บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของปัญหา

ในการทดสอบสมมติฐานสำหรับงานวิจัยด้านต่าง ๆ เมื่อผู้วิจัยต้องการทดสอบสมมติฐานการเลือกตัวสถิติสำหรับการทดสอบได้อย่างเหมาะสมกับข้อมูลที่ต้องการวิเคราะห์ขึ้นอยู่กับการตัดสินใจของผู้วิจัยเป็นสำคัญ ทั้งนี้เนื่องจากตัวสถิติที่ใช้ทดสอบ แต่ละวิธีต่างก็มีข้อตกลงเบื้องต้นไม่เหมือนกัน โดยเฉพาะอย่างยิ่ง ในการวิจัยเชิงทดลอง นอกจากผู้วิจัยจะต้องมีความสามารถในการออกแบบการทดลองที่ดีและมีความเข้าใจในเรื่องที่ศึกษาแล้ว ยังขึ้นอยู่กับเทคนิคในการวางแผน และวิธีวิเคราะห์ทางสถิติด้วยการเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสมจะทำให้ผลสรุปของการวิจัยมีความถูกต้องและเชื่อถือได้มากขึ้น

ซึ่งการอ้างอิงทางสถิติส่วนมากหรือเกือบทั้งหมดตั้งอยู่บนข้อสมมติที่ว่า ตัวอย่างที่สุ่มมานั้นมาจากประชากรที่ทราบว่า มีลักษณะการแจกแจงอย่างใดอย่างหนึ่ง ซึ่งฟังก์ชันของการแจกแจงขึ้นอยู่กับค่าพารามิเตอร์ค่าเดียวหรือหลายค่าของประชากรนั้น ๆ จึงเรียกวิธีการทางสถิติที่ใช้ประมาณ และทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์นั้น ๆ ว่าเป็น สถิติที่ใช้พารามิเตอร์ ซึ่งเป็นการประมาณ และทดสอบค่าพารามิเตอร์จากค่าสถิติ (Statistic) ที่คำนวณจากตัวอย่างที่เลือกมาจากประชากรนั้น ๆ โดยวิธีสุ่ม การใช้วิธีการทดสอบแบบใช้พารามิเตอร์ ในการประมาณและทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าพารามิเตอร์ของประชากร จะเป็นไปอย่างมีประสิทธิภาพ จะต้องขึ้นอยู่กับเงื่อนไขสองประการ ประการแรกลักษณะการแจกแจงของประชากรจะต้องเป็นแบบปกติ (Normality of Population) และประการที่สอง ค่าความแปรปรวนจะต้องคงที่ (Stability of variance) ซึ่งในการทดสอบโดยใช้ตัวสถิติ t และตัวสถิติ F จะต้องตั้งข้อสมมติว่าลักษณะของประชากรนั้น ๆ เป็นไปตามเงื่อนไขดังกล่าวทั้งสองประการ ดังนั้นจึงเกิดปัญหาในการเลือกใช้ตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม ซึ่งเป็นปัญหาที่ผู้วิจัยส่วนใหญ่ประสบกันมาก เนื่องจากลักษณะข้อมูลที่ใช้ไม่สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของตัวสถิตินั้น ๆ

สำหรับการทดสอบสมมติฐานที่เกี่ยวข้องกับค่าเฉลี่ยประชากร ซึ่งอาจจะสนใจทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับค่าเฉลี่ยของประชากรเพียง 1 ประชากร หรือ 2 ประชากร โดยสถิติทดสอบที่นำมาใช้ก็คือ สถิติทดสอบที (t-test) หรือสถิติทดสอบ Z(Z-test) ซึ่งการเลือกใช้สถิติทดสอบใดนั้นจะต้องพิจารณาลักษณะข้อมูลที่มีอยู่ให้สอดคล้องกับข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ จึงจะทำให้ผลการทดสอบที่ได้น่าเชื่อถือมากขึ้น แต่ในที่นี้จะพิจารณาการทดสอบสมมติฐานที่เกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากรในกรณีที่จำนวนประชากรที่สนใจศึกษามีมากกว่า 2 ประชากร และแผนการทดลองเป็นแบบสุ่มสมบูรณ์ (Completely Randomized Design : CRD) นั้น ผู้วิจัยมักเลือกใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-Way Analysis of variance : ANOVA F-TEST) เพื่อทดสอบสมมติฐานดังกล่าว ซึ่งวิธีการดังกล่าวจะให้ผลสรุปที่ถูกต้องและน่าเชื่อถือได้ก็ต่อเมื่อลักษณะของข้อมูลที่จะนำมาวิเคราะห์ จะต้องอยู่ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นที่ว่า ประชากรต่าง ๆ ที่นำมาทดสอบจะต้องเป็นอิสระต่อกันมีการแจกแจงเป็นแบบปกติ และมีค่าความแปรปรวนเท่ากัน คือ σ^2 ซึ่งในสภาพการณ์โดยทั่วไปลักษณะของข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์อาจไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นบางประการ กล่าวคือ ในทางปฏิบัติภายใต้สถานการณ์บางอย่างที่พบว่า ข้อมูลที่ถูกนำมาวิเคราะห์นั้นมีความแปรปรวนไม่เท่ากันอย่างเด่นชัด หรือผู้วิจัยไม่สามารถที่จะระบุลงไปได้อย่างชัดเจนว่า ความแปรปรวนของประชากรนั้นเท่ากัน เมื่อเป็นเช่นนี้แล้ว ถ้าผู้วิจัยยังคงใช้วิธีการวิเคราะห์ความแปรปรวน ผลสรุปที่ได้อาจขัดแย้งกับความเป็นจริง เมื่อมีการฝ่าฝืนข้อตกลงเบื้องต้นเกี่ยวกับเรื่องนี้

ดังจากการศึกษาของ Brown and Forsythe (1974) ค้นพบว่าในกรณีข้อมูลที่นำมาวิเคราะห์ไม่เป็นไปตามข้อตกลงเบื้องต้นของการวิเคราะห์ความแปรปรวนแล้ว ผู้วิจัยไม่ควรใช้ ANOVA F-TEST เพื่อทดสอบสมมติฐานดังกล่าว ทั้งนี้เพราะว่า ความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) จะมีค่าสูง ซึ่งหมายความว่า ผู้วิจัยจะมีความเสี่ยงสูงต่อการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างถูก จากปัญหาที่เกิดขึ้นนี้เอง ได้มีนักสถิติหลายท่านทำการศึกษา หรือพัฒนาวิธีการทดสอบที่มีคุณสมบัติที่ดีและเหมาะสมหลายตัวด้วยกัน เช่น การทดสอบ Brown and Forsythe และการทดสอบ Marascuilo ซึ่งเป็นวิธีทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากรที่มีมากกว่า 2 กลุ่ม โดยมีข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบเพียง

แต่ว่าลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ ส่วนความแปรปรวนของประชากรไม่จำเป็นจะต้องเท่ากัน ดังนั้นจึงเป็นสิ่งที่น่าศึกษา เพื่อจะได้มีข้อสรุปของอำนาจการทดสอบ (Power of the test) และเป็นแนวทางในการเลือกใช้สถิติทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากรที่มีมากกว่า 2 กลุ่ม เมื่อข้อมูลมีความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยทำการศึกษาเปรียบเทียบความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบของวิธีการทดสอบทั้ง 3 วิธี คือ การทดสอบ Brown and Forsythe การทดสอบ Marascuilo และการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (ANOVA F-TEST) ซึ่งผู้วิจัยจะกระทำการศึกษาโดยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Method) ซึ่งเป็นวิธีที่ศึกษาในรูปของการจำลองสถานการณ์ (Simulation) โดยอาศัยตัวเลขสุ่มเทียม (Psudo Random Numbers) ซึ่งสามารถระบุขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ค่าความแปรปรวน ค่าเฉลี่ยและลักษณะการแจกแจงของประชากรได้ตามที่ผู้วิจัยต้องการศึกษา

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

เพื่อเปรียบเทียบตัวสถิติที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากร เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน โดยใช้สถิติทดสอบดังนี้

1. สถิติทดสอบ Brown and Forsythe
2. สถิติทดสอบ Marascuilo
3. การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (ANOVA F-TEST)

1.3 สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้สัดส่วนของความแปรปรวนที่แตกต่างกัน เมื่อกำหนดให้สัดส่วนของความแปรปรวนและสัดส่วนของค่าเฉลี่ยของประชากรมีรูปแบบต่าง ๆ กันแล้ว สถิติทดสอบ Brown and Forsythe และ สถิติทดสอบ Marascuilo จะมี

1. ความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 ดีกว่าสถิติทดสอบแบบ ANOVA F-TEST
2. อำนาจการทดสอบสูงกว่า สถิติทดสอบแบบ ANOVA F-TEST

1.4 ข้อกำหนดของการวิจัย

การวิจัยครั้งนี้ถือว่า ความสามารถในการควบคุมความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจการทดสอบเป็นดัชนีสำคัญที่จะใช้เป็นเกณฑ์ในการพิจารณาเลือกสถิติทดสอบที่เหมาะสมสำหรับแต่ละสถานการณ์ที่กำหนดในขอบเขตของการวิจัย

1.5 ขอบเขตของการวิจัย

สำหรับการศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบของสถิติทดสอบแบบ Brown and Forsythe สถิติทดสอบแบบ Marascuilo และสถิติทดสอบแบบ ANOVA F-TEST เมื่อประชากรมีการแจกแจงแบบเดียวกัน คือ การแจกแจงแบบปกติ นั้นจำเป็นจะต้องกำหนดปัจจัยที่คาดว่าจะมีผลต่อการศึกษาภายใต้แต่ละสถานการณ์ดังต่อไปนี้

1. กำหนดจำนวนประชากรศึกษา 3 และ 6 ประชากร
2. กำหนดลักษณะการแจกแจงของประชากรที่ศึกษา มีการแจกแจงแบบปกติ
3. กำหนดขนาดตัวอย่าง

3.1 ศึกษากรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดเท่ากัน 2 ระดับ คือ

กรณี 3 ประชากร มีดังนี้ (10,10,10) และ (50,50,50)

กรณี 6 ประชากร มีดังนี้ (10,10,10,10,10,10) และ (50,50,50,50,50,50)

3.2 ศึกษากรณีที่กลุ่มตัวอย่างมีขนาดไม่เท่ากัน 2 ระดับ คือ

กรณี 3 ประชากร มีดังนี้ (5,10,15) และ (30,40,50)

กรณี 6 ประชากร มีดังนี้ (5,5,10,10,15,15) และ (30,30,40,40,50,50)

4. กำหนดสัดส่วนของความแปรปรวนของประชากร

4.1 กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดเท่ากัน มีสัดส่วนของความแปรปรวน (σ_1^2: σ_2^2: σ_3^2 และ σ_1^2:σ_2^2:σ_3^2:σ_4^2:σ_5^2:σ_6^2) เป็นดังนี้

4.1.1 สัดส่วนของความแปรปรวนเท่ากัน เป็น 1:1:1 และ 1:1:1:1:1:1

4.1.2 สัดส่วนของความแปรปรวนต่างกัน

กำหนดให้ความแปรปรวนของประชากรแต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกันเป็นสัดส่วน 3 ระดับคือ

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:1.1:1.2 และ 1:1.3:1.4

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:1.1:1.1:1.2:1.2 และ 1:1:1.3:1.3:1.4:1.4

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:1.8:2 และ 1:2:3

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:1.8:1.8:2:2 และ 1:1:2:2:3:3

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันมาก

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:3:5

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:3:3:5:5

4.2 กลุ่มตัวอย่างที่มีขนาดไม่เท่ากัน มีสัดส่วนของความแปรปรวน ($\sigma_1^2 : \sigma_2^2 : \sigma_3^2$ และ $\sigma_1^2 : \sigma_2^2 : \sigma_3^2 : \sigma_4^2 : \sigma_5^2 : \sigma_6^2$) เป็นดังนี้

4.2.1 สัดส่วนของความแปรปรวนเท่ากัน เป็น 1:1:1 และ 1:1:1:1:1:1

4.2.2 สัดส่วนของความแปรปรวนต่างกัน

กำหนดให้ความแปรปรวนของประชากร แต่ละกลุ่มมีความแตกต่างกันเป็นสัดส่วน 3 ระดับ คือ

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันน้อย

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:1.1:1.2, 1.2:1.1:1, 1:1.3:1.4 และ 1.4:1.3:1

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:1.1:1.1:1.2:1.2, 1.2:1.2:1.1:1.1:1:1,
1:1:1.3:1.3:1.4:1.4 และ 1.4:1.4:1.3:1.3:1:1

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันปานกลาง

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:1.8:2, 2:1.8:1, 1:2:3 และ 3:2:1

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:1.8:1.8:2:2, 2:2:1.8:1.8:1:1, 1:1:2:2:3:3 และ
3:3:2:2:1:1

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกันมาก

กรณี 3 ประชากร เป็น 1:3:5 และ 5:3:1

กรณี 6 ประชากร เป็น 1:1:3:3:5:5 และ 5:5:3:3:1:1

แนวทางที่ใช้ในการกำหนดค่าสัดส่วนของความแปรปรวนนั้น พิจารณาตามวิธีการของ Games และ Probert (1972) ซึ่งแสดงไว้ในภาคผนวก

5. กำหนดสัดส่วนของค่าเฉลี่ยของประชากร

5.1 ในกรณีที่สัดส่วนของความแปรปรวนเท่ากัน

กรณี 3 ประชากร กำหนดสัดส่วนของค่าเฉลี่ยประชากร (μ_1: μ_2: μ_3) เป็น 1:1:1, 1:1:2 และ 1:2:3

กรณี 6 ประชากร กำหนดสัดส่วนของค่าเฉลี่ยประชากร (μ_1:μ_2:μ_3:μ_4:μ_5:μ_6) เป็น 1:1:1:1:1:1, 1:1:1:1:2:2 และ 1:1:2:2:3:3

5.2 ในกรณีที่สัดส่วนของความแปรปรวนแตกต่างกัน

กรณี 3 ประชากร กำหนดสัดส่วนของค่าเฉลี่ยประชากร (μ_1: μ_2: μ_3) เป็น 1:1:1, 1:1:2 และ 2:1:1

กรณี 6 ประชากร กำหนดสัดส่วนของค่าเฉลี่ยประชากร (μ_1:μ_2:μ_3:μ_4:μ_5:μ_6) เป็น 1:1:1:1:1:1, 1:1:1:1:2:2 และ 2:2:1:1:1:1

6. กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบ 2 ระดับ คือ .05 และ .01

7. สร้างแบบจำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษาด้วยวิธีมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) โดยเขียนโปรแกรมภาษาฟอร์แทรน 77 (FORTRAN 77) และประมวลผลด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM 370/3031 โดยการกระทำซ้ำ 1,000 ครั้ง ในแต่ละสถานการณ์ที่ศึกษา

ด้วยปัจจัยต่าง ๆ ที่กล่าวมานี้ จึงเป็นที่น่าสนใจศึกษาเพื่อหาข้อสรุปว่าระหว่างสถิติทดสอบ Brown and Forsythe สถิติทดสอบ Marascuilo และสถิติทดสอบแบบ ANOVA F-TEST วิธีการใดจะมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และมีอำนาจการทดสอบสูงกว่าภายใต้สถานการณ์ที่พิจารณา

1.6 คำจำกัดความ

อำนาจของการทดสอบ (Power of the test) หมายถึง ความน่าจะเป็นที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง (Null Hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด ซึ่งจะมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อ β คือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Kirk 1969:555, Minium 1978:364)

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นถูก

ความแกร่ง (Robustness) ของการทดสอบ หมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่แสดงความไวต่อการเปลี่ยนแปลงปัจจัยอื่นที่ไม่ใช่ปัจจัยที่ต้องการทดสอบ เช่น การเบี่ยงเบนจากข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบอันจะมีผลต่อความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

1.7 ประโยชน์ของการวิจัย

1. ได้สถิติทดสอบที่เหมาะสมกับลักษณะข้อมูล เพื่อที่ผู้ทำวิจัยในสาขาต่าง ๆ จะได้เลือกนำไปใช้ทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากร สำหรับกรณีที่ลักษณะความแปรปรวนของประชากรที่นำมาทดสอบนั้นมีค่าไม่เท่ากัน

2. เป็นแนวทางในการวิจัย เพื่อค้นหาสถิติทดสอบใหม่ต่อไป

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย