

## บรรณานุกรม

1. Silvester, P.P., and Chari, M.V.K., Finite Elements in Electrical and Magnetic Field Problems, John Wiley & Sons, New York, 1980.
2. Silvester, P.P., and Ferrari, R.L., Finite Elements for Electrical Engineers, Cambridge University Press, Cambridge, 1983.
3. Sangkasaad Samruay., "Dielectric Strength of Compressed SF<sub>6</sub> in Nonuniform Field," Doctor of Technical Sciences Dissertation, Swiss Federal Institute of Technology, Zuerich, 1976.
4. Kuffel, E., and Zaengl, W.S., High-Voltage Engineering, Pergamon Press, New York, 1984.
5. มงคล เคชนครินทร์ (ผู้แปล), ความรู้เบื้องต้นเกี่ยวกับคลื่นไฟฟ้า, จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, พิมพ์ครั้งที่ 3, 2526.
6. Bradshaw, Martin D., and Byatt, William J., Introductory Engineering Field Theory, Prentice-Hall INC., New Jersey, 1967.
7. Martin, Harold C., and Carey, Graham F., Introduction to Finite Element Analysis, McGraw-Hill Book Co., New York, 1967.

8. Hald, A., Statistical Theory with Engineering Applications, John Wiley & Sons, Japan, 1952.
9. สำรวย สังข์สะอาด, วิศวกรรมไฟฟ้าแรงสูง, ภาควิชาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, กรุงเทพฯ, 2528.
10. Okubo, H., Honda, M., and Menju, S., "Calculation Error and the Field Discretisation of Finite Element Method," Third International Symposium on High Voltage Engineering, pp. 1-4, Milan, 1979.
11. George, Alan, "An Automatic One-Way Dissection Algorithm for Irregular Finite Element Problems," SIAM J. NUMER. ANAL., (December 1980), pp. 740-751
12. Barron, Terry, and Diehr, George, "Sorting Algorithms for Microcomputers," BYTE, (May 1983), pp. 482-490
13. Weiss, Alexander Von, Matrix Analysis for Electrical Engineers, D Van Nostrand Company, Inc., New Jersey, 1964.
14. Hayt, William H., Jr., Engineering Electromagnetics, McGraw-Hill KUGAKUSHA Ltd., Tokyo, 1974.

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

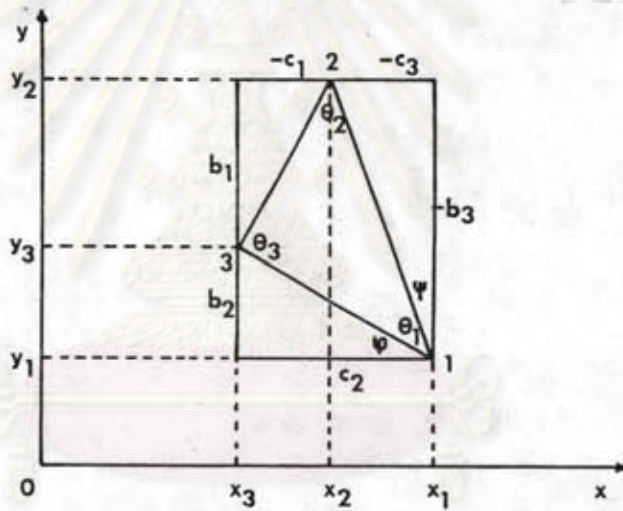
ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



## ภาคผนวก ก

## เอกลักษณ์ของโคแทนเจนต์

สมมติว่ามีสามเหลี่ยมที่ถูกล้อมรอบด้วยสี่เหลี่ยมซึ่งมีด้านวางในระบบแกนพิกัดเชิงสี่เหลี่ยมผืนผ้าดังแสดงในรูปที่ ก. 1



รูปที่ ก. 1 การวางสามเหลี่ยมในระบบแกนพิกัดเชิงสี่เหลี่ยมผืนผ้า

จะเห็นว่าจุดยอดของสามเหลี่ยมแบ่งด้านของรูปสี่เหลี่ยมออกเป็นสองส่วน คือ

$$b_i = y_{i+1} - y_{i-1} \quad (\text{ก. 1})$$

$$c_i = x_{i-1} - x_{i+1} \quad (\text{ก. 2})$$

ดังนั้น

$$\begin{aligned}
 \cot \theta_x &= \cot(\pi/2 - \varphi - \psi) \\
 &= (\tan \varphi + \tan \psi) / (1 - \tan \varphi \tan \psi) \\
 &= -(b_2 b_3 + c_2 c_3) / (c_3 b_2 - c_2 b_3) \\
 &= -(b_2 b_3 + c_2 c_3) / 2A \qquad (ก.3)
 \end{aligned}$$

เมื่อ A คือ พื้นที่ของสามเหลี่ยม

ซึ่งจะเห็นว่าสมการที่ (ก.3) ก็คือผลลัพธ์ของสมการที่ (2.8.5)

เมื่อ  $k = 1$  นั้นเอง

สำหรับสมการที่ (2.8.6) นั้นจะได้จากการบวกค่า  $\cot \theta_x$  ในสมการที่ (2.8.5) สองค่าเข้าด้วยกัน

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ข

## การอินทิเกรตในระบบแกนพิกัดซิมเพลกซ์

ในการหาสมาชิกของเมตริกซ์  $Q$  นั้น จะต้องมีการหาค่าของอินทิกรัล  $I(i, j, k)$  คือ

$$I(i, j, k) = \int \zeta_1^i \zeta_2^j \zeta_3^k d\Omega / \Omega \quad (\text{ข.1})$$

เนื่องจากการอินทิเกรตพื้นที่ที่สามารถเขียนในระบบแกนพิกัดใดก็ได้ ด้วยการใช้ Jacobian of Coordinate Transformation ซึ่งสำหรับการเปลี่ยนระบบแกนพิกัดเชิงสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$$d\zeta_1 d\zeta_2 = \left( \frac{\partial(\zeta_1, \zeta_2)}{\partial(x, y)} \right) dx dy \quad (\text{ข.2})$$

และเนื่องจาก

$$\zeta_1 = (a_1 + b_1 x + c_1 y) / 2A$$

$$\zeta_2 = (a_2 + b_2 x + c_2 y) / 2A$$

ดังนั้น

$$\frac{\partial(\zeta_1, \zeta_2)}{\partial(x, y)} = (1/2A) \cdot \begin{bmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{bmatrix} = 1/(2A) \quad (\text{ข.3})$$

แทนสมการที่ (ข.3) ลงในสมการที่ (ข.2) จะพบว่า

$$d\zeta_1 d\zeta_2 = (dxdy)/(2A) \quad (\text{ข.4})$$

หรือ

$$d\Omega/\Omega = (dxdy)/A = 2d\zeta_1 d\zeta_2 \quad (\text{ข.5})$$

แทนค่าลงในสมการที่ (ข.1) จะได้

$$I(i, j, k) = 2 \int_0^1 \int_0^{1-\zeta_1} \zeta_1^i \zeta_2^j (1-\zeta_1-\zeta_2)^k d\zeta_2 d\zeta_1 \quad (\text{ข.6})$$

อินทิเกรตแยกส่วนจะได้

$$\begin{aligned} I(i, j, k) &= (2k/(j+1)) \int_0^1 \int_0^{1-\zeta_1} \zeta_1^i \zeta_2^{j+1} (1-\zeta_1-\zeta_2)^{k-1} d\zeta_2 d\zeta_1 \\ &= (k/j+1) \cdot I(i, j+1, k-1) \end{aligned}$$

เมื่ออินทิเกรตจนกระทั่ง  $k = 0$  จะพบว่า

$$I(i, j, k) = (j!k!) / (j+k)! \cdot I(i, j+k, 0)$$

และเมื่ออินทิเกรตจนกระทั่ง  $i = 0$  จะพบว่า

$$I(i, j, k) = (i!j!k!) / (i+j+k)! \cdot I(0, i+j+k, 0) \quad (\text{ข.7})$$

เทอมของอินทิกรัล  $I(0, i+j+k, 0)$  สามารถอินทิเกรตได้โดยตรง  
ด้วยการใช้สมการที่ (ข.6) ผลที่ได้จะทำให้สมการที่ (ข.7) เปลี่ยนไปเป็น

$$I(i, j, k) = i!j!k!2! / (i+j+k+2)! \quad (\text{ข.8})$$

## ภาคผนวก ค

## วิธีถดถอยแบบเชิงเส้นเมื่อมีตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียว

ในการวิเคราะห์วิธีถดถอยแบบเชิงเส้นเมื่อมีตัวแปรอิสระเพียงตัวเดียว เราจะกำหนดให้  $x$  เป็นตัวแปรอิสระ และ  $y$  เป็นตัวแปรตาม โดยตั้งสมมติฐานว่า [8]

ก. ค่า  $x$  และ  $y$  ที่สัมพันธ์กันจะกระจายอย่างปรกติ

ข. ค่าเฉลี่ยของ  $y_i$  (คือ  $\bar{y}_i$ ) ต้องเป็นฟังก์ชันของ  $x_i$  (ในกรณีที่แต่ละจุดของ  $x_i$  มี  $y_i$  แปรตามเพียงตัวเดียว ค่า  $y_i$  จะเท่ากับ  $\bar{y}_i$ ) คือ

$$\bar{y}_i = f(x_i) = f(x_i; \alpha, \beta) \quad (\text{ค.1})$$

ซึ่งต้องเป็นฟังก์ชันที่ทราบล่วงหน้าและเป็นเชิงเส้น เช่น

$$\bar{y} = f(x) = \alpha + \beta x \quad (\text{ค.2})$$

ค. ความแปรปรวน (Variance) ต้องคงที่หรือเป็นสัดส่วนกับ  $f(x)$

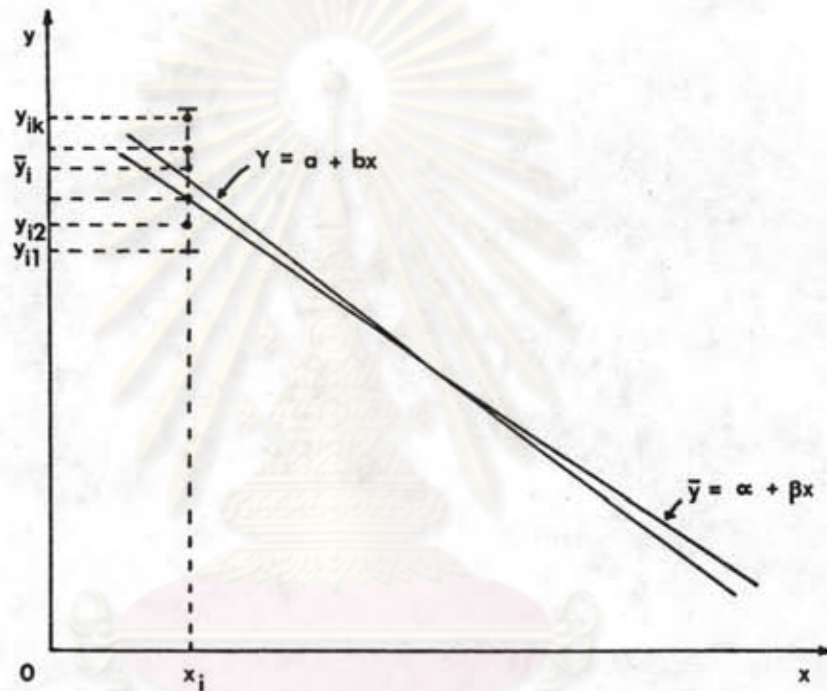
ผลของการวิเคราะห์จะทำให้ทราบค่า  $\alpha$ ,  $\beta$ , และค่าความแปรปรวน ซึ่งค่า  $\alpha$  และ  $\beta$  จะประมาณได้ดีที่สุดด้วยการใช้วิธี Least square คือ

$$\sum_{i=1}^n (\bar{y}_i - f(x_i; \alpha, \beta))^2 = \min. \quad (\text{ค.3})$$



การหาค่า  $\alpha$  และ  $\beta$  ที่จะแสดงต่อไปนี้ จะเป็นค่าที่เกิดจากความสัมพันธ์ของตัวแปรอิสระ  $x_i$  กับตัวแปรตาม  $y_i$  เพียงตัวเดียว ( $\bar{y}_i = y_i$ ) โดยจะสมมติว่ามีฟังก์ชันที่สามารถแทนความสัมพันธ์ของค่า  $x$  และ  $y$  ดังแสดงในรูปที่ ค.1 คือ

$$Y = a + bx \quad (\text{ค.4})$$



รูปที่ ค.3 รูปแสดงความสัมพันธ์ระหว่างสมการจริงและสมการสมมุติ

แทนสมการที่ (ค.4) ลงในสมการที่ (ค.3) จะได้

$$\min. = \sum_{i=1}^n (y_i - Y_i)^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - a - bx_i)^2 \quad (\text{ค.5})$$

หาอนุพันธ์เทียบกับ  $a$  และ  $b$  จะได้

$$\sum_{i=1}^n (a + bx_i - y_i) = 0 \quad (\text{ค.6})$$

และ

$$\sum_{i=1}^n (ax_i + bx_i^2 - x_i y_i) = 0 \quad (\text{ค.7})$$

จากสมการที่ (ค.6) เราสามารถหาค่า  $a$  ได้เป็น

$$a = \left( \sum_{i=1}^n y_i - b \sum_{i=1}^n x_i \right) / n = \alpha \quad (\text{ค.8})$$

แทนสมการที่ (ค.8) ลงในสมการที่ (ค.7) จะสามารถหาค่า  $b$  ได้เป็น

$$b = \left( n \sum_{i=1}^n x_i y_i - \sum_{i=1}^n x_i \sum_{i=1}^n y_i \right) / \left( n \sum_{i=1}^n x_i^2 - \left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \right) = \beta \quad (\text{ค.9})$$

เนื่องจากสมการที่เราสนใจจะอยู่ในรูปของ

$$E = Ax^B$$

เราสามารถหาค่า  $A$  และ  $B$  ได้ด้วยการเปลี่ยนสมการให้อยู่ในรูปของลอการิทึมธรรมชาติ คือ

$$\ln E = \ln A + B \ln x \quad (\text{ค.10})$$

สมการที่ (ค.10) จะอยู่ในรูปของสมการที่ (ค.2) กล่าวคือ

$$y = \ln B$$

$$\alpha = \ln A$$

$$\beta = B$$

$$x = \ln x$$

ดังนั้นค่า A และ B จึงสามารถหาได้จากสมการที่ (ค.8) และ (ค.9)  
คือ  $A = e^\alpha$  และ  $B = \beta$



ศูนย์วิทยาศาสตร์สุขภาพ  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก ง

สมการที่ใช้คำนวณแรงดันเริ่มต้นของก๊าซในสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอเล็กน้อย

จากเงื่อนไขการเบรคควาน์ของทาวน์เซนด์ในสนามไฟฟ้าสม่ำเสมอ

[9] คือ

$$\delta(e^{\alpha d} - 1) = 1 \quad (ง.1)$$

เมื่อ

- $\alpha$  = ลัมประสิทธิ์การไอออไนซ์ประสิทธิผลเริ่มต้นของทาวน์เซนด์
- $\delta$  = ลัมประสิทธิ์การไอออไนซ์ขั้นที่ 2 ของทาวน์เซนด์
- $d$  = ระยะแกป

ซึ่งสมการที่ (ง.1) สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\alpha d = \ln(1/\delta + 1) = K = 8-10 \quad (ง.2)$$

เนื่องจากกลไกการเบรคควาน์ตามทฤษฎีของทาวน์เซนด์ไม่เป็นจริงในทุกกรณี โดยเฉพาะอย่างยิ่งเมื่อเกี่ยวกับเวลาที่ใช้ในการก่อตัวของอะวาลานซ์ที่ทำให้เกิดคัสคาไรต์ประทังตัวเองอยู่ได้ในก๊าซที่มีความดัน และยังไม่สามารถอธิบายผลของประจุค้างที่อยู่เบื้องหลังของอิเล็กตรอนอะวาลานซ์ก่อนๆ ได้ Reather และ Meek จึงได้เสนอทฤษฎีสตรีมเมอร์ (Streamer theory) [4] เพื่อใช้อธิบายการเกิดเบรคควาน์ในก๊าซไว้ว่า " เมื่อขนาดของอิเล็กตรอนอะวาลานซ์ในแกปถึงจุดวิกฤติ ผลรวมของสนามไฟฟ้าจากประจุค้าง (Space charge field) กับสนามไฟฟ้าจากภายนอก จะทำให้อนุภาคก๊าซในส่วนหัวของอะวาลานซ์ถูกกระตุ่นและแตกตัวเป็นไอออนเพิ่มขึ้นอย่างรวดเร็ว

โฟตอนที่เกิดขึ้นจากการรวมตัวระหว่างไอออนบวกกับอิเล็กตรอนจะสร้างอิเล็กตรอนขึ้นที่สองด้วยกระบวนการโฟโตไอออไนเซชันภายใต้อิทธิพลของสนามไฟฟ้าในแก๊ส อิเล็กตรอนขึ้นที่สองจะก่อให้เกิดอะวาลานซ์ขึ้นที่สอง เนื่องจากโฟตอนมีความเร็วเท่ากับแสง การเบรคดาวน์ข้ามแก๊สจึงเกิดขึ้นอย่างรวดเร็ว "

Reather ยังได้เสนอเงื่อนไขของการเกิดสตริมเมอร์เบรคดาวน์ไว้ว่า " สตริมเมอร์เบรคดาวน์จะเกิดขึ้นเมื่ออะวาลานซ์ของอิเล็กตรอนหรือไอออนที่เกิดจากการชนตามทฤษฎีของทาวน์เซนด์มีประจุประมาณ  $10^{10}$  โดยไม่ขึ้นกับชนิดความดันแก๊ส และขีดความไม่สม่ำเสมอของสนามไฟฟ้า"

ดังนั้นสมการที่ (ง.2) สำหรับเงื่อนไขการเกิดเบรคดาวน์แบบสตริมเมอร์จึงสามารถเขียนได้เป็น

$$\bar{\alpha}d = \bar{\alpha}x_c = K = 1n 10^{10} \approx 18-20 \quad (ง.3)$$

ในกรณีของสนามไฟฟ้าไม่สม่ำเสมอ ค่า  $\bar{\alpha}$  จะขึ้นอยู่กับความเครียดสนามไฟฟ้าซึ่งมีค่าไม่คงที่ตลอดแก๊ส และขึ้นอยู่กับความดันแก๊ส ดังนั้นสมการที่ (ง.3) ที่ใช้คำนวณหาแรงดันเริ่มต้นจะได้รับการอินทิเกรตไปตามแนวเส้นความเครียดสนามไฟฟ้าที่มีค่าสูงสุด และมีขอบเขตของการอินทิเกรตเท่ากับระยะอะวาลานซ์วิกฤติ  $x_c$  คือ

$$\int_0^{x_c} \bar{\alpha}(E(x), p) dx = K \quad (ง.4)$$

ศูนย์วิจัยกสิกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ภาคผนวก จ

## pseudo code ของโปรแกรมในบทที่ 4

```

Subprogram CONFIGURATION :
Get data from keyboard ( $R_i, R_o$ )
  if exceed limit
    give error message
    re-get data
  endif
Initialize system variables (NP,NE,IS)
Draw configuration
While I < NP
  calculate coordinate of node I, store in X(I),Y(I)
  if node I locate on boundary
    assign voltage, store in POT(I)
    assign boundary check, store in CX(I)
  endif
endwhile
While I < NE
  while vertice of element < 3
    assign node No. to vertice of element I,RE(I,vertice)
  endwhile
endwhile
(end of subprogram)

```

List 1. psedocode of subprogram CONFIGURATION

```

Subprogram FINE :
Calculate next stage subdivision (NPn+1, NEn+1, ISn+1)
While NPn+1 < 780 or NEn+1 < 1410
  While I < NE
    While side of element No. I < 3
      if that side locate on arc
        divide by angle and radius
      endif
      if that side not locate on arc
        divide by coordinate of two end point
      endif
      if new node isn't repeat node
        assign new node number
        if new node is on boundary
          assign potential, POT(new node number)
          assign boundary check, CX(new node number)
        endif
      endif
    endwhile
    cancel node relation of element I
    assign node relation of new 4 element, RE( , )
  endwhile
  if the last assign node number <> NPn+1
    give error message
    STOP program
  endif
  assign NPn = NPn+1, NEn = NEn+1, ISn = ISn+1
  calculate next stage subdivision
endwhile
(end of subprogram)

```

List 2. pseudo code of subprogram FINE

```

Subprogram NODE SORT :
Renumber first element
  while I < NE
    if first vertice of element I = 1
      store I in T0
      store second vertice in m
      store third vertice in n
      set I=NE+1
    endif
  endwhile
  set second vertice of element T0 = 2
  set third vertice of element T0 = 3
  swap X(2) <=> X(m); Y(2) <=> Y(m)
  swap X(3) <=> X(n); Y(3) <=> Y(n)
  swap POT(2) <=> POT(m); POT(3) <=> POT(n)
  swap CX(2) <=> CX(m); CX(3) <=> CX(n)
  while vertice < 3
    swap RE(1,vertice) <=> RE(T0,vertice)
  endwhile
  store 2 and 3 in matrix T
  set LNODE=1; NNODE=0; START=2; INDEX=2; NUMBER=3
  clear matrix S
  while I < NE
    while vertice of element I = 3
      if RE(I,vertice) = m or n or 2 or 3
        RE(I,vertice) = 2 or 3 or m or n
      endif
    endwhile
  endwhile
end renumber first element

```

List 3. pseudo code of subprogram NODE SORT



```

While not renumber every node
  while II < LNODE
    while START < I < NE
      while J < 3
        if RE(I,J) = T(II)
          while K < NNODE
            if RE(I,J+1) <> S(K)
              S(NNODE+1) = RE(I,J+1)
            endif
          endwhile
          increase NNODE
          while K < NNODE
            if RE(I,J-1) <> S(K)
              S(NNODE+1) = RE(I,J-1)
            endif
          endwhile
          increase NNODE
          set J = 4
        endif
      endwhile
    endwhile
  endwhile
  sort matrix S by Y-coordinate from min. to max.
  while I < NNODE
    increase NUMBER
    swap X(NUMBER) <=> X(S(I)); Y(NUMBER) <=> Y(S(I))
    swap POT(NUMBER) <=> POT(S(I)); CX(NUMBER) <=> CX(S(I))
  endwhile

```

List 3. pseudo code of subprogram NODE SORT (cont.)

```

while START < J < NE
  while vertice of element J < 3
    if RE(J,vertice) = S(I) or NUMBER
      RE(J,vertice) = NUMBER or S(I)
    endif
  endwhile
endwhile
set T(I) = S(I)
endwhile
set LNODE = NNODE; NNODE = 0
clear matrix S
while START < I < NE
  if all vertice of element I < NUMBER
    swap all vertice of element INDEX <=> element I
  endif
  increase INDEX
endwhile
set START = INDEX
endwhile
While I < NE
  sort element I until vertice 1 of element I
  contain min. node No.
endwhile
Sort every element by vertice 1 from
min. node No. to max. node No.
Store matrix RE in STD. RE file on disk
Store matrix POT and CX in STD. POT-CX file on disk
Store matrix X and Y in STD. X-Y file on disk
(end of subprogram)

```

List 3. pseudo code of subprogram NODE SORT (cont.)

```
Subprogram NODE COMPARE :  
Read STD. X-Y file from disk to matrix X and Y  
Read X-Y file on disk to matrix X1 and Y1  
While I < NP  
  while J < NP  
    if coordinate of X,Y(I) = coordinate of X1,Y1(J)  
      store I in element J of matrix NODE CHANGE  
      set J = NP+1  
    endif  
  endwhile  
endwhile  
Store matrix NODE CHANGE in NODE CHANGE file on disk  
(end of subprogram)
```



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

List 4. pseudo code of subprogram NODE COMPARE

```
Subprogram NODE CONVERT ;  
Read NODE CHANGE file from disk to matrix A  
While J < NP  
    set elmmnt J of aux. matrix = coordinate of node A(J)  
endwhile  
While I < NP  
    set coordinate of node I = element I of auxillary matrix  
endwhile  
Read STD. RE file from disk to matrix RE  
Read STD. POT-CX from disk to matrix POT and CX  
(end of subprogram)
```



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

List 5. pseudo code of subprogram NODE CONVERT

```
Subprogram STAMP ;
Calculate bandwidth, BW
Read Q file from disk to matrix Q
While I < NP step 10
  clear matrix S
  while J < NE
    if all vertice of element J < I
      endwhile
    endif
    if vertice 1 of element J > I+10
      J = NE + 1
      endwhile
    endif
    calculate element of Dirichlet matrix, store in matrix S
    calculate righthand side, store in matrix RT
  endwhile
  store 10 row of matrix S in S file on disk
endwhile
Store matrix X and Y in DATA file on disk
(end of subprogram)
```

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```

Subprogram SOLVE :
Read S file from disk only first BW row to matrix S
Calculate first BW row of matrix L, store in matrix S
Calculate first BW element of matrix Z, store in matrix RT
Store matrix S in S file on disk
Push-up matrix S one row
While BW+1 < I < NP
    read S file from disk only next row to last row of matrix S
    calculate row I of matrix L, store in last row of matrix S
    calculate element I of matrix Z, store in matrix RT
    store last row of matrix S in S file on disk
    push-up S matrix one row
endwhile
Calculate element NP of matrix POT
Push-down matrix S one row
While NP-1 > I > 1
    read S file from disk only next row to 1st row of matrix S
    calculate element I of matrix POT
    push-down matrix S one row
endwhile
Store matrix POT in DATA file on disk
(end of subprogram)

```

Subprogram CHECK RESULT :

Read DATA file from disk to matrix X, Y, and POT

While  $I < NP$

    calculate pot. of node I from analytical function,  $RT(I)$

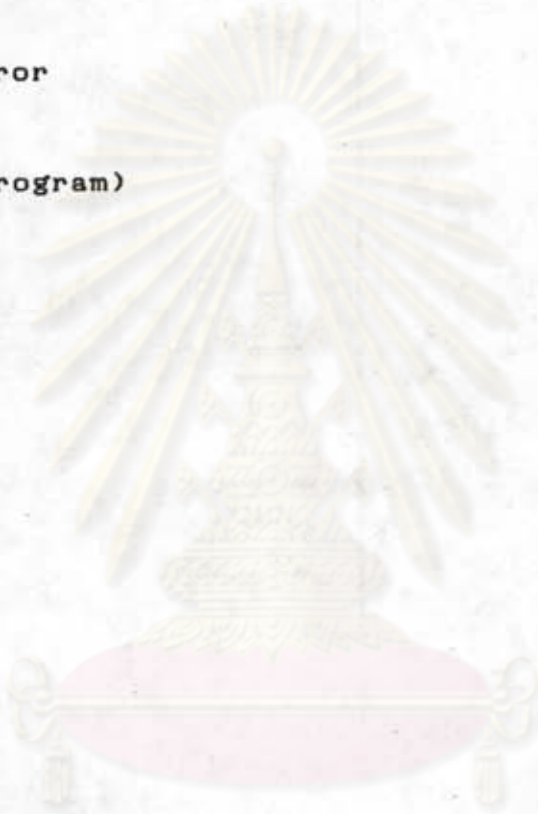
    calculate error of  $POT(I)$  in % by compare with  $RT(I)$

endwhile

Find max. error

Print result

(end of subprogram)



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```

Subprogram EQUI-POTENTIAL :
Read DATA file from disk to matrix X, Y, and POT
Clear matrix F
While I < 100
  while J < NP
    if potential of node J = I
      increase amount of point in equi-pot. line I, F(I)
    endif
  endwhile
endwhile
Set INDEX = 0
While I < 100
  if amount of point in equi-potential line I > 5
    increase INDEX
    store potential of that line in C(INDEX)
  endif
endwhile
While 10 < I < 90 step 10
  while J < INDEX
    if equi-potential line C(INDEX) closet to line I
      plot that line on monitor
    endwhile
  endif
endwhile
endwhile
(end of subprogram)

```



```

Subprogram FIELD HISTROGRAM :
While I < NP
  if potential of node I = C(I)
    store coordinate of node I in matrix F
  endif
endwhile
Sort matrix F from min. to max.
Draw configuration on monitor
While 2 < I < INDEX
  while J < NP
    if potential of node J = C(I)
      store coordinate of node J in matrix G
    endif
  endwhile
  sort matrix G from min. to max.
  while J < min. between amount of element in matrix G and F
    set L = 0
    while K < max. between amount of element in matrix G and F
      if distance between point J and K is min.
        increase L
        calculate electric field strength, E(L)
        store distance in D(L)
      endif
    endwhile
    plot that line on monitor
  endwhile
endwhile

```

```

while J < L
  if E(J) = max. electric field strength
    set H(I-1) = E(J); Z(I-1) = D(J)
  endif
endwhile
set matrix F = matrix G
set amount of element in F = amount of element in G
clear matrix G
endwhile
Set INDEX = INDEX - 1
Fit curve  $E = Ax^B$  to data pair, (H(x),Z(x))
Store constant of equation in A and B
Calculat error of appx. eq. in % by compare with
analytic function
Print result
(end of subprogram)

```

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

```

Subprogram STARTING VOLTAGE :
Get media from keyboard (SFe or AIR)
Initialize system variables of selected media
    (K/C, a, b, (E/p)e)
Get initial voltage from keyboard, START
Get increase rate of voltage from keyboard, MULTIPLIER
While .2 < p.Ri < 100, increase by logarithmic step
    calculate Em/p from START, store in EMAX
    if EMAX < (E/p)e
        multiply START by MULTIPLIER
        go back to calculate Em/p
    endif
MARK = 0
while error of AREA > 0.1%
    calculate Em/p from START, store in EMAX
    calculate xe
    if xe > Re
        SKIP to next p.Ri step
    endif
    find AREA by integrate the eq. of selected media
    if AREA > K/(p.C) and MARK = 1
        set UPPER = START ; START = (UPPER+LOWER)/2
        go back to calculate Em/p
    endif
    if AREA < K/(p.C) and MARK = 1
        set LOWER = START ; START = (UPPER+LOWER)/2
        go back to calculate Em/p
    endif
endif

```

List 11. pseudo code of subprogram STARTING VOLTAGE

```

if AREA < K/(p.C)
    multiply START by MULTIPLIER
    go back to calculate  $E_m/p$ 
endif
set MARK = 1
set UPPER = START ; LOWER = START/MULTIPLIER
set START = (UPPER+LOWER)/2
go back to calculate  $E_m/p$ 
endwhile
calculate result from integration
calculate result from analytical function
cal. error of result in %, compare with ana. func.
print result from integration
print result from analytical function
print error
endwhile
Store result in RESULT file on disk
(end of subprogram)

```

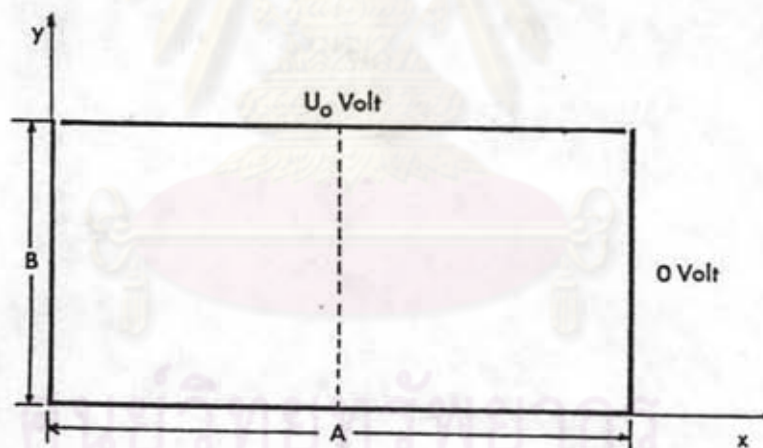


## ภาคผนวก ฉ

สมการคณิตศาสตร์วิเคราะห์ของศักย์ไฟฟ้าที่ใช้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณ

ฉ.1 ศักย์ไฟฟ้าของปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

ปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้าที่ใช้เปรียบเทียบกับผลการคำนวณศักย์ไฟฟ้าด้วยวิธีไฟไนต์อีเลเมนต์ แสดงในรูปที่ ฉ.1



รูปที่ ฉ.1 รูปแสดงปัญหาเงื่อนไขขอบเขตแบบภาคตัดขวางสี่เหลี่ยมผืนผ้า

และมีเงื่อนไขที่ขอบเขต คือ

- ก.  $U=0$  ที่  $y=0$ ;  $x=0$ ; และ  $x=A$   
 ข.  $U=U_0$  ที่  $y=B$

สมการที่เข้ากับเงื่อนไขขอบเขตในข้อ ก. สามารถเขียนได้เป็น [14]

$$U = U_1 \cdot \sinh(m\pi y/A) \cdot \sin(m\pi x/A) \quad (๑.๑.๑)$$

ซึ่งจะเห็นว่าสมการที่ (๑.๑.๑) เป็นศูนย์ตามเงื่อนไขข้อ ก. โดยไม่ขึ้นกับค่าของ  $m$  และ  $U_1$

สำหรับเงื่อนไขขอบเขตในข้อ ข. เราสามารถหาได้จากการรวมยอดของสมการที่ (๑.๑.๑) จนถึงอนันต์ คือ

$$U = \sum_{m=1}^{\infty} U_{1m} \cdot \sinh(m\pi y/A) \cdot \sin(m\pi x/A) \quad (๑.๑.๒)$$

โดย  $U_{1m}$  จะมีค่าแตกต่างกันไปตามค่า  $m$  เมื่อแทนค่าของเงื่อนไขขอบเขตในข้อ ข. ลงในสมการที่ (๑.๑.๒) จะได้

$$\begin{aligned} U_0 &= \sum_{m=1}^{\infty} U_{1m} \cdot \sinh(m\pi B/A) \cdot \sin(m\pi x/A) \\ &= \sum_{m=1}^{\infty} c_m \cdot \sin(m\pi x/A), (A > x > 0) \end{aligned} \quad (๑.๑.๓)$$

สมการที่ (๑.๑.๓) ข้างบนนี้จะอยู่ในรูปอนุกรมไซน์ของฟูรีเยร์ (Fourier sine series) โดยที่ค่าสัมประสิทธิ์  $c_m$  สามารถคำนวณได้จากอนุกรมฟูรีเยร์ หากเราแทน  $U_0$  ด้วยฟังก์ชันรายชื่อของ  $x$

เนื่องจากปัญหาเงื่อนไขขอบเขตในรูปที่ ๑.๑ มีสนามไฟฟ้าที่เราสนใจเฉพาะในช่วง  $A > x > 0$  ดังนั้นเราจึงสามารถกำหนดให้ศักย์ที่อยู่นอกสนามไฟฟ้าที่เราสนใจมีค่าเป็นเท่าใดก็ได้ และเราจะกำหนดให้

$$U = U_0 \quad (A > x > 0)$$

$$U = -U_0 \quad (2A > x > A)$$

ค่า  $c_m$  ในสมการที่ (ฉ.1.3) จึงสามารถหาได้จาก

$$\begin{aligned} c_m &= \left[ \int_0^A U_0 \cdot \sin(m\pi x/A) dx + \int_A^{2A} (-U_0) \cdot \sin(m\pi x/A) dx \right] / A \\ &= 4 \cdot U_0 / (m \cdot \pi) \quad , m \text{ เป็นเลขคี่} \\ &= 0 \quad , m \text{ เป็นเลขคู่} \end{aligned}$$

แต่เนื่องจาก  $c_m = U_{1m} \cdot \sinh(m\pi B/A)$

ดังนั้น  $U_{1m} = 4 \cdot U_0 / (m \cdot \pi \cdot \sinh(m\pi B/A))$  , m เป็นเลขคี่

แทนค่าลงในสมการที่ (ฉ.1.2) จะได้

$$U = 4 \cdot U_0 \cdot \left( \sum_{m=1}^{\infty} (\sinh m\pi y/A) \cdot (\sin m\pi x/A) / (\sinh m\pi B/A) / m \right) / \pi$$

เมื่อ m เป็นเลขคี่

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ๑.2 ศักย์ไฟฟ้าของทรงกระบอกฉนวนแกนร่วม

สมมติว่าทรงกระบอกมีความยาวเท่ากับ 1, ทรงกระบอกในมีรัศมีเท่ากับ  $R_i$ , และทรงกระบอกนอกมีรัศมีเท่ากับ  $R_o$

จากสมการที่ (๑.2.1)

$$\int \epsilon E da = Q \quad (๑.2.1)$$

เราสามารถคำนวณความเค้นสนามไฟฟ้าที่รัศมี  $r$  ใน  $\epsilon$  ได้จากสมการ

$$E_r = [Q/(2\pi \epsilon l)] / r = K/r \quad (๑.2.2)$$

ถ้าเราสมมติให้ศักย์ที่ทรงกระบอกในมีค่าเท่ากับ  $U_o$  และศักย์ที่ทรงกระบอกนอกมีค่าเท่ากับศูนย์ ความต่างศักย์ระหว่างทรงกระบอกนอกและทรงกระบอกในจะเป็น

$$\begin{aligned} U_o &= \int_{R_o}^{R_i} E_r dr \\ &= K \int_{R_o}^{R_i} 1/r dr \\ &= K \cdot \ln R_o/R_i \end{aligned} \quad (๑.2.3)$$

และที่ระยะ  $r$  ความต่างศักย์เมื่อเทียบกับทรงกระบอกนอกจะเป็น

$$U_r = K \cdot \ln R_o/r \quad (๑.2.4)$$

เมื่อหารสมการที่ (๑.2.4) ด้วยสมการที่ (๑.2.3) จะพบว่า

$$U_r = U_o \cdot \ln(r/R_o) / \ln(R_i/R_o)$$



### ๑.๓ ศักย์ไฟฟ้าของทรงกลมหุ้มศูนย์กลางร่วม

จากสมการที่ (๑.๒.๑) ความเค้นสนามไฟฟ้าที่ระยะห่าง  $r$  ตามแนวรัศมีจากจุดประจุไฟฟ้า  $Q$  จะคำนวณได้จาก

$$E_r = [Q/(4\pi\epsilon_0)] / r^2 = K/r^2 \quad (๑.๓.๑)$$

สมมติว่าทรงกลมในมีรัศมีเท่ากับ  $R_i$  และมีศักย์เท่ากับ  $U_o$  ทรงกลมนอกมีรัศมีเท่ากับ  $R_o$  และมีศักย์เท่ากับศูนย์ ความต่างศักย์ระหว่างทรงกลมนอกและทรงกลมในจะเป็น

$$\begin{aligned} U_o &= \int_{R_o}^{R_i} E_r dr \\ &= K \int_{R_o}^{R_i} 1/r^2 dr \\ &= K.(1/R_i - 1/R_o) \\ &= K.(R_o - R_i)/(R_o \cdot R_i) \quad (๑.๓.๒) \end{aligned}$$

และที่ระยะ  $r$  ความต่างศักย์เมื่อเทียบกับทรงกลมนอกจะเป็น

$$U_r = K.(R_o - r)/(R_o \cdot r) \quad (๑.๓.๓)$$

เมื่อหารสมการที่ (๑.๓.๓) ด้วยสมการที่ (๑.๓.๒) จะพบว่า

$$U_r = U_o \cdot R_i \cdot (R_o - r) / [(R_o - R_i) \cdot r]$$

## ภาคผนวก ข

ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วม  
และทรงกลมซ้อนศูนย์กลางร่วม

ตารางที่ ข.1 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนแกนร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
R<sub>i</sub> = 2.5 mm., R<sub>o</sub> = 31 mm.

MEDIA = SF6	MAX. ERROR OF Em	= .382726146 %
K/C = .666666667	MAX. ERROR OF Em/p	= .382726146 %
Ec = 8.78	MAX. ERROR OF U1	= 1.29961393 %
	MAX. ERROR OF Xc	= 1.94779382 %
	MAX. ERROR OF n	= 1.40813948 %

p*Ri bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.08	8.7071	1.4031	17.538	21.774	2.4598
.4	.16	14.654	2.3615	14.759	21.774	1.6810
.6	.24	20.228	3.2597	13.582	21.774	1.3507
.8	.32	25.618	4.1282	12.900	21.774	1.1593
1	.4	30.876	4.9756	12.439	21.774	1.0296
2	.8	56.208	9.0577	11.322	21.774	.71575
4	1.6	104.80	16.888	10.555	21.774	.50008
6	2.4	152.23	24.531	10.221	21.774	.40609
8	3.2	199.04	32.075	10.023	21.774	.35038
10	4	245.48	39.559	9.8898	21.774	.31269
20	8	474.59	76.478	9.5598	21.774	.21976
40	16	926.31	149.27	9.3294	21.774	.15484
60	24	1374.3	221.46	9.2276	21.774	.12618
80	32	1820.3	293.34	9.1670	21.774	.10909
100	40	2265.2	365.03	9.1259	21.774	.09751

ตารางที่ ช.2 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
 $R_i = 5 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = SF6  
 K/C = .666666667  
 Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .370549649 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .370549649 %  
 MAX. ERROR OF U1 = .41094259 %  
 MAX. ERROR OF Xc = 2.04383793 %  
 MAX. ERROR OF n = .522491716 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.04	6.3658	.70146	17.536	34.904	4.9185
.4	.08	10.716	1.1808	14.760	34.904	3.3624
.6	.12	14.790	1.6297	13.581	34.904	2.7008
.8	.16	18.726	2.0635	12.897	34.904	2.3166
1	.2	22.576	2.4877	12.438	34.904	2.0590
2	.4	41.100	4.5289	11.322	34.904	1.4316
4	.8	76.624	8.4433	10.554	34.904	.99943
6	1.2	111.30	12.265	10.221	34.904	.81188
8	1.6	145.55	16.038	10.024	34.904	.70109
10	2	179.49	19.778	9.8893	34.904	.62513
20	4	347.02	38.239	9.5599	34.904	.43957
40	8	677.30	74.633	9.3292	34.904	.30957
60	12	1004.8	110.73	9.2275	34.904	.25230
80	16	1331.0	146.67	9.1671	34.904	.21824
100	20	1656.4	182.52	9.1262	34.904	.19521

ศูนย์วิทยุทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๓.๓ ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
 $R_i = 10 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = SF6  
 K/C = .666666667  
 Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .375466496 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .375466496 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .332131881 %  
 MAX. ERROR OF Xc = 2.00090948 %  
 MAX. ERROR OF n = .0431725873 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.02	3.9666	.35075	17.537	53.853	9.8380
.4	.04	6.6754	.59027	14.756	53.853	6.7211
.6	.06	9.2156	.81488	13.581	53.853	5.4018
.8	.08	11.668	1.0318	12.897	53.853	4.6340
1	.1	14.067	1.2439	12.439	53.853	4.1191
2	.2	25.609	2.2644	11.322	53.853	2.8632
4	.4	47.748	4.2220	10.555	53.853	2.0000
6	.6	69.352	6.1324	10.220	53.853	1.6234
8	.8	90.691	8.0193	10.024	53.853	1.4020
10	1	111.84	9.8900	9.8900	53.853	1.2510
20	2	216.24	19.121	9.5605	53.853	.87980
40	4	422.02	37.317	9.3292	53.853	.61919
60	6	626.14	55.366	9.2276	53.853	.50471
80	8	829.38	73.337	9.1671	53.853	.43649
100	10	1032.0	91.261	9.1261	53.853	.39025

ศูนย์วิทยพัชกร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.4 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>

$$R_i = 15 \text{ mm.}, R_o = 31 \text{ mm.}$$

MEDIA = SF6  
K/C = .666666667  
Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .285468201 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .285468201 %  
MAX. ERROR OF Ui = .152061069 %  
MAX. ERROR OF Xc = 1.96269475 %  
MAX. ERROR OF n = .262400992 %

p* $R_i$ bar*mm	p bar	U <sub>i</sub> Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.4	.02666	4.2746	.39359	14.759	67.878	10.086
.6	.04	5.9014	.54339	13.584	67.878	8.1085
.8	.05333	7.4707	.68788	12.897	67.878	6.9511
1	.06666	9.0066	.82930	12.439	67.878	6.1789
2	.13333	16.394	1.5095	11.321	67.878	4.2930
4	.26666	30.570	2.8147	10.555	67.878	3.0004
6	.4	44.402	4.0884	10.221	67.878	2.4358
8	.53333	58.063	5.3463	10.024	67.878	2.1033
10	.66666	71.604	6.5930	9.8896	67.878	1.8758
20	1.3333	138.43	12.746	9.5601	67.878	1.3190
40	2.6666	270.18	24.878	9.3293	67.878	.92891
60	4	400.87	36.911	9.2277	67.878	.75725
80	5.3333	530.99	48.892	9.1672	67.878	.65490
100	6.6666	660.75	60.840	9.1260	67.878	.58516

ศูนย์วิทยพัชกร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๕.5 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
 $R_i = 20 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = SF6  
 K/C = .666666667  
 Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .19084973 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .19084973 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .684180183 %  
 MAX. ERROR OF Xc = 1.98463459 %  
 MAX. ERROR OF n = .492390824 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
2	.1	9.9731	1.1322	11.322	80.075	5.7267
4	.2	18.593	2.1108	10.554	80.075	3.9981
6	.3	27.008	3.0662	10.220	80.075	3.2469
8	.4	35.317	4.0095	10.023	80.075	2.8037
10	.5	43.556	4.9449	9.8899	80.075	2.5018
20	1	84.209	9.5602	9.5602	80.075	1.7590
40	2	164.34	18.658	9.3292	80.075	1.2383
60	3	243.84	27.683	9.2278	80.075	1.0098
80	4	322.98	36.668	9.1672	80.075	.87316
100	5	401.92	45.630	9.1260	80.075	.78039

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๗.6 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>

$$R_i = 5 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = SF6  
K/C = .666666667  
Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .20853885 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .20853885 %  
MAX. ERROR OF Ui = .73804643 %  
MAX. ERROR OF Xc = .357829979 %  
MAX. ERROR OF n = .752236738 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.04	3.9526	.91540	22.885	14.393	3.0918
.4	.08	6.2401	1.4451	18.064	14.393	2.1849
.6	.12	8.3501	1.9338	16.115	14.393	1.7842
.8	.16	10.364	2.4004	15.002	14.393	1.5447
1	.2	12.320	2.8534	14.267	14.393	1.3814
2	.4	21.630	5.0093	12.523	14.393	.97681
4	.8	39.236	9.0867	11.358	14.393	.69066
6	1.2	56.273	13.032	10.860	14.393	.56387
8	1.6	73.014	16.909	10.568	14.393	.48820
10	2	89.573	20.744	10.372	14.393	.43676
20	4	170.86	39.570	9.8927	14.393	.30897
40	8	330.22	76.476	9.5595	14.393	.21836
60	12	487.79	112.96	9.4141	14.393	.17832
80	16	644.42	149.24	9.3277	14.393	.15438
100	20	800.48	185.38	9.2692	14.393	.13811

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๗.7 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>

$$R_i = 10 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = SF6  
K/C = .666666667  
Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .0289073516 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .0289073516 %  
MAX. ERROR OF U1 = .925035133 %  
MAX. ERROR OF Xc = .0476314228 %  
MAX. ERROR OF n = .90984705 %

p*Ri bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.02	3.3055	.45860	22.930	28.831	6.1606
.4	.04	5.2162	.72368	18.092	28.831	4.3548
.6	.06	6.9802	.96841	16.140	28.831	3.5584
.8	.08	8.6635	1.2019	15.024	28.831	3.0813
1	.1	10.295	1.4283	14.283	28.831	2.7546
2	.2	18.067	2.5065	12.532	28.831	1.9475
4	.4	32.771	4.5466	11.366	28.831	1.3780
6	.6	46.993	6.5197	10.866	28.831	1.1248
8	.8	60.974	8.4594	10.574	28.831	.97438
10	1	74.800	10.377	10.377	28.831	.87178
20	2	142.64	19.789	9.8949	28.831	.61597
40	4	275.67	38.246	9.5615	28.831	.43556
60	6	407.21	56.496	9.4160	28.831	.35586
80	8	537.96	74.635	9.3294	28.831	.30814
100	10	668.19	92.703	9.2703	28.831	.27545

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ ๗.๘ ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
 $R_i = 15 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 35 \text{ mm.}$

MEDIA = SF6  
 K/C = .666666667  
 Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .0304694609 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .0304694609 %  
 MAX. ERROR OF U1 = .800248938 %  
 MAX. ERROR OF Xc = .0481112313 %  
 MAX. ERROR OF n = .76954476 %

p*R1 bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.01333	2.6418	.30586	22.940	43.186	9.2460
.4	.02666	4.1682	.48258	18.096	43.186	6.5350
.6	.04	5.5749	.64544	16.136	43.186	5.3350
.8	.05333	6.9221	.80141	15.026	43.186	4.6234
1	.06666	8.2253	.95229	14.284	43.186	4.1326
2	.13333	14.434	1.6711	12.533	43.186	2.9216
4	.26666	26.181	3.0311	11.366	43.186	2.0672
6	.4	37.545	4.3468	10.867	43.186	1.6878
8	.53333	48.709	5.6394	10.573	43.186	1.4611
10	.66666	59.756	6.9183	10.377	43.186	1.3076
20	1.3333	113.95	13.193	9.8948	43.186	.92383
40	2.6666	220.24	25.498	9.5619	43.186	.65373
60	4	325.31	37.663	9.4158	43.186	.53362
80	5.3333	429.77	49.757	9.3295	43.186	.46228
100	6.6666	533.82	61.804	9.2706	43.186	.41340

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ๙.๑ ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>

$$R_i = 20 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = SF6  
K/C = .666666667  
Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .0333182977 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .0333182977 %  
MAX. ERROR OF Ui = .310999608 %  
MAX. ERROR OF Xc = .0476838143 %  
MAX. ERROR OF n = .303472895 %

p*Ri bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.01	1.971	.22925	22.925	57.316	12.317
.4	.02	3.1119	.36196	18.098	57.316	8.7144
.6	.03	4.1626	.48417	16.139	57.316	7.1157
.8	.04	5.1658	.60085	15.021	57.316	6.1600
1	.05	6.1413	.71432	14.286	57.316	5.5120
2	.1	10.776	1.2534	12.534	57.316	3.8968
4	.2	19.542	2.2731	11.365	57.316	2.7550
6	.3	28.027	3.2599	10.866	57.316	2.2499
8	.4	36.365	4.2298	10.574	57.316	1.9490
10	.5	44.604	5.1881	10.376	57.316	1.7422
20	1	85.070	9.8949	9.8949	57.316	1.2318
40	2	164.41	19.123	9.5618	57.316	.87153
60	3	242.84	28.246	9.4154	57.316	.71113
80	4	320.83	37.317	9.3293	57.316	.61617
100	5	398.51	46.353	9.2706	57.316	.55123

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.10 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในก๊าซ SF<sub>6</sub>  
 $R_i = 25 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 35 \text{ mm.}$

MEDIA = SF6  
 K/C = .666666667  
 Ec = 8.78

MAX. ERROR OF Em = .0111927826 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .0111927826 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .170044346 %  
 MAX. ERROR OF Xc = .0434791301 %  
 MAX. ERROR OF n = .164013767 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.8	.032	3.4397	.48077	15.024	71.545	7.7029
1	.04	4.0884	.57144	14.286	71.545	6.8897
2	.08	7.1737	1.0026	12.533	71.545	4.8694
4	.16	13.009	1.8183	11.364	71.545	3.4429
6	.24	18.658	2.6078	10.866	71.545	2.8118
8	.32	24.209	3.3838	10.574	71.545	2.4360
10	.4	29.696	4.1506	10.376	71.545	2.1783
20	.8	56.640	7.9166	9.8958	71.545	1.5410
40	1.6	109.45	15.298	9.5615	71.545	1.0889
60	2.4	161.67	22.597	9.4158	71.545	.88938
80	3.2	213.59	29.854	9.3295	71.545	.77048
100	4	265.30	37.082	9.2706	71.545	.68901

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.11 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในอากาศ

$$R_1 = 2.5 \text{ mm.}, R_0 = 31 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .376241467 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .376241467 %  
MAX. ERROR OF U1 = 1.32480169 %  
MAX. ERROR OF Xc = 1.31963085 %  
MAX. ERROR OF n = 1.40813948 %

$p \cdot R_1$ bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.08	4.8185	.77647	9.7059	21.774	7.3096
.4	.16	7.8930	1.2719	7.9495	21.774	5.5503
.6	.24	10.630	1.7131	7.1379	21.774	4.7361
.8	.32	13.190	2.1255	6.6423	21.774	4.2385
1	.4	15.630	2.5188	6.2970	21.774	3.8916
2	.8	26.830	4.3235	5.4044	21.774	2.9939
4	1.6	46.968	7.5686	4.7304	21.774	2.3150
6	2.4	65.733	10.592	4.4136	21.774	1.9956
8	3.2	83.742	13.494	4.2170	21.774	1.7974
10	4	101.26	16.318	4.0795	21.774	1.6586
20	8	184.59	29.746	3.7183	21.774	1.2939
40	16	341.53	55.036	3.4398	21.774	1.0124
60	24	492.56	79.373	3.3072	21.774	.87837
80	32	640.27	103.17	3.2242	21.774	.79445
100	40	785.76	126.62	3.1655	21.774	.73504

ศูนย์วิทยพัชกร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ ช.12 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกชั้นแกนร่วมในอากาศ  
 $R_i = 5 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = AIR  
 K/C = 4.51  
 Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .421850341 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .421850341 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .449050113 %  
 MAX. ERROR OF Xc = 1.25981767 %  
 MAX. ERROR OF n = .522491716 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.04	3.5239	.38831	9.7078	34.904	14.622
.4	.08	5.7717	.63600	7.9500	34.904	11.101
.6	.12	7.7757	.85682	7.1401	34.904	9.4768
.8	.16	9.6450	1.0628	6.6425	34.904	8.4774
1	.2	11.431	1.2596	6.2980	34.904	7.7852
2	.4	19.618	2.1617	5.4043	34.904	5.9876
4	.8	34.339	3.7839	4.7299	34.904	4.6292
6	1.2	48.061	5.2959	4.4133	34.904	3.9907
8	1.6	61.239	6.7481	4.2175	34.904	3.5958
10	2	74.024	8.1568	4.0784	34.904	3.3150
20	4	134.96	14.871	3.7179	34.904	2.5869
40	8	249.71	27.516	3.4395	34.904	2.0244
60	12	360.14	39.685	3.3070	34.904	1.7564
80	16	468.14	51.585	3.2240	34.904	1.5885
100	20	574.52	63.308	3.1654	34.904	1.4698

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.13 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในอากาศ

$$R_i = 10 \text{ mm.}, R_o = 31 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .322251849 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .322251849 %  
MAX. ERROR OF Ui = .278940103 %  
MAX. ERROR OF Xc = 1.05767977 %  
MAX. ERROR OF n = .0431725873 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.8	.08	6.0100	.53142	6.6428	53.853	16.956
1	.1	7.1217	.62973	6.2973	53.853	15.567
2	.2	12.224	1.0808	5.4044	53.853	11.975
4	.4	21.400	1.8922	4.7307	53.853	9.2615
6	.6	29.942	2.6476	4.4127	53.853	7.9793
8	.8	38.156	3.3739	4.2174	53.853	7.1913
10	1	46.129	4.0789	4.0789	53.853	6.6323
20	2	84.096	7.4361	3.7180	53.853	5.1746
40	4	155.61	13.759	3.4399	53.853	4.0502
60	6.0000	224.40	19.842	3.3070	53.853	3.5128
80	8	291.68	25.791	3.2239	53.853	3.1765
100	10	358.00	31.655	3.1655	53.853	2.9403

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ช.14 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันรวมในอากาศ  
 $R_i = 15 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = AIR  
 K/C = 4.51  
 Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .15339414 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .15339414 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .174458998 %  
 MAX. ERROR OF Xc = .923771627 %  
 MAX. ERROR OF n = .262400992 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
8	.53333	24.422	2.2487	4.2163	67.878	10.780
10	.66666	29.533	2.7193	4.0789	67.878	9.9484
20	1.33333	53.837	4.9571	3.7178	67.878	7.7607
40	2.66666	99.621	9.1728	3.4398	67.878	6.0746
60	4	143.67	13.229	3.3073	67.878	5.2709
80	5.33333	186.76	17.196	3.2244	67.878	4.7676
100	6.66666	229.20	21.104	3.1657	67.878	4.4112

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ช.15 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกระบอกซ้อนกันร่วมในอากาศ  
 $R_i = 20 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 31 \text{ mm.}$

MEDIA = AIR  
 K/C = 4.51  
 Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .108552256 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .108552256 %  
 MAX. ERROR OF Ui = .601478069 %  
 MAX. ERROR OF Xc = .817574381 %  
 MAX. ERROR OF n = .492391236 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
40	2	60.595	6.8794	3.4397	80.075	8.0986
60	3	87.391	9.9215	3.3071	80.075	7.0266
80	4	113.58	12.895	3.2239	80.075	6.3527
100	5	139.42	15.828	3.1657	80.075	5.8817

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ตารางที่ ข.16 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมช้อนศูนย์กลางร่วมในอากาศ

$$R_i = 5 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .221866947 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .221866947 %  
MAX. ERROR OF Ui = .69813844 %  
MAX. ERROR OF Xc = .579132054 %  
MAX. ERROR OF n = .752236738 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.04	2.2053	.51073	12.768	14.393	6.4854
.4	.08	3.5046	.81163	10.145	14.393	5.2321
.6	.12	4.6356	1.0735	8.9465	14.393	4.6054
.8	.16	5.6819	1.3158	8.2242	14.393	4.2076
1	.2	6.6703	1.5447	7.7239	14.393	3.9218
2	.4	11.127	2.5770	6.4427	14.393	3.1445
4	.8	18.981	4.3959	5.4949	14.393	2.5187
6	1.2	26.192	6.0659	5.0549	14.393	2.2098
8	1.6	33.058	7.6561	4.7851	14.393	2.0138
10	2	39.696	9.1933	4.5966	14.393	1.8736
20	4	70.939	16.428	4.1072	14.393	1.4955
40	8	129.00	29.876	3.7345	14.393	1.1923
60	12	184.39	42.704	3.5587	14.393	1.0441
80	16	238.30	55.188	3.4492	14.393	.94999
100	20	291.20	67.439	3.3719	14.393	.88260

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.17 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมข้อศูนย์กลางร่วมในอากาศ

$$R_i = 10 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .0274036458 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .0274036458 %  
MAX. ERROR OF Ui = .9375 %  
MAX. ERROR OF Xc = .0389841187 %  
MAX. ERROR OF n = .90984705 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.02	1.8447	.25594	12.797	28.831	12.901
.4	.04	2.9295	.40644	10.161	28.831	10.406
.6	.06	3.8775	.53796	8.9660	28.831	9.1693
.8	.08	4.7506	.65908	8.2386	28.831	8.3751
1	.1	5.5753	.77351	7.7351	28.831	7.8048
2	.2	9.3019	1.2905	6.4526	28.831	6.2620
4	.4	15.859	2.2003	5.5008	28.831	5.0147
6	.6	21.886	3.0365	5.0608	28.831	4.4018
8	.8	27.624	3.8325	4.7907	28.831	4.0121
10	1	33.162	4.6008	4.6008	28.831	3.7317
20	2	59.249	8.2202	4.1101	28.831	2.9787
40	4	107.75	14.949	3.7373	28.831	2.3762
60	6.0000	153.99	21.365	3.5608	28.831	2.0804
80	8	199.01	27.611	3.4514	28.831	1.8933
100	10	243.18	33.739	3.3739	28.831	1.7590

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.18 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ  
 $R_i = 15 \text{ mm.}$  ,  $R_o = 35 \text{ mm.}$

MEDIA = AIR  
 K/C = 4.51  
 Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .0461240539 %  
 MAX. ERROR OF Em/p = .0461240539 %  
 MAX. ERROR OF U1 = .793388432 %  
 MAX. ERROR OF Xc = .0515528764 %  
 MAX. ERROR OF n = .769545003 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	U1 Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
.2	.01333	1.4735	.17060	12.795	43.186	19.349
.4	.02666	2.3397	.27088	10.158	43.186	15.605
.6	.04	3.0970	.35856	8.9641	43.186	13.750
.8	.05333	3.7948	.43935	8.2378	43.186	12.561
1	.06666	4.4551	.51579	7.7369	43.186	11.710
2	.13333	7.4326	.86052	6.4539	43.186	9.3954
4	.26666	12.670	1.4669	5.5009	43.186	7.5224
6	.4	17.484	2.0242	5.0605	43.186	6.6021
8	.53333	22.066	2.5547	4.7902	43.186	6.0171
10	.66666	26.488	3.0667	4.6001	43.186	5.5959
20	1.3333	47.340	5.4809	4.1107	43.186	4.4694
40	2.6666	86.076	9.9655	3.7370	43.186	3.5636
60	4	123.02	14.243	3.5607	43.186	3.1204
80	5.3333	158.97	18.405	3.4510	43.186	2.8391
100	6.6666	194.27	22.492	3.3738	43.186	2.6385

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
 จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ช.19 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ

$$R_i = 20 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .0106308476 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .0106308476 %  
MAX. ERROR OF Ui = .314136154 %  
MAX. ERROR OF Xc = .0276949718 %  
MAX. ERROR OF n = .303472895 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
4	.2	9.4608	1.1004	5.5021	57.316	10.033
6	.3	13.051	1.5180	5.0602	57.316	8.8020
8	.4	16.473	1.9160	4.7901	57.316	8.0226
10	.5	19.775	2.3001	4.6002	57.316	7.4616
20	1	35.336	4.1100	4.1100	57.316	5.9573
40	2	64.258	7.4741	3.7370	57.316	4.7514
60	3	91.839	10.682	3.5607	57.316	4.1604
80	4	118.68	13.805	3.4512	57.316	3.7861
100	5	145.04	16.870	3.3740	57.316	3.5185

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ตารางที่ ข.20 ผลการคำนวณแรงดันเริ่มต้นของทรงกลมชั้นศูนย์กลางร่วมในอากาศ

$$R_i = 25 \text{ mm.}, R_o = 35 \text{ mm.}$$

MEDIA = AIR  
K/C = 4.51  
Ec = 2.44

MAX. ERROR OF Em = .0198369714 %  
MAX. ERROR OF Em/p = .0198369714 %  
MAX. ERROR OF Ui = .181752333 %  
MAX. ERROR OF Xc = .045934401 %  
MAX. ERROR OF n = .164013767 %

$p \cdot R_i$ bar*mm	p bar	Ui Kv	Em Kv/mm	Em/p Kv/mmbar	n %	Xc mm
10	.4	13.168	1.8405	4.6013	71.545	9.3311
20	.8	23.523	3.2878	4.1098	71.545	7.4456
40	1.6	42.780	5.9794	3.7371	71.545	5.9395
60	2.4	61.144	8.5462	3.5609	71.545	5.2014
80	3.2	79.016	11.044	3.4513	71.545	4.7329
100	4	96.547	13.494	3.3736	71.545	4.3963

ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

## ประวัติผู้เขียน

- ชื่อ นายคมสัน เพ็ชรรักษ์ เกิดที่จังหวัดเชียงราย  
เมื่อวันที่ 17 มิถุนายน 2503
- วุฒิการศึกษา วิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิศวกรรมไฟฟ้า คณะวิศวกรรมศาสตร์  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ปีการศึกษา 2524



ศูนย์วิทยทรัพยากร  
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย