หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาของปัญหา

ในการวิเคราะห์ความแปรปรวน กรณีที่ a_i และ b_i เป็นปัจจัยสุ่มมาจากประชากร การประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์สำหรับปัจจัยนั้นเป็นจุดประสงค์สำคัญของการวิเคราะห์[1] โดยปกติตัวประมาณที่นิยมใช้กันมากคือ ตัวประมาณ ANOVA ซึ่งหาได้จากการสร้างสมการโดยให้ค่า mean square เท่ากับค่าประมาณของค่าคาดหวังของ mean square ซึ่งเป็นฟังก์ชันของค่าประมาณของแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ที่ต้องการประมาณ ซึ่งถ้าเป็นกรณีข้อมูลสมดุลย์แล้ว ตัวประมาณ ANOVA จะเป็นตัวประมาณที่มีคุณสมบัติคือเป็นตัวประมาณที่ไม่เอนเอียง และภายใต้การแจกแจงแบบปกติจะเป็นตัวประมาณที่มีแวเรียนซ์น้อยที่สุดในบรรดาตัวประมาณที่ไม่เอนเอียงด้วยกัน แต่ในกรณีข้อมูลไม่สมดุลย์แล้วตัวประมาณ ANOVA จะมีเพียงคุณสมบัติของความไม่เอนเอียงเท่านั้น[2] ฉะนั้น จึงมีนักสถิติและนักคณิตศาสตร์หลายท่านพยายามคันคิดวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์-คอมโพเนนท์วิธีอื่น ๆ ขึ้นมาคือ

Henderson เป็นผู้คิดวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ในกรณีที่ข้อมูลมีลักษณะไม่สมดุลย์จากการสร้างสมการโดยให้ค่า mean square เท่ากับค่าประมาณของค่าคาดหวังของ mean square ซึ่งเรียกวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์แบบนี้ว่าวิธี ANOVA หรือ Henderson's Method 1 นอกจากนี้ก็ยังมี Henderson's Method 2 และ Henderson's Method 3

---

[1] จรัญ จันทสักยณา สถิติวิธีวิเคราะห์และวางแผนงานวิจัย, หน้า 364

[2] William H. Swallow and John F. Monahan TECHNOMERICS vol 26, No. 1, p. 47.

Hartley และ Rao เป็นผู้ริเริ่มนำวิธี Maximum Likelihood (ML) มาใช้ในการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ ในปี ค.ศ. 1967 และปี ค.ศ. 1977 Harville ได้ศึกษาถึงความแตกต่างของวิธี Maximum Likelihood และวิธี Restricted Maximum Likelihood (REML) กล่าวคือ วิธีการ ML นั้นจะได้ค่าประมาณที่ทำให้ Likelihood function มีค่าสูงสุด ส่วน REML นั้นจะใช้เพียงส่วนหนึ่งของ Likelihood function ที่ไม่มี fixed effect อยู่ด้วย นั่นคือ แบ่ง Likelihood function ออกเป็น 2 ส่วน ส่วนที่ 1 เป็นfixed effect และส่วนที่ 2 เป็นส่วนที่มีผลกระทบต่อ Likelihood function โดยตรง ในทางปฏิบัติทั้ง 2 วิธีนี้ยังมีความยุ่งยากในการคำนวณมาก และบางครั้งก็ทำไม่ได้ในกรณีข้อมูลมีจำนวนมาก ๆ

นอกจากนี้ยังมีนักสถิติอีกท่านหนึ่งคือ C.R. RAO ได้คิดวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์-คอมโพเนนท์เรียกว่า MINIMUM VARIANCE QUADRATIC UNBIASED ESTIMATOR (MIVQUE) และวิธี MINIMUM NORM QUADRATIC UNBIASED ESTIMATOR (MINQUE) ทั้ง 2 วิธีนี้ต่างกันคือ MINQUE เป็นวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์โดยไม่ต้องมีเงื่อนไขว่า ค่าสังเกตจะต้องมีการแจกแจงแบบใด แต่สำหรับ MIVQUE เป็นวิธีการที่มีเงื่อนไขว่า ค่าสังเกตต้องมีการแจกแจงแบบปกติ ฉะนั้นภายใต้การแจกแจงแบบปกติทั้ง 2 วิธีนี้จะให้ผลเหมือนกัน และทั้ง 2 วิธีนี้จะต้องมีค่าสมมติเบื้องต้นสำหรับแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ด้วย ฉะนั้นจึงมีผู้ปรับปรุงวิธี MINQUE และ MIVQUE ขึ้นไปเรียกว่า I-MINQUE และ I-MIVQUE ซึ่งเป็นวิธีการทำซ้ำ ๆ กัน จนกว่าจะได้ค่าประมาณที่คงที่ และวิธีการนี้จะให้ค่าประมาณที่เท่ากับค่าประมาณโดยวิธี REML[1]

จะเห็นได้ว่ามีหลายวิธีการที่จะประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ในกรณีข้อมูลไม่สมดุลย์ ฉะนั้นผู้วิจัยจึงสนใจที่จะทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ ด้วยวิธีการต่าง ๆ คือ ANOVA , ML, MIVQUE และวิธี I-MIVQUE หรือ I-MINQUE

---

[1] Ibid : p. 48.

