z-(n-k+1)}$$

$$+ \sum_{y=k}^{n} y \binom{y-1}{k-1} p^{k} (1-p)^{y-k}$$

$$= (n-k+1)\, B(p\ ,\ n+1\ ,\ k-1)\ /\ (1-p) + k\left[1-B(p\ ,\ n+1\ ,\ k)\right] /p$$

ให้ $J_2 = (n-k+1)p\ B(p\ ,\ n+1\ ,\ k-1)\ /\ (1-p) + k\left[1-B(p\ ,\ n+1\ ,\ k)\right]$

ดังนั้นจะได้

$$ASN_{fully} = J_{2/p}$$

2.5 ทฤษฎีและหลักการที่ใช้ในการควบคุมคุณภาพของสินค้าที่จำแนกเป็น 3 ระดับ

การจำแนกคุณภาพสินค้า โดยทั่วไปแล้วนิยมจำแนกคุณภาพเป็น 2 ระดับ คือดีและเสีย ซึ่งการจำแนกเช่นนี้บางครั้งผลิตภัณฑ์บางหน่วยที่มีส่วนเสียไม่มากนักก็ต้องถือว่าเป็นผลิตภัณฑ์เสีย ดังนั้นจึงน่าจะพิจารณาว่าการจำแนกคุณภาพให้ละเอียดลงไปอีก คือจำแนกเป็น 3 ระดับ ดี , เกือบเสียและเสียนั้นจะมีผลกระทบต่อผู้ผลิตหรือลูกค้ามากน้อยเพียงไร ทฤษฎีและหลักการที่นำมาใช้จะเป็นการขยายจากการจำแนกคุณภาพของสินค้าเป็น 2 ระดับ คือ การแจกแจงความน่าจะเป็นของผลิตภัณฑ์ที่ไม่ได้มาตรฐานในการจำแนกคุณภาพของสินค้าเป็น 3 ระดับจะมีการแจกแจงแบบไตรแวริเอทไฮเปอร์ยีออเมตริก (trivariate hypergeometric)

สัญลักษณ์ที่ใช้ในแผนการเลือกตัวอย่างโดยที่จำแนกคุณภาพสินค้าเป็น 3 ระดับ

N = จำนวนผลิตภัณฑ์ทั้งหมดในกลุ่มสินค้า

n = จำนวนผลิตภัณฑ์ตัวอย่างที่ถูกเลือกขึ้นมาจากกลุ่มสินค้า

p_0 = สัดส่วนของผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดี

p_1 = สัดส่วนของผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสีย

$p_2 = 1-p_0-p_1 =$ สัดส่วนของผลิตภัณฑ์เสีย

m = ค่าที่จำแนกคุณลักษณะของผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีและเกือบเสีย

M = ค่าที่จำแนกคุณลักษณะของผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียและผลิตภัณฑ์เสีย

c_1 = จำนวนสูงสุดของผลรวมของผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียกับผลิตภัณฑ์เสียที่ยอมให้มีได้ในตัวอย่าง

c_2 = จำนวนสูงสุดของผลิตภัณฑ์เสียที่จะยอมให้มีได้ในตัวอย่าง

ถ้าให้กลุ่มสินค้ามีขนาด N ประกอบด้วยผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดี D_0 หน่วย ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสีย D_1 หน่วย และผลิตภัณฑ์เสีย D_2 หน่วย ($D_2 = N-D_0-D_1$) และสุ่มตัวอย่างขนาด n

ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดี d_o หน่วย ผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสีย d_1 หน่วย และผลิตภัณฑ์เสีย d_2 หน่วย $(d_2 = n-d_o-d_1)$ จากตัวอย่างที่สุ่มได้ จะมีการแจกแจงแบบไตรแวริเอทไฮเปอร์ยีออเมตริก

$$= \left(\frac{n!}{d_o\,!\; d_1\,!\; d_2!} \right) \frac{D_0^{[d_o]} \cdot D_1^{[d_1]} \cdot D_2^{[d_2]}}{N^{[n]}} \qquad \text{\_\_\_\_\_(2.5.1)}$$

