บทที่ 3

การคำนวณความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายและแรงดันเริ่มต้นในก๊าซ

จากผลลัพธ์ของศักย์ที่ได้จากการคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อิเล็มเมนต์ในบทที่ 2 การแสดงผลลัพธ์ที่ดีที่สุดก็คือ การแสดงเส้นสมศักย์ (Equipotential line) ในสนามไฟฟ้านั้นด้วยภาพ เนื่องจากจะทำให้สามารถประมาณได้ว่าที่จุดใดในสนามไฟฟ้ามีความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุด และทำให้สามารถลากเส้นความเครียดสนามไฟฟ้าที่เกิดขึ้นในสนามไฟฟ้าได้ จากนั้นก็เลือกเส้นความเครียดสนามไฟฟ้าที่สูงสุดมาวาดกราฟเพื่อแสดงความสัมพันธ์กับระยะทาง สำหรับตัวกลางเชิงเส้นและเอกพันธุ์ กราฟที่ได้จะมีความต่อเนื่องตลอดระยะทาง ซึ่งถ้าหากตัวกลางที่ใช้เป็นก๊าซก็จะสามารถคำนวณหาแรงดันเริ่มต้นที่เกิดขึ้นได้

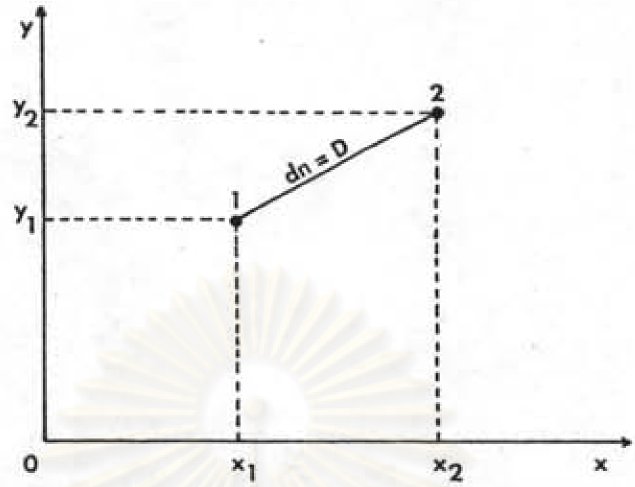
3.1 <u>การหาความเครียดสนามไฟฟ้ากระจาย</u>

การหาความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายจากผลลัพธ์ของศักย์ที่คำนวณได้ในบทที่ 2 นั้น สามารถหาได้จากสมการความต่างศักย์หรือแรงดันระหว่างจุดสองจุดในสนามไฟฟ้า โดยการอินทิเกรตความเครียดสนามไฟฟ้าระหว่างสองจุดนั้นดังสมการ [5]

$$U_{12} = \int_1^2 E\,dn \qquad (3.1.1)$$

เมื่อ

U_{12} = ความต่างศักย์ระหว่างจุดที่ 1 กับจุดที่ 2
E = ความเครียดสนามไฟฟ้า
dn = ระยะทางตั้งฉากจากจุดที่ 1 ถึงจุดที่ 2 ในรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 การหาค่าความเครียดสนามไฟฟ้าเมื่อ dn มีขนาดสั้นมาก ๆ

และในทางกลับกันเราอาจแสดงความสัมพันธ์ของความเครียดสนามไฟฟ้าในเทอมของความต่างศักย์ได้ว่า

$$E = dU_{12}/dn \qquad (3.1.2)$$

เมื่อระยะทาง dn มีขนาดสั้นมาก ๆ เราจะสามารถเขียนสมการที่ (3.1.2) ได้เป็น

$$E = (U_1 - U_2) / D$$

$$= (U_1-U_2) / ((x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2)^{1/2} \qquad (3.1.3)$$

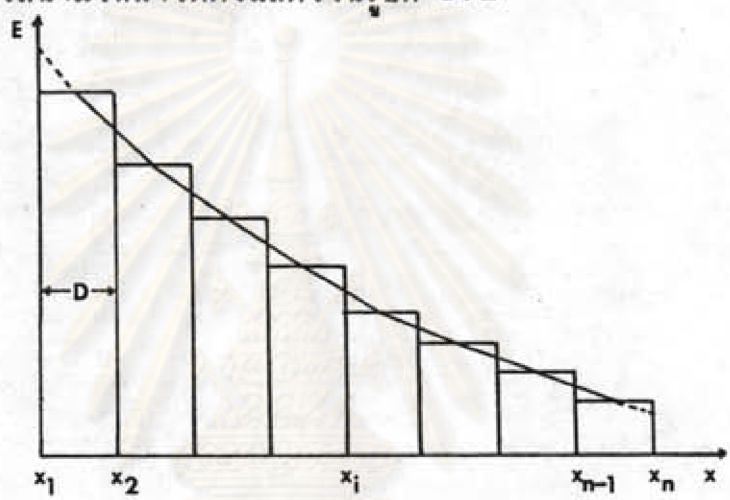
เมื่อ

U_1, U_2 = ศักย์บนเส้นสมศักย์ที่ใกล้กันที่สุด

D = ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างเส้นสมศักย์ U_1 และ U_2

เมื่อหาค่าความเครียดสนามไฟฟ้า ณ. จุดต่างๆได้แล้ว ก็จะนำมาหาความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดสนามไฟฟ้ากับระยะทางที่เราเรียกว่าความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายได้

ก. <u>ความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นเป็นช่วง</u> (Piecewise linear) เนื่องจากค่าความเครียดสนามไฟฟ้าที่ได้จากสมการที่ (3.1.3) จะคงที่ตลอดระยะทางระหว่างศักย์ U_1 และ U_2 เราจึงสามารถนำมาสร้างฮิสโตรแกรมของสนามไฟฟ้าได้ดังแสดงในรูปที่ 3.2



x_1 = ตำแหน่งของเส้นสมศักย์ที่มีค่าศักย์สูงสุดในสนามไฟฟ้า
x_n = ตำแหน่งของเส้นสมศักย์ที่มีค่าศักย์ต่ำสุดในสนามไฟฟ้า
D = ระยะทางที่สั้นที่สุดระหว่างเส้นสมศักย์ที่ใกล้กันสองเส้น

รูปที่ 3.2 ฮิสโตรแกรมของความเครียดสนามไฟฟ้า

เมื่อลากเส้นผ่านจุดกึ่งกลางของยอดฮิสโตรแกรมดังแสดงในรูป ก็จะได้กราฟที่แสดงถึงความเครียดสนามไฟฟ้ากระจาย แต่จะเกิดปัญหาตรงที่ไม่ทราบค่าความชันของความเครียดสนามไฟฟ้าที่แน่นอนระหว่างจุด x_1 กับ x_2 และระหว่างจุด x_{n-1} กับ x_n ดังแสดงด้วยเส้นประในรูปซึ่งจะต้องประมาณด้วยความชันที่ถัดมา

ข. <u>ความสัมพันธ์แบบสมการ</u> จากรูปที่ 3.2 เราสามารถนำจุดกึ่งกลางของยอดฮิสโตรแกรมกับระยะทาง x มาสร้างสมการด้วยวิธีถดถอยอย่างเชิงเส้น (Linear regression) ได้ [8] (ดูภาคผนวก ค) ซึ่งผลลัพธ์ส่วนใหญ่จะอยู่ในรูปของสมการที่ (3.1.4)

$$E(x) = Ax^{B} \qquad (3.1.4)$$

เมื่อ

$E(x)$ = ความเครียดสนามไฟฟ้า

A, B = ค่าคงที่ของสมการ

x = ระยะทาง

3.2 <u>การคำนวณแรงดันเริ่มต้นในก๊าซ</u>

ในกรณีของสนามไฟฟ้าที่ไม่สม่ำเสมอ หากทราบการกระจายของความเครียดสนามไฟฟ้าในแกป E(x) แรงดันเริ่มต้นอาจคำนวณได้จากความสัมพันธ์ [9] (ดูภาคผนวก ง. สำหรับที่มาของสมการ)

$$\int_0^{x_c} \bar{\alpha}(E(x),p)\,dx = K \qquad (3.2.1)$$

เมื่อ

$\bar{\alpha}$ = สัมประสิทธิ์การไอออไนเซชันผลลัพธ์ขั้นต้นของทาวน์เซนด์

$E(x)$ = ความเครียดสนามไฟฟ้า

p = ความดันของก๊าซ

x_c = ระยะวิกฤติที่ทำให้อิเล็กตรอนมีจำนวนประมาณ 10^{8}

K = ค่าคงที่ตามเงื่อนไขของสตรีมเมอร์เบรกดาวน์

จะเห็นได้ว่า α ในสมการที่ (3.2.1) นั้น เป็นฟังก์ชันของความเครียดสนามไฟฟ้าและความดันของก๊าซ ซึ่งสำหรับก๊าซแต่ละชนิดก็จะมีฟังก์ชันแตกต่างกันออกไป เช่น

ของอากาศ $\quad \bar{\alpha}/p = C(\ (E(x)/p) - (E/p)_c\ )^2 \qquad (3.2.2)$

ของก๊าซ SF_6 $\quad \bar{\alpha}/p = C(\ (E(x)/p) - (E/p)_c\ ) \qquad (3.2.3)$

เมื่อ

$(E/p)_c$ = ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าวิกฤติต่อหนึ่งหน่วยความดันของก๊าซ

C = ค่าคงที่ของก๊าซแต่ละชนิด

แทนค่าสมการที่ (3.2.2) และ (3.2.3) ลงในสมการที่ (3.2.1) จะได้

ของอากาศ $\quad \int_0^{x^*}((E(x)/p)-(E/p)_c)^2dx = K / pC \qquad (3.2.4)$

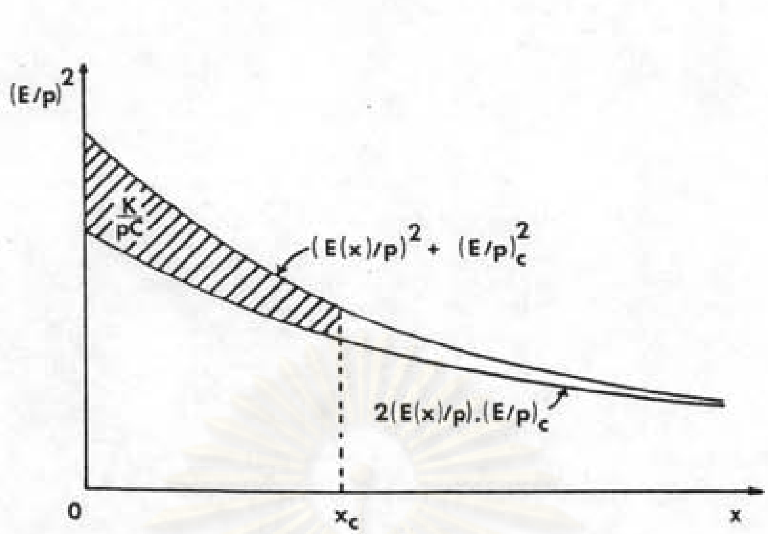
ของก๊าซSF_6 $\quad \int_0^{x^*}((E(x)/p)-(E/p)_c)dx = K / pC \qquad (3.2.5)$

ค่า K/C และ $(E/p)_c$ ในสมการที่ (3.2.4) และ (3.2.5) คือ

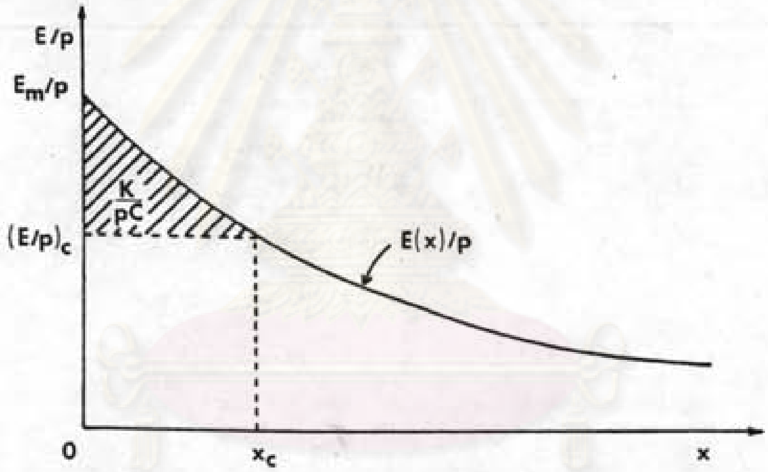
ของอากาศ $\quad K/C = 4.51\ kV^2/mm.bar\ ;\ (E/p)_c = 2.44\ kV/mm.bar$

ของก๊าซSF_6 $\quad K/C = .667\ kV\ ;\ (E/p)_c = 8.78\ kV/mm.bar$

จากความสัมพันธ์แบบเชิงเส้นเป็นช่วงหรือสมการของ $E(x)$ ที่หาได้จากหัวข้อที่ 3.1 เราสามารถแสดงอินทิกรัลในสมการที่ (3.2.4) และ (3.2.5) ได้ดังรูปที่ 3.3 และ 3.4 ตามลำดับ



รูปที่ 3.3 รูปแสดงอินทิกรัลในสมการที่ (3.2.4)



รูปที่ 3.4 รูปแสดงอินทิกรัลในสมการที่ (3.2.5)

ผลของการอินทิเกรตสมการที่ (3.2.4) และ (3.2.5) ก็คือ ค่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดที่ความดันก๊าซค่าหนึ่ง (E_m/p ในรูป) เมื่อป้อนแรงดันให้แกปเท่ากับแรงดันเริ่มต้น จากค่าความเครียดสนามไฟฟ้าสูงสุดที่ความดันก๊าซค่าหนึ่งที่ได้นี้ เราจะสามารถคำนวณย้อนกลับไปหาค่าแรงดันเริ่มต้นได้โดยตรง เนื่องจากเส้นความเครียดสนามไฟฟ้ากระจายที่ความดันก๊าซค่าหนึ่งจะขยับขึ้นไปตามแกนพิกัดความเครียดสนามไฟฟ้าด้วยอัตตราการเพิ่มที่เท่ากันกับอัตตราการเพิ่มของแรงดันที่ป้อนให้แกป