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. ศึกษา วิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ในกรณีข้อมูลมีการจำแนก 2 ทาง แบบไม่สมดุลย์ โดยวิธี ANOVA, ML, MIVQUE และ I-MIVQUE

2. เปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ในข้อ 1 โดยพิจารณาค่า Mean Square Error ของตัวประมาณ

1.3 ขอบเขตของการศึกษา

1. Model ที่ศึกษาเป็นแบบ Random Model ในแผนแบบการทดลองไม่สมดุลย์ กรณีข้อมูลมีการแจกแจง 2 ทาง ขนาด 2x2 และ 3x3

2. ขนาดตัวอย่าง = 10,20 โดยกำหนด ขนาดตัวอย่างในแต่ละเซลดังนี้

- กรณีขนาดตัวอย่าง = 10 ในแผนแบบการทดลองไม่สมดุลย์ขนาด 2x2 กำหนดให้ $n_{11} = 2$, $n_{12} = 3$, $n_{21} = 3$, $n_{22} = 2$

- กรณีขนาดตัวอย่าง = 20 ในแผนแบบการทดลองไม่สมดุลย์ขนาด 2x2 กำหนดให้ $n_{11} = 3$, $n_{12} = 4$, $n_{21} = 6$, $n_{22} = 7$

- กรณีขนาดตัวอย่าง = 10 ในแผนแบบการทดลองไม่สมดุลย์ขนาด 3x3 กำหนดให้ $n_{11} = 1$, $n_{12} = 1$, $n_{13} = 1$, $n_{21} = 1$, $n_{22} = 2$, $n_{23} = 1$ $n_{31} = 1$, $n_{32} = 1$, $n_{33} = 1$

- กรณีขนาดตัวอย่าง = 20 ในแผนแบบการทดลองไม่สมดุลย์ขนาด 3x3 กำหนดให้ $n_{11} = 3$, $n_{12} = 1$, $n_{13} = 2$, $n_{21} = 2$, $n_{22} = 3$, $n_{23} = 1$ $n_{31} = 1$, $n_{32} = 4$, $n_{33} = 3$

3. ค่าสมมติเบื้องต้นสำหรับ σ_α^2, σ_β^2 ,$\sigma_{\alpha\beta}^2$,σ_ε^2 ของวิธี ML , MIVQUE I-MIVQUE คือค่าประมาณที่ได้จากวิธี ANOVA

4. ประชากรที่ศึกษาสร้างจาก

$$Y_{ijk} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \alpha\beta_{ij} + \varepsilon_{ijk}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

โดยที่ $\alpha_i \sim N(0, \sigma^2_\alpha)$

$\beta_j \sim N(0, \sigma^2_\beta)$

$\alpha\beta_{ij} \sim N(0, \sigma^2_{\alpha\beta})$

$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2_\varepsilon)$

ในการวิจัยครั้งนี้ ได้กำหนดค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์เป็น 100 เท่า ของอัตราส่วนแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ ($\sigma^2_\alpha : \sigma^2_\beta : \sigma^2_{\alpha\beta} : \sigma^2_\varepsilon$) ต่อไปนี้

- ให้แต่ละแฟคเตอร์มีแวเรียนซ์เท่า ๆ กัน คือ อัตราส่วน = 1:1:1:1
- ให้แฟคเตอร์ A มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 2:1:1:1
- ให้แฟคเตอร์ B มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 1:2:1:1
- ให้แฟคเตอร์ A และแฟคเตอร์ B มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 2:2:1:1
- ให้ Interaction มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 1:1:2:1
- ให้แฟคเตอร์ A และ Interaction มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 2:1:2:1
- ให้แฟคเตอร์ B และ Interaction มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์อื่น ๆ คือ อัตราส่วน = 1:2:2:1
- ให้แฟคเตอร์ A และแฟคเตอร์ B และ Interaction มีแวเรียนซ์มากกว่าแฟคเตอร์ยองความคลาดเคลื่อนคืออัตราส่วน = 2:2:2:1

และ μ คือ mean ของ Y โดยพิจารณาให้ครอบคลุมความเป็นไปได้ของข้อมูลอย่างกว้าง ๆ คือ = C.V.(Y) = 0.1 , 0.5 , 0.9

โดยที่ $C.V.(Y) = \frac{S.D.(Y)}{mean(Y)}$

5. เกณฑ์การตัดสิน พิจารณาจากค่า Mean Square Error ของตัวประมาณ

1.4 ข้อจำกัดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ ได้ทำการเปรียบเทียบวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ ด้วยวิธี ANOVA วิธี ML วิธี MIVQUE และวิธี I-MIVQUE ซึ่งมี ML และวิธี I-MIVQUE นั้นต้องใช้เวลาในการประมวลผลมาก ดังนั้น การวิจัยครั้งนี้จึงได้กำหนดสถานการณ์ต่าง ๆ ที่จะศึกษาไว้เพียง 96 สถานการณ์เท่านั้น

1.5 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับ

1. ทำให้ทราบถึงวิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ ในแผนแบบไม่สมดุลย์ กรณีข้อมูลมีการแจกแจงแบบ 2 ทาง

2. เป็นประโยชน์สำหรับผู้สนใจศึกษา วิธีการประมาณค่าแวเรียนซ์คอมโพเนนท์ในแบบอื่น ๆ ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย