บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การทดลองแบบแฟคทอเรียลเป็นแผนแบบการทดลองชนิดหนึ่ง ซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ในงานได้หลาย ๆ ด้าน เช่น การทดลองทางด้านการเกษตร การทดลองทางด้านการอุตสาหกรรม และการทดลองในห้องปฏิบัติการ เป็นต้น ทั้งนี้เพราะการทดลองแบบแฟคทอเรียลสามารถทดสอบปัจจัยทีละหลาย ๆ ปัจจัยไปพร้อมๆ กันได้ ซึ่งทำให้ประหยัดเวลา ค่าใช้จ่าย มากกว่าแผนแบบการทดลองแบบอื่นๆ ในกรณีที่ปัจจัย (factor) ที่ศึกษาเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ (quantitative variable) เช่น ค่าความดัน น้ำหนัก ส่วนสูง เป็นต้น ซึ่งการวัดค่าของตัวแปรเหล่านั้นจะไม่สามารถวัดค่าที่แท้จริงได้ และเมื่อนำมาลงรหัส (coding) เพื่อใช้ในการ คำนวณในแผนแบบการทดลอง ซึ่งต้องจัดให้ค่าของตัวแปรในแผนแบบการทดลองมีค่า -1 0 และ 1 เท่านั้น ซึ่งเป็นค่าวัดที่หยาบและเมื่อนำไปประมาณค่าจึงทำให้ได้ค่าประมาณที่มีความเอนเอียง (biasness) นอกจากนี้แล้วจะมีผลทำให้ไม่สามารถทราบรูปแบบความสัมพันธ์ที่แท้จริง (true function) ของตัวแปรตามกับตัวแปรในแผนแบบการทดลองได้ และตัวประมาณที่ได้จากวิธีกำลังสองน้อยที่สุดจะเป็นตัวประมาณที่มีความเอนเอียง ในการทดลองบางอย่างเราอาจจะละเลยเหตุการณ์เช่นนี้ได้ เนื่องจากความผิดพลาดที่เกิดขึ้นนี้อาจมีผลกระทบต่อผลของการทดลองเพียงเล็กน้อย แต่การทดลองบางชนิดที่ต้องการความถูกต้องแม่นยำของการทดลองมาก ๆ เช่น การทดลองทางการแพทย์ การทดลองทางเคมี เป็นต้น จึงจำเป็นต้องศึกษารูปแบบความสัมพันธ์ให้ถูกต้อง แม่นยำ ดังนั้นจึงมีการศึกษาการวางแผนการทดลองอันดับสอง (second order design) เกิดขึ้น ซึ่งมีวัตถุประสงค์เพื่อหาความสัมพันธ์ของตัวแปรตามกับตัวแปรในแผนแบบการทดลองที่เหมาะสมเพื่อใช้ในการทดลองครั้งต่อไป โดยจะพิจารณาจากบริเวณที่สนใจ (interest region) ของตัวแปรพยากรณ์ ได้มีผู้เสนอการวางแผนการทดลองขั้นที่สองไว้หลายแบบ เช่น บอกซ์กับแดรปเปอร์ (Box and Draper) จะเสนอบริเวณที่สนใจที่ทำให้ค่าความเอนเอียง (bias) ของการประมาณมีค่าน้อยที่สุด ซึ่งแผนแบบการทดลองที่เสนอโดยบอกซ์กับแดรปเปอร์นี้ จะมีโครงสร้างของเมทริกซ์ของแผนแบบการทดลองเหมือนกับแผนแบบการ

ทดลองแบบแฟคทอเรียลเพียงแต่จะมีการเปลี่ยนแปลงระดับ (level) ของปัจจัย และแอทกินสัน (Atkinson) ได้เสนอบริเวณที่สนใจที่จะทำให้ค่าพารามิเตอร์ไร้ศูนย์กลาง (noncentrality parameter) มีค่าสูงที่สุด ซึ่งค่าพารามิเตอร์ไร้ศูนย์กลางนี้จะเป็นค่าที่แสดงความเหมาะสมของรูปแบบ จึงเป็นสิ่งที่น่าสนใจที่จะศึกษาวิธีวางแผนแบบการทดลองที่จะทำให้ค่าความเอนเอียงในแผนแบบการทดลองที่มีปัจจัยเป็นตัวแปรเชิงปริมาณมีค่าน้อยที่สุด และแผนแบบการทดลองนั้นก็ควรมีรูปแบบที่เหมาะสมด้วย โดยจะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพและความเหมาะสมของแผนแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial experiments) กับแผนแบบการทดลองแบบการหมุน (Rotated Design)

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแผนแบบการทดลอง กรณีเมื่อไม่ทราบค่าความสัมพันธ์ที่แท้จริงของตัวแปรตาม (y) กับตัวแปรในแผนแบบการทดลอง (x's) โดยที่ปัจจัยในแผนแบบการทดลองเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ ด้วยแผนแบบการทดลอง 2 วิธี คือ

1. แผนแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial experiments)
2. แผนแบบการทดลองแบบการหมุน (Rotated Design)

สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้สถานการณ์ที่ไม่ทราบความสัมพันธ์ที่แท้จริงของตัวแปรตาม (y) กับตัวแปรในแผนแบบการทดลอง (x's) แผนแบบการทดลองแบบการหมุน (Rotated Design) จะมีประสิทธิภาพสูงกว่าแผนแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียล (Factorial experiments)

ข้อตกลงเบื้องต้น

1. ปัจจัย (factor) ที่เป็นอิทธิพลมีผลกระทบคงที่ (fixed effect model)
2. แผนแบบการทดลองเป็นแบบสุ่มตลอด
3. ลักษณะของการแจกแจงความคลาดเคลื่อนมีการแจกแจงแบบปกติ (Normal Distribution) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ และความแปรปรวนเท่ากับ σ^2 ซึ่งมีฟังก์ชันความหนาแน่นอยู่ในรูปของ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{(-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu))^2} \qquad ; \ -\infty < x < \infty$$

4. ปัจจัยในแผนแบบการทดลองเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ (quantitative variable)

ขอบเขตของการศึกษา

1. รูปแบบ (model) ที่ศึกษาเป็นรูปแบบแบบปัจจัยคงที่ (fixed effect model) ในแผนแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียล กรณีที่มีการทำซ้ำที่จุดศูนย์กลาง โดยทำการทดลองแผนแบบการทดลองแบบแฟคทอเรียลขนาด 2^2

2. ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 7, 8, 9 และ 10

3. ประชากรที่ศึกษาสร้างจาก

รูปแบบเชิงเส้นของความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรตามและตัวแปรในแผนแบบการทดลอง

- กรณีความสัมพันธ์ที่แท้จริงเป็นรูปแบบกำลังหนึ่ง (First order model)

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \varepsilon_i$$

- กรณีความสัมพันธ์ที่แท้จริงเป็นรูปแบบกำลังสอง (Second order model) ซึ่งสามารถแบ่งออกเป็น 7 รูปแบบดังนี้

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon_i$$

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \beta_{12} x_1 x_2 + \beta_{11} x_1^2 + \beta_{22} x_2^2 + \varepsilon_i$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ประโยชน์ของการวิจัย

เพื่อเป็นแนวทางในการวางแผนการทดลองในกรณีที่ปัจจัยในแผนแบบการทดลองเป็นตัวแปรเชิงปริมาณ

เกณฑ์การตัดสินใจ

เกณฑ์พิจารณาความเหมาะสมของรูปแบบ จะพิจารณาจากค่าเฉลี่ยของพารามิเตอร์ไร้ศูนย์กลาง (the average noncentrality parameter) ซึ่งมีสูตรดังนี้

$$\lambda^{*}_{ave} = \int_{\phi^*} \lambda d\beta_2 \; / \int_{\phi^*} d\beta_2$$

$$= \delta \; \mathrm{tr}\left(\mathbf{T}^{-1}\mathbf{L}\right) / p_2$$

เมื่อ

$$\delta = \beta_2 \mathbf{T}' \beta_2 / \sigma^2$$

$$\mathbf{T} = \mu_{22} + \mathbf{M}'_{12}\mathbf{M}^{-1}{}_{11}\mu_{11}\mathbf{M}^{-1}{}_{11}\mathbf{M}_{12} - 2\mu'_{12}\mathbf{M}^{-1}{}_{11}\mathbf{M}_{12}$$

$$\mathbf{L} = \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}'_{12}\mathbf{M}^{-1}{}_{11}\mathbf{M}_{12}$$

β_2 คือสัมประสิทธิ์การถดถอยอันดับที่สอง (second order coefficient)

และ p_2 คือจำนวนมิติ (dimension) ของ β_2

โดยที่

$$\mathbf{M}_{11} = n^{-1}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_1$$

$$\mathbf{M}_{12} = n^{-1}\mathbf{X}_1'\mathbf{X}_2$$

$$\mathbf{M}_{22} = n^{-1}\mathbf{X}_2'\mathbf{X}_2$$

$$\mu_{11} = \mathbf{K}\int_R \mathbf{x}_1\mathbf{x}_1' \, dx$$

$$\mu_{12} = \mathbf{K}\int_R \mathbf{x}_1\mathbf{x}_2' \, dx$$

$$\mu_{22} = \mathbf{K}\int_R \mathbf{x}_2\mathbf{x}_2' \, dx$$

$$\mathbf{K}^{-1} = \int_R dx$$

และ n คือขนาดตัวอย่าง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย