บทที่ 2

การคืบ การหดตัวจากการสูญเสียความชื้น และโมดูลัสปรับแก้อายุในคอนกรีต

2.1 ความนำ

พฤติกรรมของคอนกรีตภายใต้การกระทำของน้ำหนักบรรทุกแบ่งออกเป็น 2 ขั้นตอนคือ ขั้นตอนเริ่มแรก และขั้นตอนซึ่งมีผลแปรเปลี่ยนตามเวลา (Time dependent effect) ภายใต้น้ำหนักคงค้างการเปลี่ยนตำแหน่งของโครงสร้างจะค่อย ๆ เพิ่มขึ้นตามเวลาและอาจจะมีค่ามากกว่าค่าเริ่มแรกจากผลอีลาสติคเสียอีก ผลของการเปลี่ยนแปลงความเครียดตามเวลาในระยะยาวจึงมีความสำคัญในองค์อาคารคอนกรีต ซึ่งจะต้องนำมาพิจารณาในการวิเคราะห์หาพฤติกรรมของโครงสร้าง ผลเชิงเวลานี้เป็นผลมาจากการคืบ (Creep) และการหดตัวของคอนกรีต (Shrinkage) โดยที่ความเครียดคืบเกิดจากหน่วยแรงคงค้าง (Sustained loading) ในขณะที่ความเครียดหดตัวเป็นผลจากการสูญเสียความชื้นในคอนกรีตโดยไม่ขึ้นกับหน่วยแรงกระทำ ค่าความเครียดที่เกิดขึ้นทำให้ความโค้ง (Curvature) , การเปลี่ยนแปลงตำแหน่ง และการกระจายของหน่วยแรงภายในปรับเปลี่ยนไปตามเวลา

วิธีการวิเคราะห์ผลเชิงเวลามีอยู่หลายวิธีดังได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 1 ในงานวิจัยนี้จะใช้วิธีการโมดูลัสปรับแก้อายุ (Age-adjusted effective modulus method) ร่วมกับวิธีการวิเคราะห์การเปลี่ยนตำแหน่ง ซึ่งถือว่าเป็นวิธีที่ให้ค่าค่อนข้างใกล้เคียงความเป็นจริงมาก

2.2 การเปลี่ยนแปลงของคอนกรีต (Deformation of concrete)

พิจารณาชิ้นส่วนคอนกรีตภายใต้น้ำหนักบรรทุกกระทำที่เวลา t_0 และการหดตัวซึ่งเริ่มต้นเมื่อเวลา t_{sh} เพื่อให้เข้าใจง่ายขึ้นจะสมมติให้ t_{sh} เป็นศูนย์ คอนกรีตจะเกิดความเครียดหดตัวอิสระเริ่มแรกจากการสูญเสียความชื้น (Shrinkage strain) ก่อน จากนั้นที่เวลา t_0 เมื่อมีน้ำหนักมากระทำจะเกิดความเครียดอีลาสติค (Elastic strain) และหลังจากเวลา t_0 ถ้าปล่อยให้น้ำหนักบรรทุกกระทำคงค้างต่อไปอีกคอนกรีตจะเกิดความเครียดคืบ (Creep strain) ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาเพิ่มขึ้นอีกดังรูปที่ (2.1) ดังนั้นการเปลี่ยนแปลงความเครียดทั้งหมดสามารถแสดงอยู่ในพจน์ผลรวมของความเครียดอีลาสติค , การคืบ และการหดตัวจากการสูญเสียความชื้น ตามสมการต่อไปนี้

$$\varepsilon(t,t_0) = \varepsilon_e(t_0) + \varepsilon_c(t,t_0) + \varepsilon_{sh}(t,t_{sh}) \tag{2.1}$$

โดยที่ $\varepsilon(t,t_0)$ = ความเครียดทั้งหมดในช่วงระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา t

$\varepsilon_e(t_0)$ = ความเครียดอีลาสติคที่เกิดขึ้นทันทีทันใดที่เวลา t_0

$\varepsilon_c(t,t_0)$ = ความเครียดคืบของคอนกรีตในช่วงระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา t

$\varepsilon_{sh}\left(t,t_{sh}\right)$ = ความเครียดหดตัวอิสระจากการสูญเสียความชื้นในช่วงระหว่างเวลา t_{sh} ถึงเวลา t

ในสมการที่ (2.1) จะพิจารณาว่าค่าความเครียดคืบขึ้นอยู่กับหน่วยแรงกระทำ ส่วนความเครียดหดตัวถือว่าเป็นพจน์อิสระที่ไม่ขึ้นกับหน่วยแรงใด ๆ และผลของความเครียดจากอุณหภูมิ (Thermal strain) จะไม่นำมาพิจารณาในงานวิจัยนี้

2.3 <u>ความเครียดอีลาสติค</u>

จากพฤติกรรมของคอนกรีตภายใต้น้ำหนักกระทำสามารถหาความสัมพันธ์ของหน่วยแรงกับความเครียดในคอนกรีตที่เกิดขึ้นได้ ดังแสดงในรูปที่ (2.2) ซึ่งโดยทั่วไปจะสมมติว่าหน่วยแรงในคอนกรีตเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเครียดในช่วงใช้งาน ความเครียดเริ่มแรกที่เกิดขึ้นในช่วงระหว่างมีหน่วยแรงกระทำสามารถแสดงได้ตามสมการ

$$\varepsilon_e\left(t_0\right) = \frac{\sigma_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)} \tag{2.2}$$

เมื่อ $\sigma_c\left(t_0\right)$ = หน่วยแรงของคอนกรีตที่เวลา t_0

$E_c\left(t_0\right)$ = โมดูลัสยืดหยุ่นซีแคนต์ (Secant modulus) ของคอนกรีตที่อายุ t_0 ดังรูปที่ (2.2) ซึ่งขึ้นกับขนาดของหน่วยแรง และอายุของคอนกรีตตอนที่มีน้ำหนักบรรทุกกระทำ

คณะกรรมการของ ACI 209 (1985) ได้เสนอสูตรสำหรับหาค่า $E_c\left(t_0\right)$ ไว้ดังนี้

$$E_c\left(t_0\right) = E_c(28)\sqrt{\frac{t_0}{a+b\,t_0}} \tag{2.3}$$

ในเมื่อ $E_c(28)$ = ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นซีแคนต์ของคอนกรีตที่อายุ 28 วัน

t_0 = อายุของคอนกรีตที่เวลาเริ่มแรกมีน้ำหนักกระทำ

a,b = ค่าคงที่ สำหรับในงานวิจัยนี้จะใช้เท่ากับ 4 และ 0.85 ตามลำดับ

2.4 <u>การคืบของคอนกรีต</u>

ภายใต้หน่วยแรงกระทำที่เวลา t_0 เมื่อปล่อยให้น้ำหนักคงค้างต่อไปจนถึงเวลา t จะเกิดความเครียดเพิ่มขึ้นตามเวลาอันเป็นผลมาจากการคืบของคอนกรีตดังแสดงในรูป (2.3) จากกราฟแสดงให้เห็นว่าการคืบที่เกิดขึ้นในช่วงเวลาต้น ๆ จะมีค่ามากหลังจากที่เวลาผ่านไปมากขึ้นอัตราการเพิ่มขึ้นของการคืบจะลดลงเรื่อย ๆ จนมีค่าน้อยมากเมื่อเข้าใกล้เวลาอนันต์ (Infiinity) โดยที่ความเครียดคืบที่เกิดขึ้นจะขึ้นอยู่กับความเครียด

อีลาสติคซึ่งหากมีมากก็จะเกิดความเครียดคืบมากเช่นเดียวกัน ผลของการแปรเปลี่ยนตามเวลาจะแสดงด้วยฟังก์ชันเวลา $\phi\left(t, t_0\right)$ ดังนี้คือ

$$\varepsilon_c\left(t, t_0\right) \quad = \quad \varepsilon_e\left(t_0\right)\, \phi\left(t, t_0\right) \qquad (2.4)$$

โดยที่ $\phi\left(t, t_0\right)$ = ค่าสัมประสิทธิ์การคืบ (Creep coefficient) ของคอนกรีตที่เวลา t เนื่องจากน้ำหนักกระทำเริ่มแรกที่เวลา t_0 ได้นิยามไว้ว่า เป็นอัตราส่วนของความเครียดคืบที่เกิดขึ้น ณ เวลา t ใด ๆ เนื่องจากหน่วยแรงกระทำที่เวลา t_0 ต่อความเครียดเชิงเส้นที่เกิดขึ้นทันทีทันใดกล่าวคือ

$$\phi\left(t, t_0\right) \quad = \quad \frac{\varepsilon_c\left(t, t_0\right)}{\varepsilon_e\left(t_0\right)} \qquad (2.5)$$

เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.2) และ (2.4) ลงในสมการที่ (2.1) ในกรณีที่ไม่มีความเครียดหดตัวจะได้

$$\varepsilon\left(t, t_0\right) \quad = \quad \frac{\sigma_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)}\left[1 + \phi\left(t, t_0\right)\right] \qquad (2.6)$$

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์การคืบของคอนกรีตในงานวิจัยนี้ จะอ้างอิงตามที่เสนอโดยคณะกรรมการ ACI 209 (1985) ไว้ดังนี้

$$\phi\left(t, t_0\right) \quad = \quad \frac{\left(t - t_0\right)^{0.60}}{10 + \left(t - t_0\right)^{0.60}}\; \phi_u \qquad (2.7\text{ ก})$$

โดยที่ ϕ_u = สัมประสิทธิ์การคืบ (Ultimate creep coefficient)

$$= \quad \phi\left(t_\infty, t_0\right) \quad = \quad 2.35\, \gamma_c \qquad (2.7\text{ ข})$$

γ_c = ตัวประกอบปรับแก้สัมประสิทธิ์การคืบของคอนกรีต (ดูภาคผนวก ก)

2.5 <u>การหดตัวจากการสูญเสียความชื้นของคอนกรีต</u>

พฤติกรรมการหดตัวของคอนกรีตเกิดจากการสูญเสียความชื้นไปสู่บรรยากาศ เมื่อปริมาตรของคอนกรีตมีการเปลี่ยนแปลงจากการหดตัว (Shrinkage) และการเปลี่ยนแปลงนั้นไม่สามารถเกิดขึ้นได้โดยอิสระคือ มีการเหนี่ยวรั้งในโครงสร้างจะเกิดแรงภายในขึ้น การเหนี่ยวรั้งในโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็กอาจมาจากเหล็กเสริม , ฐานรองรับ หรือการเหนี่ยวรั้งจากชิ้นส่วนอื่น ๆ ในโครงสร้างอินดีเทอร์มิเนตทางสถิตย์ จากสมการ

คณะกรรมการ ACI 209 (1985) ได้เสนอแนะให้คำนวณค่าความเครียดการหดตัวอิสระที่เกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลา t_{sh} ถึงเวลา t , $\varepsilon_{sh}\left(t, t_{sh}\right)$ ไว้ดังนี้คือ

กรณีที่คอนกรีตบ่มด้วยความชื้น การหดตัวอิสระที่เกิดขึ้นระหว่างเวลา $t_{sh} = 7$ วันถึงเวลา t ใด ๆ

$$\varepsilon_{sh}\left(t, t_{sh}\right) = \frac{\left(t - t_{sh}\right)}{35 + \left(t - t_{sh}\right)} \left(\varepsilon_{sh}\right)_u \qquad \text{(2.8 ก)}$$

กรณีคอนกรีตบ่มด้วยไอน้ำ การหดตัวอิสระที่เกิดขึ้นระหว่างเวลา $t_{sh} = 1 - 3$ วันถึงเวลา t ใด ๆ

$$\varepsilon_{sh}\left(t, t_{sh}\right) = \frac{\left(t - t_{sh}\right)}{55 + \left(t - t_{sh}\right)} \left(\varepsilon_{sh}\right)_u \qquad \text{(2.8 ข)}$$

เมื่อ $\left(\varepsilon_{sh}\right)_u$ = ความเครียดหดตัวสุดท้าย (Ultimate shrinkage strain)

$$= 780 \times 10^{-6} \quad \gamma_{sh} \qquad \text{(2.8 ค)}$$

γ_{sh} = ตัวประกอบปรับแก้สัมประสิทธิ์การหดตัวของคอนกรีต (ดูภาคผนวก ก)

ดังนั้นถ้าต้องการหาค่าความเครียดหดตัวอิสระในช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t ใด ๆ ในกรณีของคอนกรีตบ่มด้วยความชื้น $t_{sh} = 7$ วัน สามารถคำนวณได้จาก $(t - 7)$ และ $\left(t_0 - 7\right)$

$$\varepsilon_{sh}\left(t, t_0\right) = \varepsilon_{sh}\left(t, 7\right) - \varepsilon_{sh}\left(t_0, 7\right) \qquad \text{(2.8 ง)}$$

สำหรับในกรณีของคอนกรีตที่บ่มด้วยไอน้ำสามารถคำนวณได้ในลักษณะเดียวกันกับสมการที่ (2.8 ง) แต่ใช้ค่า $t_{sh} = 1 - 3$ วัน

2.6 <u>หลักการรวมผลโดยตรง</u>

โดยทั่วไปหลักการรวมผลโดยตรง (Principle of superposition) เป็นวิธีการอย่างหนึ่งที่นิยมนำมาประยุกต์ใช้กับการวิเคราะห์โครงสร้างที่อยู่ในช่วงอีลาสติค (Elastic) ในกรณีการวิเคราะห์โครงสร้างพิจารณาผลเชิงเวลาคือ การคืบที่แปรเปลี่ยนตามเวลา หลักการนี้จะสามารถนำมาใช้ได้ก็ต่อเมื่ออยู่ภายใต้สมมติฐานที่ว่าความเครียดคืบที่เกิดขึ้น ณ เวลา t ใด ๆ เนื่องจากหน่วยแรงกระทำที่เวลา t ไม่ขึ้นกับหน่วยแรงที่กระทำก่อนและหลังจากเวลา t ดังนั้นความเครียดทั้งหมดที่เวลาใด ๆ เนื่องจากหน่วยแรงกระทำที่เวลาต่าง ๆ กันสามารถรวมกันได้โดยตรง เพื่อให้เกิดความเข้าใจมากขึ้นจะอธิบายโดยใช้รูปที่ (2.4) ซึ่งแสดงหน่วยแรง 2 ชุดคือชุดแรกเป็นหน่วยแรง σ_c กระทำคงค้างจากเวลา t_0 ถึงเวลา t และชุดที่สองเป็นหน่วยแรง σ_c กระทำเพิ่มขึ้นจากเวลา t_1 ถึงเวลา t โดยที่หน่วยแรงดังกล่าวหากกระทำอย่างอิสระจะทำให้เกิดความเครียดคืบ (Creep strain) ใน

คอนกรีตที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาเท่ากับ $\phi\left(t,t_0\right)\varepsilon_{e0}$ และ $\phi\left(t,t_1\right)\varepsilon_{e1}$ ตามลำดับดังแสดงในรูปที่ (2.4 ก) และ (2.4 ข) หากชิ้นส่วนคอนกรีตถูกแรงกระทำชุดแรกแล้วตามด้วยหน่วยแรงชุดที่สองความเครียดทั้งหมดที่เกิดขึ้นจะได้จากการรวมผลของหน่วยแรงชุดแรกและหน่วยแรงชุดที่สองโดยตรงดังแสดงในรูปที่ (2.4 ค) สำหรับความละเอียดของค่าประมาณที่ได้จากหลักการนี้จะสอดคล้องกับความเป็นจริงก็ต่อเมื่อหน่วยแรงที่กระทำยังอยู่ในช่วงใช้งาน (Service range) และรูปแบบของหน่วยแรงกระทำคงค้างที่เวลาต่าง ๆ จะต้องเป็นไปในลักษณะที่เพิ่มขึ้นไม่ลดลง ซึ่งจะสอดคล้องกับปัญหาที่วิเคราะห์เนื่องจากน้ำหนักกระทำจะเพิ่มขึ้นตามขั้นตอนการก่อสร้างเมื่อโครงสร้างเปลี่ยนไป แต่อย่างไรก็ตามการประมาณค่าตามหลักการนี้จะให้ค่าที่คลาดเคลื่อนไปจากความเป็นจริงบ้างไม่มากเมื่อหน่วยแรงกระทำมีค่าลดลงดังแสดงในรูปที่ (2.4 ง) ในทางปฏิบัติหลักการรวมผลโดยตรงเป็นวิธีที่ใช้หาค่าประมาณของความเครียดในคอนกรีตจากหน่วยแรงที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้เป็นอย่างดี และทำให้เกิดความสะดวกกับการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงเวลาที่มีความยุ่งยากสลับซับซ้อนจากลักษณะโครงสร้างที่เปลี่ยนแปลงไป และน้ำหนักบรรทุกคงค้างที่เพิ่มขึ้นตามขั้นตอนการก่อสร้าง

พิจารณาหน่วยแรงกระทำ $\sigma_c\left(t_0\right)$ ที่เวลา t_0 และแปรเปลี่ยนไป $\Delta\sigma_c(\tau)$ ที่เวลา τ_i ใด ๆ ดังแสดงในรูปที่ (2.5) จากวิธีหลักการรวมผลโดยตรงดังที่ได้กล่าวมาแล้วนั้นค่าความเครียดทั้งหมดของคอนกรีตที่แปรเปลี่ยนไปจากช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t ภายใต้หน่วยแรงคงค้างสามารถจะเขียนได้ดังนี้

$$\varepsilon\left(t,t_0\right) = \varepsilon_e\left(t_0\right) + \varepsilon_c\left(t,t_0\right) + \varepsilon_{sh}\left(t,t_{sh}\right)$$

$$= \frac{\sigma_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)} + \sum_i \frac{\Delta\sigma_c\left(\tau_i\right)}{E_c\left(\tau_i\right)} + \frac{\sigma_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)}\phi\left(t,t_0\right) + \sum_i \frac{\Delta\sigma_c\left(\tau_i\right)\phi\left(t,\tau_i\right)}{E_c\left(\tau_i\right)} + \varepsilon_{sh}\left(t,t_{sh}\right)$$

หรือ

$$\varepsilon\left(t,t_0\right) = \frac{\sigma_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)}\left[1+\phi\left(t,t_0\right)\right] + \int_{\sigma_c(t_0)}^{\sigma_c(t)}\left[\frac{1+\phi\left(t,\tau\right)}{E_c(\tau)}\right]d\sigma_c(\tau) + \varepsilon_{sh}\left(t,t_{sh}\right) \qquad (2.9)$$

โดย $E_c(\tau)$ = โมดูลัสยืดหยุ่นซีแคนต์ของคอนกรีตที่เวลา τ

τ = เวลาที่พิจารณาในช่วงระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา t

2.7 <u>สัมประสิทธิ์อายุ</u>

การอินทิเกรตในสมการที่ (2.9) นั้นไม่สะดวกต่อการคำนวณ ในทางปฏิบัติ Bazant (1972) จึงได้เสนอวิธีการอย่างง่ายเพื่อใช้ในการวิเคราะห์ปัญหาดังกล่าว โดยแนะนำให้ใช้ค่าสัมประสิทธิ์ปรับแก้อายุ (Aging coefficient) ที่มีค่าน้อยกว่า 1 เพื่อปรับแก้การคืบที่เกิดจากหน่วยแรงกระทำ $\Delta\sigma_c(t)$ ซึ่งจะค่อย ๆ แปรเปลี่ยนไปตามเวลา เหตุผลที่พิจารณาคือ หน่วยแรงแปรเปลี่ยนที่กระทำกับคอนกรีตโดยมีขนาดเริ่มต้นเป็นศูนย์ที่เวลา t_0 แล้วค่อย ๆ เปลี่ยนแปลงไปทีละน้อยเพิ่มขึ้นจนมีขนาดเต็มที่ ณ เวลา t นั้น ย่อมทำให้เกิดความเครียดคืบน้อยกว่ากรณีที่หน่วยแรงแปรเปลี่ยนขนาดเต็มที่จำนวนเท่ากันแต่เริ่มกระทำคงค้างตั้งแต่เวลา t_0 ดังแสดงในรูป

ที่ (2.6) ดังนั้นค่าสัมประสิทธิ์การคืบ $\phi(t,t_0)$ จะถูกลดค่าด้วยค่าของสัมประสิทธิ์อายุ คือ $\chi(t,t_0)\,\phi(t,t_0)$

$$\Delta\varepsilon_c(t,t_0) = \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c(t_0)}\,\chi(t,t_0)\,\phi(t,t_0) \tag{2.10}$$

โดยที่ $\Delta\sigma_c(t)$ = หน่วยแรงที่เพิ่มขึ้นที่เวลา t ภายใต้น้ำหนักบรรทุกคงค้าง

$\Delta\varepsilon_c(t,t_0)$ = ความเครียดคืบเนื่องจากหน่วยแรงที่แปรเปลี่ยนในช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t

$\chi(t,t_0)$ = สัมประสิทธิ์อายุจากเวลา t_0 ที่มีน้ำหนักกระทำเริ่มแรกถึงเวลา t

ความเครียดทั้งหมดที่เกิดขึ้นจากช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t ที่แสดงในสมการที่ (2.9) สามารถจะจัดรูปใหม่ได้ดังนี้คือ

$$\varepsilon(t,t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}\left[1+\phi(t,t_0)\right] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{E_c(t_0)}\left[1+\chi\phi(t,t_0)\right] + \varepsilon_{sh}(t,t_{sh}) \tag{2.11}$$