$D^{[d]}$ หมายความว่า $D(D-1)(D-2)\ldots(D-d+1)$

ถ้า N , D_0 , D_1 และ D_2 มีค่ามากพอ การแจกแจงแบบไตรแวริเอทไฮเปอร์ยีออเมตริกก็จะถูกประมาณด้วยการแจกแจงแบบไตรโนเมียล

$$= \left(\frac{n!}{d_o\,!\; d_1!\; d_2\,!} \right) p_o^{d_o} \cdot p_1^{d_1} \cdot p_2^{d_2} \qquad \text{\_\_\_\_\_(2.5.2)}$$

โดยที่ $p_i = D_i/N$

ในที่นี้จะถือว่าขนาดของกลุ่มสินค้ามีขนาดใหญ่ ซึ่งทำให้สามารถใช้การแจกแจงแบบไตรโนเมียลเป็นค่าประมาณของการแจกแจงแบบไตรแวริเอทไฮเปอร์ยีออเมตริกได้

ดังนั้นในแผนการสุ่มตัวอย่างที่จำแนกคุณภาพของสินค้าเป็น 3 ระดับจะถูกกำหนดด้วยจำนวน 3 จำนวนคือ n , c_1 , c_2 และสัดส่วนของคุณภาพของสินค้าอย่างน้อย 2 ค่า คือ p_o , p_1 หรือ p_2

สำหรับวิธีการหาค่า n , c_1,c_2 จะใช้หลักการดังได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.2 นั่นคือ ค่า n , c_1 , c_2 จะหาได้จากสมการ (2.2.1) และ (2.2.2) ดังนี้

$$\text{Prob. (การยอมรับกลุ่มสินค้า } \mid \text{AQL)} = \sum_{i=o}^{c_1-j} \sum_{j=o}^{c_2} \frac{n!}{i!\, j!(n-i-j)!} p_o^{n-i-j} \cdot p_1^i \cdot p_2^j \geq 1-\alpha \qquad (2.5.3)$$

$$\text{Prob. (การยอมรับกลุ่มสินค้า } \mid \text{RQL)} = \sum_{i=o}^{c_1-j} \sum_{j=o}^{c_2} \frac{n!}{i!\, j!(n-i-j)!} p_o^{n-i-j} \cdot p_1^i p_2^j \leq \beta \qquad (2.5.4)$$

การยอมรับกลุ่มสินค้านั้นจะยอมรับเมื่อพบจำนวนผลิตภัณฑ์เสียจากตัวอย่างไม่เกิน c_2 และผลรวมของจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียกับจำนวนผลิตภัณฑ์เสียไม่เกิน c_1 และจะปฏิเสธสินค้าถ้าตรวจพบจำนวนผลิตภัณฑ์เสียเกิน c_2 หรือผลรวมของจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียกับจำนวนผลิตภัณฑ์เสียเกิน c_1

ตัวอย่างของแผนการสุ่มตัวอย่างครั้งเดียวเมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ

$$\begin{cases} n = 72 \\ c_1 = 5 \\ c_2 = 2 \end{cases}$$

ซึ่งมีความหมายว่า

1) ตรวจสอบผลิตภัณฑ์จากตัวอย่างจำนวน 72 หน่วย จากกลุ่มสินค้าโดยวิธีการสุ่ม

2) จะยอมรับกลุ่มสินค้าถ้าผลการตรวจสอบ ปรากฏว่าผลรวมจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียและจำนวนผลิตภัณฑ์เสียไม่เกิน5 หน่วย และจำนวนผลิตภัณฑ์เสียไม่เกิน 2 หน่วย

3) ปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้าผลการตรวจสอบปรากฏว่าผลรวมจำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียและจำนวนผลิตภัณฑ์เสียเกิน 5 หน่วย หรือจำนวนผลิตภัณฑ์เสียเกิน 2 หน่วย

