บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันนี้มีการใช้คอมพิวเตอร์อย่างกว้างขวางทั้งในทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ แต่มักจะพบกับปัญหาอันเกี่ยวข้องกับปัจจัย 2 ประการ (Hughes, 1970) ซึ่งได้แก่

1. จำนวนหน่วยความจำกลาง
2. เวลาที่คอมพิวเตอร์ใช้ในการคำนวณ

การที่คอมพิวเตอร์ใช้เวลาในการคำนวณมากย่อมทำให้ค่าใช้จ่ายสูงขึ้น และงานบางงานไม่สามารถใช้คอมพิวเตอร์ที่กำหนดให้คำนวณได้ เพราะว่าคอมพิวเตอร์มีหน่วยความจำกลางไม่เพียงพอกับความต้องการของงานนั้น

ในทางวิศวกรรมสำรวจ (วิชา จิวาลัย, 2524) การปรับแก้ (Adjustment) ขนาดใหญ่ ๆ ปัญหาจะมาลงเอยที่การหาคำตอบของสมการปกติหรือสมการปกติลดรูป (Normal or Reduced Normal Equation) ซึ่งจะต้องใช้เวลาในการคำนวณ และใช้หน่วยความจำกลางของคอมพิวเตอร์เป็นจำนวนมาก ได้มีการศึกษาเพื่อแก้ปัญหานี้และพบว่าควรทำเป็น 2 ขั้นตอนคือ

1. จัดรูปแบบเพื่อให้โครงสร้างของเมตริกซ์เป็นลักษณะพิเศษ ซึ่งรูปแบบที่ดีที่สามารถจัดได้คือ แบนด์และแบนด์บอร์เดอร์โดยที่โครงสร้างชนิดนี้เป็นลักษณะพิเศษของสปาร์สเมตริกซ์ (Sparse Matrix) สามารถเก็บค่าเฉพาะธาตุมูลที่ไม่เป็นศูนย์ได้อย่างมีประสิทธิภาพ ซึ่งเป็นผลทำให้ประหยัดจำนวนหน่วยความจำกลาง
2. เลือกวิธีการ (Algorithm) สำหรับหาคำตอบในลักษณะที่ยังคงรูปแบบของโครงสร้างเดิมอยู่ และสามารถคำนวณได้อย่างมีประสิทธิภาพ

วิธีการที่ใช้มักจะเป็นขึ้นกำหนดขนาดของระบบสมการที่จะปรับแก้ วิธีการสำหรับหาคำตอบกระทำได้หลายวิธีเช่น Cholesky Method , Gaussian Elimination , Gauss - Jordan Method , Partitioning Method และ Recursive Partitioning Method แต่เมื่อจัดรูปแบบโครงสร้างของเมตริกซ์เป็นลักษณะแบนด์หรือแบนด์บอร์เดอร์แล้ววิธีรีเคอร์ซีฟพาร์ทิชัน

น่าจะเป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพ เพราะวิธีนี้สามารถใช้ประโยชน์ของความสมมาตร คุณสมบัติเกี่ยวกับการมีศูนย์มาก และยังสามารถหาเมตริกซ์ส่วนกลับได้

ปัจจุบันถึงแม้ในต่างประเทศจะมีโปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับหาคำตอบระบบสมการใหญ่ ๆ แต่ก็มีราคาแพง สำหรับในประเทศไทยยังไม่มีโปรแกรมดังกล่าวสำหรับคอมพิวเตอร์ขนาดเล็ก ทำให้ในหลาย ๆ กรณีไม่สามารถหาคำตอบของระบบสมการดังกล่าวได้ เพราะหน่วยความจำกลางของคอมพิวเตอร์ไม่พอ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. จัดทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์หาคำตอบเมตริกซ์สมการปกติที่มีรูปแบบแบนด์และแบนด์บอร์เดอร์โดยวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชัน (Recursive Partitioning)

2. จัดทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์เพื่อหาเมตริกซ์ส่วนกลับ (Inverse Matrix) ของเมตริกซ์สมมาตรแถบ และเมตริกซ์สมมาตรแบนด์บอร์เดอร์โดยวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชัน

3. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมหาคำตอบโดยตรงโดยวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชันกับวิธีการแบบเกาส์ (Gaussian Elimination)

4. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรมหาเมตริกซ์ส่วนกลับโดยวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชันกับวิธีเกาส์ - จอร์แดน (Gauss - Jordan Method)

5. สรุปผลและวิเคราะห์

1.3 เหตุผลและสมมุติฐาน

สมการปกติ (Normal Equations) ที่เกี่ยวข้องกับงานวิศวกรรมสำรวจมักอยู่ในรูปแบบของสปาร์สเมตริกซ์ซึ่งสามารถจัดให้เป็นเมตริกซ์แถบหรือแบนด์บอร์เดอร์ได้ หากหาคำตอบโดยตรงโดยวิธีการแบบเกาส์โดยโปรแกรมสำเร็จรูปที่มีใช้ทั่วไป จำนวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์ (Arithmatic Operation) สำหรับระบบสมการขนาด $n \times n$ จะเป็นสัดส่วนกับ n^3 แต่ถ้าระบบสมการดังกล่าวเป็นแบบแบนด์หรือแบนด์บอร์เดอร์และหาคำตอบโดยวิธีรีเคอร์ซีฟ-พาทิชัน จำนวนการดำเนินการทางคณิตศาสตร์จะเป็นสัดส่วนกับ $(b+k)^2 n$ เมื่อ b เป็นความกว้างแถบและ k เป็นความกว้างของบอร์เดอร์ (วิชา จิวาลัย, 2524) จะเห็นได้ว่าวิธีรีเคอร์-ซีฟพาทิชันสามารถประหยัดเวลาที่ใช้ในการคำนวณได้มากโดยเฉพาะอย่างยิ่งหาก b หรือ k มีขนาดเล็กกว่า n มาก และเมื่อ n มีขนาดใหญ่มาก ๆ

โปรแกรมสำเร็จรูปที่มีใช้กันแพร่หลายต้องใช้หน่วยความจำมาก บางโปรแกรมเก็บเมตริกซ์ทั้งหมดซึ่งจะต้องใช้เนื้อที่ n^2 ในหน่วยความจำบางโปรแกรมที่ใช้กับกรณีของเมตริกซ์สมมาตรก็ต้องใช้เนื้อที่ขนาด $\frac{1}{2}n(n+1)$ ทำให้ไม่สามารถใช้คอมพิวเตอร์เล็ก ๆ หาคำตอบของระบบสมการใหญ่ ๆ ได้เพราะหน่วยความจำไม่พอ หากใช้วิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชันหาคำตอบโดยตรง (Schwarz , 1973) พบว่าจะต้องใช้หน่วยความจำเพียง $\frac{1}{2}[n(n+1) - (n-b-k)(n-b-k+1)]$ จะเห็นได้ว่าถ้า b และ k มีค่าน้อยซึ่งมักจะเป็นกรณีที่พบในงานวิศวกรรมสำรวจก็จะประหยัดหน่วยความจำได้มาก หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งก็คือสามารถใช้คอมพิวเตอร์ขนาดเล็กหาคำตอบของระบบสมการขนาดใหญ่ที่เมตริกซ์สัมประสิทธิ์เป็นแบบแบนด์หรือแบนด์บอร์เดอร์ได้

ด้วยเหตุผลดังกล่าวงานวิทยานิพนธ์นี้จะเป็นการนำวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชันมาใช้หาคำตอบของระบบสมการดังกล่าวโดยจะวิเคราะห์ผลลัพธ์ที่ได้เปรียบเทียบกับวิธีอื่น ๆ ที่มีใช้อยู่

1.4 ขอบเขตและข้อกำหนด

เมตริกซ์สัมประสิทธิ์ A (Coefficients Matrix) จะต้องเป็นเมตริกซ์ที่มีส่วนกลับ (Nonsingular Matrix) และเป็นเมตริกซ์สมมาตรที่มีธาตุมูลจำนวนมากเป็นศูนย์

1.5 ขั้นตอนและวิธีดำเนินการวิจัย

ก. ศึกษาการหาคำตอบโดยวิธีการแบ่งส่วน

ข. ศึกษาการหาคำตอบโดยวิธีรีเคอร์ซีฟพาทิชัน

ค. ศึกษาหาวิธีเก็บค่าธาตุมูลที่ไม่เป็นศูนย์ของเมตริกซ์สมมาตรแถบและเมตริกซ์สมมาตรแบนด์บอร์เดอร์

ง. สร้างเมตริกซ์สมการปกติที่มีรูปแบนด์และแบนด์บอร์เดอร์

จ. จัดทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์หาคำตอบโดยตรงของเมตริกซ์สมการปกติที่อยู่ในรูปแบนด์และแบนด์บอร์เดอร์ (โปรแกรม DSBRP)

ฉ. จัดทำโปรแกรมคอมพิวเตอร์ใช้หาเมตริกซ์ส่วนกลับของเมตริกซ์สมมาตรแถบและสมมาตรแบนด์บอร์เดอร์ (โปรแกรม KRINV)

ช. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรม DSBRP กับโปรแกรม DSIMQ (Gaussian Elimination Method)

ซ. เปรียบเทียบประสิทธิภาพของโปรแกรม KRINV กับโปรแกรม DMINV (Gauss - Jordan Method) และโปรแกรม DSINV (Cholesky Method)

ฌ. วิเคราะห์และสรุปผล ตลอดจนข้อเสนอแนะในการนำไปใช้งาน