

บทที่ 5

สรุปผลการวิจัย อภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ 5 ตัวคือ ตัวสถิติ X^2 เมื่อจำนวนกลุ่มของข้อมูลเท่ากับ 5 (X^2) และเมื่อจำนวนกลุ่มของข้อมูลเท่ากับ 8 (X^2) ตัวสถิติ Kolmogorov-Smirnov (D) ตัวสถิติ Watson (U) ตัวสถิติ Anderson-Darling (A) และ ตัวสถิติ Q เพื่อหาข้อสรุปว่าตัวสถิติใดเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบการแจกแจงของประชากรว่าเป็นยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ ตามสถานการณ์ต่างๆที่ได้กำหนดไว้ดังนี้

1. เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ รูปแบบที่ 1
2. เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ รูปแบบที่ 2
3. เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0,1)$ รูปแบบที่ 3
4. ในการทดสอบโดยใช้ตัวสถิติ 4 ตัว คือ ตัวสถิติ D ตัวสถิติ A ตัวสถิติ U และ ตัวสถิติ Q จะทดสอบกับทุกกลุ่มตัวอย่าง เนื่องจากว่าตัวสถิติทั้ง 4 ตัวดังกล่าวนี้ ไม่มีข้อกำหนดเกี่ยวกับขนาดของตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบ ดังนั้นขนาดตัวอย่างที่ใช้ จึงกำหนดให้เท่ากับ 5 10 15 20 30 50 และ 100
5. ในการทดสอบโดยใช้ ตัวสถิติ X^2 นั้น จะทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 เท่านั้น เนื่องจากว่าตัวสถิติ X^2 มีข้อกำหนดเกี่ยวกับขนาดตัวอย่างที่ใช้ในการทดสอบโดยเฉพาะอย่างยิ่งถ้าขนาดตัวอย่างเล็กเกินไป จะทำให้การทดสอบไม่มีประสิทธิภาพเท่าที่ควรโดยแบ่งเป็นการทดสอบไคสแควร์ที่มีจำนวนกลุ่มของข้อมูลแบ่งเป็น 5 กลุ่ม (X^2) ซึ่ง จะทดสอบเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 และ การทดสอบไคสแควร์ที่มีจำนวนกลุ่มของข้อมูลแบ่งเป็น 8 กลุ่ม (X^2) ซึ่งจะใช้นิขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100
6. ระดับนัยสำคัญที่ใช้ในการทดสอบทุกกรณีจะกำหนดให้หิมค่าเท่ากับ 0.01 และ 0.05

สรุปผลการวิจัย

การสรุปผลว่าตัวสถิติใดมีความเหมาะสมที่จะใช้ทดสอบการแจกแจงของประชากรว่าเป็นแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ นั้นจะใช้วิธีเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 5 ตัวจากผลการทดลอง ซึ่งได้ผ่านการพิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของตัวสถิติทั้ง 5 ที่ได้จากการทดลองมาแล้ว ผลสรุปที่สำคัญของการวิจัยเป็นดังนี้

1. เปรียบเทียบความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของตัวสถิติทั้ง 5 ตัวที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05 โดยใช้เกณฑ์พิจารณาความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ของ Cochran

1.1 ตัวสถิติ X5 สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ทั้งหมดที่ระดับนัยสำคัญทั้ง 2 ระดับ ในขณะที่ตัวสถิติ X8 สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ทั้งหมดเมื่อระดับนัยสำคัญเป็น 0.05 เท่านั้น แต่เมื่อระดับนัยสำคัญเป็น 0.01 X8 จะไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100

1.2 ตัวสถิติ D สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้เกือบทั้งหมดของการทดสอบ โดยจะไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้เมื่อ ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และที่ขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05

1.3 ตัวสถิติ U โดยส่วนมากก็สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้จะมีเฉพาะเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 15 และ 20 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 เท่านั้น ที่ตัวสถิติ U ไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้

1.4 ตัวสถิติ A สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้เกือบทั้งหมดของการทดสอบเมื่อระดับนัยสำคัญเป็น 0.01 แต่จะสามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ประมาณ 44% ของการทดสอบทั้งหมดเมื่อระดับนัยสำคัญเป็น 0.05

1.5 ตัวสถิติ Q สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ดีเมื่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น 0.01 ในขณะที่ถ้าใช้ระดับนัยสำคัญของการทดสอบเป็น 0.05 จะไม่สามารถควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 30

ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า X5 เป็นตัวสถิติที่ควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ดีที่สุด และรองลงมาก็คือ ตัวสถิติ X8 ในขณะที่ ตัวสถิติ D ตัวสถิติ U ตัวสถิติ A และ ตัวสถิติ Q สามารถ

ควบคุมความคลาดเคลื่อนชนิดที่ 1 ได้ใกล้เคียงกัน

2. การเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติ ทั้ง 5 ที่ใช้ในการทดสอบการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 และ 0.05

2.1 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ รูปแบบที่ 1 อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 5 ตัว จะสามารถจำแนกได้อย่างชัดเจน ว่าตัวสถิติตัวใดจะมีอำนาจการทดสอบมากกว่ากันเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยกว่า หรือเท่ากับ 30 ในขณะที่เมื่อขนาดตัวอย่างมากกว่า 30 จะไม่สามารถระบุได้อย่างชัดเจนว่าตัวสถิติใดมีอำนาจการทดสอบมากกว่ากัน ดังนั้นอาจสรุปได้ว่า เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 10 และ 15 ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดคือ A และตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดคือ U และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 และ 30 A ก็ยังคงเป็นสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด ในขณะที่ Q เป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 50 และ 100 จะเห็นได้ว่าตัวสถิติทุกตัวมีอำนาจการทดสอบสูงใกล้เคียงกัน ยกเว้นเฉพาะเมื่อ $j = 1$ เท่านั้นจึงจะสามารถเห็นได้ชัดว่า A เป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และ Q เป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด

2.2 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ รูปแบบที่ 2 อำนาจการทดสอบของตัวสถิติทั้ง 5 จะสามารถจำแนกได้อย่างชัดเจนเมื่อขนาดตัวอย่างน้อยกว่า 20 และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ตัวสถิติทุกตัวจะมีอำนาจการทดสอบเป็น 1.000 เท่ากันทั้งหมด ดังนั้นจะเลือกใช้ตัวสถิติใดในการทดสอบก็จะได้ผลเท่าเทียมกัน จึงขึ้นอยู่กับผู้วิจัยว่าต้องการใช้สถิติตัวใดในการวิเคราะห์ แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 และ 10 จะได้ว่า U เป็นสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และ A เป็นสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุด และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 15 และ 20 จะได้ว่า U และ Q เป็นสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและมีค่าเป็น 1.000 เท่ากัน ส่วน D และ A จะเป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบรองลงมาพอๆกัน ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 20 ที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 จะสรุปได้ว่า ตัวสถิติทุกตัวมีอำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากันหมด

2.3 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ รูปแบบที่ 3 ในกรณีที่มีขนาดตัวอย่างเท่ากับ 5 ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และรองลงมาตามลำดับคือ Q U A และ D แต่เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 10 ตัวสถิติ Q ก็ยังคงเป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุด และ D U A ต่างก็เป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบใกล้เคียงกัน และเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ

15 20 30 50 และ 100 ตัวสถิติ D U A และ Q จะเป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดและมีค่าเป็น 1.000 เท่ากันทั้งหมด และ X8 กับ X5 จะเป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดสองอันดับสุดท้ายตามลำดับ เมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 30 50 และ 100 ยกเว้นเมื่อขนาดตัวอย่างเท่ากับ 100 และ $j = 3, 4$ จะได้ว่าตัวสถิติ X5 และ ตัวสถิติ X8 มีค่าอำนาจการทดสอบเป็น 1.000 เท่ากัน

2.4 เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ ทั้ง 3 รูปแบบ การเพิ่มขึ้นของขนาดตัวอย่าง และค่าของ j จะทำให้อำนาจการทดสอบของตัวสถิติแต่ละตัวสูงขึ้นด้วย ในขณะที่ระดับนัยสำคัญทั้ง 2 ระดับไม่มีผลในการทำให้อำนาจการทดสอบของตัวสถิติเปลี่ยนแปลงไปมากนัก

ข้อเสนอแนะ

1. การเลือกใช้สถิติในการทดสอบการแจกแจงของประชากรที่เป็นแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ ทั้ง 3 รูปแบบนั้น จะสามารถเปรียบเทียบอำนาจการทดสอบของตัวสถิติแต่ละตัวได้อย่างชัดเจนเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก ซึ่งในการวิจัยครั้งนี้คือขนาดตั้งแต่ 20 ลงมา จึงจะสามารถระบุได้อย่างชัดเจนว่าตัวสถิติใดมีอำนาจการทดสอบสูงสุด ในขณะที่เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ขึ้น กล่าวคือเมื่อขนาดตัวอย่างตั้งแต่ 30 ขึ้นไป ตัวสถิติทดสอบแต่ละตัวแทบจะไม่มี ความแตกต่างระหว่างค่าอำนาจการทดสอบเลย
2. ในการทดสอบการแจกแจงของประชากรที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ ทั้ง 3 รูปแบบนั้น สรุปได้ว่าไม่มีตัวสถิติใดที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดสำหรับการทดสอบทั้ง 3 รูปแบบ ดังนั้นการจะเลือกใช้สถิติใดในการทดสอบก็จะขึ้นอยู่กับรูปแบบและขนาดของตัวอย่างที่ใช้ กล่าวคือ ถ้าเป็นประชากรที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $(0, 1)$ รูปแบบที่ 1 รูปแบบที่ 2 และรูปแบบที่ 3 ควรเลือกใช้ตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบสูงสุดในแต่ละรูปแบบ คือ ตัวสถิติ A ตัวสถิติ U และ ตัวสถิติ Q ตามลำดับ ซึ่งตัวสถิติดังกล่าวนี้จะเหมาะสมกับประชากรทั้ง 3 รูปแบบเมื่อตัวอย่างมีขนาดเล็ก แต่เมื่อตัวอย่างมีขนาดใหญ่ ตัวสถิติแทบทุกตัวจะมีอำนาจการทดสอบสูงสุดเท่ากัน ดังนั้น จะเลือกใช้ตัวสถิติใดก็แล้วแต่ผู้วิจัยจะเห็นสมควร ยกเว้นเฉพาะเมื่อประชากรเป็นรูปแบบที่ 3 นั้นไม่ ควรเลือกใช้ ตัวสถิติ X8 หรือ ตัวสถิติ X5 เพราะต่างก็เป็นตัวสถิติที่มีอำนาจการทดสอบต่ำสุดทั้ง 2 ตัว