



การใช้ไดโอดคอปติกในระบบไฟฟ้ากำลัง

2.1 การหาผลลัพธ์แบบแยกส่วน (2,4)

วิธีการของไดโอดคอปติกคือแบ่งข่ายวงจร (Network) ออกเป็นส่วนย่อยแล้วหาผลลัพธ์ของส่วนย่อย นำผลลัพธ์ของส่วนย่อยรวมกับผลอันเนื่องมาจากการแบ่ง จะได้ผลลัพธ์รวมของข่ายวงจรทั้งหมด

พิจารณาระบบไฟฟ้ากำลัง แสดงในรูปที่ 2.1 ก. ซึ่งประกอบด้วย 8 บัส และสายส่ง 12 เส้นต่อเชื่อมโยงกันอยู่ สมมติระบบนี้ถูกแบ่งเป็น 2 ส่วนโดยเส้นประแสดงถึงเส้นแบ่ง สายที่ถูกตัดเรียกว่าคัทไลน์ (Cut Line) เส้นที่แบ่งโซนผ่านบัสอยู่บัสหนึ่งเรียกว่า บัสร่วม (Common Bus) ซึ่งในระบบไฟฟ้ากำลังจะให้บัสร่วมคือ กราวนด์บัส (Ground Bus) โดยที่

I_T คือกระแสบัส เนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแส ประกอบด้วย I_1, I_2, \dots, I_8 ซึ่งสมมติว่ารู้ค่า

E_T คือแรงดันคร่อมบัสเทียบกับกราวนด์ ประกอบด้วย E_1, E_2, \dots, E_8 ซึ่งต้องการหาค่า

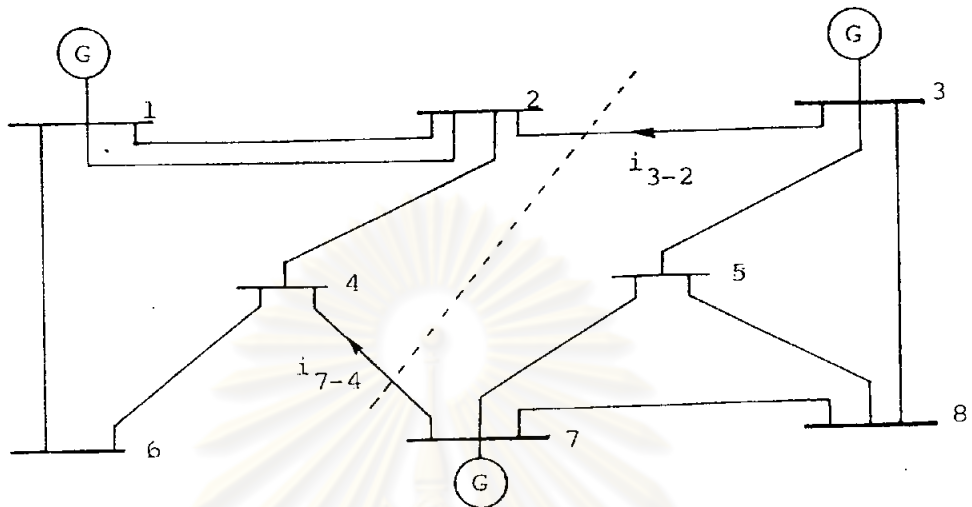
i_c คือกระแสในคัทไลน์ ประกอบด้วย i_{3-2}, i_{7-4} ซึ่งเป็นตัวแปรที่ไม่รู้ค่า

โดยวิธีการของไดโอดคอปติก สมมติทิศทางของกระแสในคัทไลน์ตามรูปที่ 2.1 ก. ในที่นี้ คัทไลน์คือ สาย 3-2 และสาย 7-4 เมื่อตัดคัทไลน์ออกจากระบบจะแยกระบบเดิมออกเป็นระบบย่อย 2 ระบบคือ ระบบย่อย A และระบบย่อย B

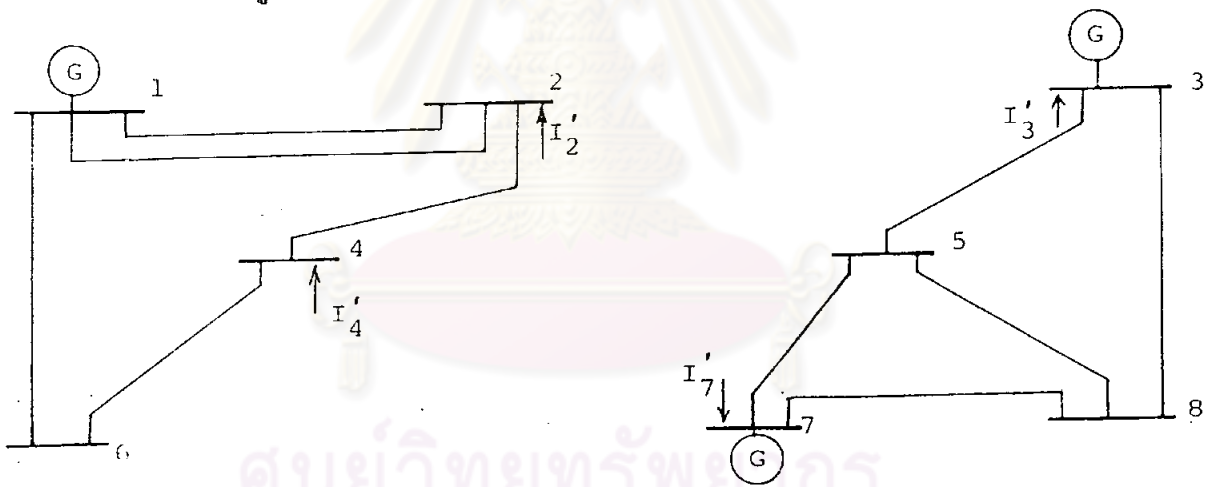
เพื่อที่จะให้ระบบย่อยและคัทไลน์ที่แยกออกมามีความสัมพันธ์ของกระแส และแรงดันในส่วนต่าง ๆ มีค่าคงเดิม จึงแทนคัทไลน์ด้วยแหล่งกำเนิดกระแสสมมูล I'_T ซึ่งประกอบด้วย I'_2 และ I'_4 ไหลเข้าบัส 2 และบัส 4 ในระบบย่อย A และ I'_3 และ I'_7 ไหลเข้าบัส 3 และบัส 7 ในระบบย่อย B ตามลำดับโดยมีขนาดและทิศทางที่จะทำให้แรงดันคร่อม

บัสของแต่ละระบบย่อยมีค่าเท่ากับแรงดันคร่อมบัสของระบบ เดิมทุกประการ ดังแสดงในรูปที่

2.1 ข.



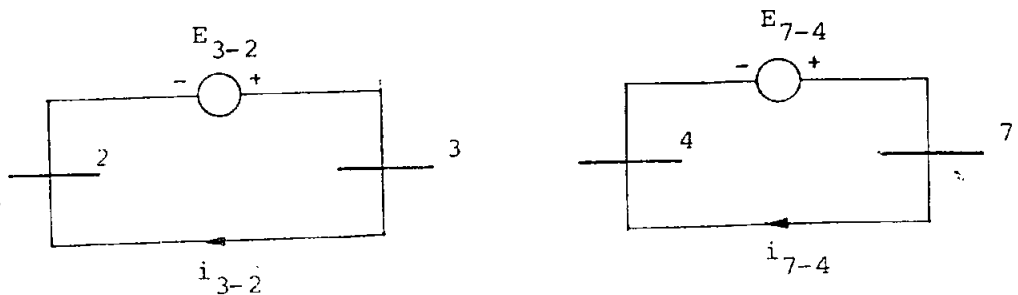
รูปที่ 2.1 ก. แสดงระบบไฟฟ้ากำลังก่อนแบ่งโซน



ระบบย่อย A

ระบบย่อย B

รูปที่ 2.1 ข. แสดงระบบย่อยหลังแบ่งโซน



รูปที่ 2.1 ค. แสดงวงจรสมมูลของคัทลายน

ในทำนองเดียวกันใส่แหล่งกำเนิดแรงดันสมมูลย์ E_L ซึ่งประกอบด้วย E_{3-2} และ E_{7-4} คร่อมคัทลายนน์ โดยมีขนาดและทิศทางที่ทำให้กระแสในคัทลายนน์มีค่าเท่ากับกระแสในสายส่งของระบบเดิมทุกประการ ดังแสดงในรูปที่ 2.1 ค.

ความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดกระแสสมมูลย์ I'_T กับกระแส i_c ในคัทลายนน์สามารถเขียนได้ดังนี้

$$I'_2 = i_{3-2}$$

$$I'_3 = -i_{3-2}$$

$$I'_4 = i_{7-4}$$

$$I'_7 = -i_{7-4}$$

สำหรับบัสอื่น ๆ ที่ไม่ได้ต่อกับคัทลายนน์ไม่มีความสัมพันธ์ดังกล่าว จากสมการข้างบนสามารถจัดให้อยู่ในรูปของ เมตริกซ์ได้คือ

บัส	คัทลายนน์		
	3-2	7-4	
1			
6			
2	1		
4		1	
3	-1		
5			
7			-1
8			

$$\begin{bmatrix} I'_1 \\ I'_6 \\ I'_2 \\ I'_4 \\ I'_3 \\ I'_5 \\ I'_7 \\ I'_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{3-2} \\ i_{7-4} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

หรือในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$I'_T = C_{TC} i_c \quad (2.2)$$

โดยที่ C_{TC} คืออินซิเดนซ์เมตริกซ์ของทรี-วงรอบปิด (Tree-close loop Incidence Matrix)

ในทำนองเดียวกัน ความสัมพันธ์ระหว่างแหล่งกำเนิดแรงดันสมมูลย์ E_L ที่คัทลายน์ต่าง ๆ กับแรงดันคร่อมบัส E_T สามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_{3-2} = E_3 - E_2$$

$$E_{7-4} = E_7 - E_4$$

ซึ่งเขียนในรูปของ เมตริกซ์ได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{3-2} \\ E_{7-4} \end{bmatrix} = \begin{matrix} \text{คัทลายน์} \\ \text{บัส} \end{matrix} \begin{matrix} & 1 & 6 & 2 & 4 & 3 & 5 & 7 & 8 \\ 3-2 & & & -1 & & 1 & & & \\ 7-4 & & & & -1 & & & 1 & \end{matrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_6 \\ E_2 \\ E_4 \\ \hline E_3 \\ E_5 \\ E_7 \\ E_8 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

หรือเขียนในรูปทั่วไปได้ดังนี้

$$E_L = -C_{TC}^t E_T \quad (2.4)$$

โดยที่

$$E_T = \begin{bmatrix} E_A \\ \hline E_B \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสบัสในระบบย่อยและแรงดันคร่อมบัสในระบบย่อย

สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\text{ระบบย่อย A} \quad Y_{AA} E_A = I_{TA} + I'_{TA} \quad (2.6)$$

$$\text{ระบบย่อย B} \quad Y_{BB} E_B = I_{TB} + I'_{TB} \quad (2.7)$$

โดยที่ Y_{AA} และ Y_{BB} คือ บัสแอดมิตแตนซ์ เมตริกซ์ ของระบบย่อย A และ B
 E_A และ E_B คือ แรงดันคร่อมบัสของระบบย่อย A และ B
 I_{TA} และ I_{TB} คือ กระแสบัส เนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแสของระบบย่อย A และ B
 I'_{TA} และ I'_{TB} คือ กระแสบัส เนื่องจากแหล่งกำเนิดกระแสสมมูลย์ของระบบย่อย A และ B