2.6 การลดจำนวนตัวอย่างที่ตรวจสอบในการจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ

ถ้าตรวจสอบผลิตภัณฑ์แต่ละหน่วยเสียค่าใช้จ่ายค่อนข้างสูงหรืออาจจะเสียเวลาในการตรวจสอบมากควรใช้วิธีการเคอเทลแซมปลิ้ง ซึ่งวิธีนี้จะช่วยลดจำนวนตัวอย่างในการตรวจสอบโดยที่ไม่ทำให้เงื่อนไขของผู้ผลิตและลูกค้ากำหนดไว้เปลี่ยนแปลงไป การตรวจสอบแบบเคอเทลแซมปลิ้งจะมี

2 วิธีด้วยกันคือ

1) เซมิเคอเทลแซมปลิ้ง (Semi - Curtailed Sampling)

2) ฟูลลี่เคอเทลแซมปลิ้ง (Fully - Curtailed Sampling)

เพื่อความสะดวกจะกำหนดสัญลักษณ์เพิ่มเติมต่อไปนี้

Y = จำนวนผลิตภัณฑ์ที่ถูกตรวจสอบจริง ๆ

D_2 = จำนวนผลิตภัณฑ์เสียที่ตรวจสอบพบใน Y

D_1 = จำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียที่ตรวจพบใน Y

D_o = $Y-D_1-D_2$ = จำนวนผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีที่ตรวจพบใน Y

$$p_1' = p_1 / (p_1 + p_o)$$

$$p_1'' = p_1 / (p_1 + p_2)$$

$$p_o' = p_o / (p_1 + p_0)$$

$$p_2'' = p_2 / (p_1 + p_2)$$

$$k_1 = c_1 + 1$$

$$k_2 = c_2 + 1$$

และ $$B(r, n, p) = \sum_{x=o}^{r} \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

2.6.1 แผนการตรวจสอบแบบเซมิเคอเทล เมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ

การตรวจสอบผลิตภัณฑ์จะตรวจสอบผลิตภัณฑ์ที่เลือกอย่างสุ่มจากกลุ่มสินค้าทีละหน่วยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งใน 4 เหตุการณ์

1) ตรวจสอบผลิตภัณฑ์จำนวน n หน่วย และตรวจพบ $D_1 + D_2 \leq k_1 - 1$ $D_2 \leq k_2 - 1$ แทนเหตุการณ์นี้ด้วยสัญลักษณ์ E_1

2) ตรวจสอบพบผลิตภัณฑ์เสียจำนวน k_2 หน่วย และตรวจพบ $D_1 < k_1 - k_2 - 1$ แทนเหตุการณ์นี้ด้วย E_2

3) ตรวจสอบพบผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสียหรือผลิตภัณฑ์เสีย k_1 หน่วย และผลิตภัณฑ์ $D_2 \leq k_2 - 1$ แทนเหตุการณ์นี้ด้วย E_3

4) ตรวจพบผลิตภัณฑ์เสียจำนวน k_2 หน่วย และผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพเกือบเสีย $k_1 - k_2$ หน่วย แทนเหตุการณ์นี้ด้วยสัญลักษณ์ E_4

การยอมรับกลุ่มสินค้าจะยอมรับเมื่อเกิดเหตุการณ์ที่ 1 และปฏิเสธเมื่อเกิดเหตุการณ์ที่ 2 หรือเหตุการณ์ที่ 3 หรือเหตุการณ์ที่ 4

