หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

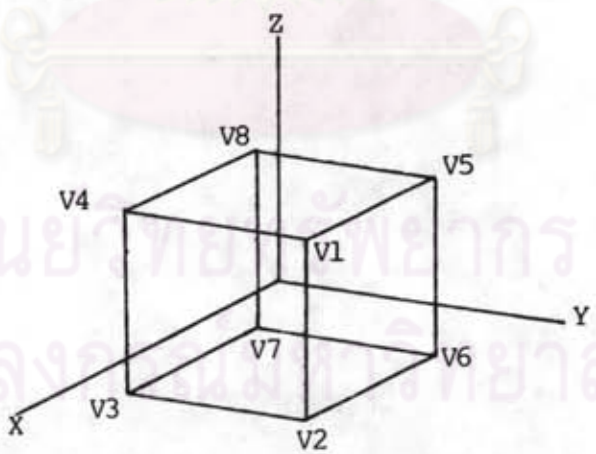
บทที่ 2

ทฤษฎีในการสร้างทัศนียภาพของวัตถุ 3 มิติ

2.1 ลักษณะข่าวสารเบื้องต้น

การอธิบายรูปร่างและสัดส่วนของวัตถุนั้น ไม่สามารถทำได้แม่นยำถูกต้อง ถ้าใช้ลักษณะข่าวสารแบบการบรรยาย ดังนั้นเราจำเป็นต้องอาศัยกรรมวิธีในทางเรขาคณิตพรรณนา (Descriptive Geometry) และโทโพโลยี (Topology) ในการแสดงข่าวสารเกี่ยวกับรูปร่างและสัดส่วนของวัตถุ ข่าวสารของวัตถุจะประกอบด้วยส่วนใหญ่ ๆ 3 ส่วน คือ

2.1.1 หน่วยวัดเชิงเรขาคณิต (Geometric measurements) ค่าของหน่วยวัดดังกล่าวจะปรากฏอยู่ในระบบพิกัด 3 มิติ ซึ่งประกอบด้วยค่าพิกัดของจุดต่าง ๆ บนตัววัตถุซึ่งปกติจะเป็นจุดยอดมุมทั้งหลาย (Vertices) ดังรูป 2.1 จุด V1 ถึง V8 เป็นจุดยอดมุมทั้ง 8 ของ



รูปที่ 2.1 แสดงลักษณะวัตถุซึ่งอธิบายด้วยจุดยอดมุม

วัตถุรูปลูกบาศก์ในรูป ค่าพิกัด 3 มิติ ของจุดทั้ง 8 นี้ ก็คือ ข่าวสารที่สำคัญอันหนึ่งที่อยู่ในรูปของหน่วยวัดเชิงเรขาคณิต นอกจากนี้ ในการแสดงภาพที่มีการลบเส้นหรือผิวหน้าที่มองไม่เห็นนั้น

ปัจจัยสำคัญที่จะต้องใช้ก็คือ ผิวหน้าของวัตถุนั่นเอง ดังนั้นข่าวสารที่สำคัญอีกอันหนึ่งก็คือ ค่าหน่วยวัดเชิงเรขาคณิตที่ใช้อธิบายผิวหน้าดังกล่าว ซึ่งโดยทั่วไปคือ สมการพื้นที่ของผิวหน้าแต่ละผิวหน้าของวัตถุ หรือนอร์แมลเวคเตอร์ (Normal Vectors)

จะสังเกตได้ว่าแกนพิกัด 3 มิติ ที่ใช้อ้างอิงสำหรับหน่วยวัดเชิงเรขาคณิตของวัตถุนั้นจะมีแกน Z เป็นแกนดิ่งเสมอ เราเรียกระบบพิกัดสำหรับแกนชนิดนี้ว่า ระบบพิกัดพื้นฐานของวัตถุ (World Coordinate System) ซึ่งต่างกับลักษณะแกนในระบบพิกัดของการมองซึ่งจะได้กล่าวถึงต่อไป

2.1.2 ข่าวสารเชิงโทโพโลยี (Topology Information) ได้แก่ข่าวสารที่ใช้อธิบายลักษณะทางโทโพโลยี กล่าวคือ แสดงถึงความหมายและความสัมพันธ์ของจุดยอดมุมกับรูปร่างของวัตถุ เช่น รายการลำดับจุดยอดมุมของแต่ละผิวหน้าเมื่อมองจากด้านที่มองเห็น หรือรายการจุดยอดมุมของขอบด้านแต่ละขอบเป็นต้น

2.1.3 ข่าวสารส่วนประกอบอื่น ๆ (Auxiliary Information) เช่นสีของผิวหน้าแต่ละผิวหน้าเป็นต้น

ข่าวสารเหล่านี้ ไม่ได้มีข้อจำกัดตายตัวว่าจะต้องมีอะไรบ้าง หรือในลักษณะใด ทั้งนี้การเลือกลักษณะข่าวสาร รวมทั้งการกำหนดโครงสร้าง และความสัมพันธ์ของข่าวสารอันเป็นข้อมูลเบื้องต้นของวัตถุ จะทำได้ก็ต่อเมื่อกรรมวิธีในการสร้างภาพได้ถูกกำหนดขึ้นมาแล้ว เช่น การสร้างภาพแบบลายเส้น (Wire-frame) ซึ่งไม่มีการลบส่วนที่ไม่ควรจะมองเห็นนั้น ไม่มีความจำเป็นต้องใช้ข้อมูลสมการพื้นที่ของผิวหน้า หรือรายการลำดับจุดยอดมุมของแต่ละผิวหน้าเลยเป็นต้น นอกจากนี้การกำหนดลักษณะและโครงสร้างของข่าวสารยังขึ้นอยู่กับลักษณะงานที่จะนำไปใช้ด้วย เช่นโปรแกรมที่ใช้ในการสร้างและปรับปรุงภาพวัตถุ 3 มิติ ซึ่งซับซ้อนมาก ๆ อาจจะต้องมีข้อมูลเกี่ยวกับความสัมพันธ์ของขอบด้านที่มีจุดยอดมุมเดียวกัน หรือความสัมพันธ์ของผิวหน้าที่มีขอบด้านร่วมกันด้วย เป็นต้น

2.2 หลักการแปลงลักษณะเชิงเรขาคณิต (Geometric Transformation Principles)

การแปลงลักษณะเป็นกรรมวิธีเบื้องต้นอันสำคัญสำหรับงานกราฟฟิค สำหรับภาพซึ่งมี 2 มิตินั้น การแปลงลักษณะจะใช้ในการเปลี่ยนแปลงลักษณะการแสดงออกของวัตถุในภาพ เช่น การขยายขนาดหรือลดขนาด การเปลี่ยนตำแหน่งของวัตถุในภาพเป็นต้น สำหรับการสร้างภาพของวัตถุ 3 มิตินั้น การแปลงลักษณะเป็นปัจจัยสำคัญในการเปลี่ยนข้อมูลพื้นฐานของวัตถุไปเป็นข้อมูลในขั้นอื่น ๆ จนกระทั่งกลายเป็นข้อมูลภาพในที่สุด

การแปลงลักษณะประกอบด้วยกรรมวิธีสำคัญ 3 ประการ คือ การย้ายตำแหน่ง การหมุนรอบแกน และการเปลี่ยนขนาด ซึ่งถือเป็นการแปลงลักษณะขั้นพื้นฐาน (Primitive)

คุณสมบัติ 2 ประการของการแปลงลักษณะ คือ

1. การแปลงลักษณะอันหนึ่ง ๆ สามารถสรุปเป็นองค์ประกอบเชิงคณิตศาสตร์เพียงอันเดียวได้ นั่นคือ เมตริกซ์ของการแปลงลักษณะ

2. การแปลงลักษณะ 2 อัน สามารถรวมกัน (Concatenate) และกลายเป็นการแปลงลักษณะอันเดียวได้ ตัวอย่างเช่น ก.เป็นการย้ายตำแหน่ง และข.เป็นการเปลี่ยนขนาด เมื่อเอา ก. และ ข. รวมกันจะได้เป็น ค. คือ

$$ค. = ก. \cdot ข.$$

โดยที่ ค. จะมีผลเป็นการย้ายตำแหน่งตามด้วยการเปลี่ยนขนาด

การแปลงลักษณะนั้นก็คือ การสร้างค่าจุดพิกัดอันใหม่ (เช่น (X',Y')) จากค่าจุดพิกัดอันเก่า (เช่น (X,Y)) นั่นเอง

2.3 การแปลงลักษณะใน 3 มิติ (Three-dimensional Transformations)

การแปลงลักษณะเชิงเรขาคณิต (Geometric Transformation) มีบทบาทสำคัญ

ต่องานกราฟฟิคของวัตถุ 3 มิติเป็นอย่างมาก ในการสร้างต้นแบบวัตถุ 3 มิติ การแปลงลักษณะจะช่วยในการกำหนดและอธิบายตำแหน่งของวัตถุในเชิงที่สัมพันธ์กับตำแหน่งของวัตถุอื่น ๆ รวมทั้งการสร้างวัตถุที่มีขนาดและรูปร่างอย่างเดียวกันแต่วางอยู่ในตำแหน่งต่าง ๆ เช่น ล้อทั้ง 4 ของรถยนต์ เราสามารถสร้างข้อมูลสำหรับล้อ 1 ล้อ ขึ้นเพียงชุดเดียว แล้วอาศัยการแปลงลักษณะนำล้อดังกล่าวไปจัดวางตามตำแหน่งที่ถูกต้องทั้ง 4 ตำแหน่งได้ โดยไม่ต้องเสียเวลาสร้างข้อมูลใหม่สำหรับทุก ๆ ล้อ เป็นต้น สำหรับการสร้างภาพของวัตถุ 3 มิติ การแปลงลักษณะจะช่วยให้การแปลงข้อมูลวัตถุเป็นข้อมูลภาพจากตำแหน่งและทิศทางการมองต่าง ๆ กัน ทำได้อย่างมีประสิทธิภาพ การแปลงข้อมูลจากการมอง ซึ่งมี 3 มิติ ให้เป็นข้อมูลภาพซึ่งมี 2 มิติ ทำได้โดยอาศัยการแปลงลักษณะทัศนียภาพ (Perspective Transformation) สำหรับงานซึ่งต้องการการเปลี่ยนมุมมองอย่างรวดเร็ว การแปลงลักษณะก็จะต้องทำให้ได้รวดเร็วด้วย ซึ่งเป็นสาเหตุที่ทำให้การหาวิธีการที่มีประสิทธิภาพสำหรับการแปลงลักษณะใน 3 มิติ เป็นสิ่งจำเป็น

2.3.1 การย้ายตำแหน่ง (Translation)

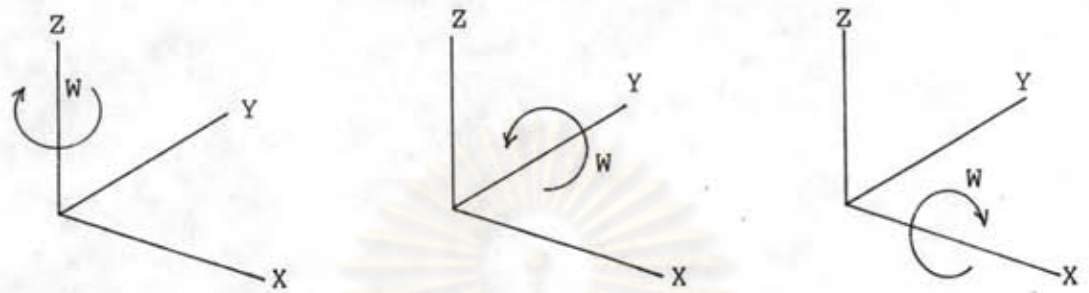
โดยกำหนดให้ Tx Ty และ Tz เป็นระยะพิกัดของการย้ายตำแหน่งในแกนทั้งสามตามลำดับ จะได้สูตรการย้ายตำแหน่งดังนี้

$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ Tx & Ty & Tz & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}1)$$

2.3.2 การหมุนรอบแกน (Rotation)

การหมุนรอบแกนใน 3 มิตินั้น มีความซับซ้อนกว่าใน 2 มิติ ใน 3 มิตินั้น การหมุนขั้นพื้นฐาน คือหมุนรอบแกนใด ๆ ของระบบแกนพิกัด 3 มิติ ซึ่งหมายถึงแกนที่ผ่านจุดกำเนิดของระบบพิกัดนั่นเอง ดังนั้นเราต้องแบ่งการหมุนรอบแกนใน 3 มิติ ออกเป็นลักษณะย่อย 3 ลักษณะ คือการหมุนรอบแกน x y และ z

เมื่อกำหนดให้ w คือมุมในการหมุน และทิศทางการหมุนตามเข็มนาฬิกา เมื่อมองจากจุดใด ๆ บนแกนบวกเข้าไปยังจุดกำเนิด ดังรูป 2.2 จะได้สูตรการหมุนรอบแกนดังนี้



รูปที่ 2.2 แสดงทิศทางการหมุนรอบแกนขั้นพื้นฐาน

ก. การหมุนรอบแกน z (ดูรูป 2.2 (ก))

$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} \cos w & -\sin w & 0 & 0 \\ \sin w & \cos w & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}2)$$

ข. การหมุนรอบแกน y (ดูรูป 2.2 (ข))

$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} \cos w & 0 & \sin w & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin w & 0 & \cos w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}3)$$