จากสมการ (2.6) และ (2.7) สามารถเขียนรวมกันในรูปของเมตริกซ์ ดังนี้

$$\begin{bmatrix} Y_{AA} & \\ & Y_{BB} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_A \\ E_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{TA} + I'_{TA} \\ I_{TB} + I'_{TB} \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

ซึ่งเขียนในรูปสมการทั่วไปได้ดังนี้

$$Y_{TT} E_T = I_T + I'_T \quad (2.9)$$

โดยที่ Y_{TT} คือ บัสแอดมิตแตนซ์ของระบบย่อย ซึ่งเขียนอยู่ในรูปกลุ่มเมตริกซ์แนวทะแยง (Block Diagonal Matrix)

จากสมการ (2.9) เมื่อแก้สมการเมตริกซ์ จะหาค่าแรงดันคร่อมบัสได้ นั่นคือ

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} I'_T \quad (2.10)$$

โดยที่ Z_{TT} คือ บัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของระบบย่อยซึ่งอยู่ในรูปกลุ่มเมตริกซ์แนวทะแยง

จะเห็นได้ว่า ลักษณะเมตริกซ์แนวทะแยงจะทำให้ลดที่เก็บข้อมูลในหน่วยความจำของเครื่องดิจิทัลคอมพิวเตอร์ลง

ในการคำนวณหาสมาชิกต่าง ๆ ของ Z_{TT} จะไม่หามาจากส่วนกลับของ Y_{TT} แต่จะใช้วิธีการสร้างบัสอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของแต่ละระบบย่อยโดยตรงตามวิธีของ Stagg และ El-Abiad (9)

ความสัมพันธ์ระหว่างกระแสในคัทลายนและแหล่งกำเนิดแรงดันสมมูลย์ สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_{3-2} \\ E_{7-4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{32} & \\ & \\ \text{---} & \text{---} \\ & Z_{74} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{3-2} \\ \\ \\ i_{7-4} \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

ในรูปทั่วไปสามารถเขียนได้ดังนี้

$$E_L = Z_{LL} i_C \quad (2.12)$$

โดยที่ E_L คือแหล่งกำเนิดแรงดันสมมูลย์คร่อมคัทลายน
 Z_{LL} คืออิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของคัทลายน
 i_C คือกระแสในคัทลายน

แทนค่า I'_T จากสมการ (2.2) ลงในสมการ (2.10) จะได้

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} C_{TC} i_C \quad (2.13)$$

แทนค่า E_L จากสมการ (2.12) ลงในสมการ (2.4) จะได้

$$Z_{LL} i_C = -C_{TC}^t E_T \quad (2.14)$$

แทนค่า E_T จากสมการ (2.13) ลงในสมการ (2.14) จะได้

$$Z_{LL} i_C = -C_{TC}^t (Z_{TT} I_T + Z_{TT} C_{TC} i_C) \quad (2.15)$$

สมการ (2.15) จัดให้อยู่ในรูปที่เหมาะสมจะได้

$$0 = C_{TC}^t Z_{TT} I_T + (C_{TC}^t Z_{TT} C_{TC} + Z_{LL}) i_C \quad (2.16)$$

จากสมการ (2.13) และ (2.16) จะได้

$$\begin{bmatrix} E_T \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{TT} & Z_{TT}^C C_{TC} \\ C_{TC}^t Z_{TT} & C_{TC}^t Z_{TT}^C C_{TC} + Z_{LL} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

หรือ

$$\begin{bmatrix} E_T \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1 & z_2 \\ z_3 & z_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_T \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

โดยที่

$$\begin{aligned} z_1 &= Z_{TT} \\ z_2 &= Z_{TT}^C C_{TC} \\ z_3 &= C_{TC}^t Z_{TT} = z_2^t \\ z_4 &= C_{TC}^t Z_{TT}^C C_{TC} + Z_{LL} \end{aligned}$$

โดยทั่วไปถ้าเราแบ่งระบบออกเป็นระบบย่อยทั้งหมด N ระบบ สมการ (2.18)

สามารถเขียนได้ดังนี้

$$\begin{bmatrix} E_A \\ E_B \\ E_C \\ \vdots \\ E_N \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{array}{c} A \\ B \\ C \\ \vdots \\ N \\ z_2^t \end{array} \begin{array}{c} A \quad B \quad C \quad \dots \quad N \quad \text{คัทลายน} \\ \begin{bmatrix} z_{AA} & & & & z_{2AA} \\ & z_{BB} & & & z_{2BB} \\ & & z_{CC} & & z_{2CC} \\ & & & \mathbf{Z}_1 & \vdots \\ & & & & z_{2NN} \\ z_2^t & z_{2AA}^t & z_{2CC}^t & \dots & z_{2NN}^t & z_4 \end{bmatrix} \end{array} \begin{bmatrix} I_{TA} \\ I_{TB} \\ I_{TC} \\ \vdots \\ I_{TN} \\ i_c \end{bmatrix} \quad (2.19)$$

การหา E_T เมื่อรู้ค่า I_T ทำได้โดยเขียนสมการ (2.10) อีกครั้งคือ

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} I'_T \quad (2.10)$$

แทนค่า I'_T จากสมการ (2.2) ลงในสมการ (2.10) จะได้

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} (C_{TC} i_C) \quad (2.20)$$

จากสมการ (2.16) เขียนใหม่ได้ดังนี้

$$i_C = Z_4^{-1} \left[-C_{TC}^t (Z_{TT} I_T) \right] \quad (2.21)$$

แทนสมการ (2.21) ลงในสมการ (2.20) จะได้

$$E_T = Z_{TT} I_T + Z_{TT} \left[C_{TC} \left[Z_4^{-1} \left[-C_{TC}^t \left[Z_{TT} I_T \right] \right] \right] \right] \quad (2.22)$$

จากสมการ (2.22) สามารถเขียนเป็น 6 ขั้นตอน โดยคิดจากวงเล็บในสุดดังนี้

$$\begin{aligned} 1) \quad E_T^{(0)} &= Z_{TT} I_T \\ 2) \quad e'_C &= C_{TC}^t E_T^{(0)} \\ 3) \quad i_C &= Z_4^{-1} e'_C \\ 4) \quad I'_T &= C_{TC} i_C \\ 5) \quad E_T^{(1)} &= Z_{TT} I'_T \\ 6) \quad E_T &= E_T^{(0)} + E_T^{(1)} \end{aligned} \quad (2.23)$$

จากสมการ (2.18) ถ้ากำจัดตัวแปร i_C จะได้

$$E_T = (Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t) I_T \quad (2.24)$$

$$\text{หรือ } E_T = Z'_1 I_T \quad (2.25)$$

$$\text{โดยที่ } Z'_1 = Z_1 - Z_2 Z_4^{-1} Z_2^t$$

ซึ่ง Z'_1 คือ Z_{BUS} ของระบบรวมทั้งหมด



2.2 ตัวอย่างการหาผลลัพท์

พิจารณาข่ายวงจรในรูปที่ 2.2 สมมุติอิมพีแดนซ์ของสายทุกเส้นเป็น 1 PU. กระแสที่ไหลเข้าบัสทุกบัสมีค่าเป็น 0.5 PU. ระบบถูกแบ่งออกเป็น 3 ระบบย่อย โดยแบ่งผ่านบัสร่วม ซึ่งระบบที่ถูกแบ่งแล้วตามที่ได้แสดงในรูปที่ 2.3 ข่ายวงจรที่ทำการหาผลลัพท์โดยวิธีแบ่งโซนนี้ ต้องไม่มีมิวชวลคัปปลิง (Mutual coupling) ระหว่างสายที่อยู่ต่างโซนกัน แต่มีมิวชวลคัปปลิงระหว่างสายที่อยู่ในโซนเดียวกันได้

จากข่ายวงจรรูปที่ 2.3 สามารถหาผลลัพท์ได้ตามลำดับดังนี้

ก. หาอิมพีแดนซ์เมตริกซ์ของแต่ละระบบย่อย

	1A	2A	3A	1B	2B	3B	1C	2C
1A	2	2	1					
2A	2	3	1					
3A	1	1	1					
1B				2	1	1		
2B				1	1	1		
3B				1	1	2		
1C							2	1
2C							1	1

ข. หาเมตริกซ์ Z_2

Z_2 อาจหาได้จากผลคูณของเมตริกซ์ $Z_1 C_{TC}$ ก็ได้ แต่ในที่นี้จะหาโดยไม่ใช้ C_{TC} จะเห็นว่า C_{TC} เป็นเมตริกซ์ที่มีสมาชิกประกอบด้วย 0, 1, -1 ดังนั้น Z_2 หรือผลคูณของ $Z_1 C_{TC}$ ประกอบด้วยสมาชิกใน Z_1 โดยกำหนดเครื่องหมายจากทิศทางของคัทลายนน์ สมมุติคัทลายนน์ L_1 เชื่อมระหว่างโซน A และโซน B มีทิศทางจากบัส 1_B ไปบัส 1_A ค่าสมาชิกในแกนตั้ง C_1 ของ Z_2 ก็คือ สมาชิกในแถวตั้ง 1_A ลบด้วยสมาชิกในแถวตั้ง 1_B ของ Z_1 สำหรับคัทลายนน์เส้นอื่นก็ทำได้เช่นเดียวกัน ดังนี้

	C_1	C_2	C_3	C_4
	1A-1B	2B-2A	3B-2C	1C-3A
1A	2	-2		-1
2A	2	-3		-1
3A	1	-1		-1
1B	-2	1	1	
2B	-1	1	1	
3B	-1	1	2	
1C			-1	2
2C			-1	1

ค. หาเมตริกซ์ Z_4

Z_4 หาได้จาก Z_2 ด้วยวิธีดังนี้ สมาชิกในแถวตอน C_1 ของ Z_4 เท่ากับสมาชิกในแถวตอน 1A ลบด้วย สมาชิกในแถวตอน 1B ของ Z_2 สมาชิกในแถวตอน C_2 ของ Z_4 เท่ากับสมาชิกในแถวตอน 2B ลบด้วยสมาชิกในแถวตอน 2A ของ Z_2 สมาชิกในแถวตอน C_3 และ C_4 หาได้เช่นเดียวกัน สำหรับค่าสมาชิกในแนวทะแยงให้บวกเพิ่มด้วยค่าอิมพีแดนซ์ของคัทลายน์ Z_4 ดังนี้

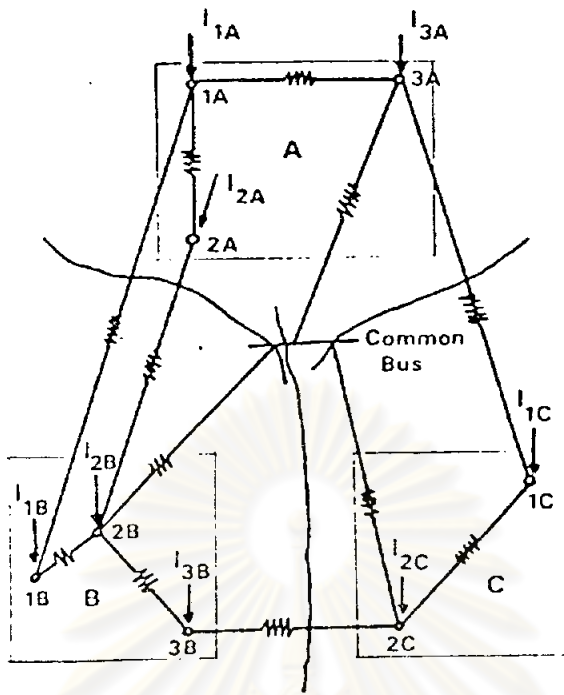
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

		C_1	C_2	C_3	C_4
		1A-1B	2B-2A	3B-2C	1C-3A
$Z_4 =$	C_1 1A-1B	5	-3	-1	-1
	C_2 2B-2A	-3	5	1	1
	C_3 3B-2C	-1	1	4	-1
	C_4 1C-3A	-1	1	-1	4

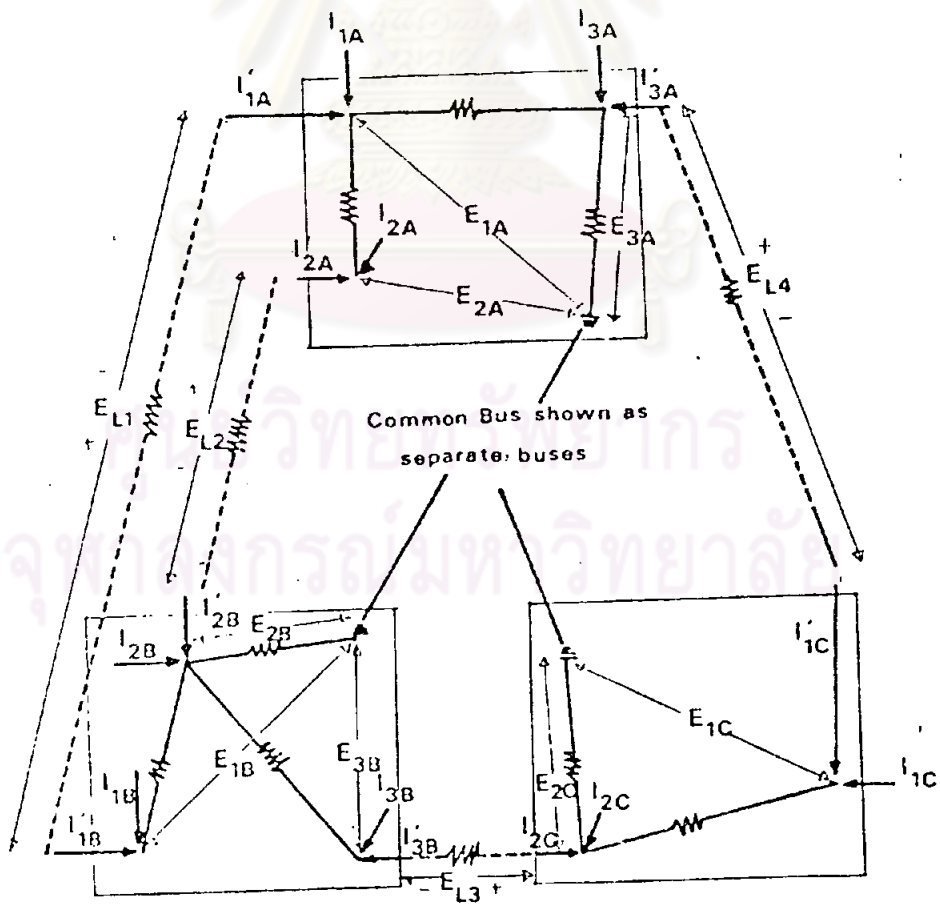
ง. หาเมตริกซ์ Y_4

ได้มาจากการหาส่วนกลับของ Z_4 ดังนี้

		C_1	C_2	C_3	C_4
		1A-1B	2B-2A	3B-2C	1C-3A
$Y_4 = Z_4^{-1} =$	C_1 1A-1B	0.370370	0.259259	0.037037	0.037037
	C_2 2B-2A	0.259259	0.481481	-0.074074	-0.074074
	C_3 3B-2C	0.037037	-0.074074	0.303704	0.103704
	C_4 1C-3A	0.037037	-0.074074	0.103704	0.303704



รูปที่ 2.2 แสดงข่ายวงจรซึ่งถูกแบ่งออกเป็น 3 โชน



รูปที่ 2.3 แสดงข่ายวงจรเมื่อเอาคัทลายนออก

จ. หาผลลัพธ์ตามขั้นตอนดังนี้

$$1. E_T^{(0)} = Z_1 I_T$$

$$I_T = 0.5$$

$$E_T^{(0)} = \begin{bmatrix} 1A & E_{1A}^{(0)} = 2.5 \\ 2A & E_{2A}^{(0)} = 3.0 \\ 3A & E_{3A}^{(0)} = 1.5 \\ 1B & E_{1B}^{(0)} = 2.0 \\ 2B & E_{2B}^{(0)} = 1.5 \\ 3B & E_{3B}^{(0)} = 2.0 \\ 1C & E_{1C}^{(0)} = 1.5 \\ 2C & E_{2C}^{(0)} = 1.0 \end{bmatrix}$$

$$2. e'_c = E_L^{(0)}$$

$$e'_c = E_L^{(0)} = \begin{bmatrix} C_1 & E_{1B}^{(0)} - E_{1A}^{(0)} = -0.5 \\ C_2 & E_{2A}^{(0)} - E_{2B}^{(0)} = 1.5 \\ C_3 & E_{2C}^{(0)} - E_{3B}^{(0)} = -1.0 \\ C_4 & E_{3A}^{(0)} - E_{1C}^{(0)} = 0 \end{bmatrix}$$

$$3. i_c = Y_4 e'_c$$

$$i_c = \begin{bmatrix} C_1 & i_{c1} = 0.1666 \\ C_2 & i_{c2} = 0.6666 \\ C_3 & i_{c3} = -0.4333 \\ C_4 & i_{c4} = -0.2333 \end{bmatrix}$$

4. หา I'_T จาก i_c

$$I'_T = \begin{array}{l} 1A \\ 2A \\ 3A \\ 1B \\ 2B \\ 3B \\ 1C \\ 2C \end{array} \left[\begin{array}{l} I'_{1A} = i_{c1} = 0.1666 \\ I'_{2A} = -i_{c2} = -0.6666 \\ I'_{3A} = -i_{c4} = 0.2333 \\ I'_{1B} = -i_{c1} = -0.1666 \\ I'_{2B} = i_{c2} = 0.6666 \\ I'_{3B} = i_{c3} = -0.4333 \\ I'_{1C} = i_{c4} = -0.2333 \\ I'_{2C} = -i_{c3} = 0.4333 \end{array} \right]$$

5. $E_T^{(1)} = Z_1 I'_T$

$$E_T^{(1)} = \begin{array}{l} 1A \\ 2A \\ 3A \\ 1B \\ 2B \\ 3B \\ 1C \\ 2C \end{array} \left[\begin{array}{l} E_{1A}^{(1)} = -0.7666 \\ E_{2A}^{(1)} = 1.4333 \\ E_{3A}^{(1)} = -0.2666 \\ E_{1B}^{(1)} = -0.1000 \\ E_{2B}^{(1)} = 0.0666 \\ E_{3B}^{(1)} = -0.3666 \\ E_{1C}^{(1)} = -0.0333 \\ E_{2C}^{(1)} = 0.2000 \end{array} \right]$$

$$6. E_T = E_T^{(0)} + E_T^{(1)}$$

$$E_T = \begin{array}{l} 1A \\ 2A \\ 3A \\ 1B \\ 2B \\ 3B \\ 1C \\ 2C \end{array} \left[\begin{array}{l} E_{1A} = 1.7333 \\ E_{2A} = 1.5666 \\ E_{3A} = 1.2333 \\ E_{1B} = 1.9000 \\ E_{2B} = 1.5666 \\ E_{3B} = 1.6333 \\ E_{1C} = 1.4666 \\ E_{2C} = 1.2000 \end{array} \right]$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย