บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้องกับการวิจัย

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้ นอกจากจะต้องทำการศึกษาปัจจัยที่ใช้ในการพิจารณาแหล่งที่ตั้งของโรงงานน้ำตาล ยังต้องอาศัยทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ช่วยในการพิจารณาแหล่งที่ตั้ง โดยมีเงื่อนไขของพื้นที่การเพาะปลูกและระบบการขนส่ง เป็นตัวกำหนดเพื่อหาแหล่งที่ตั้งที่เหมาะสมจำนวนน้อยที่สุด ทฤษฎีที่ใช้จำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการกำหนดแหล่งที่ตั้งของโรงงานหรือหน่วยบริการ จะพิจารณาจากลักษณะเงื่อนไขในการกระจายแหล่งที่ตั้งของโรงงานหรือหน่วยบริการ ซึ่งสามารถจำแนกการกระจายได้สองลักษณะคือ การกระจายแบบ Discrete และการกระจายแบบ Covering

2.1 การกระจายแหล่งที่ตั้งโรงงานแบบ Discrete

การกระจายแหล่งที่ตั้งโรงงานแบบ Discrete เป็นการกระจายหน่วยบริการให้กระจายอยู่ในกลุ่มผู้บริโภคอย่างทั่วถึง โดยมีเป้าหมายให้ค่าขนส่งและเงินลงทุนน้อยที่สุด ตัวแปรในการตัดสินใจจะให้ผลลัพธ์ออกมาเป็นจำนวนแหล่งที่ตั้งและขนาดของหน่วยบริการ ตัวอย่างการกระจายแหล่งที่ตั้งแบบ Discrete เช่น การกระจายโรงงานไปยังแหล่งวัตถุดิบ การกระจายคลังสินค้าไปยังกลุ่มผู้บริโภค เป็นต้น

ทฤษฎีที่ใช้ในการจำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์สำหรับการกระจายโรงงานแบบ Discrete ได้รับการพัฒนาขึ้นมาโดย Efloymson และ Ray

2.1.1 การจำลองรูปแบบปัญหาของ Efloymson and Ray

Efloymson และ Ray ได้จำลองรูปแบบทางคณิตศาสตร์ในการแก้ปัญหาการกระจายโรงงานแบบ Discrete ในลักษณะของ Mixed Integer Programing และใช้เทคนิค Branch and Bound ในการแก้ปัญหา ลักษณะรูปแบบจำลองเป็นดังนี้

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{i=1}^{m} \sum_{j=1}^{n} Cij\ Yij + \sum_{j=1}^{n} Fj\ Xj \quad (2.$$

$$\text{Subject to} \quad \sum_{i=1}^{m} Yij \leqslant mXj, \quad j = 1,\ldots\ldots,n \quad (2.$$

$$\sum_{j=1}^{n} Yij = 1 \ , \quad i = 1,\ldots\ldots,m \quad (2.$$

$$Yij \geqslant 0 \ , \text{ for all } i,\ j$$

$$Xj = (0,1), \text{ for all } j$$

โดยที่

m = จำนวนกลุ่มผู้บริโภค

n = จำนวนแหล่งที่ตั้งโรงงานที่เป็นไปได้

Yij = ส่วนของความต้องการของกลุ่มผู้บริโภค i ซึ่งได้รับบริการจากโรงงาน ณ แหล่งที่ตั้ง j.; i = 1,...,m, j = 1,...,n

$$Xj = \begin{cases} 1. & \text{ถ้าเลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่ง } j \\ 0. & \text{ถ้าไม่เลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่ง } j \end{cases}$$

Cij = ค่าใช้จ่ายในการสนองความต้องการของผู้บริโภคกลุ่ม i จากโรงงาน ณ แหล่ง j

Fj = ค่าใช้จ่ายคงที่ในการตั้งโรงงาน ณ แหล่ง j

สมการ (2.1) เป็นสมการจุดประสงค์ที่แสดงถึงค่าใช้จ่ายทั้งหมดเมื่อตั้งโรงงาน ณ แหล่งใด ๆ ที่ X มีค่าเป็น 1

สมการ (2.2) แสดงผลรวมสัดส่วนความต้องการของกลุ่มผู้บริโภค ซึ่งได้รับบริการจากโรงงาน j จะมีค่าเป็นศูนย์หากโรงงานไม่ได้ตั้ง ณ แหล่ง j ขณะเดียวกัน ผลรวมสัดส่วนความต้องการของกลุ่มผู้บริโภคซึ่งได้รับบริการจากโรงงาน j จะไม่มากกว่ากลุ่มผู้บริโภครวมทั้งหมด หากโรงงานตั้ง ณ แหล่ง j

สมการ (2.3) แสดงผลรวมสัดส่วนความต้องการของกลุ่มผู้บริโภค i ใด ๆ จากโรงงาน j ใด ๆ ต้องเท่ากับ 1

ข้อสังเกตก็คือ ในกรณีที่ค่าใช้จ่ายคงที่ (Fj) มีค่าเป็นศูนย์ ผลลัพธ์ก็คือ จะต้องสร้างโรงงานในทุก ๆ แหล่ง ซึ่งจะทำให้ค่าขนส่ง (Cij) น้อยที่สุด ในทางกลับกัน หากค่าใช้จ่ายในการขนส่งเป็นศูนย์ ผลลัพธ์ก็คือ ต้องสร้างโรงงานเพียงแห่งเดียว ที่มีค่าใช้จ่ายคงที่ต่ำสุด ดังนั้น ปัญหาก็คือ เราจะต้องพยายามสร้างความสมดุลย์ระหว่างค่าใช้จ่ายในการขนส่งและค่าใช้จ่ายคงที่

2.2 <u>การกระจายแหล่งที่ตั้งโรงงานแบบ Covering</u>

การกระจายแหล่งที่ตั้งโรงงานแบบ Covering เป็นลักษณะการกระจายที่คล้ายคลึงกับการกระจายแบบ Discrete คือจะพิจารณาถึงจำนวนและแหล่งที่ตั้ง แต่มีเงื่อนไขที่แหล่งที่ตั้งจะต้องตอบสนองความต้องการของผู้บริโภคภายในเงื่อนไขที่กำหนด ตัวอย่างเช่น การสร้างคลังสินค้าที่จะต้องตอบสนองความต้องการของผู้บริโภคแต่ละกลุ่มภายในระยะทาง 100 กิโลเมตร การพิจารณาจำนวนและแหล่งที่ตั้งของโรงเรียนในชนบทที่นักเรียนสามารถเดินทางมายังโรงเรียนภายในเวลา 20 นาที การจัดตั้งสถานีดับเพลิงที่สามารถใช้เวลาเดินทางไปยังทุก ๆ จุดในตัวเมืองภายในระยะเวลา 15 นาที เป็นต้น ลักษณะการกระจายในรูป Covering เราจะเห็นโดยทั่ว ๆ ไป เช่น การกระจายสถานีตำรวจ ห้องสมุด โรงพยาบาล ที่ทำการไปรษณีย์ สถานีเรดาร์ ที่ทำการสาขาของธนาคาร เป็นต้น

รูปแบบจำลองทางคณิตศาสตร์สำหรับการกระจายแหล่งที่ตั้งแบบ Covering จะเป็นดังนี้

$$\text{Minimize} \quad Z = \sum_{j=1}^{n} Cj\, Xj \qquad (2.4)$$

$$\text{Subject to} \sum_{j=1}^{n} aijXj \geqslant 1, \quad i = 1,\ldots,m \qquad (2.5)$$

$$Xj = (0,\ 1)\ \ j = 1,\ldots,n$$

$$aij = (0,1) \quad i = 1,\ldots,m$$

$$j = 1,\ldots,n$$

โดยที่

m = จำนวนกลุ่มผู้บริโภค

n = จำนวนแหล่งที่ตั้งโรงงานที่เป็นไปได้

C_j = เงินลงทุนเมื่อตั้งโรงงาน ณ แหล่งที่ตั้ง j

$$X_j = \begin{cases} 1 & \text{ถ้าเลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่ง } j \\ 0 & \text{ถ้าไม่เลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่ง } j \end{cases}$$

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{ถ้ากลุ่มผู้บริโภค } i \text{ อยู่ในเขตรัศมีของโรงงาน ณ แหล่ง } j \\ 0 & \text{ถ้ากลุ่มผู้บริโภค } i \text{ ไม่อยู่ในเขตรัศมีของโรงงาน ณ แหล่ง } j \end{cases}$$

สมการ (2.4) เป็นสมการจุดประสงค์ที่แสดงค่าใช้จ่ายทั้งหมดเมื่อตั้งโรงงาน ณ แหล่งใด ๆ ที่ X_j มีค่าเป็น 1

สมการ (2.5) ระบุถึงผู้บริโภคแต่ละกลุ่มจากทั้งหมด m กลุ่ม จะต้องได้รับบริการจากโรงงานอย่างน้อย 1 แห่ง จากแหล่งที่ตั้งที่คาดไว้ทั้งหมด n แห่ง

2.3 การประยุกต์แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ในการกำหนดแหล่งที่ตั้งโรงงานน้ำตาลให้กระจายในพื้นที่การเพาะปลูกอ้อย

การกระจายของโรงงานน้ำตาลให้กระจายในแหล่งพื้นที่การเพาะปลูกอ้อย เป็นการกระจายในลักษณะ Covering กล่าวคือ เป้าหมายต้องการกำหนดแหล่งที่ตั้งที่เหมาะสมที่สุด มีจำนวนน้อยที่สุด เพื่อให้เงินลงทุนรวมในการตั้งโรงงานน้อยตามไปด้วย โดยมีเงื่อนไขในลักษณะการครอบคลุมพื้นที่การเพาะปลูกในระยะรัศมีที่กำหนด ลักษณะของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เป็นดังนี้

$$\text{Minimize } Z = \sum_{j=1}^{n} w_j X_j \qquad (2.6)$$

$$\text{Subject to } \sum_{j=1}^{n} a_{ij} X_j \geq 1 \qquad ,i = 1,\ldots,m \qquad (2.7)$$

$$X_j = (0,1) \qquad ,j = 1,\ldots,n$$

$$a_{ij} = (0,1) \qquad ,i = 1,\ldots,m$$

$$j = 1,\ldots,n$$

โดยที่

m = จำนวนเขตอำเภอที่มีการเพาะปลูกอ้อย

n = จำนวนแหล่งที่ตั้งของโรงงานน้ำตาลที่เป็นไปได้

wj = ค่าน้ำหนักความเหมาะสมของแต่ละแหล่งที่ตั้ง

(ในกรณีนี้ ค่าน้ำหนักจะมีค่าน้อยสำหรับแหล่งที่ตั้งที่มีความเหมาะสมมาก เนื่องจากสมการจุดประสงค์เป็นลักษณะ Minimize)

Xj = { 1 ถ้าเลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่งที่ตั้ง j
0 ถ้าไม่เลือกตั้งโรงงาน ณ แหล่งที่ตั้ง j

aij = { 1 ถ้าเขตการเพาะปลูกอ้อยในอำเภอ i อยู่ในรัศมีของโรงงานน้ำตาล ณ แหล่งที่ตั้ง j
0 ถ้าเขตการเพาะปลูกอ้อยในอำเภอ i ไม่อยู่ในรัศมีของโรงงานน้ำตาล ณ แหล่งที่ตั้ง j

สมการ (2.6) เป็นสมการจุดประสงค์ เพื่อกำหนดแหล่งที่ตั้งโรงงานจำนวนน้อยที่สุด และมีความเหมาะสมมากที่สุด

สมการ (2.7) ระบุถึงว่าเขตพื้นที่การเพาะปลูกอ้อยในอำเภอใดอำเภอหนึ่งจะต้องอยู่ในรัศมีของโรงงานน้ำตาลแห่งใดแห่งหนึ่งอย่างน้อยหนึ่งแห่ง

ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ การแก้สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์เพื่อกำหนดแหล่งที่ตั้งของโรงงานน้ำตาล จะใช้เทคนิคการแก้สมการ โปรแกรมศูนย์-หนึ่ง (Zero - One Programming) ด้วยวิธี Implicit Enumeration ดังแสดงในภาคผนวก ข.

2.4 การใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ในการแก้สมการแบบจำลองศูนย์-หนึ่ง

เนื่องจากค่าตัวแปรในสมการมีจำนวนมาก การแก้ปัญหาด้วยมือจะทำให้เสียเวลา โปรแกรมคอมพิวเตอร์จะช่วยในการแก้ปัญหาได้รวดเร็ว แน่นอน โดยมีขั้นตอนการคำนวณ การป้อนข้อมูลและรายละเอียดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ได้แสดงไว้ในภาคผนวก ค.