ค. การหมุนรอบแกน (ดูรูป 2.2 (ค))

$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos w & -\sin w & 0 \\ 0 & \sin w & \cos w & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}4)$$

2.3.3 การเปลี่ยนขนาด (Scaling)

เมื่อ Sx, Sy, sz เป็นจำนวนเท่าของขนาดที่ต้องการเปลี่ยนในแต่ละแกน จะได้

$$[x'\ y'\ z'\ 1] = [x\ y\ z\ 1]\begin{bmatrix} Sx & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Sy & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Sz & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \qquad (2\text{-}5)$$

2.4 <u>การแปลงลักษณะข้อมูลพื้นฐานของวัตถุเป็นข้อมูลจากการมอง</u>

ข้อมูลพื้นฐานของวัตถุ เป็นข้อมูลที่อยู่ในระบบพิกัดพื้นฐาน (World Coordinate System) ซึ่งเป็นระบบพิกัดมือขวา กล่าวคือ แกน x และแกน y อยู่ในระนาบแนวนอน และแกน z ชี้ขึ้นข้างบน ข้อมูลดังกล่าวเป็นข่าวสารที่แท้จริงของวัตถุ ซึ่งจะไม่มีการเปลี่ยนแปลง ยกเว้นต่อเมื่อตัววัตถุเองเกิดการเปลี่ยนแปลงขึ้น แต่ภาพของวัตถุจะเปลี่ยนแปลงเสมอตามลักษณะของการมองและตำแหน่งที่ตั้งของจุดมอง ข่าวสารภาพที่ได้จากการมองในลักษณะต่าง ๆ จึงเป็นข้อมูลอีกชุดหนึ่งที่พัฒนามาจากข้อมูลพื้นฐานของวัตถุ โดยอาศัยเงื่อนไขของลักษณะการมองดังกล่าว ข้อมูลที่เป็นข่าวสารภาพจะเป็นข้อมูลในระบบพิกัดอีกชุดหนึ่งซึ่งเรียกว่า ระบบพิกัดของการมอง (Eye Coordinate System) หรือ (Viewing Coordinate System) ระบบพิกัดดังกล่าวเป็นระบบพิกัด 3 มิติเช่นเดียวกับระบบพิกัดพื้นฐาน แต่มีจุดกำเนิดของระบบอยู่ที่ตำแหน่งของจุดมอง แกน z ในระบบพิกัดของการมองจะพุ่งตรงออกจากจุดมองไปตามทิศทางของการมอง

(Viewing direction) หรืออีกนัยหนึ่งแกนz ก็คือ เส้นแสดงทิศทางของการมองนั่นเอง สำหรับแกน x จะพุ่งไปทางขวามือ และแกน y จะพุ่งขึ้นข้างบน ลักษณะเช่นนี้ก็เพื่อให้สอดคล้องกับระบบแกน 2 มิติ ของพื้นจอภาพทั่ว ๆ ไป ซึ่งมีแกน x และแกน y อยู่ในลักษณะดังกล่าว ระบบพิกัดชนิดนี้เป็นระบบพิกัดที่มีลักษณะตรงข้ามกับระบบพิกัดพื้นฐานของวัตถุ กล่าวคือ เป็นระบบพิกัดมือซ้าย

ขั้นตอนเริ่มแรกของการสร้างภาพวัตถุจะอยู่ที่การแปลงข้อมูลวัตถุในระบบพิกัดพื้นฐานให้เป็นข้อมูล ซึ่งอยู่ในระบบพิกัดของการมอง เมื่อกำหนดตำแหน่งของจุดมองและทิศทางของการมองลงในระบบพิกัดพื้นฐานแล้ว ก็จะสามารถแปลงค่าพิกัดของวัตถุในระบบพิกัดพื้นฐาน ให้มาเป็นค่าพิกัดในระบบพิกัดของการมองได้ โดยการเปลี่ยนแกนอ้างอิงจากระบบพิกัดพื้นฐานมาเป็นระบบพิกัดของการมอง ขบวนการแปลงข้อมูลดังกล่าวเรียกว่า การแปลงลักษณะในการมอง (Viewing Transformation) ซึ่งอาศัยชุดลำดับของการแปลงลักษณะใน 3 มิตินั่นเอง

สูตรโดยย่อของการแปลงลักษณะในการมองของจุดใด ๆ คือ

$$[Xe\ Ye\ Ze\ 1] = [Xw\ Yw\ Zw\ 1]\ V \qquad (2\text{-}6)$$

โดยที่ Xe Ye และ Ze เป็นค่าพิกัดในระบบพิกัดของการมอง

Xw Yw และ Zw เป็นค่าพิกัดพื้นฐานของวัตถุ และ

V คือ เมตริกซ์ของการแปลงลักษณะในการมอง

เมตริกซ์ของการแปลงลักษณะในการมอง (V) นั้น เกิดจากการรวมลำดับของการแปลงลักษณะขั้นพื้นฐานใน 3 มิติ หลายอันประกอบกันตามลำดับ คือ

2.4.1 การย้ายจุดกำเนิดของระบบพิกัดพื้นฐานไปยังตำแหน่งของจุดมอง เมื่อ Xf Yf และ Zf คือพิกัดของจุดมอง

2.4.2 การหมุนรอบแกน x ของระบบพิกัดที่ได้จากข้อ 2.4.1 ทวนเข็มนาฬิกาไปเป็นมุม 90 องศา

2.4.3 การหมุนรอบแกน y ทวนเข็มนาฬิกา ไปจนกระทั่งแกน z อยู่ในระนาบตั้งฉากอันเดียวกับที่เส้นแสดงทิศทางการมองวางอยู่ ให้เป็นมุม w

2.4.4 การหมุนรอบแกน x ทวนเข็มนาฬิกา เป็นมุม v ซึ่งทำให้แกน z อยู่ในแนวเดียวกับทิศทางของการมอง

2.4.5 กลับทิศของแกน x โดยใช้การเปลี่ยนขนาด (Scaling)

ซึ่งเมื่อแตกออกมาจะได้สูตรคำนวณค่าพิกัดของการมองสำหรับแต่ละแกน ดังนี้

$$Xe = (Xf-Xw).\cos w + (Yf-Yw).\sin w \qquad (2-7)$$

$$Ye = (Xw-Xf).\sin w.\sin v + (Yf-Yw).\cos w.\sin v + (Zw-Zf).\cos v \qquad (2-8)$$

$$Ze = (Xw-Xf)\sin w.\cos v + (Yf-Yw)\cos w.\sin v + (Zf-Zw)\sin v \qquad (2-9)$$

เมื่อ Xf, Yf, Zf เป็นค่าพิกัดของจุดมอง ในระบบพิกัดพื้นฐาน

Xw, Yw, Zw เป็นค่าพิกัดของวัตถุ ในระบบพิกัดพื้นฐาน

Xe, Ye, Ze เป็นค่าพิกัดของวัตถุ ในระบบพิกัดของการมอง ที่ต้องการ

w เป็นค่ามุมที่ทำให้แกน z อยู่ในระนาบตั้งฉากเดียวกับทิศทางของการมอง

v เป็นค่ามุมที่ทำให้แกน z หมุนมาอยู่ในแนวเดียวกับทิศทางของการมอง

และ w,v เป็นมุมหมุนทวนเข็มนาฬิกา รอบแกน y และ z ในข้อ 2.4.3 และ 2.4.4 ตามลำดับ

อย่างไรก็ดี ค่าของมุม w และ v ดังกล่าว จะสามารถคำนวณขึ้นได้ในรูปของฟังค์ชั่นทางตรีโกณมิติ เพื่อนำไปใช้ในสูตร (2-7) ถึง (2-9) ดังนี้

$$\sin w = + \frac{Xt-Xf}{\sqrt{(Xt-Xf)^2 + (Yt-Yf)^2}} \qquad (2-10)$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$\cos w = - \frac{Yt-Yf}{\sqrt{(Xt-Xf)^2 + (Yt-Yf)^2}} \qquad (2-11)$$

$$\sin v = - \frac{Zt-Zf}{\sqrt{(Xt-Xf)^2 + (Yt-Yf)^2 + (Zt-Zf)^2}} \qquad (2-12)$$

และ

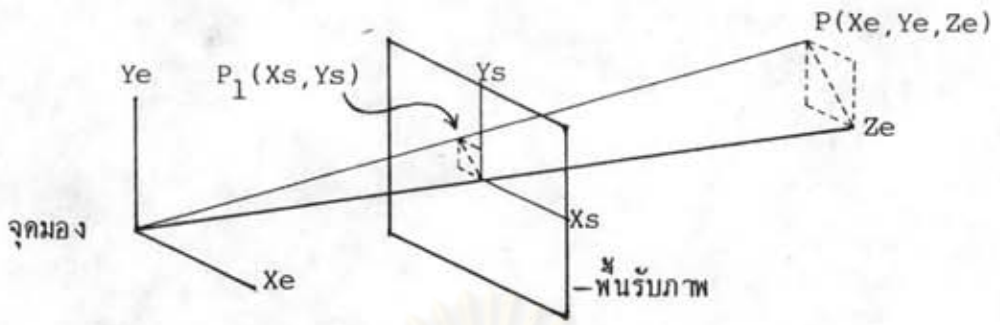
$$\cos v = + \frac{(Xt-Xf)^2 + (Yt-Yf)^2}{\sqrt{(Xt-Xf)^2 + (Yt-Yf)^2 + (Zt-Zf)^2}} \qquad (2-13)$$

โดยที่ Xf, Yf, Zf เป็นค่าพิกัดของจุดมอง (Point of View-from) และ Xt, Yt, Zt เป็นค่าพิกัดของจุดที่อยู่บนทิศทางของการมอง (Point of View-to)

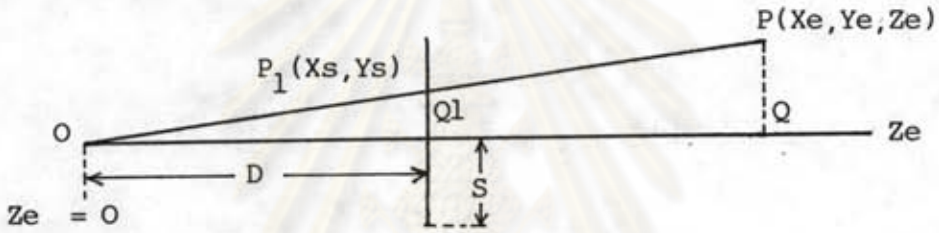
2.5 การแปลงลักษณะข้อมูลจากการมองไปเป็นข้อมูลภาพ

ข้อมูลในระบบพิกัดของการมองนั้น ยังเป็นข้อมูลวัตถุ 3 มิติอยู่ และไม่ใช่ข้อมูลภาพที่แท้จริง ดังนั้นจึงต้องมีขั้นตอนในการแปลงข้อมูลในระบบพิกัดของการมองไปเป็นข้อมูลในระบบพิกัดของพื้นรับภาพ (Screen Coordinate System) ซึ่งเป็น 2 มิติ การทำงานในขั้นตอนนี้เรียกว่า การแปลงลักษณะทัศนียภาพ (Perspective Transformation) โดยกรรมวิธีแล้วการแปลงลักษณะทัศนียภาพก็คือ การโปรเจคภาพแบบเพอสเพคทีฟโปรเจคชัน จุดต่าง ๆ บนตัววัตถุจะถูกโปรเจคลงบนพื้นภาพ ข้อสังเกตก็คือ จุดบนตัววัตถุดังกล่าว จะต้องเป็นจุดที่อยู่ในระบบพิกัดของการมอง (Eye Coordinate System) เมื่อทำการโปรเจคลงบนพื้นรับภาพ ก็จะได้เป็นจุดพิกัดในระบบพิกัดของพื้นรับภาพ ซึ่งเป็น 2 มิติ ดังรูป 2.3 จุด P ซึ่งมีพิกัดเป็น(Xe,Ye,Ze) ถูกโปรเจคลงบนพื้นรับภาพ และมีพิกัดเป็น (Xs, Ys) คือจุด P_1

010221



(ก) ลักษณะการโปรเจคจุด P ลงบนพื้นรับภาพ



(ข) แสดงรายละเอียดของการโปรเจคในระนาบ Ye Ze

รูปที่ 2.3 แสดงการเปลงลักษณะทัศนียภาพ

จากรูป 2.3 จะเห็นว่าพื้นรับภาพตั้งฉากกับทิศทางการมอง (เส้น OZe) โดยวางอยู่ห่างจุดมองเป็นระยะ D เมื่อพิจารณาสามเหลี่ยม OP_1Q_1 และ OPQ เป็นสามเหลี่ยมคล้าย ซึ่งทำให้

$$Xs = \frac{DXe}{Ze} \quad \text{และ} \quad Ys = \frac{DYe}{Ze} \qquad (2\text{-}14)$$

และเราสามารถทำให้ Xs และ Ys เป็นค่าอัตราส่วน เมื่อเทียบกับความกว้างของพื้นรับภาพ (s) ได้ดังนี้

$$Xs = \frac{DXe}{SZe} \quad \text{และ} \quad Ys = \frac{DYe}{SZe} \qquad (2\text{-}15)$$

การหาค่า Xs และ Ys ในรูปของอัตราส่วนดังกล่าวนั้น ก็เนื่องจากว่าพื้นรับภาพเป็นคนละสิ่งกับพื้นแสดงภาพ ตำแหน่งและความกว้างของพื้นรับภาพนั้น เป็นค่าสมมุติในการโปรเจคภาพเท่านั้น และสามารถเปลี่ยนแปลงได้ตามความเหมาะสม และไม่ขึ้นอยู่กับพื้นแสดงภาพแต่อย่างใด นั่นคือ ขนาดและตำแหน่งของพื้นแสดงภาพ อาจจะถูกกำหนดไว้อย่างไรก็ได้บนสื่อแสดงภาพ ค่าจุดพิกัดพื้นรับภาพ (Xs, Ys) จะต้องถูกแปลงให้เป็นค่าจุดพิกัดของพื้นแสดงภาพอีกครั้งหนึ่ง สูตร (2-15) นี้จะถูกดัดแปลงเป็นสูตร (2-18) ในหัวข้อถัดไป

2.6 การแปลงลักษณะข้อมูลภาพบนพื้นแสดงภาพ

เราอาจเรียกระบบพิกัดของพื้นรับภาพเสียใหม่ว่า ระบบพิกัดพื้นฐานของภาพ (Picture World Coordinate System) ซึ่งแสดงโดยค่าพิกัด (Xw, Yw) และเรียกอาณาบริเวณใด ๆ ของภาพในระบบพิกัดดังกล่าวว่า อาณาเขตภาพ (Window) (ซึ่งในทางปฏิบัติอาจจะกำหนดให้เท่ากับจอภาพ หรือพื้นที่สื่อแสดงภาพก็ได้) และถ้าเราเลือกพื้นที่ส่วนใดส่วนหนึ่ง (หรือทั้งหมด) ของจอภาพหรือสื่อแสดงภาพให้เป็นบริเวณที่ใช้สำหรับแสดงภาพจริง ๆ เราเรียกพื้นที่บริเวณดังกล่าวว่าช่องแสดงภาพหรือช่องภาพ (Viewport) ค่าจุดพิกัดในระบบพิกัดพื้นฐานของภาพ จะต้องถูกแปลงให้อยู่ในระบบพิกัดของจอภาพหรือสื่อแสดงภาพ (Display-screen Coordinate System) อีกครั้งหนึ่ง โดยพิจารณาตำแหน่งและขอบเขตภาพ (Windowing Transformation)

ถ้ากำหนดให้ ขอบของอาณาเขตภาพในระบบพิกัดพื้นฐานของภาพมีค่าพิกัด

Wxl = ขอบซ้ายมือตามแกน x

Wxr = ขอบขวามือตามแกน x

Wyt = ขอบบนตามแกน y

Wyb = ขอบล่างตามแกน y

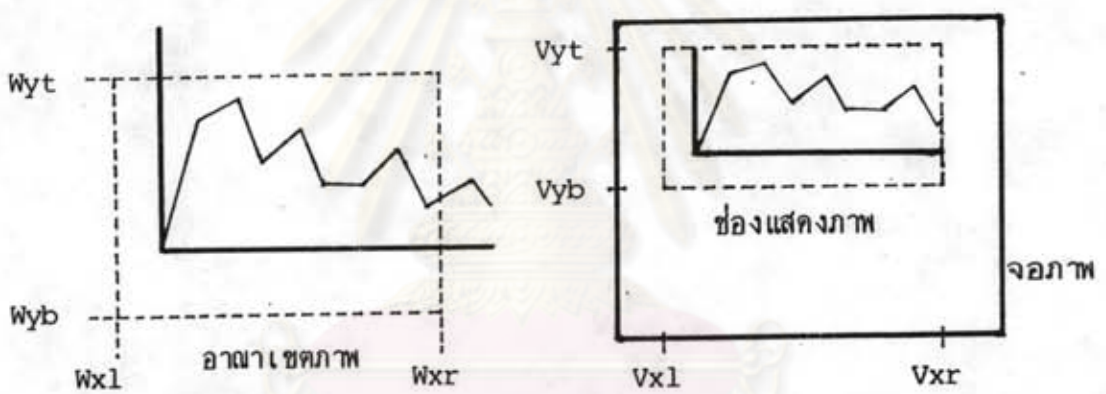
ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

และกำหนด Vxl Vxr Vyt และ Vyb เป็นขอบของช่องแสดงภาพในทำนองเดียวกัน แต่อยู่ในระบบพิกัดของจอภาพแล้ว เราจะสามารถคำนวณค่าจุดพิกัดของภาพ ซึ่งจะเป็นตำแหน่งที่แท้จริงของจุดต่าง ๆ ในภาพที่จะปรากฏบนจอภาพ หรือสื่อแสดงภาพได้จากสูตรดังต่อไปนี้ (ดูรูปที่ 2.4 ประกอบ)

$$Xs = \frac{Vxr-Vxl}{Wxr-Wxl}.(Xw-Wxl) + Vxl$$

$$Ys = \frac{Vyt-Vyb}{Wyt-Wyb}.(Yw-Wyb) + Vyb \qquad (2\text{-}16)$$



รูปที่ 2.4 แสดงการแปลงลักษณะอาณาเขตภาพ

อย่างไรก็ดี สูตรดังกล่าวพิจารณาจุด (Xw, Yw) ในฐานะเป็นค่าอ้างอิง (Displacement) ภายในอาณาเขตภาพจากจุดมุมซ้ายล่างของอาณาเขตภาพ และแปลงให้เป็นค่าอ้างอิงจากจุดมุมซ้ายล่างของช่องแสดงภาพ ดังนั้นเราสามารถย่อสูตร (2-16) ได้ดังนี้

$$Xs = aXw + b \quad \text{และ} \quad Ys = cYw + d \qquad (2\text{-}17)$$

เมื่อข้อมูลเกี่ยวกับอาณาเขตภาพและช่องแสดงภาพได้ถูกกำหนดขึ้นแล้ว เราสามารถคำนวณหาค่า a b c และ d และใช้เป็นค่าคงที่ในการคำนวณตามสูตร (2-17) ได้ ซึ่งจะช่วย

ให้การคำนวณจุดพิกัดแต่ละจุด เหลือเพียงการคูณและบวกอย่างละ 2 ครั้งเท่านั้น

ในขณะนี้ ถ้าเราย้อนไปดูการคำนวณจุดพิกัดตามสูตร (2-15) ในหัวข้อ 2.5 แล้ว เราจะพบว่า ค่าจุดพิกัดดังกล่าว คือค่าจุดพิกัดในระบบพิกัดพื้นฐานของภาพนั่นเอง แต่ค่าพิกัดดังกล่าวเป็นค่าพิกัดจริงที่วัดจากจุดศูนย์กลางของพื้นรับภาพ คือวัดจากจุดกำเนิดของระบบพิกัดพื้นฐานของภาพ ซึ่งได้จากการโปรเจคภาพ จุดดังกล่าวคือ จุดที่แกน Ze ของระบบพิกัดของการมองตัดผ่านพื้นรับภาพนั่นเอง (ดูรูป 2.3) และในสูตรยังต้องพิจารณาค่าในแกน Ze ด้วย เพราะแปลงมาจากข้อมูล 3 มิติ ซึ่งต่างกับสูตร (2-16) ซึ่งเป็น 2 มิติ กรณีนี้จะได้สูตรเป็น

$$Xs = \frac{DXe}{SZe} Vsx + Vcx$$

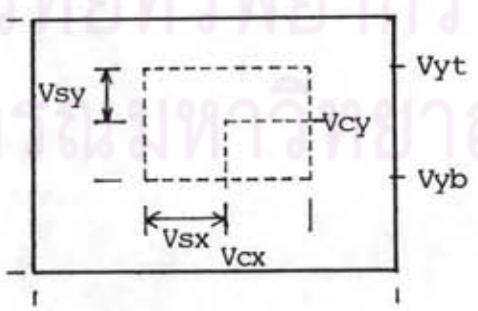
$$Ys = \frac{DYe}{SZe} Vsy + Vcy \qquad (2\text{-}18)$$

โดยที่ $Vcx = (Vxl + Vxr)/2$

$Vcy = (Vyt + Vyb)/2$

$Vsx = (Vxr - Vxl)/2$ และ

$Vsy = (Vyt - Vyb)/2$ (ดูรูป 2.5)



รูปที่ 2.5 แสดงลักษณะช่องแสดงภาพซึ่งมีจุดอ้างอิงที่ศูนย์กลาง

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ช่องแสดงภาพตามรูปที่ 2.5 ซึ่งใช้กับสูตร (2-18) นั้น คือช่องแสดงภาพ ซึ่งมีจุดศูนย์กลางอยู่ ณ. จุด (Vcx, Vcy) ของจอภาพหรือสื่อแสดงภาพ และมีขนาดกว้าง 2Vsx และสูง 2 Vsy ตามระบบพิกัดของจอภาพ

ในทำนองเดียวกันสูตร (2-18) ก็สามารถย่อลงได้ดังนี้

$$Xs = \frac{aXe}{Ze} + b \qquad \text{และ}$$

$$Xs = \frac{cYe}{Ze} + d \qquad (2\text{-}19)$$

โดยที่ a, b, c และ d จะเป็นค่าคงที่ ซึ่งคำนวณได้เมื่อทราบข้อมูลเกี่ยวกับพื้นรับภาพ จอภาพ และช่องแสดงภาพแล้ว

2.7 การขลิบขอบภาพ (Clipping)

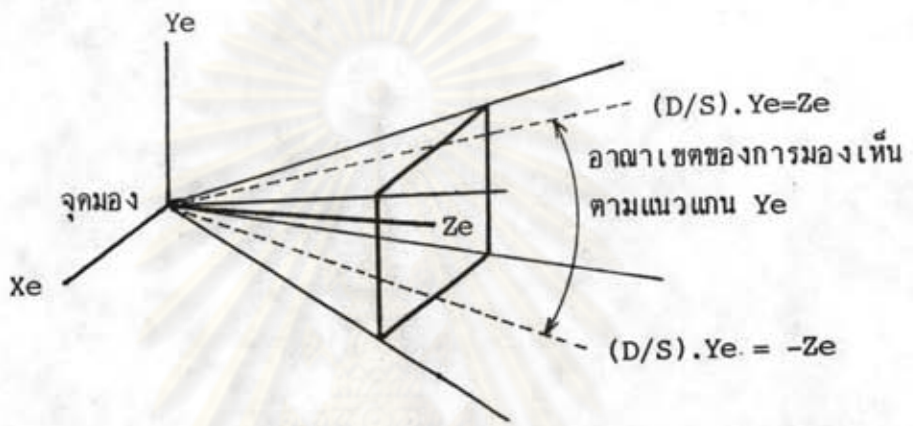
ปัญหาสองประการที่จะพบในการแปลงข้อมูลจากการมองไปเป็นข้อมูลพื้นฐานของภาพด้วยการแปลงลักษณะทัศนียภาพตามสูตร (2-15) หรือ (2-18) ก็คือ

ก. ส่วนของวัตถุที่อยู่หลังจุดมอง ซึ่งไม่ควรจะมองเห็นนั้น ด้วยการคำนวณตามสูตรจะปรากฏออกมา

ข. ภาพของวัตถุอาจโตล้นขอบเขตของช่องแสดงภาพ

ปัญหาทั้ง 2 ประการนี้ เกิดขึ้นเนื่องจากมีส่วนของวัตถุที่อยู่พ้นอาณาเขตของการมองเห็น (View region หรือ Aperture) กล่าวคือ พื้นรัศมีการมองของสายตา ดังนั้นเราจำเป็นจะต้องทำการตัดส่วนของวัตถุที่อยู่พ้นอาณาเขตดังกล่าว ซึ่งคือส่วนของวัตถุที่หลังจากทำการโปรเจคแล้วไม่ตัดผ่านพื้นรับภาพที่จุดใด ๆ โดยที่อาณาเขตของพื้นรับภาพดังกล่าวได้ถูกกำหนดไว้ด้วยขนาดของอาณาเขตของการมองเห็นแล้ว

ในการวิเคราะห์ปัญหาข้อนี้ เรากำหนดสิ่งที่เรียกว่า พีระมิดของการมอง (Viewing Pyramid) ขึ้นมา โดยการกำหนดให้พื้นรับภาพเป็นสี่เหลี่ยมมุมฉากหรือจัตุรัส และทิศทางของการมองเป็นเส้น ซึ่งตั้งฉากกับพื้นรับภาพที่จุดกึ่งกลางพอดี เราจะได้พีระมิดของการมอง ซึ่งมีจุดมองเป็นจุดยอดมุม และขอบทั้งสี่ของพีระมิด คือเส้นตรงที่ลากจากจุดมองผ่านมุมทั้ง 4 ของพื้นรับ



รูปที่ 2.6 แสดงลักษณะพีระมิดของการมองเห็น

ภาพยาวออกไปไม่สิ้นสุด ดังรูปที่ 2.6 ค่าจุดพิกัดตามแนว Ye จะต้องอยู่ภายในอาณาเขตระหว่างเส้นประจึงจะมองเห็น ค่าตามแนวแกน Xe ก็ทำนองเดียวกัน ดังนั้นเราจะได้เงื่อนไขสำหรับจุดใด ๆ ในการแปลงลักษณะทัศนียภาพว่า จะมองเห็นในภาพได้ก็ต่อเมื่อ