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่สัมพันธ์กับเหตุการณ์ทั้ง4 เหตุการณ์ข้างต้นตามลำดับ ถูกกำหนดดังนี้

$$
P\left[Y=y;\ D_1=d_1,\ D_2=d_2,\ I=i\right] = \left\{
\begin{array}{ll}
f_1(y, d_1, d_2; p_1, p_2) & y = n \\
 & d_1 = 0, 1, \ldots, k_1-1-d_2 \\
 & d_2 = 0, 1, \ldots, k_2-1 \\
 & i = 1 \\
f_2(y, d_1, d_2; p_1, p_2) & y = k_2, k_2+1, \ldots, n \\
 & d_1 = 0, 1, \ldots, k_1-k_2-1 \\
 & d_2 = k_2 \\
 & i = 2 \\
f_3(y, d_1, d_2; p_1, p_2) & y = k_1, k_1+1, \ldots, n \\
 & d_1 = k_1 - d_2 \\
 & d_2 = 0, 1, \ldots, k_2-1 \\
 & i = 3 \\
f_4(y, d_1, d_2; p_1, p_2) & y = k_1, k_1+1, \ldots, n \\
 & d_1 = k_1 - k_2 \\
 & d_2 = k_2 \\
 & i = 4
\end{array}
\right.
$$

โดยที่

$$f_1(y, d_1, d_2; p_1, p_2) = \frac{n!\, p_o^{n-d_1-d_2}\, p_1^{d_1}\, p_2^{d_2}}{d_1!\, d_2!\, (n-d_1-d_2)!}$$

$$f_2(y, d_1, d_2, p_1, p_2) = \frac{(y-1)!\, p_o^{y-k_2-d_1}\, p_1^{d_1}\, p_2^{k_2}}{d_1!(k_2-1)!\, (y-k_2-d_1)!}$$

$$f_3(y, d_1, d_2, p_1, p_2) = \frac{k_1(y-1)!\, p_o^{y-k_1}\, p_1^{k_1-d_2}\, p_2^{d_2}}{(k_1-d_2)!\, d_2!\, (y-k_1)!}$$

และ

$$f_4(y, d_1, d_2; p_1, p_2) = \frac{(y-1)!\, p_o^{y-k_1}\, p_1^{k_1-k_2}\, p_2^{k_2}}{(k_1-k_2)!\, (k_2-1)!\, (y-k_1)!}$$

ซึ่ง f_1 เป็นฟังก์ชันของการแจกแจงแบบไตรโนเมียล และฟังก์ชัน $f_j(j=2, 3, 4)$ เป็นการแจกแจงแบบไตรโนเมียลนิเสธ (negative trinomial distribution)

2.6.2 การหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเมื่อการตรวจสอบเป็นแบบเซมิเคอเทล

การตรวจสอบแบบเซมิเคอเทลจะหยุดการตรวจสอบเมื่อเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งจาก 4 เหตุการณ์ที่ได้กล่าวไว้ในหัวข้อ 2.6.1 และ Y เป็นจำนวนผลิตภัณฑ์ที่ถูกตรวจสอบจริง ๆ ดังนั้นจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเมื่อการตรวจสอบเป็นแบบเซมิเคอเทล คือ ค่าคาดหวัง (expectation) ของ Y $\left[E(Y)\right]$ แทนด้วยสัญลักษณ์ ASN_{semi}

$$\begin{aligned} ASN_{semi} &= E(Y) \\ &= \sum_y y \sum_i \sum_{d_1} \sum_{d_2} f_i(y, d_1, d_2, p_1, p_2) \\ &= n \sum_{d_1} \sum_{d_2} f_1(n; d_1, d_2, p_1, p_2) \\ &+ \sum_y y \sum_{d_1} \sum_{d_2} f_2(y; d_1, d_2, p_1, p_2) \end{aligned}$$

$$+\sum_{y} y \sum_{d_1} \sum_{d_2} f_3(y\ , d_1, d_2, p_1, p_2)$$

$$+\sum_{y} y \sum_{d_1} \sum_{d_2} f_4(y\ , d_1, d_2, p_1, p_2)$$

ซึ่งเขียนให้อยู่ในรูปที่สะดวกและง่ายต่อการคำนวณได้ดังนี้

$$ASN_{semi} = n \sum_{d_2=0}^{k_2-1} \left[B(d_2\ ; n\ , p_2) - B(d_2-1\ , n\ , p_2) \right] .$$

$$B(k_1-d_2-1\ ; n-d_2\ , p_1')$$

$$+ \frac{k_2}{p_2} \sum_{t=k_2+1}^{n+1} \left[B(k_2;\ t-1\ , p_2) - B(k_2,\ t\ , p_2) \right]$$

$$.B(k_1-k_2\ ;\ t-k_2-1\ , p_1')$$

$$+ \frac{k_1}{1-p_o} .B(k_2-1\ ;\ k_1\ , p_2'') \left[1-B(k_1\ ;\ n+1\ , 1-p_o) \right] \quad (2.6.2.1$$

2.6.3 แผนการตรวจสอบแบบฟูลสี่เคอเทลเมื่อจำแนกคุณภาพเป็น 3 ระดับ

การตรวจสอบผลิตภัณฑ์จะตรวจสอบอย่างสุ่มทีละหน่วยจนกระทั่งเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งใน 6 เหตุการณ์นี้

1) ตรวจพบผลิตภัณฑ์คุณภาพดีหรือคุณภาพเกือบเสียจำนวน $n-k_2+1$ หน่วย และตรวจพบ $D_o > n-k_1+1$ แทนด้วยสัญญลักษณ์ e_1

2) ตรวจพบผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีจำนวน $n-k_1+1$ หน่วย และ $D_1 > k_1-k_2$ แทนสัญญลักษณ์ e_2

3) ตรวจพบผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีจำนวน $n-k_1+1$ หน่วย และผลิตภัณฑ์ที่มีคุณภาพดีหรือคุณภาพเกือบเสียจำนวน $n-k_2+1$ หน่วย แทนด้วยสัญญลักษณ์ e_3

4) เกิดเหตุการณ์ E_2 ในเซมิเคอเทล แทนด้วยสัญลักษณ์ e_4

5) เกิดเหตุการณ์ E_3 ในเซมิเคอเทล แทนด้วยสัญลักษณ์ e_5

6) เกิดเหตุการณ์ E_4 ในเซมิเคอเทล แทนด้วยสัญลักษณ์ e_6

จะยอมรับกลุ่มสินค้าถ้าเกิดเหตุการณ์ใดเหตุการณ์หนึ่งจาก $e_i(i=1\ ,\ 2\ ,\ 3)$ และปฏิเสธกลุ่มสินค้าถ้าเกิดเหตุการณ์อื่นที่ได้กล่าวมาแล้วทั้งสิ้น นั่นคือจะมีการตรวจสอบไม่มากไปกว่า n หน่วย ไม่ว่าจะมีการยอมรับหรือปฏิเสธกลุ่มสินค้า

ฟังก์ชันความน่าจะเป็นที่สัมพันธ์กับเหตุการณ์ทั้ง 6 เหตุการณ์ข้างต้นตามลำดับ ถูกกำหนดดังนี้

$$
P\left[Y=y, D_o=d_o, D_1=d_1, D_2=d_2, I=i\right] = \begin{cases}
h_1(y,d_o;d_1;p_1,p_2) & \begin{array}{l} y = n-k_2+1,\ldots, n \\ d_o = n-k_1+2,\ldots, n-k_2+1 \\ d_1 = n-k_2+1-d_o \\ d_2 = y-(n-k_2+1) \\ i = 1 \end{array} \\[2ex]
h_2(y,d_o,d_1;p_1,p_2) & \begin{array}{l} y = n-k_2+1,\ldots, n \\ d_o = n-k_1+1 \\ d_1 = k_1-k_2+1,\ldots, n \\ d_2 = y-(n-k_1+1)-d_1 \\ i = 2 \end{array} \\[2ex]
h_3(y,d_o,d_i;p_1,p_2) & \begin{array}{l} y = n-k_2+1,\ldots, n \\ d_o = n-k_1+1 \\ d_1 = k_1-k_2 \\ d_2 = y-(n-k_2+1) \\ i = 3 \end{array}
\end{cases}
$$

$$P\left[Y=y, D_0=d_0, D_1=d_1, D_2=d_2, I=i\right] = \begin{cases} h_4(y,d_1,d_2;p_1,p_2) & y = k_2,\ldots, n \\ & d_1 = 0,\ldots, k_1-k_2-1 \\ & d_2 = k_2 \\ & d_o = y-d_1-k_2 \\ & i = 4 \\ h_5(y,d_1,d_2;p_1,p_2) & y = k_1,\ldots, n \\ & d_1 = k_1-d_2 \\ & d_2 = 0,\ldots, k_2-1 \\ & d_o = y-k_1 \\ & i = 5 \\ h_6(y,d_1,d_2;p_1,p_2) & y = k_1,\ldots, n \\ & d_1 = k_1-k_2 \\ & d_2 = k_2 \\ & d_o = y-k_1 \\ & i = 6 \end{cases}$$

โดยที่ $h_1(y , d_o, d_1; p_1, p_2)$

$$= \frac{(n-k_2+1)(y-1)!\, p_o^{d_o}\, p_1^{n-k_2+1-d_o}\, p_2^{y-(n-k_2+1)}}{(n-k_2+1-d_o)!\, \left[y-(n-k_2+1)\right]!\, d_o!}$$

$h_2(y , d_o, d_1; p_1, p_2)$

$$= \frac{(y-1)!\, p_o^{n-k_1+1}\, p_1^{d_1}\, p_2^{y-(n-k_1+1)-d_1}}{d_1!\, \left[y-(n-k_1+1)-d_1\right]!\, (n-k_1)!}$$

$h_3(y , d_o, d_1; p_1, p_2)$

$$= \frac{(n-k_2+1)(y-1)!\ p_o^{n-k_1+1}\ p_1^{k_1-k_2}\ p_2^{y-(n-k_2+1)}}{(k_1-k_2)!\ [y-(n-k_2+1)]!\ (n-k_1+1)!}$$

และ $h_j(y\ ,\ d_1,\ d_2;\ p_1,p_2) = f_{j-2}(y\ ,\ d_1,\ d_2,\ p_1,\ p_2)\ j=4,5,6$

2.6.4 การหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยเมื่อการตรวจสอบเป็นแบบฟูลลี่เคอเทล

วิธีการหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยทำเช่นเดียวกับการหาจำนวนตัวอย่างเฉลี่ยในการตรวจสอบแบบเซมิเคอเทล ซึ่งจะได้จำนวนตัวอย่างเฉลี่ยในการตรวจสอบแบบฟูลลี่เคอเทล ดังนี้

$$\begin{aligned}
ASN_{fully} = {} & \frac{n-k_2+1}{1-p_2} \\
& \cdot \left[1-B(n-k_1\ ;\ n-k_2+1\ ,\ p_o')\right] \\
& \cdot \left[1-B(n-k_2+1\ ;\ n+1,\ 1-p_2)\right] \\
& + \frac{n-k_1+1}{p_o} \sum_{t=n-k_2+2}^{n+1} \\
& \cdot \left[B(n-k_1+1\ ;\ t-1,\ p_o)-B(n-k_1+1\ ;\ t\ ,\ p_o)\right] \\
& \cdot \left[B(k_1-1;\ t-(n-k_1+2)\ ,\ p_1'') \right. \\
& \left. - B(k_1-k_2\ ;\ t-(n-k_1+2),\ p_1'')\right] \\
& + \frac{k_2}{p_2} \sum_{t=k_2+1}^{n+1} \left[B(k_2\ ;\ t-1\ ,\ p_2) \right. \\
& \left. - B(k_2;\ t\ ,\ p_2)\right] B(k_1-k_2\ ;\ t-k_2-1\ ,\ p_1') \\
& + \frac{k_1}{1-p_o}\ B(k_2-1\ ;\ k_1\ ,\ p_2'')\ .\ \left[1-B\ (k_1;n+1,1-p_o)\right]
\end{aligned}$$