โดยที่ $\chi\phi(t,t_0) = \chi(t,t_0)\,\phi(t,t_0)$

ค่าความเครียดซึ่งเกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t ตามสมการที่ (2.11) ให้ค่าผลรวมที่มาจากการหดตัวอีลาสติค และการหดตัวเชิงเวลา โดยพจน์แรกแทนค่าความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใดรวมกับการคืบเนื่องจากหน่วยแรง $\sigma_c(t_0)$ ที่เวลา t_0 และถูกคงค้างโดยปราศจากการเปลี่ยนแปลงจนกระทั่งเวลา t พจน์สองเป็นค่าความเครียดที่เกิดขึ้นทันทีทันใดรวมกับการคืบเนื่องจากหน่วยแรงที่เพิ่มขึ้น (หรือลดลง) ของการเปลี่ยนแปลงขนาดทีละน้อยจากศูนย์ที่เวลา t_0 ไปจนถึงค่า $\Delta\sigma_c(t)$ ที่เวลา t และพจน์สุดท้ายเป็นการหดตัวอิสระที่เกิดขึ้นระหว่างช่วงเวลาที่พิจารณา

จากสมการที่ (2.11) ที่ได้กล่าวมาแล้วถ้าจัดให้อยู่ในพจน์ของโมดูลัสปรับแก้อายุ คือ

$$\varepsilon(t,t_0) = \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}\left[1+\phi(t,t_0)\right] + \frac{\Delta\sigma_c(t)}{\overline{E}_c(t,t_0)} + \varepsilon_{sh}(t,t_{sh}) \tag{2.12}$$

เมื่อ $\overline{E}_c(t,t_0)$ = ค่าโมดูลัสเทียบเท่าปรับแก้อายุของคอนกรีตจากเวลา t_0 ที่มีน้ำหนักกระทำเริ่มแรกถึงเวลา t

$$= \frac{E_c(t_0)}{1+\chi\phi(t,t_0)}$$

ค่าสัมประสิทธิ์อายุสามารถหาได้จากสมการดังแสดงต่อไปนี้

ค่าสัมประสิทธิ์อายุที่ใช้ในงานวิจัยนี้จะอ้างอิงตามสมการในหนังสือของ Ghali (1988) โดยจะกำหนดให้ฟังก์ชันเวลาไร้มิติ $\xi_1(\tau)$ ให้เป็นอัตราส่วนระหว่างหน่วยแรงที่เปลี่ยนแปลงในช่วงระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา τ ต่อค่าหน่วยแรง $\Delta\sigma_c(t)$

$$\xi_1(\tau) \quad = \quad \frac{\sigma_c(\tau) - \sigma_c(t_0)}{\Delta\sigma_c(t)} \tag{2.13}$$

สังเกตุว่าค่าของ ξ_1 เป็นฟังก์ชันรูปร่างจะเปลี่ยนแปลงระหว่างค่า 0 และ 1 เมื่อ τ เปลี่ยนแปลงจากเวลา t_0 ถึงเวลา t ดังนั้นอนุพันธ์ของหน่วยแรงหาได้จากสมการที่ (2.13) ในรูปอนุพันธ์ของ ξ_1 ได้ดังนี้ คือ

$$\frac{d\sigma_c(\tau)}{d\tau} \quad = \quad \Delta\sigma_c(t)\frac{d\xi_1}{d\tau} \tag{2.14}$$

แทนค่าสมการที่ (2.14) ในสมการที่ (2.9) จะได้

$$\varepsilon(t,t_0) \quad = \quad \frac{\sigma_c(t_0)}{E_c(t_0)}\left[1+\phi(t,t_0)\right] \quad + \quad \Delta\sigma_c(t)\int_{t_0}^{t}\frac{1+\phi(t,\tau)}{E_c(\tau)}\frac{d\xi_1}{d\tau}d\tau \quad + \quad \varepsilon_{sh}(t,t_{sh}) \tag{2.15}$$

เมื่อเปรียบเทียบสมการที่ (2.12) กับสมการที่ (2.15) จะได้สมการของสัมประสิทธิ์อายุ คือ

$$\chi(t,t_0) \quad = \quad \frac{E_c(t_0)}{\phi(t,t_0)}\int_{t_0}^{t}\frac{1+\phi(t,\tau)}{E_c(\tau)}\frac{d\xi_1}{d\tau}d\tau \quad - \quad 1 \tag{2.16}$$

2.8 <u>การคลายตัวของคอนกรีต</u>

จากสมการที่ (2.2) แสดงค่าความเครียดที่เวลาเริ่มแรกถ้าความยาวของชิ้นส่วนยังคงมีค่าคงที่ ค่าความเครียด ε_e จะไม่มีการเปลี่ยนแปลงแต่หน่วยแรงจะค่อย ๆ ลดลงเนื่องจากผลของการคืบ ดังแสดงในรูปที่ (2.7) ค่าของหน่วยแรงที่เวลาใด ๆ $t > t_0$ สามารถเขียนได้ดังสมการ

$$\sigma_c(t,t_0) \quad = \quad \varepsilon_e \, r(t,t_0) \tag{2.17}$$

โดยที่ $r(t,t_0)$ = ฟังก์ชันการคลายตัว (Relaxation function) ของคอนกรีตในช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t

ค่า $r\left(t,t_0\right)$ เป็นหน่วยแรงที่เวลา t เนื่องจากความเครียด 1 หน่วยเกิดขึ้นที่เวลา t_0 และกระทำคงค้างในระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา t ตัวอย่างเช่นที่เวลา τ ที่อยู่ระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา t ขนาดของหน่วยแรงคลายตัว $\Delta\sigma_c(\tau)$ แสดงได้ดังสมการ

$$\Delta\sigma_c(\tau) \quad = \quad \xi\left(\Delta\sigma_c(t)\right) \qquad (2.18)$$

เมื่อ $\Delta\sigma_c(\tau)$ = หน่วยแรงที่เพิ่มขึ้น (หน่วยแรงคลายตัว (Relaxed stress)) ระหว่างเวลา t_0 ถึงเวลา τ

ในทำนองเดียวกันหน่วยแรงที่เพิ่มขึ้นระหว่างช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t

$$\Delta\sigma_c(t) \quad = \quad \sigma_c(t) \quad - \quad \sigma_c\left(t_0\right) \qquad (2.19)$$

และค่า ξ เป็นฟังก์ชันรูปร่างไร้มิติสำหรับเวลา τ ใด ๆ และมีค่าเท่ากับอัตราส่วนของหน่วยแรงคลายตัวระหว่างช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา τ ต่อหน่วยแรงคลายตัวระหว่างช่วงเวลา t_0 ถึงเวลา t

$$\xi \quad = \quad \frac{\Delta\sigma_c(\tau)}{\Delta\sigma_c(t)} \qquad (2.20)$$

ค่าของ ξ มีค่าเท่ากับ 0 และ 1 เมื่อ $\tau = t_0$ และ t ตามลำดับ ฟังก์ชั่นรูปร่าง ξ มีความหมายเหมือนกับ ξ_1 ของสมการที่ (2.13)

จากสมการที่ (2.9) ถ้าพิจารณาเฉพาะ 2 พจน์แรกโดยไม่พิจารณาพจน์ของความเครียดหดตัว เมื่อแทนค่าสมการที่ (2.2) , (2.17) และ (2.19) ลงในสมการที่ (2.11) จะได้

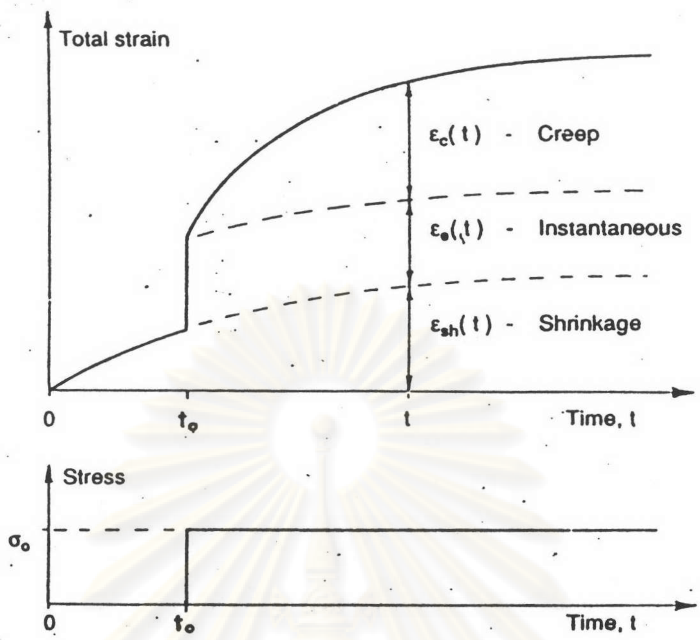
$$\varepsilon\left(t,t_0\right) \quad = \quad \varepsilon_e\left(1+\phi\left(t,t_0\right)\right) \quad + \quad \varepsilon_e\left[r\left(t,t_0\right)-E_c\left(t_0\right)\right]\frac{1+\chi\,\phi\left(t,t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)} \qquad (2.21)$$

ดังนั้นจากสมการที่ (2.21) สามารถจัดสมการของสัมประสิทธิ์อายุ $\chi\left(t,t_0\right)$ ได้ในพจน์ของ $E_c\left(t_0\right)$, $r\left(t,t_0\right)$ และ $\phi\left(t,t_0\right)$ จะได้

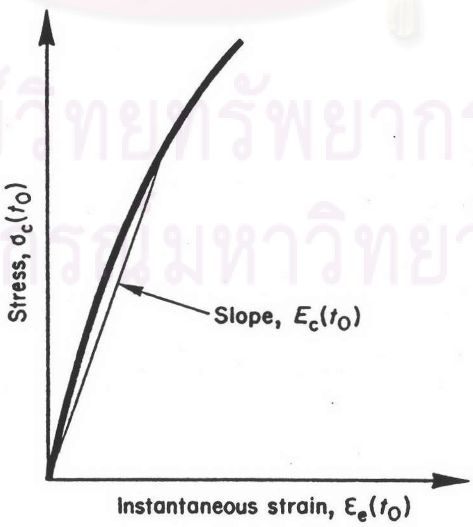
$$\chi\left(t,t_0\right) \quad = \quad \frac{E_c\left(t_0\right)}{E_c\left(t_0\right)-r\left(t,t_0\right)} \quad - \quad \frac{1}{\phi\left(t,t_0\right)} \qquad (2.22)$$

จากสมการที่ (2.16) พบว่าการหาค่าสัมประสิทธิ์อายุ $\chi\left(t,t_0\right)$ จะต้องอินทิเกรตซึ่งมีความยุ่งยากซับซ้อนมากไม่เหมาะสมในการคำนวณ ดังนั้นในงานวิจัยนี้จะพิจารณาค่าสัมประสิทธิ์อายุให้อยู่ในพจน์ของโมดูลัสยืดหยุ่น , สัมประสิทธิ์การคืบ และฟังก์ชันการคลายตัวตามสมการที่ (2.22) โดยที่ฟังก์ชันการคลายตัวจะ

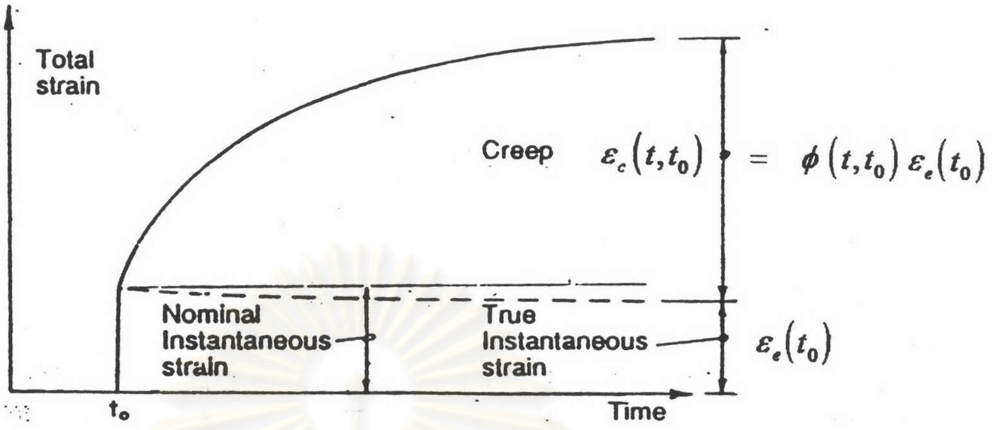
คำนวณจากวิธีเชิงเลขทีละขั้นตอน (Step by step numerical method) ตามวิธีการที่แสดงอยู่ในมาตรฐาน CEB-FIP 1978 แต่โดยทั่วไปแล้วค่าสัมประสิทธิ์อายุจะอยู่ระหว่าง 0.5 ถึง 1.0 หรือมีค่าเฉลี่ยอยู่ประมาณ 0.80 ถึง 0.85 เพราะฉะนั้นถ้าต้องการวิเคราะห์โครงสร้างโดยใช้วิธีโมดูลัสปรับแก้อายุอย่างง่าย ๆ โดยพิจารณาเวลา t จะเข้าใกล้ t_{∞} สามารถจะใช้ค่าสัมประสิทธิ์อายุ $\chi\left(t,t_0\right)$ โดยเฉลี่ยเท่ากับ 0.80 ได้



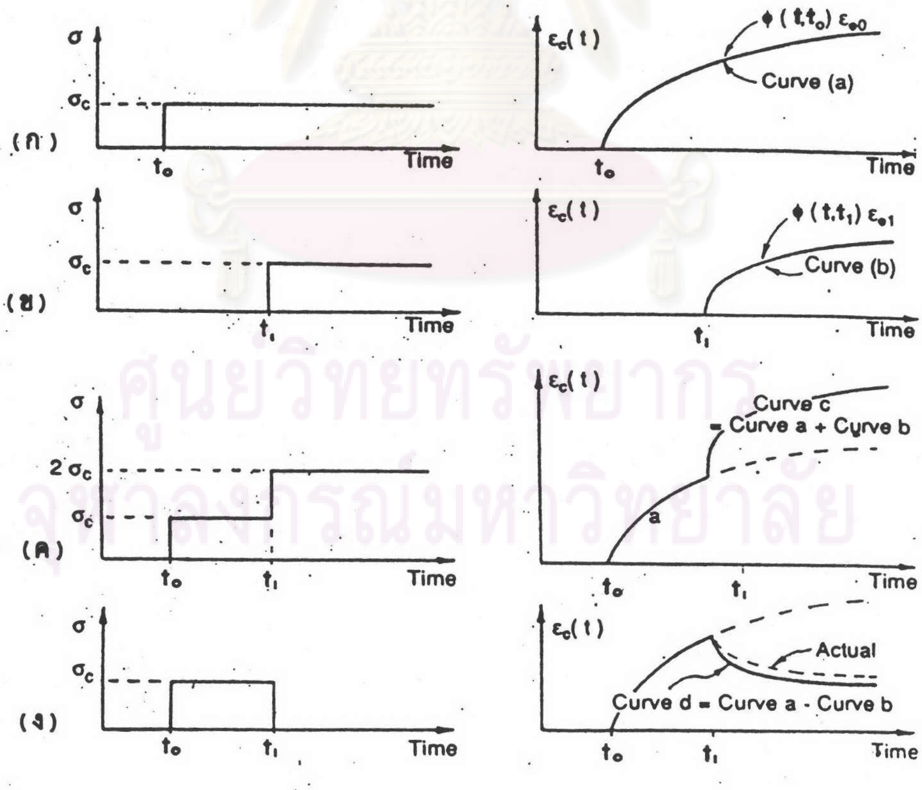
รูปที่ 2.1 องค์ประกอบความเครียดของคอนกรีตภายใต้หน่วยแรงคงค้าง



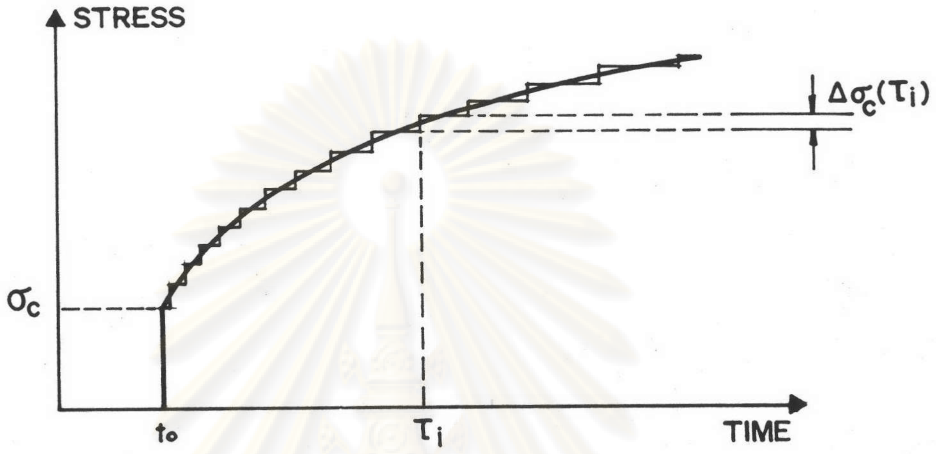
รูปที่ 2.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและหน่วยแรงในคอนกรีต



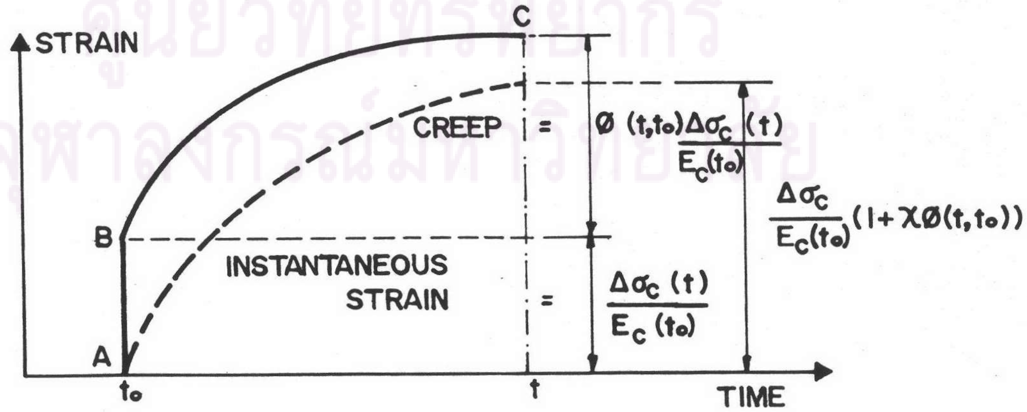
รูปที่ 2.3 พฤติกรรมการคืบ (Creep) ตามเวลาในคอนกรีตภายใต้น้ำหนักบรรทุกคงค้าง



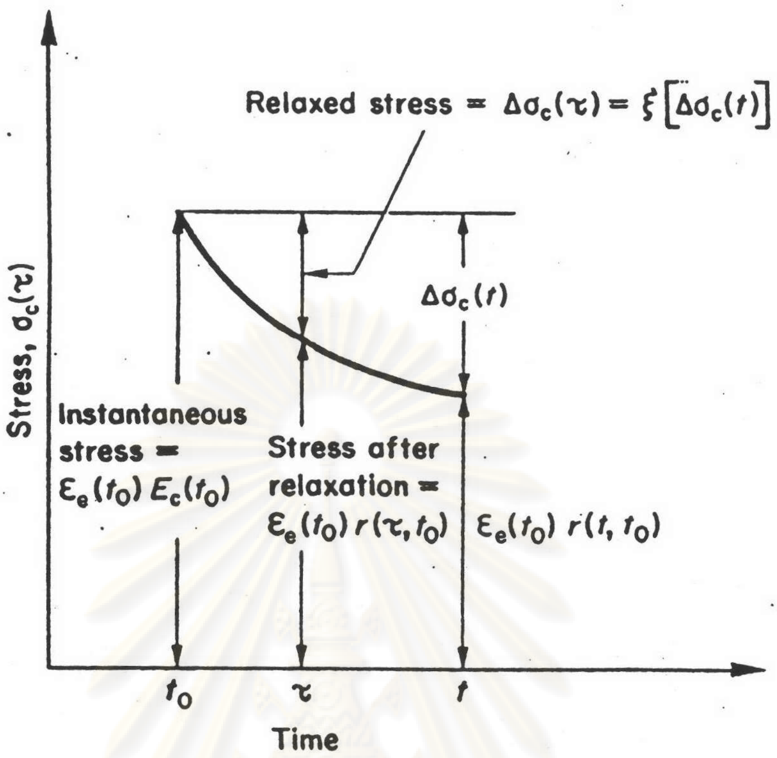
รูปที่ 2.4 แสดงหลักการรวมกันโดยตรง (Principle of Superposition) ของความเครียดคอนกรีตที่เวลาใด ๆ เนื่องจากหน่วยแรงกระทำที่เวลาต่าง ๆ กัน



รูปที่ 2.5 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความความเครียดสุทธิที่เกิดขึ้นแปรเปลี่ยนไปตามเวลา



รูปที่ 2.6 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดจากหน่วยแรงคงค้างและหน่วยแรงที่แปรเปลี่ยนกับเวลา



รูปที่ 2.7 แสดงพฤติกรรมของการคลายตัวของคอนกรีตจากหน่วยแรงที่เปลี่ยนไปตามเวลา