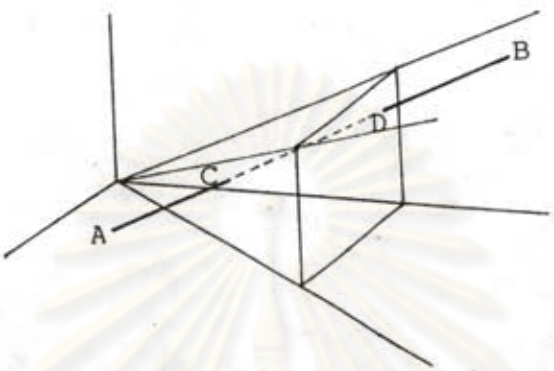
$$-Ze \leq (D/S)\,Xe \leq +Ze$$

$$-Ze \leq (D/S)\,Ye \leq +Ze \quad \text{และ}$$

$$Ze > 0 \qquad (2-20)$$

เท่านั้น อย่างไรก็ดี ในกรณีของเส้นเราจะต้องพิจารณาลึกลงไปอีก นั่นคือเส้น ๆ หนึ่งจะถูกตัดทิ้งไปเลย จากการแปลงลักษณะทัศนียภาพ เมื่อไม่มีส่วนใดของเส้นปรากฏภายในพีระมิดของการมองเห็น แต่ถ้ามีส่วนใดปรากฏภายในพีระมิดแล้ว จำเป็นที่จะต้องมีข้อมูลของเส้นดังกล่าวเฉพาะส่วนที่อยู่ในพีระมิดของการมองเห็น นั่นก็คือจะต้องมีการคำนวณจุดปลายของเส้นใหม่สำหรับส่วนที่

มองเห็นดังรูป 2.7 เส้นตรง AB ตัดผ่านพีระมิดของการมองเห็น ส่วนที่มองเห็นของเส้นคือส่วนที่เป็นเส้นประในรูป ซึ่งจะต้องหาจุดปลายของเส้น คือจุด C และ D



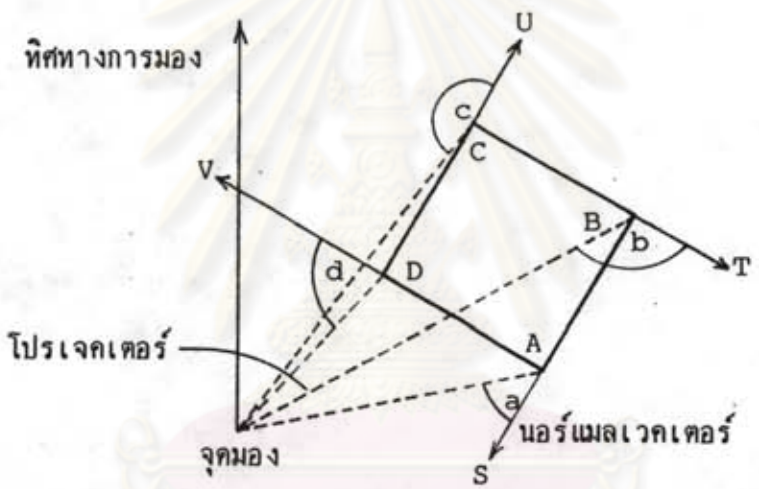
รูปที่ 2.7 แสดงเส้นซึ่งตัดผ่านพีระมิดของการมองเห็น

2.8 <u>การลบส่วนที่มองไม่เห็นในภาพ</u>

ข้อมูลภาพที่ได้ เมื่อสิ้นสุดขั้นตอนการแปลงลักษณะทัศนียภาพนั้น จะสามารถใช้สร้างภาพได้อย่างถูกต้อง แต่ภาพที่ได้เป็นภาพในลักษณะที่ไม่มีการคำนึงถึงส่วนของวัตถุที่ไม่ควรจะมองเห็น ส่วนของวัตถุดังกล่าวแบ่งเป็น 2 ประเภท ดังต่อไปนี้

2.8.1 ผิวหน้าของวัตถุที่หันออกไปจากจุดมอง ในการมองวัตถุทึบแสง (Solid Object) ทั่ว ๆ ไปนั้น เราไม่สามารถจะเห็นผิวหน้าทุกผืนของวัตถุได้ในขณะเดียวกัน เนื่องจากจะต้องมีผิวหน้าบริเวณใด ๆ ที่หันออกไปจากจุดมองเสมอ ถ้าพิจารณาดูรูป 2.8 จะเห็นว่ารูป 2.8 (ข) หรือ 2.8 (ค) เป็นรูปวัตถุทึบแสงที่จะเห็นผิวหน้าเพียง 3 ด้าน อีก 3 ด้านนั้น (พิจารณารูป 2.8 (ก)) เป็นด้านที่มองไม่เห็น เนื่องจากหันออกไปจากจุดมอง ซึ่งในขณะเดียวกัน ก็ถูกบังด้วยผิวหน้าด้านที่มองเห็น การกำหนดว่าผิวหน้าใดของวัตถุ จะมองไม่เห็น ก็อาศัยหลักการที่ว่า ผิวหน้านั้น จะต้องหันออกไปจากจุดมอง

ถ้าเราพิจารณาพื้นที่ผืนหนึ่ง เราจะพบว่าพื้นที่จะมีอยู่ 2 หน้าเสมอ เหมือนกระดาษซึ่งมีอยู่ 2 หน้า แต่ในขณะที่พื้นที่ดังกล่าวนั้น เป็นผิวหน้าของวัตถุ จะมีเพียงหน้าเดียวเท่านั้นที่มองเห็น (Visible face) อีกหน้าหนึ่งจะหันเข้าไปภายในตัววัตถุ และเป็นหน้าที่มองไม่เห็น (Back face) เมื่อวัตถุปรากฏเป็นภาพนั้น พื้นที่ผิวหน้าส่วนใดของวัตถุหันด้านที่มองเห็นเข้าหาจุดมอง จะเป็นผิวหน้าที่มองเห็น แต่ถ้าหันออกหรืออีกนัยหนึ่ง หันหน้าที่มองไม่เห็นเข้าหาจุดมอง ผิวหน้านั้นจะไม่เห็นในภาพ การตรวจสอบว่าผิวหน้าใดจะอยู่ในเงื่อนไขใดใน 2 เงื่อนไขนี้ ทำได้โดยการคำนวณหานอร์แมลเวคเตอร์ (Normal Vector) ซึ่งเป็นเส้นตั้งฉากกับผิวหน้าหนึ่ง ๆ

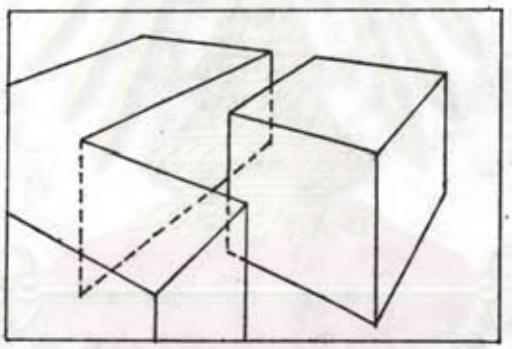


รูปที่ 2.8 แสดงการตรวจสอบผิวหน้าที่มองเห็นด้วยนอร์แมลเวคเตอร์

โดยให้ทิศทางของเวคเตอร์เป็นตัวระบุว่า หน้าใดของพื้นที่ผิวนั้น ๆ เป็นหน้าที่มองเห็นหรือมองไม่เห็น ค่าของนอร์แมลเวคเตอร์จะเป็นข้อมูลพื้นฐานของพื้นที่ผิวหน้าหนึ่ง ๆ ของวัตถุ ซึ่งอยู่ในระบบพิกัดพื้นฐานของวัตถุ และจะต้องผ่านกระบวนการแปลงลักษณะต่าง ๆ ในการสร้างภาพเช่นเดียวกัน จากนั้นทิศทางของเวคเตอร์ดังกล่าวจะต้องถูกตรวจสอบโดยเทียบกับจุดมอง ซึ่งก็จะทำให้สามารถระบุได้ว่าผิวหน้าใดของวัตถุในภาพจะเป็นผิวหน้าที่มองไม่เห็น ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.8 ซึ่งสมมุติให้ AB BC CD และ AD เป็นผิวหน้ารอบตัววัตถุในภาพ และ CD กับ AD เป็นผิวหน้า 2หน้าเท่านั้นที่มองเห็น เนื่องจากนอร์แมลเวคเตอร์ AS และ DV ซึ่งมีทิศทางพุ่งออกจากหน้าที่มองเห็นทำมุม (a และ d) กับโปรเจคเตอร์ (เส้นประ) ซึ่งลากจากจุดมองไปยังจุดกำเนิดของเวคเตอร์

(จุด A และD) เป็นมุมน้อยกว่า 90 องศา ซึ่งแสดงว่า ผิวหน้าทั้งสองทันเข้าหาจุดมอง ในการแปลงลักษณะทัศนียภาพส่วนอีก 2 ผิวหน้านั้น มุมที่ตรวจสอบคือ b และ c โตกว่า 90 องศา ข้อสังเกตอันหนึ่งก็คือ ข้อมูลทั้งหมดนี้ เป็นข้อมูลที่เป็น 3 มิติ คืออยู่ในระบบพิกัดของการมองเท่านั้น

2.8.2 ส่วนของวัตถุที่ถูกบัง ในกรณีที่มีวัตถุหลายชิ้นในภาพ หรือวัตถุมีรูปทรงเว้า (Concave) จะเป็นไปได้เสมอที่จะมีผิวหน้าใด ๆ ของวัตถุ ซึ่งแม้จะเป็นผิวหน้าที่หันเข้าหาจุดมอง แต่ถูกบังด้วยผิวหน้าอื่น ๆ ของวัตถุชิ้นเดียวกัน หรือวัตถุชิ้นอื่น ๆ ซึ่งอยู่ข้างหน้ามันในภาพ ดังตัวอย่างในรูปที่ 2.9 เส้นประแสดงส่วนที่ถูกบังของวัตถุ ในกรณีนี้เราจะต้องทำการตรวจหา



รูปที่ 2.9 แสดงส่วนของวัตถุที่ถูกบังในภาพ

ส่วนที่ถูกบังดังกล่าว และตัดมันทิ้งไป ก็จะได้ภาพชิ้นสมบูรณ์

อย่างไรก็ดี ขบวนวิธีและเงื่อนไขต่าง ๆ ในการลบส่วนที่มองไม่เห็นของวัตถุนั้น มีความซับซ้อนและยุ่งยากมากพอควร และจะได้กล่าวถึงโดยละเอียดในบทต่อไป

2.9 สรุป

จะเห็นได้ว่า ในการสร้างภาพนั้น ประกอบด้วยกรรมวิธีหลายขั้นตอน แต่ละขั้นตอนมีคุณลักษณะต่างกันออกไป และทุกขั้นตอน ก็ต้องกระทำต่อเนื่องกันไปเป็นลำดับ ผลที่ได้จากขั้นตอนหนึ่ง จะถูกนำไปใช้ในขั้นถัดไป จนกระทั่งจบทุกขั้นตอน ด้วยเหตุผลนี้ ทำให้การพิจารณากรรมวิธีทางคอมพิวเตอร์ในการสร้างภาพนั้น จำเป็นต้องคำนึงถึงขั้นตอนการทำงานทุกขั้นตอนรวมกันในฐานะเป็นกรรมวิธีเดียว โดยเฉพาะเมื่อคำนึงถึงความเร็วที่ต้องการในการทำงานทุกขั้นตอนตั้งแต่ต้นจนจบ ซึ่งทำให้เราไม่สามารถแยกการพัฒนากรรมวิธีแต่ละขั้นตอนออกจากกันได้ ถ้าเราพิจารณาลักษณะโครงสร้างข้อมูล และขบวนวิธีการทำงานของแต่ละขั้นตอนแล้ว เราจะพบว่าการจัดโครงสร้างข้อมูลและขบวนวิธีที่เหมาะสมที่สุดสำหรับขั้นตอนใด ๆ เพียงขั้นตอนเดียวนั้น ไม่เพียงแต่จะสร้างความยุ่งยากในการพัฒนาขบวนวิธีสำหรับขั้นตอนอื่น ๆ เท่านั้น แต่ยังอาจจะทำให้จำเป็นต้องพัฒนาขบวนวิธีอันไม่จำเป็นขึ้นมา เพื่อให้การทำงานต่อเชื่อมกันได้ ระหว่างขั้นตอนต่าง ๆ นอกจากนี้เนื้อหาของการทำงานขั้นตอนต่าง ๆ ตามที่กล่าวมาในบทนี้ทั้งหมดนั้น เป็นเพียงเค้าโครงที่แสดงถึงลักษณะของปัญหาและความต้องการโดยพื้นฐานทั่วไปของการสร้างภาพวัตถุ 3 มิติเท่านั้น ในทางปฏิบัติการพัฒนาลักษณะข้อมูลและขบวนวิธีในการทำงานแต่ละขั้นตอน ยังมีเงื่อนไขและปัญหาปลีกย่อยอีกมาก และทำให้เราจำเป็นจะต้องวิเคราะห์และพัฒนาโครงสร้างข้อมูล และขบวนวิธีการทำงานต่าง ๆ เป็นส่วนรวม สำหรับรายละเอียดดังกล่าวนี้จะได้กล่าวถึงในบทต่อไปตามลำดับ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย