บทที่ 4

วิธีการทดสอบ : Cointegration และ Error Correction Model

การทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดด้วยวิธี Cointegration และ Error Correction Model เริ่มจาก Hakkio และ Rush (1989) ได้ประยุกต์วิธีดำเนินการ 2 ขั้นตอนที่เสนอโดย Engle และ Granger (1987) ดังนี้

<u>ขั้นที่ 1</u> ทดสอบคุณสมบัติ Stationary ในแต่ละตัวแปร ถ้าพบว่า Integrate ที่อันดับเดียวกัน แล้วจึงประมาณสมการ Cointegration ด้วยวิธี OLS จากนั้นนำตัวรบกวนสุ่มที่ได้ไปทดสอบคุณสมบัติ Stationary ถ้าพบว่า Stationary จะดำเนินขั้นต่อไป

<u>ขั้นที่ 2</u> นำค่าสัมประสิทธิ์ที่ประมาณได้จากสมการ Cointegration มาแทนใน Error Correction term แล้วจึงประมาณ Error Correction Model ด้วยวิธี OLS

ดังนั้น การทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดครั้งนี้ จึงใช้วิธีดำเนินการ 2 ขั้นตอน เพียงแต่ในการประมาณสมการ Cointegration จะใช้วิธี Maximum Likelihood ที่เสนอโดย Johansen (1988) ซึ่งสามารถขจัดปัญหาที่เกิดกับวิธี Cointegration ของ Engle และ Granger ได้ ดังเหตุผลที่กล่าวไว้ในบทที่ 3 สำหรับรายละเอียดในบทนี้จะแบ่งออกเป็น 2 ส่วน ส่วนแรกกล่าวถึงขั้นตอนในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาด และส่วนที่สองอธิบายถึงลักษณะของข้อมูลที่ใช้

ขั้นตอนในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาด

ขั้นตอนที่ 1 ทดสอบคุณสมบัติ Stationary

เหตุผลที่ต้องทดสอบคุณสมบัติ Stationary เนื่องจากข้อมูลอนุกรมเวลาทางการเงินส่วนใหญ่จะเปลี่ยนแปลงไปตามเวลาในลักษณะเพิ่มขึ้น ซึ่งจะทำให้การกำหนดแบบจำลองที่

เหมาะสมเป็นไปได้ยากเพราะอิทธิพลของเวลาเข้ามาเกี่ยวข้อง ดังนั้นในการกำหนดแบบจำลองใดๆที่ต้องใช้ข้อมูลอนุกรมเวลาในอดีตมากำหนดแบบจำลอง แล้วจึงประมาณข้อมูลนอกช่วงเวลาโดยใช้แบบจำลองนั้นเป็นตัวช่วยในการพยากรณ์ จึงต้องมีข้อสมมติว่า แบบจำลองที่ใช้ต้องคงที่ไม่เปลี่ยนแปลงไปตามเวลาหรือมีคุณสมบัติ Stationary กล่าวคือ

1. ค่าเฉลี่ย (mean) มีค่าคงที่

$$E(X_t) \;=\; E(X_{t+m}) \;=\; \mu_X \qquad \text{สำหรับ } t \text{ และ } m \text{ ใดๆ}$$

2. ความแปรปรวน (variance) มีค่าคงที่

$$Var(X_t) \;=\; Var(X_{t+m}) \;=\; \sigma_X^2 \qquad \text{สำหรับ } t \text{ และ } m \text{ ใดๆ}$$

3. ความแปรปรวนร่วม (covariance) มีค่าคงที่ และขึ้นอยู่กับช่วงเวลาที่ห่างกัน k หน่วย แต่ไม่ขึ้นกับเวลา t ใดๆ

$$Cov(X_t, X_{t+k}) \;=\; Cov(X_{t+m}, X_{t+m+k}) \;=\; \gamma_k$$

ดังนั้น ถ้าอนุกรมเวลาที่พิจารณาขาดคุณสมบัติข้อใดข้อหนึ่งใน 3 ข้อ แสดงว่ามีคุณสมบัติ Non-stationary ด้วยวิธีการสังเกตจากกราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลาสำหรับค่าเฉลี่ยและความแปรปรวน ส่วนความแปรปรวนร่วมจะสังเกตจากกราฟไม่ได้ อย่างไรก็ตาม ถ้าสังเกตจากกราฟแล้วพบว่าค่าเฉลี่ยหรือความแปรปรวนของอนุกรมเวลาชุดนั้นไม่คงที่ แสดงว่ามีคุณสมบัติ Non-stationary ซึ่งสามารถแปลงให้มีคุณสมบัติ Stationary ได้ดังนี้

1. อนุกรมเวลามีค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปตามเวลา ถ้าอนุกรมเวลาไม่มีการเปลี่ยนแปลงตามฤดูกาลและความแปรปรวนมีค่าคงที่ แต่ค่าเฉลี่ยเปลี่ยนไปตามเวลาซึ่งอธิบายได้ด้วยโพลิโนเมียลอันดับต่ำๆ ลักษณะเช่นนี้เรียกว่ากระบวนการ Homogeneous ซึ่งสามารถแปลงกระบวนการประเภทนี้ให้มีคุณสมบัติ Stationary ได้ด้วยการหาผลต่าง (difference) 1 ครั้ง หรือมากกว่า แต่โดยทั่วไปในการหาผลต่างมักไม่เกิน 2 ครั้ง

2. อนุกรมเวลามีความแปรปรวนเปลี่ยนไปตามเวลา การแปลงอนุกรมประเภทนี้ให้มีคุณสมบัติ Stationary มีหลายวิธีด้วยกัน เช่น การแปลงด้วย log (ln) การแปลงด้วยรากที่สอง หรือการแปลงด้วยฟังก์ชัน เป็นต้น

3. อนุกรมเวลาที่มีทั้งค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนไม่คงที่ ต้องแปลงอนุกรมเวลาให้มีความแปรปรวนคงที่ก่อน แล้วจึงแปลงค่าเฉลี่ยให้มีค่าคงที่

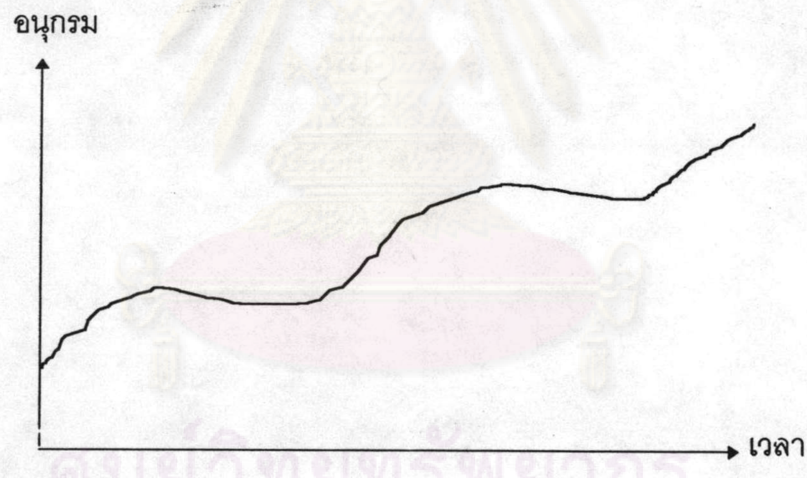
<u>วิธีการทดสอบคุณสมบัติ Stationary</u>

<u>วิธีที่ 1</u> โดยการเขียนกราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลา

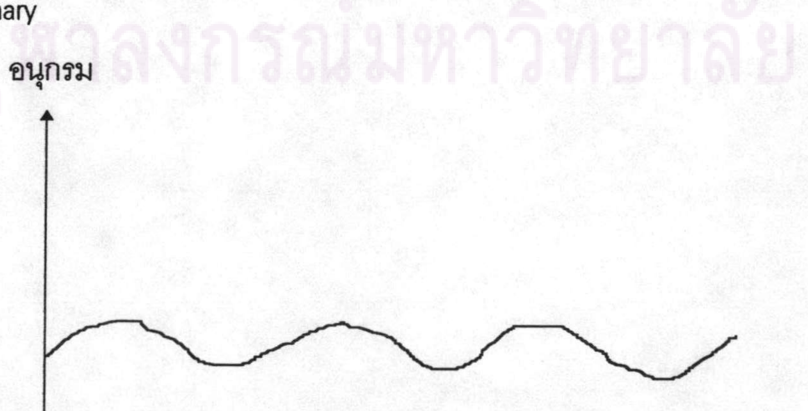
ถ้าได้กราฟมีแนวโน้มในลักษณะที่ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้น (ลดลง) หรือความแปรปรวนเพิ่มขึ้น (ลดลง) แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Non-stationary ดังรูปที่ 4.1 (ก) แต่ถ้าได้กราฟในลักษณะที่ค่าเฉลี่ยหรือความแปรปรวนมีค่าคงที่ แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Stationary ดังรูปที่ 4.1 (ข)

รูปที่ 4.1 กราฟระหว่างอนุกรมเวลากับเวลา

(ก) Non-stationary



(ข) Stationary

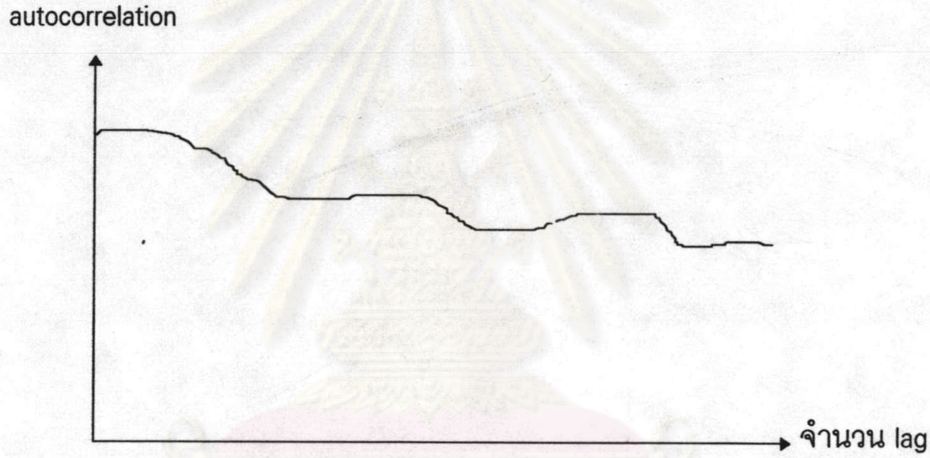


<u>วิธีที่ 2</u> โดยการพิจารณา Autocorrelation Function (ACF) หรือ Correlogram

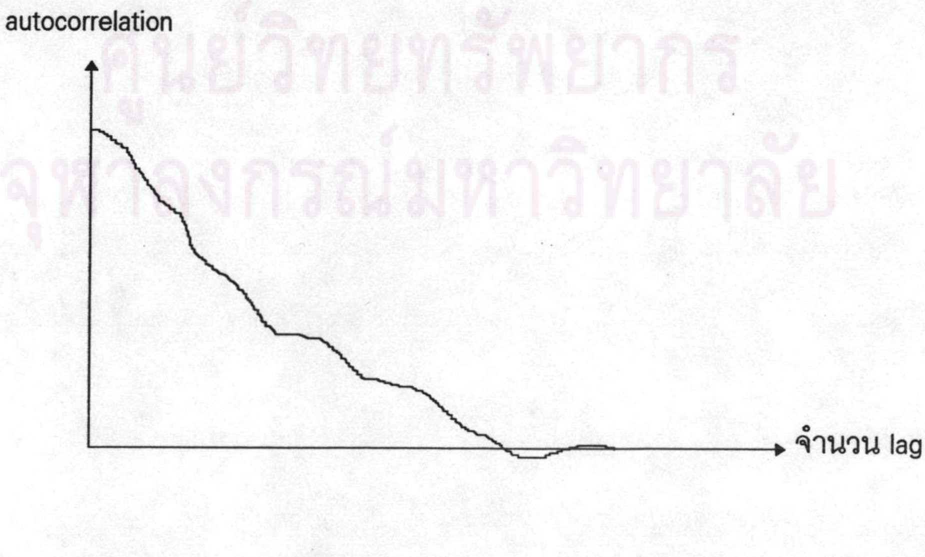
ถ้าได้กราฟซึ่งมีลักษณะไม่ลดลงอย่างรวดเร็ว แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Non-stationary ดังรูปที่ 4.2 (ก) แต่ถ้าได้กราฟซึ่งมีลักษณะลดลงอย่างรวดเร็วเข้าสู่ศูนย์ แสดงว่าอนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Stationary ดังรูปที่ 4.2 (ข)

รูปที่ 4.2 Correlogram

(ก) Non-stationary



(ข) Stationary



<u>วิธีที่ 3</u> โดยการทดสอบ Unit Root

วิธีนี้ใช้กันอย่างแพร่หลาย เสนอโดย Dickey และ Fuller (1979) สมมติว่ามีค่าสังเกต n ค่า ดังนี้ $X_1, X_2, ..., X_n$ ซึ่งค่าสังเกต ณ เวลาปัจจุบันอธิบายได้ในเทอมของค่าสังเกตในอดีตหนึ่งหน่วยเวลาย้อนหลังและตัวรบกวนสุ่ม ณ เวลาปัจจุบัน เรียกว่า กระบวนการ First-order Autoregressive : AR(1) ดังนี้

$$X_t = \rho X_{t-1} + \varepsilon_t \qquad : t = 1,2,... \qquad ....(1)$$

เมื่อ ρ เป็นจำนวนจริง

$\{\varepsilon_t\}$ คือลำดับของตัวรบกวนสุ่มที่เป็นอิสระจากกัน โดยมีการแจกแจงแบบปกติที่มีค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนคือ σ^2 $(\varepsilon_t \sim NID(0,\sigma^2))$

ถ้า $|\rho| < 1$ อนุกรมเวลา X_t จะลู่เข้าหาอนุกรมเวลาที่มีคุณสมบัติ Stationary (เมื่อ t เพิ่มขึ้นอย่างไม่มีที่สิ้นสุด) แต่ถ้า $|\rho| > 1$ อนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Non-stationary และความแปรปรวนเพิ่มขึ้นแบบ Exponential เมื่อเวลาเพิ่มขึ้น แต่ถ้า $|\rho| = 1$ อนุกรมเวลามีคุณสมบัติ Non-stationary และความแปรปรวนของ X_t เท่ากับ $t\sigma^2$ กรณีนี้เรียกว่า Random Walk ซึ่งเป็นจุดที่น่าสนใจ เนื่องจากสามารถแปลงให้มีคุณสมบัติ Stationary ได้ด้วยการหาผลต่าง

ในเวลาต่อมา Nelson และ Plosser (1982) ได้แบ่งกระบวนการ Non-stationary ออกเป็น 2 ประเภทด้วยกัน ดังนี้

1. Trend-Stationary Process

กระบวนการนี้ประกอบด้วยฟังก์ชัน Deterministic ของเวลาเรียกว่าแนวโน้ม (trend) รวมกับกระบวนการ Stochastic ที่มีคุณสมบัติ Stationary ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์ โดยส่วนใหญ่ข้อมูลอนุกรมเวลาทางเศรษฐศาสตร์จะมีการแปรเปลี่ยนไปในลักษณะที่ทำให้ค่าเฉลี่ยเพิ่มขึ้นและกระจายเป็นสัดส่วนที่สัมบูรณ์กันของ level ซึ่งเป็นสาเหตุให้มีการเปลี่ยนมาอยู่ในรูปของ Natural logarithm (ln) และจากการคาดหมายว่าอนุกรมเวลาในรูป ln จะมีแนวโน้ม (trend) เป็นเส้นตรง ดังนั้นจึงสมมติว่า การเบี่ยงเบนจากแนวโน้มมีคุณสมบัติ Stationary และ Invertible ของกระบวนการ Autoregressive and Moving Average (ARMA) ดังนี้

$$X_t = \alpha + \beta t + c_t \qquad .... (2)$$

โดยที่ α และ β เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่

X_t คือ อนุกรมเวลาที่พิจารณาในรูป ln

c_t คือ การเบี่ยงเบนจากแนวโน้ม

t คือ แนวโน้ม

L คือ สัญลักษณ์ของ lag

$\phi(L)$ และ $\theta(L)$ คือ โพลิโนเมียลใน L ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขของคุณสมบัติ Stationary และ Invertible

การพยากรณ์ในระยะยาวของ Trend-Stationary Process จะลู่เข้าหาค่าเฉลี่ยของตัวเอง $\alpha + \beta t$ โดยไม่ได้รับอิทธิพลจากเหตุการณ์ในอดีตและปัจจุบัน และความผิดพลาดจากการพยากรณ์ในระยะยาวเท่ากับ c ที่มีความแปรปรวนจำกัด ดังนั้นความไม่แน่นอนจึงมีขอบเขต ถึงแม้ว่าอนาคตเป็นสิ่งไร้ขอบเขต

2. Difference Stationary Process

กระบวนการนี้ต้องหาผลต่างก่อนจึงจะมีคุณสมบัติ Stationary และ Invertible ของกระบวนการ ARMA ซึ่งสิ่งที่คู่กันของ Trend-Stationary Process คือ Difference Stationary Process ที่หาผลต่างครั้งที่ 1 ในรูป ln ดังนี้

$$(1-L)X_t \quad = \quad \beta \ + \ d_t \qquad \text{..........(3)}$$

$$\delta(L)c_t \quad = \quad \lambda(L)u_t \qquad ; \quad u_t \sim iid(0,\sigma_u^2)$$

โดยที่ $(1-L)$ เป็นสัญลักษณ์ของการหาผลต่าง

$\delta(L)$ และ $\lambda(L)$ คือโพลิโนเมียลใน L ซึ่งเป็นไปตามเงื่อนไขของคุณสมบัติ Stationary และ Invertible

เพื่อให้เห็นความแตกต่างระหว่าง Trend-Stationary Process (สมการที่ 2) และ Difference Stationary Process (สมการที่ 3) จึงอธิบาย X_t ในสมการที่ 3 ด้วยค่าในอดีต ณ เวลาศูนย์บวกกับการเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นทั้งหมดที่ตามมา ดังนี้

$$X_t = X_0 + \beta t + \sum_{j=1}^{t} d_t \qquad ....(4)^*$$

สังเกตได้ว่าสมการที่ 2 และ 4 เป็นกระบวนการที่อธิบายได้ด้วยฟังก์ชันเส้นตรงของเวลา (แนวโน้ม) บวกกับการเบี่ยงเบนจากแนวโน้ม อย่างไรก็ตามกระบวนการทั้งสองยังแตกต่างกันดังนี้ ค่า intercept ในสมการที่ 2 เป็นพารามิเตอร์ที่มีค่าคงที่ ในขณะที่สมการที่ 4 เป็นฟังก์ชันของเหตุการณ์ในอดีต ส่วนการเบี่ยงเบนจากแนวโน้มในสมการที่ 2 มีคุณสมบัติ Stationary ในขณะที่สมการที่ 4 เป็นการสะสมการเปลี่ยนแปลงที่มีคุณสมบัติ Stationary แต่การสะสมที่ได้มีคุณสมบัติ Non-stationary เนื่องจากความแปรปรวนเพิ่มขึ้นโดยไม่มีขอบเขตเมื่อเวลาเพิ่มขึ้น จึงสังเกตได้ว่าการพยากรณ์ในระยะยาวของ Difference Stationary Process ได้รับอิทธิพลมาจากเหตุการณ์ในอดีต และความแปรปรวนของความผิดพลาดจากการพยากรณ์จะเพิ่มขึ้นโดยไม่มีขอบเขต นั่นคือ โดยธรรมชาติแล้ว Difference Stationary Process มีคุณสมบัติเป็น Pure Stochastic Process ในขณะที่ Trend-Stationary Process มีพื้นฐานของ Deterministic Process

Nelson และ Plosser ได้ขยายการทดสอบ Unit Root ของ Dickey และ Fuller (1979) เพื่อทดสอบสมมติฐานหลัก Difference Stationary Process ต่อสมมติฐานรอง Trend-Stationary Process โดยสมมติเฉพาะกรณี AR เท่านั้น ด้วยการรวมสมมติฐานทั้งสองเข้าด้วยกัน ดังนี้

$X_t = \alpha + \beta t + u_t \ / \ (1-\phi L)$ ในที่สุดจะได้เป็น

$X_t = X_{t-1} + \beta + u_t$ เมื่อเป็นสมการถดถอยจะได้ดังนี้

$$X_t = \mu + \rho X_{t-1} + \gamma t + u_t \qquad ....(5)$$

สมการที่ได้มีส่วนประกอบทั้ง drift และ linear deterministic trend ซึ่งส่วนประกอบ linear deterministic trend มีไว้เพื่อต้องการทดสอบพร้อมๆกันว่าอนุกรมเวลาที่พิจารณานั้นไม่มี

---

* จาก (3) ได้เป็น $X_t = X_{t-1} + \beta + d_t$

ย้อนหลังไป 1 ช่วงเวลา ได้เป็น $X_t = X_{t-2} + 2\beta + d_t + d_{t-1}$

stochastic trend (ρ < 0) และมี linear deterministic trend ($\gamma \neq 0$) นั่นคือต้องการทดสอบว่ามีคุณสมบัติเป็น Trend-Stationary หรือ Difference Stationary แต่ถ้าไม่มีส่วนประกอบ linear deterministic trend จะทำให้การอ้างอิงทางสถิติเบี่ยงเบนไปจากความจริง เนื่องจาก linear deterministic trend ได้รวมกับ stochastic trend สำหรับส่วนประกอบ drift จะมีหรือไม่นั้น Charemza และ Deadman (1989) วิจารณ์ว่า ในทางปฏิบัติแล้วการมีหรือไม่มี drift ยังให้ผลคลุมเครืออยู่

สมมติฐานหลักที่ใช้ในการทดสอบ คือ ρ = 1 และ γ = 0 ภายใต้ t-ratio (ไม่ใช่การแจกแจงแบบ t) โดยที่ Dickey และ Fuiler ได้สร้างตารางการแจกแจงแบบ t-ratio สำหรับทดสอบ ρ = 1 ไว้แล้ว ซึ่ง Nelson และ Plosser อ้างว่าการทดสอบเฉพาะ ρ = 1 อย่างเดียวเพียงพอแล้ว และสมมติฐานที่ใช้ในการทดสอบเป็นดังนี้

$$H_0 \ : \ \rho \ = \ 1$$

$$H_1 \ : \ \rho \ < \ 1$$

สมการที่ 5 สามารถเขียนได้อีกแบบดังนี้

$$\Delta X_t \ = \ \mu \ + \ \delta X_{t-1} \ + \ \gamma t \ + u_t \qquad \text{..........(6)} \quad \text{หรือ}$$

$$X_t \ = \ \mu \ + \ (1+\delta) X_{t-1} \ + \ \gamma t \ + u_t \qquad \text{..........(7)}$$

พิจารณาสมการที่ 5 กับสมการที่ 7 ซึ่งเป็นสมการเดียวกันเมื่อ $\rho = 1+\delta$ ดังนั้นถ้า δ ในสมการที่ 6 มีค่าเป็นลบแล้ว ρ ในสมการที่ 5 จะมีค่าน้อยกว่า 1 และถ้า δ ในสมการที่ 6 มีค่าเท่ากับศูนย์แล้ว ρ ในสมการที่ 5 จะมีค่าเท่ากับ 1 ซึ่งสมการที่ 5 และ 7 จะสมมูลกัน ดังนั้นสำหรับสมการที่ 7 สมมติฐานที่ต้องการทดสอบได้เป็น

$$H_0 \ : \ \delta \ = \ 0$$

$$H_1 \ : \ \delta \ < \ 0$$

สมการที่ 5 และ 6 มีส่วนประกอบทั้ง drift และ linear deterministic trend แต่ถ้าสมการที่ 6 ไม่มี linear deterministic trend จะได้ดังสมการที่ 8 และถ้าไม่มีทั้ง drift และ linear deterministic trend จะได้ดังสมการที่ 9

$$\Delta X_t \ = \ \mu \ + \ \delta X_{t-1} \ + \ u_t \qquad \text{..........(8)}$$

$$\Delta X_t \;=\; \delta X_{t-1} \;+\; u_t \qquad ....(9)$$

อย่างไรก็ตาม การทดสอบ Unit Root ด้วยวิธี Dickey Fuller ยังมีจุดอ่อน เนื่องจากได้สมมติว่าตัวรบกวนสุ่มไม่เกิดปัญหา Autocorrelation แต่ถ้าตัวรบกวนสุ่มเกิดปัญหานี้ขึ้นมา จะทำให้การประมาณค่าด้วย OLS ได้ความแปรปรวนที่สูงเกินความเป็นจริง ปัญหานี้ Dickey และ Fuller (1981) ได้แก้ด้วยการเพิ่มตัวแปรในรูป lag (ΔX_{t-i}) เข้าไปเป็นตัวแปรอธิบายตัวหนึ่ง การทดสอบนี้จึงเรียกว่า Augmented Dickey-Fuller test (ADF) สมการที่ 6, 8 และ 9 ได้เป็นสมการที่ 10, 11 และ 12 ตามลำดับ

$$\Delta X_t \;=\; \mu \;+\; \delta X_{t-1} \;+\; \gamma t \;+\; \sum_{i=1}^{k}\delta_i \Delta X_{t-i} \;+\; u_t \qquad ....(10)$$

$$\Delta X_t \;=\; \mu \;+\; \delta X_{t-1} \;+\; \sum_{i=1}^{k}\delta_i \Delta X_{t-i} \;+\; u_t \qquad ....(11)$$

$$\Delta X_t \;=\; \delta X_{t-1} \;+\; \sum_{i=1}^{k}\delta_i \Delta X_{t-i} \;+\; u_t \qquad ....(12)$$

ค่า k คือ จำนวนตัวแปรในรูป lag ที่ทำให้ตัวรบกวนสุ่มในสมการ 10, 11 และ 12 ไม่เกิดปัญหา Autocorreation

ค่าสถิติที่ใช้ในการทดสอบยังคงเหมือนวิธี Dickey Fuller ซึ่งในการทดสอบ Unit Root ต้องพิจารณาด้วยว่าเลือกที่จะมี drift และ linear deterministic trend ดังสมการที่ 10 หรือเลือกที่จะมี drift อย่างเดียว ดังสมการที่ 11 หรือไม่เลือกทั้งสองอย่าง ดังสมการที่ 12 ขึ้นอยู่กับข้อมูลอนุกรมเวลาที่กำลังพิจารณา

สำหรับในกรณีการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดปริวรรตเงินตราต่างประเทศล่วงหน้า ตัวแปรที่ใช้คืออัตราแลกเปลี่ยนทันทีในอนาคตและอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า ณ เวลาปัจจุบัน โดยทดสอบว่าจำนวนครั้งในการหาผลต่างเพื่อให้มีคุณสมบัติ Stationary เท่ากัน (หรือ Integrate ที่อันดับเดียวกัน) หรือไม่ ถ้าคำตอบที่ได้คือเท่ากัน จากนั้นนำไปทดสอบ Cointegration ในขั้นตอนต่อไป

ขั้นตอนที่ 2 ทดสอบ Cointegration

การทดสอบ Cointegration เป็นการทดสอบว่าตัวแปรที่พิจารณามีความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาวหรือไม่ ซึ่ง Engle และ Granger ได้เสนอนิยามของ Cointegration ดังนี้ เวคเตอร์ X_t จะ Cointegrate กันด้วยอันดับ d,b $[X_t \sim CI(d,b)]$ ถ้า

1. แต่ละตัวแปรในเวคเตอร์ X_t ต่าง Integrate ที่อันดับ d $[I(d)]$

2. มีเวคเตอร์ α $(\neq 0)$ ซึ่ง $Z_t = \alpha' X_t \sim I(d-b),\ b>0$

   เวคเตอร์ α เรียกว่า Cointegrating vector

   d คือ อันดับการ Integrate ของตัวแปรอิสระ

   b คือ อันดับการ Integrate ของตัวแปรตาม

   โดยทั่วไป จะพิจารณาเฉพาะกรณี $d = b$

หรือกล่าวได้ว่า ตัวแปร 2 ตัว (หรือมากกว่า) จะ Cointegrate กัน เมื่อผลรวมเชิงเส้นของ 2 ตัวแปร (หรือมากกว่า) มีคุณสมบัติ Stationary ถึงแม้ว่าแต่ละตัวแปรจะมีคุณสมบัติ Non-stationary ก็ตาม ซึ่งตัวแปรเหล่านี้จะเคลื่อนไหวไปด้วยกันในระยะยาว

สำหรับการทดสอบความมีประสิทธิภาพในครั้งนี้ จะใช้วิธี Multivariate Cointegration เสนอโดย Johansen (1988) ซึ่งประมาณค่า Cointegrating vector ด้วย Maximum Likelihood (Cointegrating vector มีได้หลายค่า) และใช้ Likelihood Ratio test (มีขีดจำกัดการแจกแจงที่แน่นอน) ในการทดสอบเพื่อกำหนดจำนวน Cointegrating vector โดยอิงกับแบบจำลอง Vector Autoregressive (VAR) ดังนี้

$$X_t = \pi_1 X_{t-1} + \pi_2 X_{t-2} + \ldots + \pi_k X_{t-k} + \varepsilon_t \qquad \text{..........(13)}$$

$$: \ t = 1,2,\ldots,T$$

โดยที่ X_t เป็นเวคเตอร์ของตัวแปร n ตัว ซึ่งมีข้อสมมติว่า X_t มีคุณสมบัติ Non-stationary $[X_t \sim I(1)]$ และเมื่อหาผลต่างครั้งที่ 1 แล้วจะมีคุณสมบัติ Stationary $[\Delta X_t \sim I(0)]$

ε_t เป็นเวคเตอร์ของตัวรบกวนสุ่ม ซึ่งมีการแจกแจงที่เหมือนกันและเป็นอิสระจากกัน $(\varepsilon_t \sim iid)$ ด้วยค่าเฉลี่ยเท่ากับศูนย์และความแปรปรวนเป็นเมตริกซ์ Λ

จากสมการที่ 13 สามารถเขียนในรูปของ Error Correction Model ได้ดังนี้

$$\Delta X_t = \Gamma_1 \Delta X_{t-1} + \Gamma_2 \Delta X_{t-2} + \ldots + \Gamma_{k-1} \Delta X_{t-k+1} + \pi X_{t-k} + \varepsilon_t \quad \ldots\ldots\ldots\mathbf{(14)}$$

เมื่อ $\Gamma_i = -(I - \pi_1 - \pi_2 - \ldots - \pi_i) \quad : i = 1,2,\ldots,k-1$

$\pi = -(I - \pi_1 - \pi_2 - \ldots - \pi_k)$ และ I คือ Unit Matrix

เมตริกซ์ π เป็นสัมประสิทธิ์ที่ได้จากความสัมพันธ์ระยะยาว และ Rank ของเมตริกซ์ π เป็นตัวกำหนดจำนวนความสัมพันธ์ระยะยาวของตัวแปรต่างๆที่อยู่ในเวคเตอร์ X ด้วยเหตุนี้จึงพิจารณาไปยังสมการที่ 14 เนื่องจากตัวแปร ΔX_t และ ΔX_{t-i} Integrate ที่อันดับศูนย์ ดังนั้น πX_{t-k} ต้อง Integrate ที่อันดับศูนย์ด้วย แต่เนื่องจากตัวแปร X_{t-k} Integrate ที่อันดับหนึ่งตามที่สมมติไว้ ฉะนั้นการที่จะให้ πX_{t-k} Integrate ที่อันดับศูนย์ จึงขึ้นอยู่กับ Rank ของเมตริกซ์ ซึ่งมีกรณีที่เป็นไปได้ 3 กรณีด้วยกัน

1. Rank (π) = 0 แสดงว่าตัวแปรทั้งหมดไม่ Cointegrate กัน นั่นคือไม่มีความสัมพันธ์ในระยะยาว

2. Rank (π) = n (จำนวนตัวแปรที่อธิบายในแบบจำลอง VAR ทั้งหมด) แสดงว่าเมตริกซ์ π มี full rank นั่นคือตัวแปรทุกตัวในเวคเตอร์ X มีคุณสมบัติ Stationary หรือ Integrate ที่อันดับศูนย์ ซึ่งขัดแย้งกับข้อสมมติที่กำหนดว่าตัวแปรทุกตัวในเวคเตอร์ X ต้อง Integrate ที่อันดับหนึ่ง

3. Rank (π) = $r < n$ แสดงว่าเมตริกซ์ π ไม่มี full rank ซึ่งจะทำให้ πX_{t-k} Integrate ที่อันดับศูนย์ ดังนั้นตัวแปรในเวคเตอร์ X จึง Cointegrate กัน กรณีนี้จึงต้องพิจารณากันต่อไป

เมตริกซ์ π มีขนาด $n \times n$ สามารถแยกออกได้เป็น 2 เมตริกซ์ย่อย ดังนี้

$$\pi = \alpha\beta'$$

โดยที่ α และ β เป็นเมตริกซ์ที่มีขนาด $n \times r$

เมตริกซ์ α เรียกว่า Adjustment matrix หรือ Weight

เมตริกซ์ β เรียกว่า Cointegrating matrix ซึ่ง $\beta' X_t$ มีคุณสมบัติ Stationary ในขณะที่ X_t มีคุณสมบัติ Non-stationary โดยที่คอลัมภ์ของ Cointegrating matrix β คือจำนวน Cointegrating vector ซึ่งมีได้สูงสุด $r = n-1$ และในการวิเคราะห์เชิงประจักษ์นั้นปัญหาสำคัญคือการกำหนดจำนวน Cointegrating vector และการประมาณ Cointegrating matrix β

ขั้นตอน Cointegration โดย Johansen

ขั้นที่ 1 ประมาณ Cointegrating matrix β โดยถดถอย ΔX_t บน $\Delta X_{t-1}, \ldots ,\Delta X_{t-k+1}$ จะได้ residual ของแต่ละสมการ ณ เวลา t แทนด้วย R_{ot} และถดถอย X_{t-k} บน $\Delta X_{t-1}, \ldots ,\Delta X_{t-k+1}$ จะได้ residual ของแต่ละสมการ ณ เวลา t แทนด้วย R_{kt} ได้ likelihood function ดังนี้

$$L(\alpha, \beta, \Lambda) = |\Lambda|^{\frac{-T}{2}} \exp\{-\frac{1}{2}\sum_{t=1}^{T}(R_{ot} + \alpha\beta' R_{kt})' \Lambda^{-1}(R_{ot} + \alpha\beta' R_{kt})\}$$

กำหนดให้ β คงที่ แล้วหาตัวประมาณค่าของ α และ Λ ที่ทำให้ฟังก์ชันมีค่าสูงสุด ได้ดังนี้

$$\hat{\alpha}(\beta) = -S_{ok}\beta(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}$$

$$\hat{\Lambda}(\beta) = S_{oo} - S_{ok}\beta(\beta' S_{kk}\beta)^{-1}\beta' S_{ko}$$

เมื่อ product moment matrix ของ residual คือ

$$S_{ij} = T^{-1}\sum_{t=1}^{T} R_{it}R_{jt}' \quad : i, j = o, k \text{ และ } T \text{ คือขนาดตัวอย่าง}$$

ขั้นที่ 2 แก้สมการ $|\lambda S_{kk} - S_{ko}S_{oo}^{-1}S_{ok}| = 0$

คือการหา Root หรือ Eigenvalue ได้ดังนี้ $\hat{\lambda}_1 > \hat{\lambda}_2 > \ldots > \hat{\lambda}_n$ และเกี่ยวกับ Eigenvector $\hat{V}_i$ ซึ่งสามารถเขียนเป็นเมตริกซ์ $\hat{V} = [\hat{V}_1, \hat{V}_2, \ldots, \hat{V}_n]$ โดย Eigenvector จะถูก normalize ด้วย $\hat{V}' S_{kk}\hat{V} = I$ ได้ค่าประมาณพารามิเตอร์เป็นดังต่อไปนี้

$$\hat{\alpha} = -S_{ok}\hat{\beta}(\hat{\beta}' S_{kk}\hat{\beta})^{-1} = -S_{ok}\hat{\beta}$$

$$\hat{\Lambda} = S_{oo} - S_{ok}\hat{\beta}\hat{\beta}' S_{ko} = S_{oo} - \hat{\alpha}\hat{\alpha}'$$

ถ้า Cointegrating matrix β มี rank $r < n$ แสดงว่า Eigenvector คือ $\hat{V}_1, \hat{V}_2, \ldots, \hat{V}_r$ เป็น Cointegrating vector ซึ่งอยู่ในคอลัมภ์ของเมตริกซ์ β

ขั้นที่ 3 ในที่สุดจะ Maximized Likelihood Function ได้

$$L_{\max}^{-2/T} = |S_{oo}|\prod_{i=1}^{r}(1-\hat{\lambda}_i)$$

และ Likelihood Ratio (LR) test ได้ดังนี้

$$-2\ln(Q) = -T\sum_{i=r+1}^{n}\ln(1-\hat{\lambda}_i) \qquad ....(15)$$

$\hat{\lambda}_{r+1}$, ... $\hat{\lambda}_p$ คือ p-r smallest squared canonical correlations

และด้วยวิธีการคล้ายๆกัน จะได้

$$-2\ln(Q) = -T\ln(1-\hat{\lambda}_{r+1}) \qquad ....(16)$$

สมการที่ 15 เรียกว่า Tract test สมมติฐานหลักที่ใช้ในการทดสอบคือตัวแปรในแบบจำลอง VAR มีจำนวน Cointegrating vector อย่างมากเท่ากับ r เทียบกับสมมติฐานรองว่ามีจำนวน Cointegrating vector เท่ากับหรือมากกว่า r ส่วนสมการที่ 16 เรียกว่า Maximum Eigenvalue test ($\lambda_{\max}$) สมมติฐานหลักที่ใช้ในการทดสอบคือตัวแปรในแบบจำลอง VAR มีจำนวน Cointegrating vector อย่างมากเท่ากับ r เทียบกับสมมติฐานรองว่ามีจำนวน Cointegrating vector เท่ากับ $r+1$ อย่างไรก็ตาม เมื่อเปรียบเทียบ Likelihood Ratio test ทั้งสองวิธี Serletis (1994) วิจารณ์ว่า Tract test มีพลังในการทดสอบมากกว่า $\lambda_{\max}$ test เนื่องจากทราบค่า Eigenvalue ที่เล็กที่สุดจำนวนทั้งหมด p-r

การทดสอบโดยทั่วไปจะเริ่มจาก $r = 0$ (สมมติฐานหลักคือไม่มี Cointegrating vector ในแบบจำลอง VAR) ถ้าไม่สามารถปฏิเสธได้ จะสิ้นสุดการทดสอบ เนื่องจากยืนยันไม่ได้ว่า Cointegrating vector มีอยู่จริง และถ้าปฏิเสธจึงทดสอบสมมติฐานในลำดับต่อมาดังนี้ $r \le 1, r \le 2,...$ ถ้าสมมติฐานหลักไม่สามารถปฏิเสธได้สำหรับ $r \le r_0$ แต่ปฏิเสธ $r \le r_0 - 1$ สรุปได้ถึงจำนวน Cointegrating vector ว่าเท่ากับ Rank ของ β คือ r_0 โดย Johansen ได้แสดงให้เห็นว่า Eigenvector ที่ถูกประมาณจำนวน r แรก : $\hat{V}_1, \hat{V}_2, ..., \hat{V}_r$ คือ Cointegrating vector ที่ประมาณด้วยวิธี Maximum Likelihood ซึ่งเมื่อ normalization แล้วจะได้พารามิเตอร์ที่แสดงความสัมพันธ์ในระยะยาว สำหรับค่า α ใน $\pi = \alpha\beta'$ จะได้จากเมตริกซ์ β ที่รู้แล้ว โดย α จะเป็นตัววัดความเร็วของการปรับตัวของตัวแปรที่เจาะจงเกี่ยวกับตัวรบกวนในดุลยภาพ

การทดสอบ Cointegration นั้นเป็น**เงื่อนไขข้อที่ 1** ในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาด ถ้าพบว่าอัตราแลกเปลี่ยนทันทีในอนาคตและอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า Cointegrate กัน จากนั้นจึงทดสอบ**เงื่อนไขข้อที่ 2** ว่า Error correction Vector เท่ากับ 1 (อัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้าทำนายอัตราแลกเปลี่ยนทันทีในอนาคตอย่างไม่เอนเอียง) หรือไม่ อย่างไรก็ตาม จากหลักฐานเชิงประจักษ์พบว่า อัตราแลกเปลี่ยนทันทีและอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้ามีคุณสมบัติ Non-stationary ซึ่งอาจทำให้ค่าที่ประมาณได้เบี่ยงเบนจาก 1 ฉะนั้นเงื่อนไขนี้จึงไม่ทดสอบ แต่อาจตรวจสอบว่ามีค่าใกล้ 1 หรือไม่ ถ้าพบว่ามีค่าใกล้ 1 ก็พออนุโลมให้มีค่าเท่ากับ 1 ได้ แล้วจึงประมาณ ECM ในขั้นตอนต่อไป

ขั้นตอนที่ 3 การประมาณ Error Correction Model (ECM)

เงื่อนไขจำเป็นสำหรับ ECM คือความสัมพันธ์เชิงดุลยภาพระยะยาว แต่ในกรณีของการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดนั้น Error Correction Vector ต้องเท่ากับ 1 ด้วยจึงจะเพียงพอ เพื่อให้สอดคล้องกับความมีประสิทธิภาพของตลาดในระยะยาว และในการทดสอบครั้งนี้จะใช้ Bivariate ECM แสดงลักษณะการปรับตัวในระยะสั้นโดยที่ความสัมพันธ์ในระยะยาวยังคงมีอยู่ ดังนี้

$$(S_{t+1} - S_t) \quad = \quad a(S_t - bF_{t-1}) + c(F_t - F_{t-1}) + \sum_{k=1}^{p} d_k(S_{t+1-k} - S_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} g_k(F_{t-k} - F_{t-1-k})$$

อธิบายได้ว่า การเปลี่ยนแปลงที่เกิดขึ้นทันทีทันใดในระยะเวลาสั้นๆของอัตราแลกเปลี่ยนทันทีใน 1 ช่วงเวลา เป็นผลมาจากการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้าและความคลาดเคลื่อนของช่วงเวลาย้อนหลังล่าสุดที่ไม่ได้ดุลยภาพ มาปรับให้ถูกต้องหรือให้เข้าสู่ดุลยภาพในช่วงเวลาถัดไป โดยที่การเปลี่ยนแปลงของตัวแปรใดๆในช่วงเวลาย้อนหลังไม่มีอิทธิพลต่อการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนทันที เพราะถ้าการเปลี่ยนแปลงของตัวแปรในช่วงเวลาย้อนหลังมีอิทธิพลจะก่อให้เกิดโอกาสในการแสวงหากำไรเกินควร ดังนั้น**เงื่อนไขข้อที่ 3** ในการทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดคือสัมประสิทธิ์ของตัวแปรในรูป lag (d_k และ g_k) เท่ากับศูนย์, สัมประสิทธิ์ของความคลาดเคลื่อนที่ไม่ได้ดุลยภาพย้อนหลังล่าสุดปรับให้เข้าสู่ดุลยภาพในช่วงเวลาถัดไปในทิศทางตรงข้าม (a) เท่ากับ -1 และสัมประสิทธิ์ของการเปลี่ยนแปลงของอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้ามีส่วนในการปรับให้เข้าสู่ดุลยภาพในทิศทางเดียวกัน (c) เท่ากับ 1 อย่างไรก็ตาม การประมาณ ECM จะใช้วิธี OLS แทน Maximum Likelihood ตามวิธีของ

Johansen เนื่องจากการทดสอบครั้งนี้ใช้โปรแกรมสำเร็จรูป Econometric Views Version 1 ที่ให้ผลการทดสอบแบบ Univariate ECM ดังนี้

$$(S_{t+1}-S_t) = a(S_t - bF_{t-1}) + \sum_{k=1}^{p} d_k(S_{t+1-k}-S_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} g_k(F_{t-k}-F_{t-1-k}) \quad \text{หรือ}$$

$$(F_{t+1}-F_t) = a(S_t - bF_{t-1}) + \sum_{k=1}^{p} d_k(S_{t+1-k}-S_{t-k}) + \sum_{k=1}^{p} g_k(F_{t-k}-F_{t-1-k})$$

และจากข้อจำกัดของตัวแปรในรูป lag ที่ย้อนหลังไปเพียง 1 ช่วงเวลา หรือ 1 วัน (เนื่องจากอัตราแลกเปลี่ยนที่ใช้เป็นข้อมูลรายวัน) ได้กลายเป็นปัญหาสำคัญ เนื่องจากใช้อัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า 1 เดือน ฉะนั้นผลต่างในแต่ละพจน์ของอัตราแลกเปลี่ยนใน ECM จึงต้องย้อนหลังไปประมาณ 22 วัน (จำนวนวันทำการของธนาคารใน 1 เดือน) ซึ่งโปรแกรมสำเร็จรูป Econometric Views Version 1 ไม่สามารถแก้ปัญหานี้ได้ ด้วยเหตุที่ว่าการประมวลผลกระบวนการ Cointegration กระทำกับข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนรายวัน ซึ่งจะได้ Error Correction term : $(S_t - bF_{t-1})$ ที่ประมาณด้วยวิธี Maximum Likelihood มาปรับปรุงความไม่ได้ดุลยภาพในอดีตด้วย ECM ที่จำกัดให้ต้องใช้ตัวแปรในรูป lag ย้อนหลังไป 1 วัน ซึ่งขัดแย้งกับข้อมูลอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า 1 เดือนดังเหตุผลที่ได้กล่าวมา และนอกจากนี้การจับคู่ของผลต่างในแต่ละพจน์ต้องจับคู่เองด้วย เนื่องจากในแต่ละเดือนมีจำนวนวันทำการของธนาคารที่แตกต่างกัน (จำนวนวันภายใน 1 เดือนไม่เท่ากันและวันหยุดสำคัญต่างๆ) จากสาเหตุที่กล่าวมานี้ทำให้ต้องประมาณ ECM ด้วยวิธี OLS แต่ก็อาจจะมีบางคนสงสัยว่าทำไมไม่ใช้วิธี Cointegration ของ Engle และ Granger ที่ประมาณด้วยวิธี OLS เหตุผลของคำถามนี้ก็คือการประมาณด้วยวิธี OLS มีจุดอ่อนตามที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 3 และที่เลือกใช้วิธี Cointegration ของ Johansen เพื่อจะได้สัมประสิทธิ์ของความสัมพันธ์ระยะยาวที่เหมาะสมซึ่งนำไปแทนใน Error Correction term ที่สอดคล้องกับข้อมูลที่ใช้ในการทดสอบ

เมื่อประมาณ ECM แล้ว เพื่อความถูกต้องและความเพียงพอทางสถิติจึงต้องตรวจสอบความเหมาะสมของแบบจำลองก่อนนำไปใช้ โดยการทดสอบปัญหา Autocorrelation ด้วย LM test ปัญหา Heteroskedasticity ด้วย ARCH test และปัญหา Misspecification ด้วย RESET test และเมื่อได้แบบจำลองที่เหมาะสมแล้วจึงนำไปทดสอบความมีประสิทธิภาพของตลาดปริวรรตเงินตราต่างประเทศล่วงหน้าด้วยเงื่อนไขที่ว่า $-a = c = 1$ และ $d_k = g_k = 0$ ถ้าปฏิเสธแสดงว่าตลาดไม่มีประสิทธิภาพ

ลักษณะของข้อมูลที่ใช้

ข้อมูลที่ใช้ทดสอบประกอบด้วยอัตราแลกเปลี่ยนทันที (S) และอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า (F) 1 เดือน ของกรณีบาทต่อดอลล่าร์สหรัฐฯ บาทต่อ100เยน และบาทต่อมาร์ค ซึ่งอัตราแลกเปลี่ยนเป็นข้อมูลรายวันที่ธนาคารรับซื้อตั๋วเงินค่าส่งสินค้าออกทันที (Sight Export Bill) ของธนาคารกรุงเทพ ด้วยจำนวนตัวอย่างในช่วงก่อนการผ่อนคลายการควบคุมปริวรรตเงินตราต่างประเทศในปี 2531 ถึง 2533 ทั้งสิ้น 564 ตัวอย่าง และหลังการผ่อนคลายการควบคุมปริวรรตเงินตราต่างประเทศในปี 2536 ถึง 2538 ทั้งสิ้น 561 ตัวอย่าง ส่วนแหล่งที่มาของข้อมูลได้จากฝ่ายค้าเงินตราต่างประเทศของธนาคารกรุงเทพ

สำหรับอัตราแลกเปลี่ยนล่วงหน้า 1 เดือน ที่ใช้ในแบบจำลอง ต้องทราบ forward date เพื่อจะจับคู่ได้ถูกต้องตามเกณฑ์มาตรฐาน ซึ่งมีหลักดังนี้

1. forward date มาตรฐานจะเป็นวันเดียวกับวันที่ทำสัญญาของเดือนถัดไป สมมติถ้าทำสัญญาซื้อขายล่วงหน้า ณ วันที่ 20 มกราคม แล้ว forward date จะเป็นวันที่ 20 กุมภาพันธ์ ทั้งนี้วันที่ 20 กุมภาพันธ์ ต้องเป็นวันทำการของธนาคาร แต่ถ้าวันที่ 20 และ 21 กุมภาพันธ์ เป็นวันหยุดทำการ forward date จะต้องเป็นวันที่ 22 ซึ่งเป็นวันทำการถัดไป

2. forward date มาตรฐานอาจจะซ้ำกันได้ จากข้อ 1. สมมติถ้าทำสัญญาซื้อขายล่วงหน้า ณ วันที่ 21 หรือ 22 มกราคม แล้ว forward date จะเป็นวันที่ 22 กุมภาพันธ์ สังเกตได้ว่า forward date ซ้ำกันถึง 3 วัน คือ forward date ของวันที่ 20, 21 และ 22 มกราคม

3. ถ้าวันที่ทำสัญญาซื้อขายล่วงหน้าเป็นวันสุดท้ายของเดือน forward date ตามมาตรฐานจะเป็นวันทำการสุดท้ายของเดือนถัดไป ซึ่งอาจจะไม่ใช่ 30 วัน เนื่องจาก forward date ตามมาตรฐานต้องให้สิ้นสุดภายในแต่ละเดือน สมมติว่าถ้าทำสัญญาซื้อขายล่วงหน้า ณ วันที่ 30 มกราคม แล้ว forward date จะเป็นวันทำการสุดท้ายของเดือนกุมภาพันธ์ซึ่งอาจจะเป็นวันที่ 25 ถึง 29 กุมภาพันธ์

4. ถ้าทำสัญญาซื้อขายล่วงหน้า ณ วันที่ 27 กุมภาพันธ์ ซึ่งเป็นวันทำการสุดท้ายของเดือน forward date ตามมาตรฐานจะเป็นวันทำการสุดท้ายของเดือนถัดไป อาจจะเป็นวันที่ 31 มีนาคม