บทที่ 2

ผลงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิเคราะห์การถดถอยเชิงพหุจากรูปแบบความสัมพันธ์

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

เมื่อ

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ Y_3 \\ \vdots \\ Y_N \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{M1} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{M2} \\ 1 & X_{13} & \cdots & X_{M3} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 1 & X_{1N} & \cdots & X_{MN} \end{bmatrix}, \qquad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \beta_2 \\ \vdots \\ \beta_M \end{bmatrix}$$

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \varepsilon_N \end{bmatrix}$$

โดยวิธีกำลังสองน้อยที่สุด (Least Square method) จะได้สมการถดถอยเชิงพหุ $\hat{Y} = X\hat{\beta}$ ที่มีคุณสมบัติ $\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \hat{Y}_i)^2$ มีค่าน้อยที่สุด จากสมการถดถอยเชิงพหุที่ได้สามารถวัดความเหมาะสม โดยใช้ค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ แทนด้วยสัญญลักษณ์ R^2 โดยที่

$$R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (\hat{Y}_i - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2} \quad , i = 1,2,3, \ldots, N$$

และค่า $0 \leq R^2 \leq 1$

การใช้ค่า R^2 วัดความเหมาะสม (Goodness of fit) ของสมการถดถอยมีข้อควรระวังในการใช้มาก Hahn (1973) ได้แสดงให้เห็นว่าค่า R^2 จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นกับลักษณะของตัวแปรอิสระที่นำมาศึกษาด้วย โดยทำการศึกษาการวิเคราะห์การถดถอย ในกรณี X เพียงตัวเดียวคือ $Y = \beta_o + \beta_1 X_1 + \varepsilon$ พบว่า

$$E(R^2) \approx \frac{\hat{\beta}_1^2 S_{XX}}{\hat{\beta}_1 S_{XX} + \sigma^2} \quad , S_{XX} = \sum_{i=1}^{N} (X_i - \bar{X})^2$$

σ^2 = ความคลาดเคลื่อนในการประมาณ

ซึ่งหมายถึงว่าค่า R^2 จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นกับ S_{XX} ถ้า S_{XX} มีค่ามากย่อมทำให้ R^2 มีค่ามาก ในทางกลับกัน S_{XX} มีค่าน้อย R^2 จะมีค่าน้อยด้วย เช่นในกรณีที่ X เป็นข้อมูลเชิงปริมาณที่มีหน่วยมาก กับ X ที่เป็นข้อมูลเชิงคุณภาพจะพบว่า R^2 ที่ได้จะมีความแตกต่างกัน ถึงแม้ว่า ตัวแปรอิสระทั้งสอง จะมีอิทธิพล ต่อค่า Y เหมือน ๆ กัน แต่ให้ค่า R^2 ที่แตกต่างกัน

Rudolf J. Freund และ Paul D. Minton (1979) ในกรณีที่ตัวแปรอิสระไม่มีความสัมพันธ์กับ Y ค่า R^2 จะมีเพิ่มขึ้นได้ถ้าเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระเข้าไปในรูปแบบเพราะว่าค่า R^2 สามารถเขียนได้ในรูปแบบ

$$R^2 = \frac{MF}{MF+N-M-1}, \quad F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{\text{mean square regression}}{\text{mean square error}}$$

ถ้า X ไม่มีความสัมพันธ์กับ Y ค่า F ควรมีค่าเข้าใกล้ 1 ดังนั้น R^2 จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นกับ M ถ้าเพิ่มจำนวนตัวแปรอิสระเข้าไปย่อมทำให้ R^2 สูงได้เพราะ M มีค่าเพิ่มขึ้น ในกรณีนี้ควรใช้ค่า R_1^2 (Adjusted-R^2) โดยที่

$$R_1^2 = 1 - \frac{(N-1)}{(N-M-1)} (1-R^2)$$

จากความสัมพันธ์ระหว่าง R^2 กับ $S^2_{Y.X}$ Thomas และ Ronald Wonnacott ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง R_1^2 และ $S^2_{Y.X}$ ไว้ดังนี้

$$\therefore \quad R^2 = 1 - \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}, \quad i = 1,2,3,\ldots,N$$

$$1-R^2 = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \hat{Y}_i)^2}{\sum_{i=1}^{N} (Y_i - \bar{Y})^2}$$

แต่ $$S^2_{Y.X} = \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i-\hat{Y}_i)^2}{(N-M-1)}$$

$$\therefore \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i-\hat{Y}_i)^2}{(N-M-1)} = (1-R^2) \frac{\sum_{i=1}^{N} (Y_i-\bar{Y})^2}{(N-1)} \frac{(N-1)}{(N-M-1)}$$

$$S^2_{Y.X} = (1-R^2) S^2_Y \frac{(N-1)}{(N-M-1)}$$

$$\therefore R^2 = 1-(1-R^2_1) \frac{(N-1)}{(N-M-1)}$$

$$\therefore S^2_{Y.X} = (1-R^2_1) S^2_Y$$

$S^2_{Y.X}$ คือ mean square error of residual

S^2_Y คือ mean square total

จากความสัมพันธ์ที่ได้ถ้า R^2_1 มีค่ามาก ค่า $S^2_{Y.X}$ มีค่าน้อย ซึ่งหมายถึงว่า X ที่เพิ่มเข้าไปมีความสัมพันธ์กับ Y จริง ในทำนองเดียวกัน ถ้า R^2_1 มีค่าน้อย ค่า $S^2_{Y.X}$ จะมีค่าเพิ่มขึ้นย่อมหมายถึงค่า X ที่เพิ่มเข้าไปไม่ได้มีผลต่อค่า Y ค่า R^2_1 มีข้อเสียก็คืออาจมีค่าเป็นลบได้ ถ้ารูปแบบของความสัมพันธ์ไม่เหมาะสม ดังนั้นในกรณีที่ค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจ ติดลบก็ไม่สามารถนำไปอธิบายความหมายได้

ในทางปฏิบัติค่า R^2_1 ใช้เปรียบเทียบสมการถดถอยเชิงพหุว่า สมการถดถอยเชิงพหุรูปแบบใดที่ใช้อธิบายลักษณะตัวแปรตามได้ดีกว่า เช่น ในกรณี จำนวนตัวแปรอิสระไม่เท่ากัน สามารถเปรียบเทียบสมการถดถอยเชิงพหุโดยใช้ค่า R^2_1 ได้

Tarald O. Kvalseth (1985) ได้เสนอค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่มีคุณสมบัติคงที่ (Resistance) Frederick Mosteller และ Johm W. Tukey (1977) ได้กล่าวถึงคุณสมบัติคงที่ว่าในกรณีที่มีข้อมูลผิดปกติ (outlier) ค่าสถิติใดที่ไม่มีผลกระทบเนื่องมาจากค่าผิดปกติ ค่าสถิตินั้นจะมีคุณสมบัติคงที่ ค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ Tarald O. Kvalseth เสนอมี 2 ค่าด้วยกัน

ค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ใช้ค่ามัธยฐาน

$$R_2^2 = 1 - \frac{\text{Med } |Y_i - \hat{Y}_i|^2}{\text{Med } |Y_i - \bar{Y}|^2} \quad , i = 1,2,3,\ldots,N$$

Med = มัธยฐาน

ค่าสถิติสัมประสิทธิ์การตัดสินใจที่ใช้ค่ามัธยฐานและปรับค่า

$$R_3^2 = 1 - \frac{(N-1)}{(N-M-1)} \frac{\text{Med } |Y_i - \hat{Y}_i|^2}{\text{Med } |Y_i - \bar{Y}|^2} \quad , i = 1,2,3,\ldots, N$$

Med = มัธยฐาน

ค่า R_2^2 และ R_3^2 เป็นการคิดที่ปรับปรุงค่า R^2 โดยใช้มัธยฐานแทนการหาค่าเฉลี่ย

ทัศนีย์ ยังเทศ และสมภพ ถาวรยิ่ง (2530) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของ R^2 ไว้ดังนี้

2.1 <u>ประโยชน์ของ R^2</u>

2.1.1 ค่า R^2 เป็นเครื่องวัดความใกล้ชิดระหว่างเส้นถดถอยกับค่าของ Y บนแผนภาพ การกระจายซึ่งหมายถึง

$R^2 = 1$ ค่า Y จะอยู่บนเส้นถดถอยทุกจุด

R^2 มีค่ามาก Y จะอยู่ใกล้ชิดกับเส้นการถดถอย

R^2 มีค่าน้อย Y จะอยู่ห่างจากเส้นถดถอย

R^2 มีค่าเท่ากับศูนย์ Y จะกระจายต่างกันกับเส้นถดถอยมากจนหาแนวโน้มที่ถูกต้องไม่ได้

2.1.2 ค่า R^2 เป็นเครื่องวัดความเหมาะสมของเส้นการถดถอย ว่าจะแสดงแนวโน้มของข้อมูลบนแผนภาพการกระจายได้มากน้อยเพียงใด ซึ่งหมายถึงถ้า

R^2 มีค่าใกล้เคียง 1 แสดงว่าแนวโน้มของข้อมูลจะเป็นลักษณะแนวเส้นตรงมากที่สุด

R^2 มีค่าใกล้เคียง 0 แสดงว่าแนวโน้มของข้อมูล มีลักษณะไม่เป็นเส้นตรง ซึ่งอาจเป็นเส้นโค้งก็ได้

2.1.3 ในทางปฏิบัติใช้ R^2 เป็นเครื่องแสดงอิทธิพลของตัวแปรอิสระ (X) ที่มีต่อตัวแปร (Y) ทั้งนี้เพราะว่าจากค่า R^2 ที่คำนวณได้ จะบอกให้ทราบว่าการกระจายทั้งหมดของค่า Y สามารถอธิบายได้จากเส้นถดถอยกี่เปอร์เซ็นต์ นั่นคือ อาจจะพูดได้อีกอย่างว่า ค่า R^2 นั้นเป็นค่า บอกให้ทราบว่าการกระจายของค่า Y ทั้งหมด นั้นจะสามารถอธิบายได้จากค่า X ได้กี่เปอร์เซ็นต์ หรือX มีอิทธิพลต่อ Y กี่เปอร์เซ็นต์

2.2 การพิจารณาค่าผิดปกติ (outlier)

ถ้ามีค่าผิดปกติปลอมปนอยู่เขาอาจทดสอบสมมติฐานว่า ค่าผิดปกตินั้นอาจมาจากการแจกแจงอื่น เช่น ในข้อมูลชุดหนึ่งมีสมาชิกเป็น a_i , $i = 1,2,3,\ldots, N$ ที่อยู่ในการแจกแจง F ถ้ามีค่าผิดปกติ สมมติให้เป็นค่าที่มาจากการแจกแจง G และให้ความน่าจะเป็นที่เกิดการปลอมปนเป็น λ ดังนั้น a จะมีการแจกแจงแบบผสม (mixed distribution) โดยที่

$$a_i \;\varepsilon\; (1-\lambda) F + \lambda G \quad , i = 1,2,3,\ldots, N$$ ถ้าข้อมูลมีค่าผิดปกติปลอมปนอยู่

การทดสอบสมมติฐานจึงเป็น

$$H_o \;:\; a_i \;\varepsilon\; F$$

$$H_a \;:\; a_i \;\varepsilon (1-\lambda) F + \lambda G$$

Box และ Tiao (1968) ได้สรุปถึงการกำหนด λ และขนาดของ N ที่จะทำให้เกิดค่าผิดปกติค่าเดียว (single outlier) ว่าเมื่อ $N = 20$ λ ที่ใช้ควรมีค่าน้อย ๆ คือ 0.05 หรืออย่างมากที่สุดไม่เกิน 0.10 ถ้า N มีค่ามากกว่านี้ค่า λ ที่ใช้ก็ควรจะมีค่าน้อยมาก ๆ Guttman (1973) ได้พบว่า ถ้า λ มากการให้เกิดค่าผิดปกติค่าเดียว ค่า λ ที่ใช้ก็ไม่จำเป็นต้องเป็นค่าที่น้อย แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า λ ควรจะมีค่าเป็นเท่าใด จึงจะทำให้เกิดค่าผิดปกติค่าเดียว Vic Barnett และ Toby Lewis (1984) ได้สรุปว่า ถ้าต้องการที่จะให้ค่าผิดปกติค่าเดียว λ ก็ควรจะมีค่าน้อย ๆ

ตัวอย่างในการเลือกการแจกแจงผสม เช่น F มีการแจกแจงเป็น $N(\mu , \sigma^2)$ และG เป็น $N(\mu , b\sigma^2)$, $b > 1$ ด้วยความน่าจะเป็น λ $(\lambda < 0.1)$

$$a_i \sim (1-\lambda)\, N(\mu , \sigma^2) + \lambda N(\mu , b\,\sigma^2),\ i = 1,2,3,\ldots,N$$

การกำหนดแบบนี้เป็นการกำหนดให้เกิดค่าผิดปกติที่เรียกว่า Scale-conta minated Normal distribution

2.3 การทดสอบค่าผิดปกติค่าเดียว

ในการวิเคราะห์การถดถอยเชิงพหุจะใช้ studentized residual

พิจารณาจาก

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

$$\varepsilon \sim N(\underset{\sim}{0} , \sigma^2 I_N)$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1} X'Y$$

$$V(\hat{\beta}) = (X'X)^{-1} \sigma^2$$

และ $$\hat{\varepsilon} = Y - X\hat{\beta}$$

$$= (I_N - R)\, Y$$

$$= (I_N - R)\, \varepsilon$$

$$R = X(X'X)^{-1} X'$$

$$V(\hat{\varepsilon}) = (I_N - R)\, \sigma^2$$

$$V(\hat{\varepsilon}_j) = (1 - X_j (X'X)^{-1} X_j')\, \sigma^2$$

$$= (1 - r_{jj})\,\sigma^2$$ โดยที่ X_j คือแถวที่ j ของ X

ประมาณค่า σ^2 ด้วย $\hat{\sigma}^2$

$$\hat{\sigma}^2 = \hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} / (N-M-1)$$

$$= \varepsilon' (I_N - R)\,\varepsilon / (N-M-1)$$

ให้ $\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon} = S^2$

ประมาณ

$V(\hat{\varepsilon})$ ด้วย $S^2(\hat{\varepsilon})$

$$S^2(\hat{\varepsilon}) = (I_N - R)\,\hat{\sigma}^2$$

ตัวประมาณ $V(\hat{\varepsilon}_j)$ คือ S_j^2

$$S_j^2 = (1-r_{jj})\,\hat{\sigma}^2$$

$$= (1-r_{jj})\,(\hat{\varepsilon}'\hat{\varepsilon}) / (N-M-1)$$

$$= (1-r_{jj})\,S^2 / (N-M-1)$$

Studentize residuals

$$e_j = \hat{\varepsilon}_j / S_j$$

$$= \frac{\hat{\varepsilon}_j}{S}\sqrt{\frac{(N-M-1)}{(1-r_{jj})}}$$

จะพบค่าผิดปกติค่าเดียวที่มาจากความปลอมปนถ้า

$$T = \max_{j} |e_j| > h\alpha \quad , j = 1,2,3,\ldots, N$$

โดยที่ $h\alpha$ เป็นค่าที่ได้จากตารางของ Laund (1975) Vic Barnett และ Toby Lewis (1984)

Cook , Hol Schum และ Weisberg ได้ตรวจสอบค่าผิดปกติค่าเดียวที่เกิดจากการปลอมปนด้วยเลกล โดยที่ ε อยู่ในรูปเมตริกซ์ $\sigma^2(I_N + B)$ โดยที่ B เป็นเมตริกซ์ที่มีเพียงสมาชิก เพียงตัวเดียวในแนวทะแยง นอกนั้นเป็นศูนย์หมด พบว่าค่าสูงสุดของ Absolute Studentized residuals ไม่จำเป็นต้องเป็นค่าผิดปกติค่าเดียว นอกจากค่านั้นจะต้องให้ค่าสูงสุดของ absolute residual ด้วย

2.4 การสร้างการแจกแจงที่ไม่สมมาตร (Asymmetric Distribution)

Ramberge และ Sch meiser (1974) แนะนำการสร้างการแจกแจงที่ไม่สมมาตร โดยใช้วิธีแปลงตัวแปรสุ่มที่มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์ม โดยใช้ตัวพารามิเตอร์ 4 ตัว เป็นตัวกำหนดค่าเฉลี่ย ตามแปรปรวน ความเบ้ และความโด่ง ซึ่งวิธีนี้เรียกว่า "Generalized Lamda Distribution" หรือ ชื่อย่อว่า GLD ฟังก์ชันที่ใช้ในการแปลงกำหนดดังนี้

$$X = R(P) = \lambda_1 + |P^{\lambda_3} - (1-p)^{\lambda_4}| \; / \; \lambda_2 \quad ; 0 \leqslant P \leqslant 1$$

โดยที่ P = มีการแจกแจงแบบยูนิฟอร์มในช่วง $[\,0\;,\;1\,]$

λ_3, λ_4 เป็นค่ากำหนดความเบ้และความโด่ง

λ_1 , λ_2 เป็นค่ากำหนดค่าเฉลี่ยและความแปรปรวนคุณสมบัติของ GLD

Ramberg และ Schmeiser ได้แสดงว่าโมเมนต์ที่ k (ที่ $\lambda_1 = 0$) ของ GLD มีค่าเป็นดังนี้

$$E(X^k) = \lambda_2^{-k} \sum_{i=0}^{k} \binom{k}{i} (-1)^i \beta\,(\lambda_3(k-1) +1 \quad \lambda_4\, i + 1)$$

โดย β (m , n) คือ Beta function โมเมนต์ที่ k จะหาค่าได้เมื่อ

$$-1/k < \min\ (\lambda_3, \lambda_4)$$

สำหรับค่าเฉลี่ย (μ) ความแปรปรวน (σ^2) ความเบ้ (α_3) และความโด่ง (α_4) Ramberg และ Schmeiser ได้แสดงไว้ดังนี้

$$\mu = \lambda_1 + A/\ \lambda_2$$

$$\sigma^2 = (B - A)^2\ /\lambda_2^2$$

$$\mu_3 = (C - 3AB + 2A^3)\ /\ \lambda_2^3$$

$$\mu_4 = (D - 4AC + 6A^2B - 3A^4)\ /\ \lambda_2^4$$

$$\alpha_3 = \mu_3\ /\sigma^2$$

$$\alpha_4 = \mu_4\ /\sigma^4$$

โดยที่

$$A = \frac{1}{1+ \lambda_3} = \frac{1}{1 + \lambda_4}$$

$$B = \frac{1}{1 + 2\lambda_3} + \frac{1}{1+2\lambda_4} - 2\beta\ (1+\lambda_3\ ,\ 1+ \lambda_4)$$

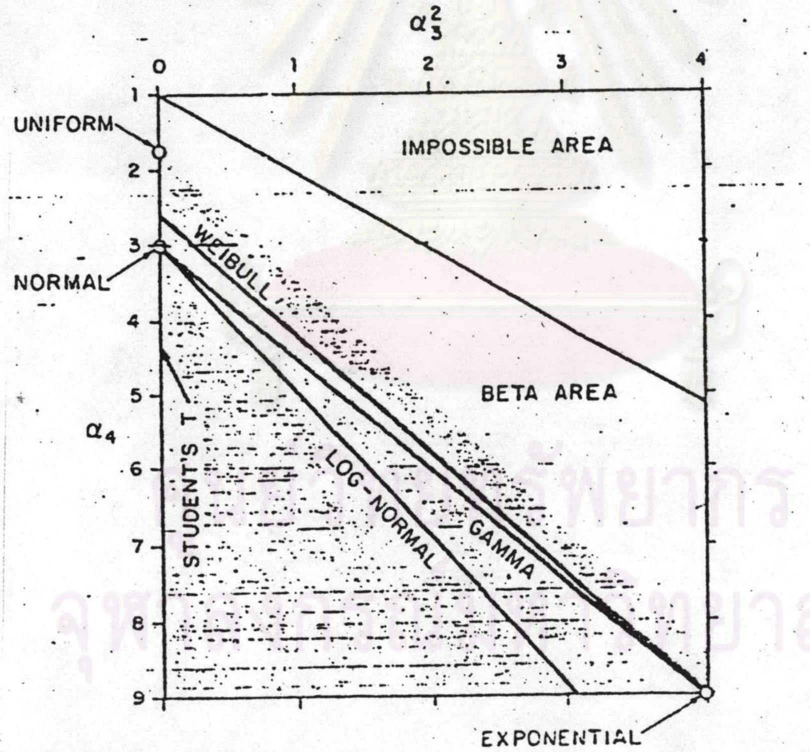
$$C \quad = \quad \frac{1}{1 + 3\lambda_3} - 3 \quad (1+2\lambda_3 , 1 + \lambda_4) + 3\beta \quad (1+ \lambda_3 , 1+2 \lambda_4)$$

$$- \frac{1}{1 + 3\lambda_4}$$

$$D \quad = \quad \frac{1}{1+ 4\lambda_3} - 4 \quad (1+3\lambda_3, 1+ \lambda_4) + 6\beta \ (1+2\lambda_3, 1+2\lambda_4)$$

$$- 4\beta \ (1+ \lambda_3 , 1+3\lambda_4) + \frac{1}{1+4\lambda_4}$$

ค่าความเบ้และความโด่งของการแจกแจงแบบ GLD ครอบคลุมพื้นที่ดังนี้



รูปที่ 1 Characterization of distributions by their third and fourth moments (the proposed distribution covers the screened region).

α_3 = ความเบ้

α_4 = ความโด่ง

จากรูปที่ 1 แสดงว่าสามารถใช้การแจกแจงแบบ GLD ประมาณการแจกแจงแบบ Weibull Gramma Lognormal และStudent't แต่อย่างไรก็ตามไม่สามารถที่จะใช้ GLD สร้างการแจกแจงที่มีความเบ้ และความโด่งตามต้องการทุกกรณีได้

2.5 วิธีการสร้างการแจกแจงแบบ GLD

1. กำหนดค่า μ ,σ^2, α_3 α_4

2. หาค่า λ_3 และ λ_4 เพื่อให้ได้ค่า α_3, α_4 ตามที่ต้องการ

3. เมื่อทราบค่า λ_3 และ λ_4 แล้วจะหาค่า λ_2 เพื่อที่จะให้ได้ค่า σ^2 ตามที่กำหนด ซึ่งมีสูตรในการหาดังนี้

$$\lambda_2 = \pm \{ [1/(2\lambda_3 + 1) - 2\beta \ (\lambda_3+1, \lambda_4+1) + 1/(2\lambda_4+1)] - [1/(\lambda_3+1) - 1/(\lambda_4+1)]^2 \}^{\frac{1}{2}} / \sigma$$

4. คำนวณค่า λ_1 เพื่อที่จะได้ μ ตามที่ต้องการจากสูตร

$$\lambda_1 = \mu - [\frac{1}{(1+\lambda_3)} - \frac{1}{(1+\lambda_4)}] / \lambda_2$$

สำหรับค่า λ_3 และ λ_4 Ramberg และ Sch meiser ได้เสนอเป็นตารางสำหรับกำหนดความเบ้และความโด่งบางค่า ต่อมา Ramberg , Dudewicz , Ta dikamalla และ Mykytka ได้เสนอตารางกำหนดค่า λ_1 , λ_2 , λ_3 และ λ_4 สำหรับค่าเฉลี่ยความแปรปรวน ความเบ้และความโด่ง ซึ่งค่าความเบ้และความโด่งละเอียดกว่าวิธีที่ Ramberg และ Schmeiser เสนอไว้

2.6 การเลือกตัวอย่าง

ในการเลือกตัวอย่างที่มีประชากรขนาดจำกัด (Finite Population) ถ้าต้องการสุ่มตัวอย่างขนาด n สามารถทำโดยสุ่มตัวอย่างแบบลำดับ (Sequential Sampling) William J. Kenedy Jr. และ James E. Gentle (1980) ได้เสนอการเลือกตัวอย่างแบบลำดับที่มีประสิทธิภาพคือ การเลือกตัวอย่างแบบลำดับที่ไม่ได้ใส่คืน (Sequential Sampling without replacement)

วิธีการคือ

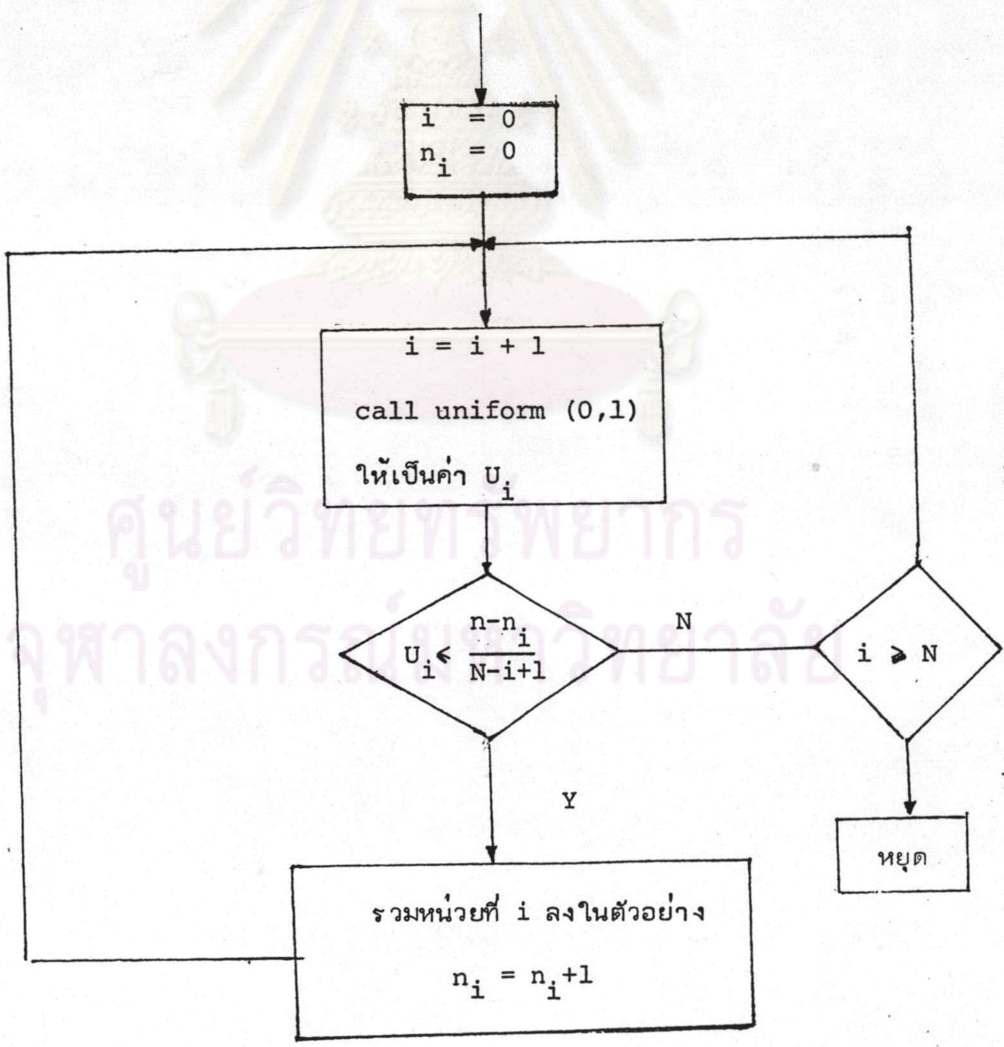
1. ให้หมายเลขแต่ละหน่วยของประชากรเป็นหมายเลข $i = 1,2,3,\ldots,N$

2. ให้แต่ละหน่วยในประชากรถูกเลือก ด้วยความน่าจะเป็นคือ

$$P\ (\text{หมายเลข } i \text{ ที่จะถูกเลือก}) = \begin{cases} \dfrac{n-n_i}{N-i+1} & .\ n \leq n_i \\ 0 & ,\ \text{ที่อื่น ๆ} \end{cases}$$

n_i คือจำนวนหน่วยทั้งหมดที่ถูกเลือกเข้ามาในตัวอย่างก่อนถึงหมายเลขที่ i

<u>ผังการเลือกตัวอย่าง</u>



2.7 การหาค่า Mean Square Error และ Relative Mean Square Error

ในการพิจารณาคุณภาพของตัวประมาณ มักจะพบว่าคุณสมบัติบางประการไม่เหมือนกัน เช่นความไม่เอนเอียงของตัวประมาณ กับความคลาดเคลื่อนต่ำสุดของตัวประมาณ

ถ้า $\hat{\Theta}$ เป็นตัวประมาณของพารามิเตอร์ Θ ความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยหรือ MSE ของ $\hat{\Theta}$ คือ

$$\begin{aligned} MSE &= E(\hat{\Theta} - \Theta)^2 \\ &= V(\hat{\Theta}) + (Bias)^2 \\ &= V(\hat{\Theta}) + \left[E(\hat{\Theta}) - \Theta\right]^2 \end{aligned}$$

ตัวประมาณ $\hat{\Theta}$ เป็นตัวประมาณที่มีความคลาดเคลื่อนกำลังสองเฉลี่ยต่ำสุด ถ้า Θ มีค่า $E(\hat{\Theta} - \Theta)^2$ ต่ำที่สุดหรือ

$$MSE = \sum_{i=1}^{n} \frac{(\hat{\Theta} - \Theta)^2}{n}$$

2.8 การหาค่า Relative Mean Square Error

ค่า Relative Mean Square Error A เทียบกับ B

หมายถึง $\dfrac{\text{MSE ของ A}}{\text{MSE ของ B}}$