

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบและโปรแกรมคอมพิวเตอร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ

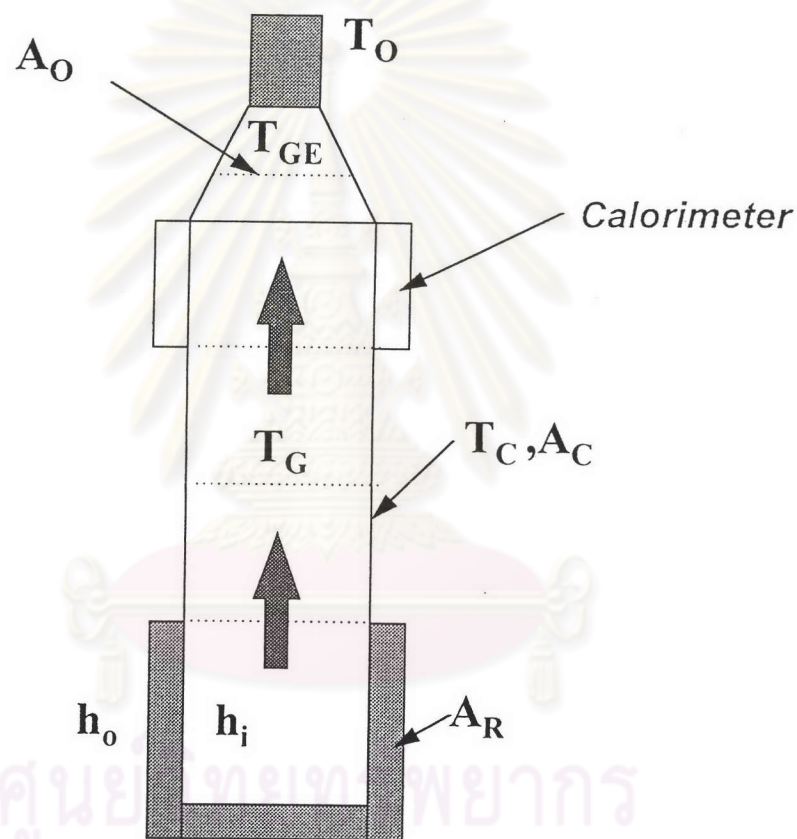
ในการออกแบบระบบทางความร้อน เช่น เตาเผาไหม้, Recuperators การทำนายสมรรถนะของระบบที่สอดคล้องกับการออกแบบนับเป็นสิ่งสำคัญยกตัวอย่าง เช่น การหาการกระจายของฟลักซ์ความร้อนที่ผิวตัวรับความร้อนภายในเตาเป็นต้น ในการวิจัยครั้งนี้ได้ทำการศึกษาอัตรา การถ่ายเทความร้อนจากก๊าซร้อน ซึ่งเป็นผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการเผาไหม้ไปยังตัวรับความร้อนคือผนังท่อไฟซึ่งทำหน้าที่เป็นผนังล้อมรอบก๊าซร้อนดังกล่าว

ในที่นี้จะแสดงแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อทำนายสมรรถนะของระบบเตาที่ได้ออกแบบขึ้น แบบจำลองทางคณิตศาสตร์นี้เสนอโดย Hottel[9] ซึ่งแสดงไว้ใน บทที่ 3 ของหนังสือ Heat transmission ของ Mcadams[20] และในหนังสือ Heat transfer in flames ของ Afgan N.H. และ JM. Beer[2] ระบบเตาดังกล่าวแสดงให้เห็นในรูปที่ (4.1) โดยมีข้อสมมุติฐานเบื้องต้นดังนี้

1. อุณหภูมิเฉลี่ยของเปลวไฟ T_f และอุณหภูมิของผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการเผาไหม้ T_g สมมติเป็นค่าเดียวกัน
2. ผลิตภัณฑ์ที่ได้จากเผาไหม้คือก๊าซร้อนพิจารณาให้เป็นวัตถุเทาและมีค่าการเปล่งรังสี ϵ_g
3. อุณหภูมิของก๊าซร้อนภายในห้องเผาไหม้ถือว่ามีค่าเดียวกันทั้งระบบ
4. ผิววัตถุทไฟทั้งหมด A_r มีอุณหภูมิเฉลี่ยเดียวกัน T_r
5. ตัวรับความร้อนคือผนังท่อไฟมีอุณหภูมิสม่ำเสมอ T_c เพราะถือว่าผนังท่อไฟมีความหนาน้อยมากคือเพียง 3 มม. และสมมุติให้เป็นวัตถุเทาที่มีค่าการเปล่งรังสี

ϵ_c และพื้นที่ผิว A_c

6. มีการสูญเสียความร้อนผ่านผนังวัตถุทนไฟ (Refractory wall)
7. มีการสูญเสียความร้อนโดยการแผ่รังสีในบริเวณที่เปิดของเตา
8. การพาความร้อนจากก๊าซร้อนไปยังผิวผนังด้านในของวัตถุทนไฟมีค่าเท่ากับกับการสูญเสียความร้อนที่ออกจากผนังวัตถุทนไฟด้านนอก



รูปที่ (4.1) แสดงภาพตัดขวางของระบบเตา

และตัวแปรที่สำคัญที่ใช้ในการวิเคราะห์

สมการแสดงการสมดุลพลังงานความร้อนในระบบเตา

เมื่อพิจารณาจากระบบปริมาตรควบคุมในรูปที่ (4.2) และทำการสมดุลพลังงานความร้อนจะได้

$$= \text{พลังงานความร้อนที่ใส่เข้าไป} + \text{พลังงานความร้อนที่ผลิตได้} \\ \text{พลังงานความร้อนที่ออกไป} + \text{พลังงานความร้อนที่สะสมไว้}$$

หรือ

$$E_{input} + E_{gen} = E_{out} + E_{st} \quad (4.1)$$

ดังนั้น

$$E_{input} = E_{out} \\ i = Q_R + Q_C + Q_{COND} + Q_O + WC_{pm}(T_G - \Delta T - T_O) \quad (4.2)$$

ถ้าพิจารณาให้

$$Q_O = Q_R + Q_C + Q_{COND} + Q_O \quad (4.3)$$

เมื่อ Q_O คืออัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิจากก๊าซร้อน และเทอมขวามือของสมการมีดังนี้

- เทอมแรก การแผ่รังสีความร้อนจากก๊าซร้อนในห้องเผาไหม้อุณหภูมิ T_G ไปยังผนังท่อไฟที่มีพื้นที่ผิว A_C โดยมีอุณหภูมิของตัวรับความร้อน T_C
- เทอมที่สอง การพาความร้อนจากก๊าซร้อนอุณหภูมิ T_G ไปยังผนังท่อไฟที่มีพื้นที่ผิว A_C ซึ่งมีอุณหภูมิ T_C
- เทอมที่สาม การพาความร้อนและการนำความร้อนผ่านผนังเตา
- เทอมที่สี่ การแผ่รังสีความร้อนที่ออกจากเตาในบริเวณที่เปิดของเตาที่มีพื้นที่เปิด A_O

a) การถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีจากก๊าซร้อนไปยังตัวรับความร้อน เมื่อพิจารณาให้ผิววัตถุทไฟเป็นผิวแบบกระจาย (diffusely) และทราบมิติของพื้นผิวดังกล่าวเมื่อเขียนเป็นรูปสมการคือ

$$Q_R = \sigma(T_G^4 - T_C^4) A_C f_{CG} \quad (4.4)$$

เมื่อค่า f_{CG} และ \bar{f}_{CG} สามารถยกสมการที่ (2.5) และ (2.6) จากบทที่ 2 มาใช้ได้คือ

$$f_{CG} = \frac{1}{\frac{1}{f_{CG}} + \frac{1}{\epsilon_C} - 1} \quad (4.5)$$

และ
$$\bar{f}_{CG} = \epsilon_G \left[1 + \frac{A_r/A_c}{\left(1 + \frac{\epsilon_G}{(1 - \epsilon_G)} * \frac{1}{F_{rc}}\right)} \right] \quad (4.6)$$

b) การถ่ายเทความร้อนโดยการพาไฟยังพื้นที่ผิว A_c ซึ่งพิจารณาให้การไหลของก๊าซเป็นแบบบอวน เมื่อเขียนเป็นรูปสมการคือ

$$Q_C = h_C A_C (T_G - T_C) \quad (4.7)$$

ปกติการถ่ายเทความร้อนโดยการพาจะมีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีในข้อ a)

c) การถ่ายเทความร้อนโดยการพาจากก๊าซร้อนไปยังผนังวัตถุทึบไฟที่ผิวด้านในจะเท่ากับการนำความร้อนที่ออกจากผนังวัตถุทึบไฟสู่บรรยากาศด้านนอกของตัวเตาเมื่อเขียนเป็นรูปสมการคือ

$$Q_{COND} = U_R A_R (T_G - T_o) \quad (4.8)$$

เมื่อ T_o เป็นอุณหภูมิบรรยากาศ และ U_R คือค่าสัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนรวมที่ผ่านผนังโดยที่



$$U_R = \frac{1}{\frac{1}{h_1} + \frac{X_w}{K_w} + \frac{1}{h_o}} \quad (4.9)$$

d) การถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีผ่านบริเวณที่เปิดของเตา เมื่อเขียนเป็นรูปสมการคือ

$$Q_o = A_o f_o \sigma (T_G^4 - T_o^4) \quad (4.10)$$

เมื่อ f_o คือค่าแฟคเตอร์การแลกเปลี่ยนที่ผ่านบริเวณที่เปิดของเตา ปกติการถ่ายเทความร้อนกรณีนี้จะมีค่าน้อยเมื่อเทียบกับการถ่ายเทความร้อนกรณีอื่น ๆ

สมการอัตราการถ่ายเทความร้อนสุทธิจากก๊าซอุณหภูมิ T_o คือผลรวมของสมการ (4.4), (4.7), (4.8) และ (4.10) จะได้

$$\begin{aligned} Q_G &= Q_R + Q_C + Q_{COND} + Q_o \\ &= \sigma (T_G^4 - T_C^4) A_C f_{CG} + h_C A_C (T_G - T_C) + U_{RAR} (T_G - T_o) + A_o f_o \sigma (T_G^4 - T_C^4) \end{aligned} \quad (4.11)$$

จากสมการ (4.5) จะเห็นว่า f_{CG} จะเป็นฟังก์ชันของ \bar{f}_{CG} และ ϵ_C และ \bar{f}_{CG} จะเป็นฟังก์ชันของ ϵ_G และแฟคเตอร์ของรูปร่าง F_{RC} ซึ่งเป็นเศษส่วนของการแผ่รังสีที่ออกจากผิววัตถุหนึ่งไปยังผิววัตถุอื่นหรือผิวของตัวรับความร้อน (heat sink) หรือเขียนเป็นรูปสมการคือ $A_C / (A_R + A_C)$ ซึ่งให้ผลดีพอประมาณ ดังนั้น สมการ (4.11) อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$Q_G = \sigma(T_G^4 - T_C^4) A_C \left[\frac{1}{\frac{1}{\epsilon_C} + \frac{A_C}{A_R} \frac{1}{\epsilon_G} - 1} \right] + h_C A (T_G - T_C) + U_R A_R (T_G - T_O) + A_O f_O \sigma (T_G^4 - T_C^4) \quad (4.12)$$

โดยปกติการถ่ายเทความร้อนโดยการแผ่รังสีผ่านบริเวณที่เปิดของตัวเตาขณะปิดเปิด จะมีค่าน้อยมาก ในทางปฏิบัติมักจะไม่พิจารณาค่าดังกล่าว ดังนั้นเทอมสุดท้ายด้านขวามือของสมการ (4.12) อาจตัดทิ้งได้จะสังเกตเห็นว่าสมการ (4.12) มีรูปแบบที่ง่ายกว่าสมการ (4.11) และจากสมการ (4.12) พบว่าหากเพิ่มค่าการเปล่งรังสีของก๊าซ (Gas Emissivity) ก็จะเป็นการเพิ่มอัตราการถ่ายเทความร้อนในระบบ และเมื่อแทนสมการ (4.3) ลงในสมการที่ (4.2) และจัดเทอมใหม่สมการใหม่ที่ได้ก็คือคือสมการของการสมดุลพลังงานซึ่งมีรูปของสมการเป็น

$$Q_G = i - W_G \cdot (C_{PM})(T_G - \Delta - T_O) \quad (4.13)$$

เมื่อ i คือค่าเอนทาลปี หรือค่าความร้อนของเชื้อเพลิงที่ป้อนเข้าห้องเผาไหม้ และ

C_{pm} คือค่าความจุความร้อนจำเพาะเฉลี่ยระหว่างอุณหภูมิของก๊าซ T_G กับอุณหภูมิจนบรรยากาศ T_O

Δ คือค่าความแตกต่างระหว่างอุณหภูมิของก๊าซ T_G ในห้องเผาไหม้กับอุณหภูมิของก๊าซที่ออกจากห้องเผาไหม้ T_{ex}

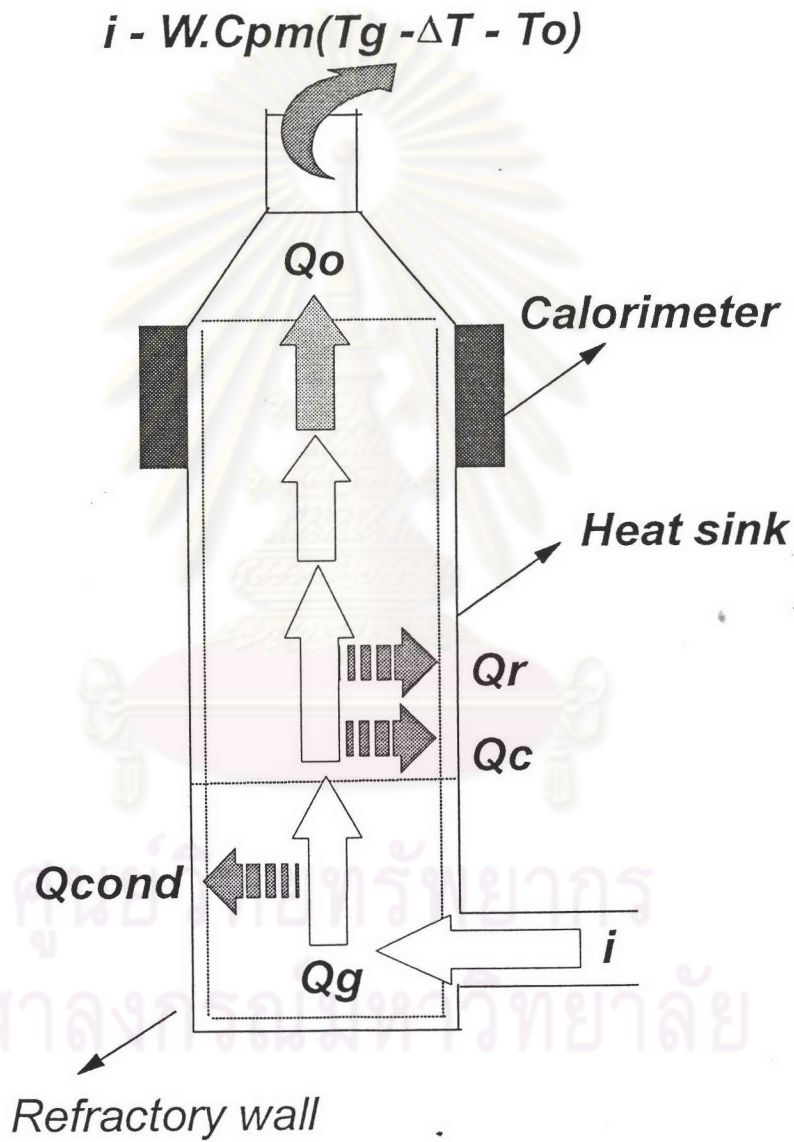
W_G คืออัตราการไหลเชิงมวลต่อชั่วโมงของก๊าซร้อนที่ออกจากห้องเผาไหม้

สมการ (4.11) หรือ (4.12) และ (4.13) สามารถแก้ได้โดยวิธีลองผิดลองถูกหรือหรือโดยวิธีเขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์มาช่วยหาคำตอบ

และประสิทธิภาพของเตาหาได้จาก

$$\eta = \frac{Q_o - \text{ความร้อนที่สูญเสียไปทางผนังวัตถุทนไฟและบริเวณที่เปิดของเตา}}{i}$$

$$\eta = \frac{Q_G - \{U_R A_R (T_G - T_O) + A_O f_O \sigma (T_G^4 - T_C^4)\}}{i} \quad (4.14)$$



รูปที่ 4.2 แสดงการสมดุลพลังงานความร้อนในระบบปริมาตรควบคุม (เส้นประ)

การทดลองหาค่าอัตราการถ่ายเทความร้อนรวมจากก๊าซร้อนไปยังตัวรับความร้อนคือผนังท่อไฟ

เมื่อพิจารณาผลิตภัณฑ์ที่ได้จากการเผาไหม้หรือก๊าซร้อนอุณหภูมิ T_G ซึ่งในก๊าซร้อนเหล่านี้จะประกอบไปด้วย ก๊าซคาร์บอนมอนนอกไซด์ (CO), ก๊าซคาร์บอนไดออกไซด์ (CO_2), ไอน้ำ (H_2O) และพวกก๊าซอื่น ๆ แต่ในที่นี้เราจะสนใจเฉพาะที่เป็นตัวแผ่รังสีความร้อน และดูดกลืนความร้อนได้ดี นั่นก็คือ CO_2 และ H_2O จากรูปที่ (4.3) จะเห็นได้ว่าในช่วงแรกความร้อนจะถ่ายเทจากก๊าซร้อนอุณหภูมิ T_G ไปยังตัวรับความร้อนซึ่งเป็นผนังอุณหภูมิ T_C โดยการแผ่รังสีและการพาพร้อม ๆ กันดังนั้นอัตราการถ่ายเทความร้อนรวมจากก๊าซร้อนไปยังตัวรับความร้อนและถูกดูดกลืนไว้โดยผนังท่อไฟจะมีค่าเท่ากับการนำเอาสมการ (4.4) บวกกับสมการ (4.7) นั่นคือ

$$\begin{aligned} Q_G &= Q_R + Q_C \\ &= \sigma(T_G^4 - T_C^4) A_C f_{CG} + h_C A_C (T_G - T_C) \\ &= h'_{gR_T} A_C (T_G - T_C) + h_C A_C (T_G - T_C) \end{aligned} \quad (4.15)$$

เมื่อ h'_{gR_T} คือ สัมประสิทธิ์การถ่ายเทความร้อนจากการแผ่รังสี มีหน่วยเป็น $Btu/ft^2 \cdot F$

เมื่อพิจารณาสภาวะคงที่ไม่แปรตามเวลา (Steady State) แล้วความร้อนก็จะไหลผ่านผนังของท่อไฟ หรือตัวรับความร้อนซึ่งเป็นหน้าตัดช่วงที่สองของระบบโดยการนำอัตราเดียวกับที่ไหลจากก๊าซมายังผิวผนังท่อไฟ ดังนั้น

$$Q_G = Q_{COND} = \frac{KA(T_c - T_{co})}{L} \quad (4.16)$$

เมื่อ T_{co} = อุณหภูมิของผิวท่อไฟด้านที่มีสารหล่อเย็น, F

ภายหลังจากที่ความร้อนไหลผ่านผนังท่อไฟแล้ว มันก็จะไหลผ่านหน้าต่าง ช่วงที่สามไปยังสารหล่อเย็นโดยการพาความร้อน ดังนั้นอัตราการถ่ายเทความร้อน โดยการพาในช่วงสุดท้ายมีค่า

$$Q_G = Q_{COND} = h_{CO}A_C (T_{CO} - T_3) \quad (4.17)$$

เมื่อ T_3 = อุณหภูมิของสารหล่อเย็นที่เข้ามายังตัว Radiation Calorimeter, F

h_{CO} = สัมประสิทธิ์การพาความร้อนที่บริเวณผิวด้านนอกของท่อไฟ, Btu/ft²F

เมื่อพิจารณาสมการ (4.15) และ (4.17) จะเห็นได้ว่าอัตราการความร้อน ที่ถูกกลืนไว้โดยผนังท่อไฟดังแสดงในรูปที่ (4.3) ซึ่งจะแบ่งผนังท่อไฟออกเป็น 3 ช่วง เท่าๆกันเรียกว่า แคลอริมิเตอร์ Calorimeter ก็คือผลรวมของอัตราการความร้อนที่ถูก ดูดกลืนไว้โดยแคลอริมิเตอร์ของแต่ละตัวและอัตราการความร้อนที่แคลอริมิเตอร์ดูดกลืนไว้ ในแต่ละตัวก็คือ เอนทัลปีที่เพิ่มให้กับสารที่ไหลเข้ามาหล่อเย็นที่ออกไปต่อหน่วยเวลานั้นก็คือ

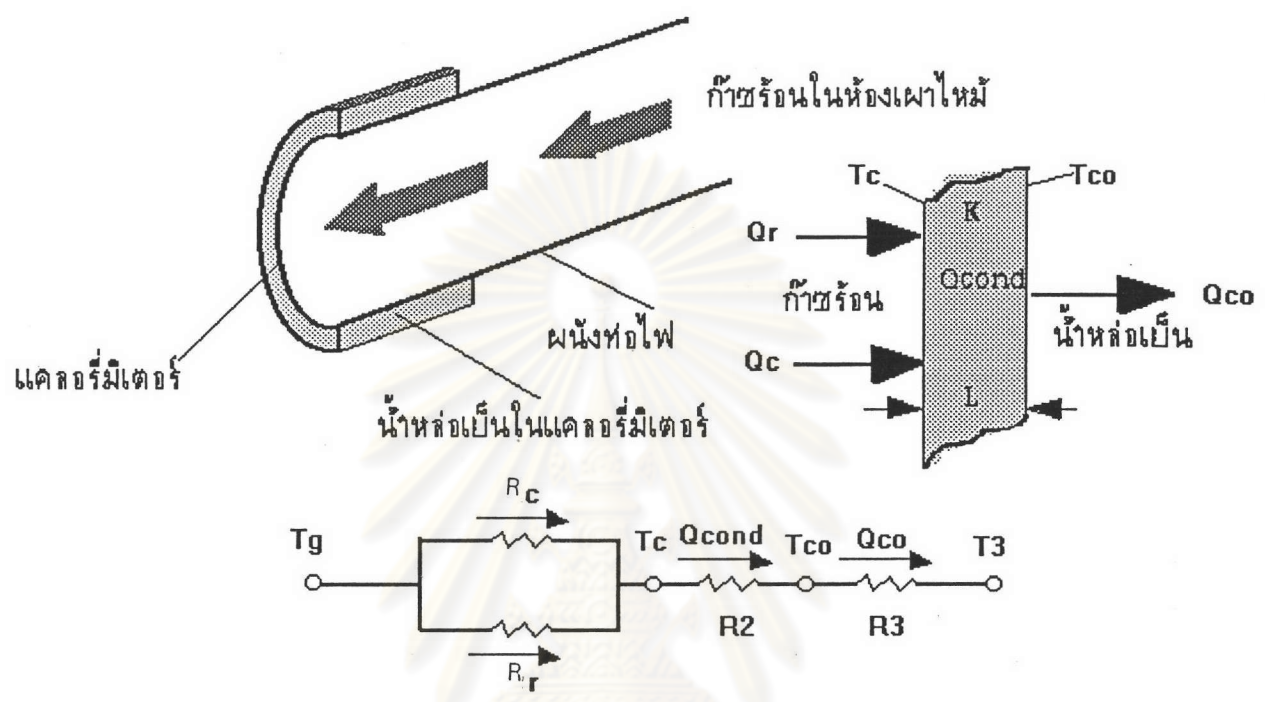
$$\begin{aligned} Q_G &= h'_{gR_T} A_C (T_G - T_C) + h_C A_C (T_G - T_C) = h_C A_C (T_{CO} - T_3) \\ &= m_w (h_2 - h_1) \end{aligned} \quad (4.18)$$

เมื่อ h_2 = เอนทัลปีของน้ำหล่อเย็นที่ออกจากแคลอริมิเตอร์, Btu/hr

h_1 = เอนทัลปีของน้ำหล่อเย็นที่ไหลเข้าแคลอริมิเตอร์, Btu/hr

m_w = อัตราการไหลเชิงมวลของน้ำหล่อเย็น, lb/hr

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



รูปที่ (4.3) แสดงการถ่ายเทความร้อนภายในผนังท่อไฟ บริเวณแคลอริมิเตอร์ของระบบเตา

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

การคำนวณอัตราความร้อนที่ดูดกลืนโดยแคลอรีมิเตอร์ในแต่ละตัวก็ใช้วิธีการเดียวกับที่กล่าวข้างต้น ดังนั้นอัตราความร้อนรวมที่ดูดกลืนไว้โดยผนังท่อไฟก็คือ

$$Q_{obs} = \sum_{n=1}^{n=3} Q_G = \sum_{n=1}^{n=3} m_w (h_2 - h_1) \quad (4.19)$$

เมื่ออุณหภูมิ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ สามารถวัดได้จากการทดลองจริง สำหรับประสิทธิภาพในการดูดกลืนความร้อนของผนังท่อไฟ (flame tube absorbtion efficiency)

$$\eta = \frac{Q_{obs}}{i} \quad (4.20)$$

เมื่อ i คืออัตราความร้อนต่อชั่วโมงที่ปลดปล่อยออกมาจากเชื้อเพลิง

เตา หรือ Fire heater ที่ใช้ในงานอุตสาหกรรมทั่วไปจะมีประสิทธิภาพในการดูดกลืนความร้อนประมาณ 80 % [2]

โปรแกรมคอมพิวเตอร์

เพื่อให้การคำนวณมีความรวดเร็วและมีค่าแม่นยำจึงได้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบ โดยได้เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาปาสคาลซึ่งสามารถใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ ได้โปรแกรมที่เขียนขึ้นนี้สามารถใช้ศึกษาแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในสมการที่ (4.11) และ (4.13)

การวิจัยครั้งนี้จะเปรียบเทียบผลที่ได้จากแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ในสมการที่ (4.11) และ (4.13) กับผลที่ได้จากการทดลองจริง สำหรับรายละเอียดของตัวโปรแกรมและไฟล์ซาร์ที่จะแสดงในภาคผนวก (จ)