บทที่ 3

ทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบ

สำหรับการออกแบบสะพานนั้น เนื่องจากเป็นโครงสร้างที่แตกต่างจากอาคารอาศัยในเรื่องของพฤติกรรมของแรงที่มากระทำดังกล่าวมาแล้วนั้น อย่างไรก็ตามแนวเหตุผลที่ใช้ในการออกแบบก็อาศัยหลักวิชาการ รวมทั้งข้อกำหนดจากการทดลองประสบการณ์ที่มีการรวบรวมไว้เป็นมาตรฐาน ดังจะขอลำดับแนวเหตุผลและทฤษฎีที่ใช้ในการออกแบบดังนี้

3.1 น้ำหนักบรรทุก

เนื่องจากน้ำหนักที่มากระทำต่อตัวโครงสร้างของสะพาน มีความแตกต่างจากโครงสร้างแบบอื่น ๆ น้ำหนักที่กระทำต่อตัวโครงสร้าง มีทั้งน้ำหนักจากตัวโครงสร้างเอง (Dead Load) น้ำหนักจรเกิดจากการเคลื่อนที่ของรถยนต์ (Live Load) น้ำหนักที่เกิดจากแรงกระแทก (Impact Load) และแรงเนื่องจากสถาวะสิ่งแวดล้อมอื่น ๆ อีกเช่น แรงลม และแรงของกระแสน้ำเป็นต้น อย่างไรก็ตามได้มีผู้ทำการศึกษาวิเคราะห์ในสิ่งเหล่านี้ และทำการรวบรวมไว้เป็นมาตรฐาน ในการออกแบบเรื่องน้ำหนัก หน่วยงานที่สร้างมาตรฐานเหล่านี้ คือ American Association of State Highway and Transportation Offices และสำหรับในเมืองไทย หน่วยราชการที่ทำงานเกี่ยวข้องกับการออกแบบสะพานก็ใช้มาตรฐานในเรื่องของน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างของสะพานตามมาตรฐานของ American Association of State Highway and Transportation Office ในวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ใช้มาตรฐานการออกแบบเรื่องน้ำหนักที่กระทำต่อโครงสร้างของสะพานตามมาตรฐานดังกล่าวข้างต้น เช่นกัน

3.2 การวิเคราะห์แรงในโครงสร้าง (3)

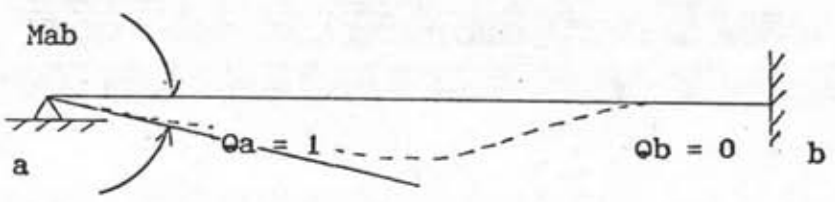
1. การวิเคราะห์แรงที่เกิดขึ้นในโครงสร้างใช้ทฤษฎีของการกระจายแรงตัด (Moment Distribution Theory) เนื่องจากวิธีการของทฤษฎีนี้เป็นวิธีที่สะดวกและสามารถ

ประยุกต์ใช้ในการออกแบบสะพานแบบคานต่อเนื่องได้เหมาะสมดี

วิธีการกระจายแรงดัด (Moment Distribution) เริ่มใช้โดย Hardy Cross ในปี คศ. 1932 วิธีการกระจายแรงดัดมีพื้นฐานจากการวิเคราะห์โดยวิธีมุมลาด - ความแอ่น (Slope Deflection Method) กล่าวคือวิธีการกระจายแรงดัดจะเริ่มจากหาค่า Fixed End Moment โดยสมมุติว่าจุดข้อต่อถูกยึดแน่น (Locking The Joints) และทะยอยปล่อยจุดข้อต่อ (Unlocking the Joints) ในโครงข้อแข็งที่ไม่มี Joint Traslation เมื่อข้อต่อถูกยึดแน่นแต่ละชิ้นส่วนจะได้ Fixed - End Monent ซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกหรือเกิดจากการเคลื่อนที่ของชิ้นส่วน เมื่อปล่อยจุดข้อต่อที่ละจุดจะเกิดแรงดัดต้านชิ้นที่จุดนั้นและจะกระจายออกตามชิ้นส่วนที่ประกอบที่จุดนั้นตามค่าของ Distribution Factor ของ แต่ละชิ้นส่วน ค่า Distribution Factor ของแต่ละชิ้นส่วนจะมีค่ามากน้อยขึ้นอยู่กับค่า Stiffness ของแต่ละชิ้นส่วน ในขณะเดียวกันแรงดัดต้านเหล่านี้จะถ่ายแรงดัดไปยังอีกปลายหนึ่งของชิ้นส่วน ซึ่งแรงดัดที่ถ่ายไปยังอีกปลายหนึ่งของชิ้นส่วนจะมีค่ามากน้อยขึ้นอยู่กับค่า Carry - Over Factors ของชิ้นส่วนนั้น การปล่อยจุดข้อต่อเพื่อหาแรงดัดต้านจะปล่อยที่ละจุดไปเรื่อย ๆ และอาจกลับมาปล่อยจุดเดิมอีกกี่ครั้งก็ได้จนกว่าจะได้ค่าที่มีความถูกต้องแน่นอนกล่าวโดยสรุปแล้วขั้นตอนของการวิเคราะห์โดยทางทฤษฎีการกระจายแรงดัดนี้มีดังนี้

3.2.1 <u>คำนวณหาค่า Stiffness Factor (K)</u> ในชิ้นส่วนที่มีค่า EI คงที่ค่า Stiffness จะมีค่าเท่ากับแรงดัดที่ทำให้เกิดมุมลาดที่จุดนั้นเท่ากับหนึ่ง ในขณะที่อีกปลายหนึ่งของชิ้นส่วนถูกยึดแน่น

พิจารณารูปที่ 3.1 ชิ้นส่วน ab มี EI คงที่ ปลาย b ถูกยึดแน่น ปลาย a มีแรงดัด M_{ab} ที่ทำให้เกิดมุม $\theta a = 1$



รูปที่ 3.1 แสดงลักษณะการโก่งของคานเกิดมุมหนึ่งหน่วย

$$M_{ab} = \frac{2EI}{L}(2\theta_a + \theta_b)$$

$$= \frac{4\ EI}{L}$$

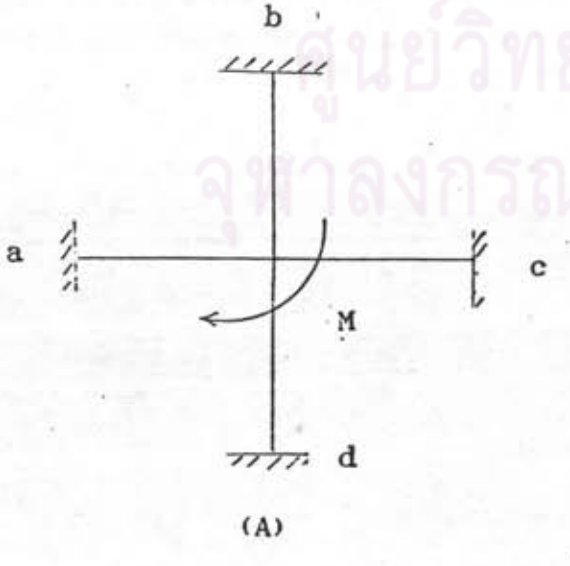
$$= 4\ EK$$

ดังนั้นค่า Stiffness $S = \frac{4\ EI}{L}$

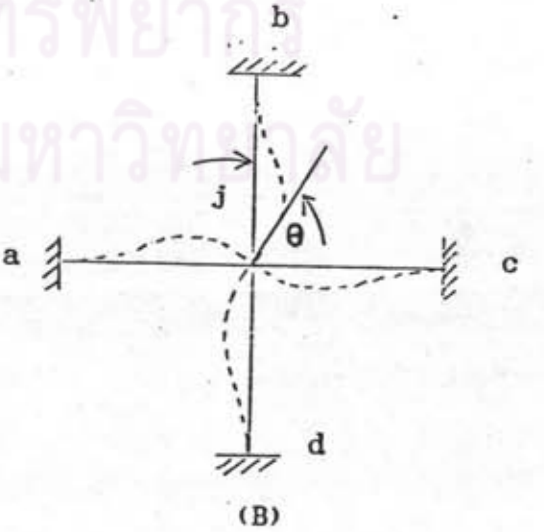
$$= 4\ EK \qquad .....(3.1)$$

โดยที่ K คือค่า Stiffness Factor

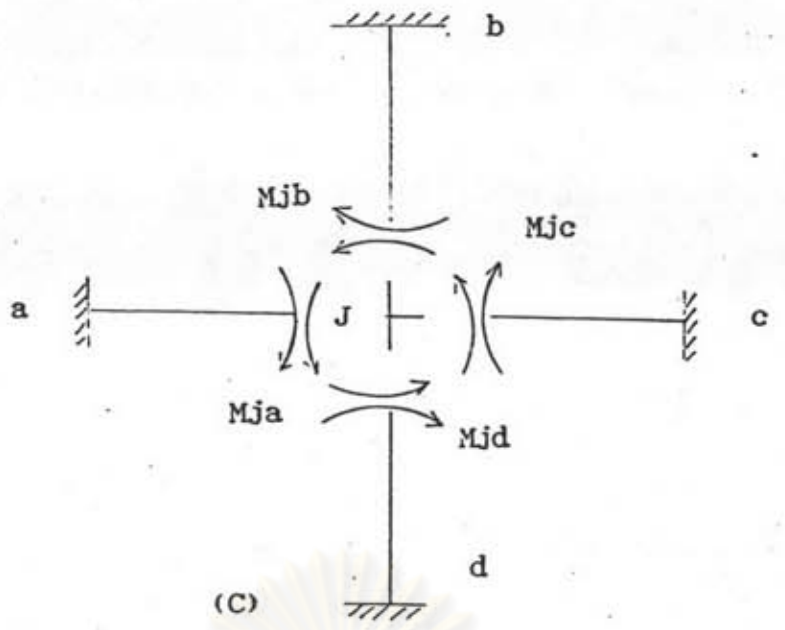
พิจารณาตามรูปที่ 3.2 ซึ่งแสดงโครงข้อแข็งที่ประกอบด้วย 4 ชิ้นส่วน แต่ละชิ้นส่วนมีปลายข้างหนึ่งที่ยึดแน่น และปลายข้างหนึ่งยึดกันที่จุด j ดังนั้นจุด j จะไม่มี Translation ถ้าจุด j มีแรงดัดภายนอกมากระทำเท่ากับ M มีทิศทางตามเข็มนาฬิกา และทำให้เกิดมุมลาดที่จุด j เท่ากับ 0 เนื่องจากจุด j เป็นจุดข้อแข็ง ดังนั้นชิ้นส่วนทั้งสี่จุดมีมุมลาดที่จุด j เท่ากับ 0 หมด เมื่อมีแรงดัด M มีทิศทางตรงข้าม กับ M แรงดัดเหล่านี้ได้แก่ M_{ja}, M_{jb}, M_{jc} และ M_{jd} ซึ่งมีค่าแตกต่างกันตามส่วนแข็งแรงของแต่ละชิ้นส่วนหรือตามค่าของ Distribution Factor ของชิ้นส่วนนั้นแรงดัดด้านที่กระจายในแต่ละชิ้นส่วนนี้เรียกว่า Distributed Moment



(A)



(B)



รูปที่ 3.2 แสดงลักษณะของแรงกระทำโครงข้อแข็ง

การสมดุลย์ของจุด j จะได้

$$M_{ja} + M_{jb} + M_{jc} + M_{jd} = M \quad \text{.....(3.2)}$$

จากวิธีมุมลาด – ความแอ่น

$$M_{ja} = 4EK_{ja}\theta = S_{ja}\theta \quad \text{.....(3.3)}$$

$$M_{jb} = 4EK_{jb}\theta = S_{jb}\theta \quad \text{.....(3.4)}$$

$$M_{jc} = 4EK_{jc}\theta = S_{jc}\theta \quad \text{.....(3.5)}$$

$$M_{jd} = 4EK_{jd}\theta = S_{jd}\theta \quad \text{.....(3.6)}$$

หรือ $(S_{ja} + S_{jb} + S_{jc} + S_{jd})\theta = M$ .....(3.7)

$$4E(K_{ja} + K_{jb} + K_{jc} + K_{jd})\theta = M \quad \text{.....(3.8)}$$

$$\theta = \frac{M}{4E\Sigma K} \quad \text{.....(3.9)}$$

ในเมื่อ ΣK เป็นผลรวมของ K ของชิ้นส่วนต่าง ๆ ซึ่งต่อกันตรงจุดนั้น แทนค่า θ ในสมการที่ (3.2) จะได้ (3.6)

$$M_{ja} = K_{ja}M/\Sigma K = D_{ja}M \quad \text{.....(3.10)}$$

$$M_{jb} = K_{jb}M/\Sigma K = D_{jb}M \quad \text{.....(3.11)}$$

$$M_{jc} = K_{jc}M/\Sigma K = D_{jc}M \quad \text{.....(3.12)}$$

$$M_{jc} = K_{jd}M/\Sigma K = D_{jd}M \quad \text{.....(3.13)}$$

$$D_{ji} = K_{ji}/\Sigma K \quad \text{.....(3.14)}$$

014070

ในเมื่อ D_{ji} (i = a , b , c , d) เป็น Distribution Factor ที่ปลาย j ของชิ้นส่วน ji ดังนั้นค่า Distribution Factor จะเป็นตัวบอกถึงการกระจายแรงดัดที่จุดมายังชิ้นส่วน

3.2.2 Carry-Over Factor และ Carry-Over Moment มาพิจารณาตามรูปที่ 3.2 (c) โดยชิ้นส่วน ji เป็นชิ้นส่วนหนึ่งของรูปที่ 3.2 (a) โดยที่ i = a หรือ b หรือ c หรือ d ดังนั้น M_{ji} ให้เป็น Distributed Moment และ M_{ij} จะเป็นแรงดัดที่ส่งถ่ายมายังจุด i เนื่องจาก M_{ji} กระทำที่จะ j ซึ่งเรียกว่า M_{ji} ว่า Carry - Over Moment

โดยวิธี Conjugate Beam จะได้

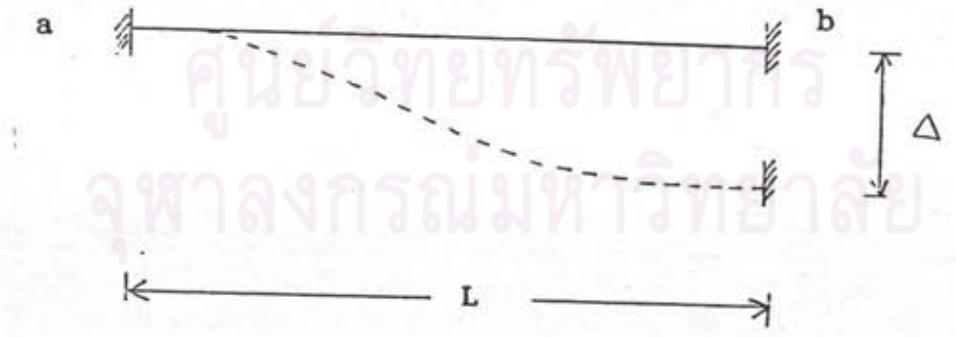
$$M_{ij} = \tfrac{1}{2} M_{ji}$$

ซึ่งค่า ½ นี้เรียกว่า Carry - Over Factor

นั่นคือ เมื่อชิ้นส่วนในรูปมีค่า EI คงที่จะได้

$$C_{ji} = \tfrac{1}{2}$$

3.2.3 Settlement of Support จากรูปที่ 3.3 แสดงการทรุดตัวของจุดรองรับ (Support) ในการทรุดตัวของจุดรองรับกรณีนี้จะทำให้เกิดแรงดัดในโครงสร้าง



EI Constant

EI Constant

รูปที่ 3.แสดงการทรุดตัวของคาน

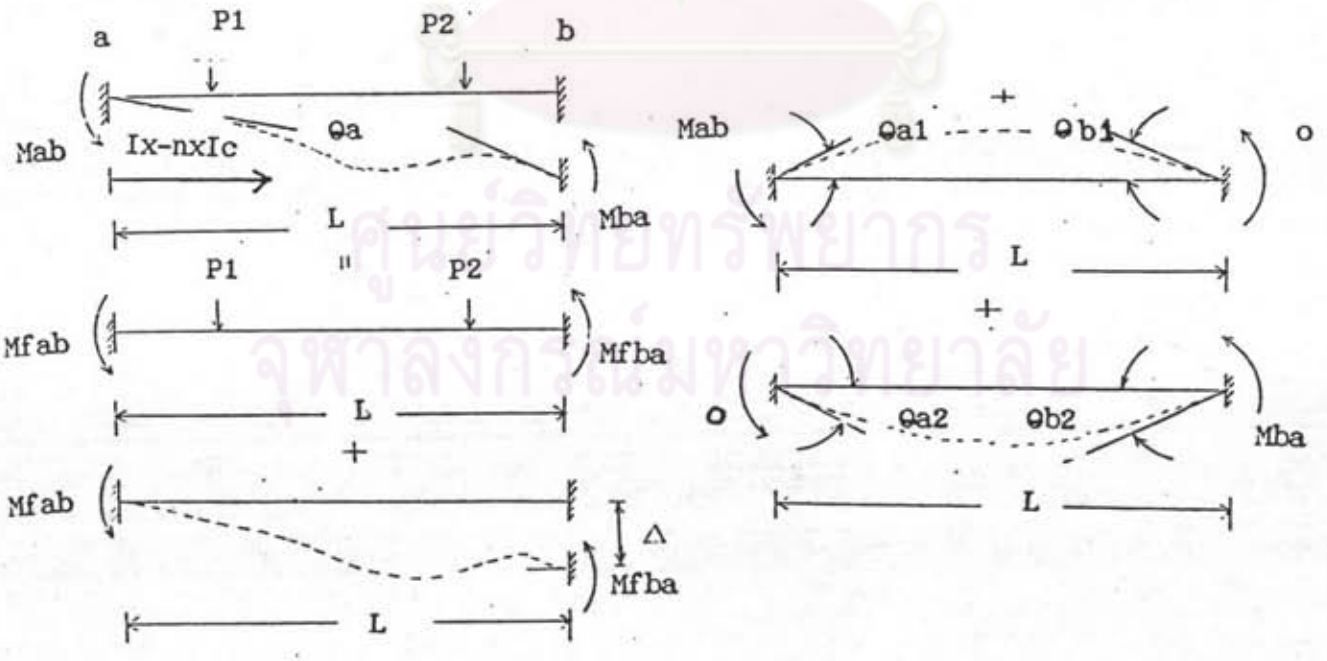
แรงดัดที่จุดรองรับ a และ b สามารถคำนวณได้จากสูตร

$$Mf_{ab} = Mf_{ba} = \frac{6EI\Delta}{L^2} \quad \text{.....(3.15)}$$

$$R = \frac{\Delta}{L}$$

$$Mf_{ab} = Mf_{ba} = \frac{6EIR}{L^2} \quad \text{.....(3.16)}$$

3.2.4 <u>กรณีที่หน้าตัดของคานมีหน้าตัดไม่สม่ำเสมอ</u> (4) สำหรับหน้าตัดของคานที่มีหน้าตัดไม่สม่ำเสมอนั้น เป็นจุดมุ่งหมายประการหนึ่งของการออกแบบเพื่อความประหยัด และสามารถใช้งานได้อย่างมีประสิทธิภาพที่มีความเหมาะสมสำหรับสะพานที่มีระยะช่วงกว้างมาก ๆ และลักษณะของคานต่อเนื่อง สะพานที่ถูกทำการออกแบบในกรณีนี้ ค่าของ Fixed-End Moment, Stiffness Factor และ ค่า Carry-Over Factor จะไม่ใช่ค่าเดียวกันกับกรณีของหน้าตัดคานที่สม่ำเสมอ



รูปที่ 3.4 แสดงขั้นตอนการติดค่าแรงดัด

จากรูปที่ 3.4 จะได้ว่า

$$M_{ab} = M_{fab} + M'_{fab} + M'_{ab}$$

$$M_{ba} = M_{fba} + M'_{fba} + M'_{ba}$$

$$\theta a = -\theta a1 + \theta a2$$

$$\theta b = +\theta b1 - \theta b2$$

โดยวิธี Slope - Deflection จะได้ว่า

$$M_{ab} = M_{fab} + \frac{2EI_c}{L}\left[-K_{aa}\,\theta_a - K_{ab}\,\theta b + (K_{aa} + K_{ab})\,R\right]$$

$$M_{ba} = M_{fba} + \frac{2EI_c}{L}\left[-K_{bb}\,\theta_b - K_{ab}\,\theta_a + (K_{bb} + K_{ab})\,R\right]$$

เมื่อ $K_{aa} = + \dfrac{C_3}{2(C_1 C_3 - C_2^2)}$

$K_{ab} = + \dfrac{C_2}{2(C_1C_3 - C_2^2)}$

$K_{bb} = + \dfrac{C_1}{2(C_1C_3 - C_2^2)}$

โดยที่ $C_1 = \dfrac{1}{L^3}\displaystyle\int_0^L \frac{(L-x)^2}{nx}\,dx$

$C_2 = \dfrac{1}{L^3}\displaystyle\int_0^L \frac{x(L-x)}{nx}\,dx$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$C_3 = \frac{1}{L^3} \int_0^L \frac{(x)^2}{nx}\, dx$$

Carry Over Factor

$$C_{ab} = \frac{K_{ab}}{K_{aa}} = \frac{C_2}{C_3}$$

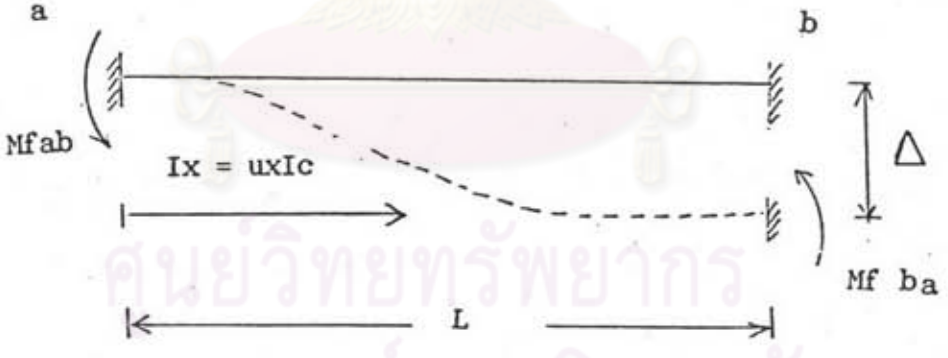
$$C_{ba} = \frac{K_{ab}}{K_{bb}} = \frac{C_2}{C_1}$$

Stiffness Factor

$$S_a = \frac{2EI_c}{L} \cdot K_{aa}$$

$$S_b = \frac{2EI_c}{L} \cdot K_{bb}$$

ในกรณีที่มีการทรุดตัวของจุดรองรับ ดังแสดงตามรูปที่ 3.5



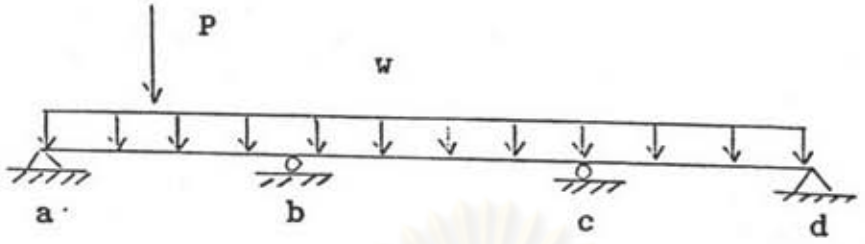
รูปที่ 3.5 แสดงการทรุดตัวของคาน

$$Mf_{ab} = \frac{2EI_c}{L} (K_{aa} + K_{ab}) R$$

$$Mf_{ba} = \frac{2EI_c}{L} (K_{bb} + K_{ab}) R$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

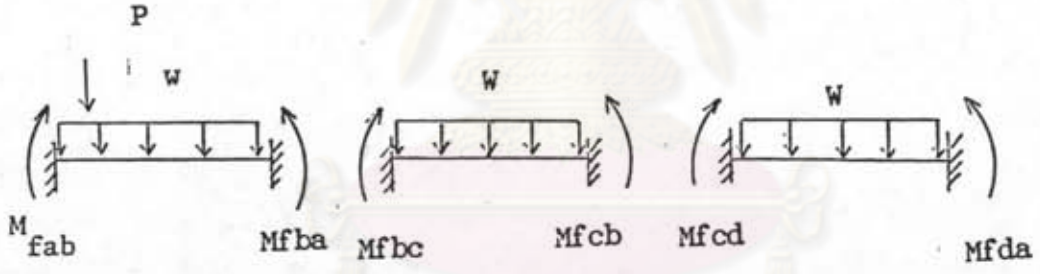
สรุปขั้นตอนการวิเคราะห์โครงสร้างด้วยวิธี Moment Distribution. พิจารณาจากรูปที่ 3.6 ในการวิเคราะห์ (5)



รูปที่ 3.6 แสดงรูปแบบของน้ำหนักกระทำต่อคาน

1. เปรียบเทียบค่า Stiffness Factor (k) ของชิ้นส่วนต่าง ๆ ในโครงสร้าง เพื่อหาค่า Distribution Factor ของข้อต่อต่าง ๆ ในโครงสร้าง

2. หาค่า Fixed - End Moment ของแต่ละชิ้นส่วน ตามรูปที่ 3.7



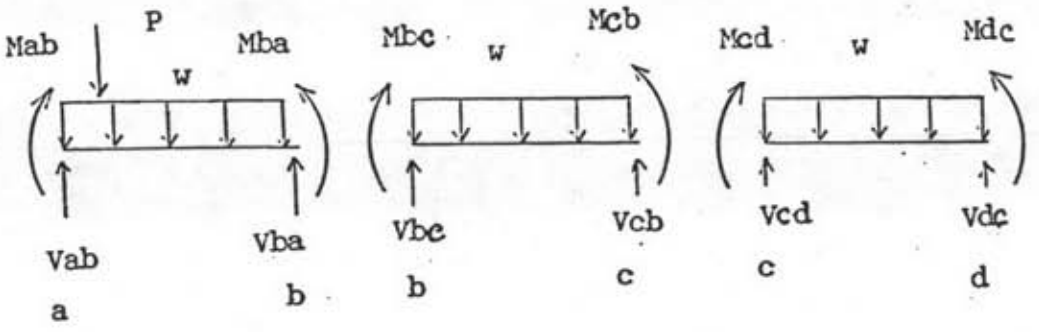
รูปที่ 3.7 แสดงการแบ่งแยกชิ้นส่วนของคาน

3. หาค่าแรงดัดไม่สมดุลย์ในแต่ละจุดต่อ แล้วกระจายแรงดัดออกไปชิ้นอยู่กับค่าของ Distribution Factor แรงดัดที่กระจายออกไปนี้เรียกว่า Distribution Moment

4. ถ่าย Distribution Moment ไปยังอีกปลายข้างหนึ่งของชิ้นส่วนโดยใช้ตามค่า Carry-Over Factor ซึ่งแรงดัดที่ถ่ายไปนี้เรียกว่า Carry-Over Moment

5. เริ่มทำจุดอื่น ๆ ตามข้อ 3 และ 4 ใหม่ เพื่อให้จุดต่าง ๆ ในโครงสร้างมีค่าแรงดัดไม่สมดุลย์ใกล้ศูนย์

6. จากข้อ 1 ถึงข้อ 5 จะทำให้ได้ค่าแรงตามรูป 3.8



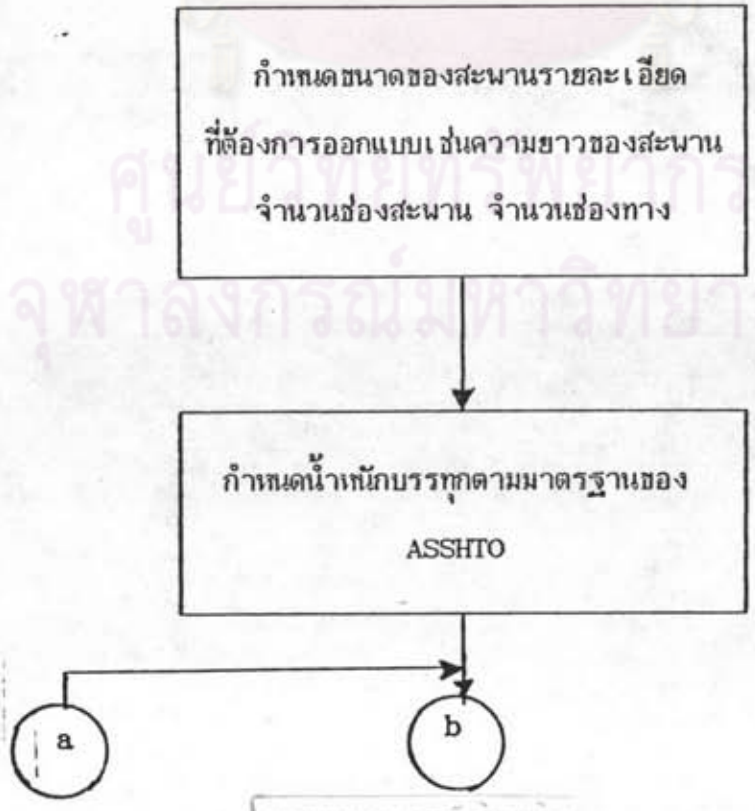
รูปที่ 3.8 แสดงผลของการคิดค่าแรงดัด

7. จากรูปที่ 3.8 ดังกล่าวจะสามารถหาค่า Moment และ Shear ที่ระยะใด ๆ ช่วง ab, bc , cd สามารถสร้าง Moment Diagram และ Shear Diagram

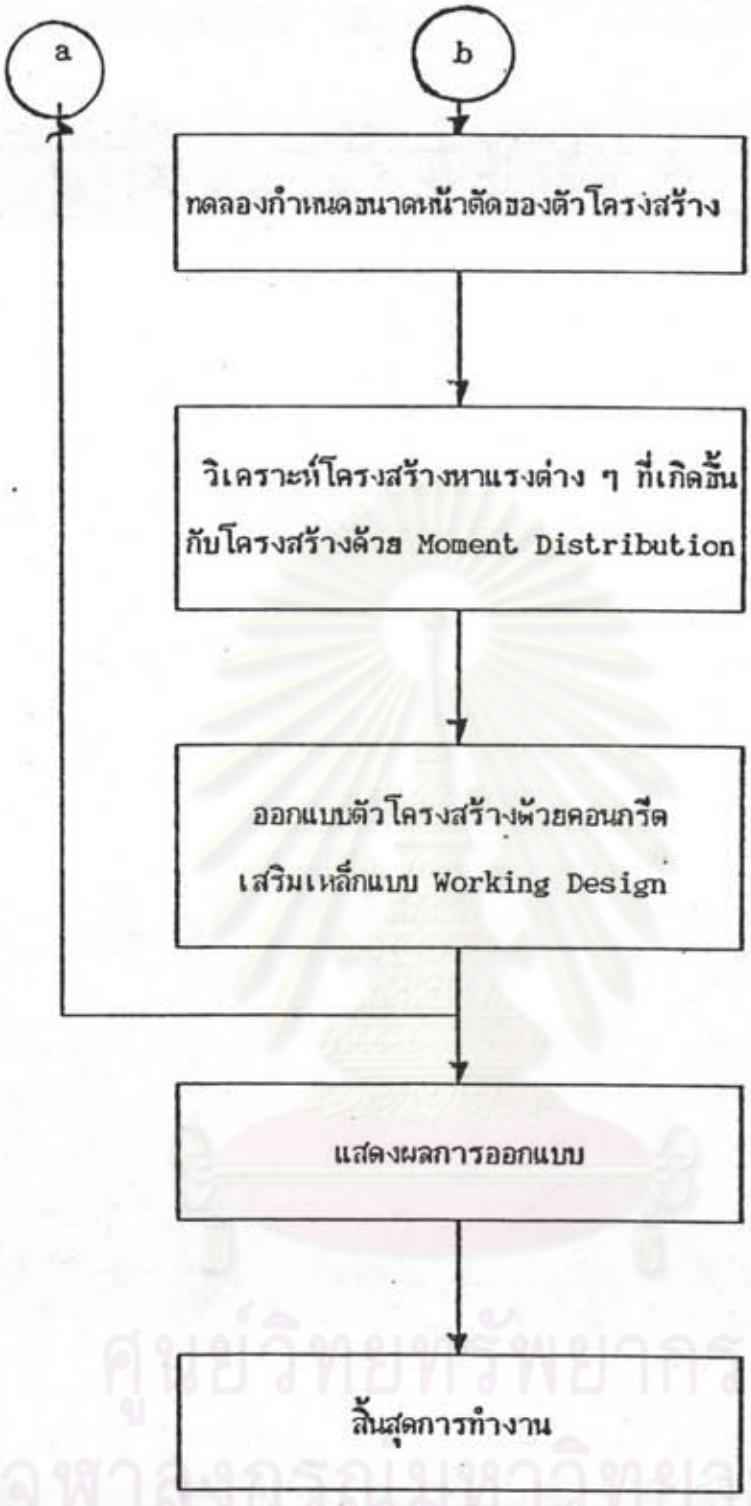
8. ทำตามขั้นตอนที่ข้อ 1 ถึงข้อ 7 แต่ให้ เคลื่อนที่ไปเป็นระยะต่าง ๆ บนแต่ละช่วงของ ab, bc , cd คล้ายกับการเคลื่อนที่ของรถยนต์ คำนวณหาค่า Moment และ Shear

9. จากการทำในข้อ 8 จะได้ค่าระยะที่น้ำหนัก P กระทำแล้ว ทำให้เกิด Maximum Moment และ Maximum Shear ซึ่งจะนำค่านี้ไปใช้ในการออกแบบต่าไป

<u>แผนผังแสดงการทำงานออกแบบ</u>



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย