

สรุปผลการวิจัย การอภิปรายผล และข้อเสนอแนะ

สรุปผลการวิจัย

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน ทั้งในความรู้ด้านความคิดรวบยอด และความรู้ด้านการดำเนินการ ของนักเรียนผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามระดับชั้นเรียน
2. เพื่อวิเคราะห์กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ของนักเรียนผู้ชำนาญ และ ผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามระดับชั้นเรียน
3. เพื่อวิเคราะห์เมตาดาคอนิทัศน์ ด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธี ของนักเรียนผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยจำแนกตามระดับชั้นเรียน

กลุ่มตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัย แบ่งเป็น 4 กลุ่มคือ

1. นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 25 คน
2. นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 และปีที่ 6 จำนวน 25 คน
3. นักเรียนผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 จำนวน 25 คน
4. นักเรียนผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ที่เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 25 คน

เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย เป็นแบบสอวัต 6 ฉบับ โดยใช้วิธีวัดเป็นรายบุคคลดังนี้

1. การวัดความรู้เฉพาะด้าน

1.1 การวัดความรู้ด้านความคิดรวบยอด ใช้แบบสอวัต 3 ฉบับ คือ

ฉบับที่ 1 แบบสอวัตการนิยามคำศัพท์ เป็นข้อคำถาม 10 ข้อ เกี่ยวกับความรู้ในการนิยามคำศัพท์ กฎเกณฑ์ สูตร หลักการ หรือทฤษฎีทางคณิตศาสตร์ ใช้วัดความถูกต้องในการตอบ

ฉบับที่ 2 แบบสอวัตการระบุนัยที่ช่วยในการแก้ปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวน 8 ข้อ เพื่อให้นักเรียนระบุนัย หรือข้อความในโจทย์ ที่ช่วยให้แก้ปัญหาโจทย์ข้อนั้นได้

ฉบับที่ 3 แบบสอวัตการจำแนกประเภทปัญหา เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวน 20 ข้อ พิมพ์ลงในบัตรขนาด 3.5" x 4.5" บัตรละ 1 โจทย์ปัญหาเพื่อให้นักเรียนจัดปัญหาข้อที่มีลักษณะคล้ายกันให้อยู่ในกลุ่มเดียวกันและบอกเหตุผลในการจัดกลุ่มโจทย์ปัญหาโดยพิจารณาว่าเหตุผลนั้นแสดงถึงการจัดเป็นโครงสร้างแบบลึก หรือเป็นโครงสร้างแบบผิวเผิน

1.2 การวัดความรู้ด้านการดำเนินการ ใช้แบบสอวัต 1 ฉบับ คือ

ฉบับที่ 4 แบบสอวัตความรู้ด้านการดำเนินการ เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวน 5 ข้อ เพื่อให้นักเรียนประมาณค่าคำตอบ ระบบหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่นำมาใช้ และขั้นตอนที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหาในแต่ละข้อ

2. การวัดกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ใช้แบบสอวัต 1 ฉบับคือ

ฉบับที่ 5 แบบสอวัตกระบวนการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ เป็นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จำนวน 3 ข้อ เพื่อให้นักเรียนคิดแก้ปัญหาแต่ละข้อ และรายงานความคิดในการแก้ปัญหาโดย วิธีคิดออกเสียง เพื่อตรวจสอบกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ 5 ด้านคือ ด้าน การเข้าใจในปัญหา การสร้างตัวแทนปัญหา การวางแผนในการแก้ปัญหา การดำเนินการแก้ปัญหา และ ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

3. การวัดเมตาคognition ใช้แบบสอบวัด 1 ฉบับคือ

ฉบับที่ 6 แบบสอบวัดเมตาคognition เป็นข้อคำถาม 15 ข้อ เกี่ยวกับสถานการณ์ในการแก้ปัญหา เพื่อให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นและเหตุผลของความคิดเห็น ที่มีต่อสถานการณ์นั้น เป็นการทดสอบความรู้ในเมตาคognitionของนักเรียนใน 3 ด้าน คือด้านบุคคล ด้านงาน และด้านกลวิธีในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

สถิติที่ใช้ในการวิเคราะห์ข้อมูล

ใช้การวิเคราะห์ข้อมูลแบบ การวิเคราะห์ความแปรปรวนสองทาง

สมมติฐานการวิจัย

1. ผู้ชำนาญมีคะแนนความรู้เฉพาะด้านมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ในด้านต่อไปนี้
 - 1.1 การนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์
 - 1.2 การระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหา
 - 1.3 การจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึก
 - 1.4 การประมาณค่าคำตอบ
 - 1.5 การระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์
 - 1.6 การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
2. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีคะแนนความรู้เฉพาะด้านมากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในด้านต่อไปนี้
 - 2.1 การนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 การระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหา
 - 2.3 การจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึก
 - 2.4 การประมาณค่าคำตอบ
 - 2.5 การระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์
 - 2.6 การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

3. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นมีผลต่อความรู้เฉพาะด้าน ในด้านต่อไปนี้
 - 3.1 การนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์
 - 3.2 การระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหา
 - 3.3 การจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้
 - 3.4 การประมาณค่าคำตอบ
 - 3.5 การระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์
 - 3.6 การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา
4. ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญในด้านต่างๆดังนี้
 - 4.1 การทำความเข้าใจปัญหา
 - 4.2 การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 4.3 การวางแผนในการแก้ปัญหา
 - 4.4 การดำเนินการแก้ปัญหา
 - 4.5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา
5. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีกระบวนการในการคิดถูกต้อง มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในด้านต่อไปนี้
 - 5.1 การทำความเข้าใจปัญหา
 - 5.2 การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 5.3 การวางแผนในการแก้ปัญหา
 - 5.4 การดำเนินการแก้ปัญหา
 - 5.5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา
6. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความถูกต้องของกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ในด้านต่อไปนี้
 - 6.1 การทำความเข้าใจปัญหา
 - 6.2 การสร้างตัวแทนปัญหา
 - 6.3 การวางแผนในการแก้ปัญหา
 - 6.4 การดำเนินการแก้ปัญหา
 - 6.5 การตรวจสอบการแก้ปัญหา

7. ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ในด้านต่อไปนี้

7.1 บุคคล

7.2 งาน

7.3 กลวิธี

8. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ในด้านต่อไปนี้

8.1 บุคคล

8.2 งาน

8.3 กลวิธี

9. ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นมีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ในด้านต่อไปนี้

9.1 บุคคล

9.2 งาน

9.3 กลวิธี

ผลการวิจัย

1. การวิเคราะห์ความรู้เฉพาะด้าน

1.1 ความรู้ด้านความคิดรวบยอด

1.1.1 นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มีความรู้ในการ นิยาม คำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความรู้ดังกล่าว มากกว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

1.1.2 มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญและระดับชั้นเรียนต่อความถูกต้องในการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลายระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และในกลุ่มนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องมากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย กับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น มีความถูกต้องในการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน

1.1.3 มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญ และระดับชั้นต่อการจำแนกปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึกและแบบผิวเผิน นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ ระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โครงสร้างความรู้แบบลึกมากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และในกลุ่มนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจำแนกปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้าง

ความรู้แบบลึก ได้มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

ในการจำแนกประเภทปัญหาตามลักษณะโครงสร้างแบบผิวเผิน พิจารณาตามความชำนาญ พบว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในการแก้ปัญหา ทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีการจำแนกปัญหาคณิตศาสตร์โดยใช้โครงสร้างความรู้แบบผิวเผินมากกว่านักเรียนผู้ชำนาญ และเมื่อพิจารณาตามระดับชั้นเรียน พบว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น จำแนกปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบผิวเผิน มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สำหรับในกลุ่มนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย มีลักษณะการจำแนกประเภทปัญหาตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบผิวเผินไม่แตกต่างกัน

1.2 ความรู้ด้านการดำเนินการ

1.2.1 นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์สามารถประมาณค่าคำตอบ ได้ถูกต้องมากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายประมาณค่าคำตอบได้ถูกต้อง มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

1.2.2 นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ สามารถระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ ได้ถูกต้องมากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ ส่วนนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย สามารถระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ได้ไม่แตกต่างกัน

2. การวิเคราะห์กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา

2.1 ด้านการทำความเข้าใจปัญหา พบว่ามีปฏิสัมพันธ์ระหว่าง ความชำนาญในการแก้ปัญหา และระดับชั้นเรียนต่อการทำความเข้าใจปัญหา กล่าวคือ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และตอนปลาย นักเรียนผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการทำความเข้าใจปัญหา มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการทำความเข้าใจปัญหา มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น แต่ในกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญนั้นพบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดด้านการทำความเข้าใจปัญหาไม่แตกต่างกัน

2.2 ด้านการสร้างตัวแทนปัญหา พบว่า ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนผู้ชำนาญ มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการ

สร้างตัวแทนปัญหา มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และ เมื่อแยกตามกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญ และนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการสร้างตัวแทนปัญหา มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.3 ด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา พบว่า ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนผู้ชำนาญ มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ และเมื่อแยกตามกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญ และนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.4 ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา พบว่า ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย นักเรียนผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ เมื่อแยกตามกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญ และนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น

2.5 ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา พบว่า มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญในการแก้ปัญหา และระดับชั้นเรียน ต่อกระบวนการคิดด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา กล่าวคือ นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และ มัธยมศึกษาตอนปลายผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีกระบวนการคิดแก้ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นเรียนเดียวกัน และในกลุ่มนักเรียนผู้ชำนาญ พบว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา มากกว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนนักเรียนในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญ พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา ไม่แตกต่างกัน

3. การวิเคราะห์ความรู้ในเมตาโคคิซัน

3.1 ความรู้ในเมตาโคคิซัน ด้านบุคคล ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความรู้ในเมตาโคคิซัน ด้านบุคคล มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลายมีความรู้ในเมตาโคคิซันด้านบุคคลมากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นไม่มีผลต่อเมตาโคคิซันด้านบุคคล

3.2 ความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน พบว่า มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญในการแก้ปัญหา และระดับชั้นเรียน ต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน กล่าวคือ นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลายผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานมากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ ในระดับชั้นเรียนเดียวกัน และนักเรียนผู้ชำนาญ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานมากกว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในผู้ไม่ชำนาญ นักเรียนทั้งมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายมีความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน ไม่แตกต่างกัน

3.3 ความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี พบว่า มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญในการแก้ปัญหา และระดับชั้นเรียน ต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี กล่าวคือนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลายผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ มีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีมากกว่านักเรียนผู้ไม่ชำนาญ ในระดับชั้นเรียนเดียวกัน และนักเรียนผู้ชำนาญ ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีมากกว่านักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในผู้ไม่ชำนาญ นักเรียนทั้งมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลายมีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี ไม่แตกต่างกัน

การอภิปรายผล

จากผลการวิจัยที่กล่าวมาแล้วผู้วิจัยขออภิปรายผลการวิจัยดังนี้

1. ความรู้เฉพาะด้าน

สมมุติฐานข้อที่ 1.1 ผู้ชำนาญมีคะแนนความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 2.1 นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีคะแนนความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 3.1 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นมีผลต่อคะแนนความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์และหลักการทางคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยที่พบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นไม่มีผลต่อการนิยามคำศัพท์สูตร กฎเกณฑ์ และหลักการทางคณิตศาสตร์ กล่าวคือผู้ชำนาญมีคะแนนความรู้ด้านการนิยาม

คำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และหลักการทางคณิตศาสตร์ มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ พอๆกันในแต่ละระดับชั้น ซึ่งผลการวิจัยนี้ไม่เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3.1 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ ความรู้ด้านนี้เป็นความรู้พื้นฐานเกี่ยวข้องกับการใช้ความจำ เมื่ออยู่ในระดับชั้นที่สูงขึ้น ทั้งผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญ จะมีความรู้ และความจำสูงขึ้นด้วย อัตราการเพิ่มจึงมีลักษณะเป็นคู่ขนาน ทำให้มีความแตกต่างพอๆกันไม่ว่าจะอยู่ในระดับชั้นใด

ส่วนผลการวิจัยที่พบว่า ผู้ชำนาญมีความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และหลักการทางคณิตศาสตร์มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายมีความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และ หลักการทางคณิตศาสตร์ มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น แสดงว่า ความรู้ด้านการนิยามคำศัพท์ สูตร กฎเกณฑ์ และหลักการทางคณิตศาสตร์ เป็นไปตามความชำนาญและระดับชั้นเรียน ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1.1 และข้อที่ 2.1 และสอดคล้องผลการวิจัยของ Chi (1984) Scandura (1981) และ Park (1991)

สมมติฐานข้อที่ 1.2 ผู้ชำนาญมีคะแนนการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมติฐานข้อที่ 2.2 นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีคะแนนการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมติฐานข้อที่ 3.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อการการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นในคะแนนการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานที่ 3.2 แสดงว่าความรู้ในการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหของผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญนั้น ขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียนด้วย

เนื่องจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อการการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหา จึงต้องอภิปรายผลที่เกี่ยวข้องกับสมมติฐานข้อที่ 1.2 และ ข้อที่ 2.2 ควบคู่กันไป กล่าวคือ ผลการวิจัยที่พบว่า ผู้ไม่ชำนาญในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายได้คะแนนการระบุคำที่ช่วยในการแก้ปัญหามากกว่าผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในผู้ชำนาญนั้นนักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย และนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ได้คะแนนไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะความรู้ที่ใช้ในแบบสอบวัดด้านนี้ เป็นความรู้ในระดับชั้นมัธยมปีที่ 2 ซึ่งไม่เป็นเรื่องยาก

สำหรับนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้นที่ชำนาญ ในการระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหา ที่จะทำได้ดีเท่ากับผู้ชำนาญในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย อีกประการหนึ่ง นักเรียนในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น เนื่องจากการเรียนรู้ในเรื่องที่ใช้เป็นแบบสอวัดไม่นาน ความเป็นผู้ชำนาญย่อมทำให้มีการเรียนรู้ที่ดี มีการประทับใจรอยความจำและการระลึกได้เป็นไปได้ด้วยดี จึงทำให้มีความรู้ในด้านนี้ไม่แตกต่างกับผู้ชำนาญในระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย

ส่วนผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้น ผู้ชำนาญมีคะแนนในการระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหามากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ส่วนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายก็พบเช่นเดียวกันว่า ผู้ชำนาญมีคะแนนในการระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหามากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะ ผู้ที่ชำนาญมีความรู้ที่สะสมไว้มาก พร้อมทั้งจะนำออกมาใช้ได้ทันทีเมื่อพบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงสามารถที่จะระบุค่าที่ช่วยในการแก้ปัญหาได้อย่างถูกต้อง มากกว่าผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นเดียวกัน (Greenbowe, 1983 ; French, 1990) ผลการวิจัยที่กล่าวมานี้ เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 1.2 และ ข้อที่ 2.2

สมมติฐานข้อที่ 1.3 ผู้ชำนาญมีการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึกมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมติฐานข้อที่ 2.3 นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึก มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมติฐานข้อที่ 3.3 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้ ทั้งแบบลึกและแบบผิวเผิน เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 3.3 แสดงว่าการจำแนกประเภทปัญหาตามลักษณะโครงสร้างความรู้ของผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ ขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียนด้วย

เนื่องจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นมีผลต่อการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้ จึงต้องอภิปรายผลที่เกี่ยวข้องกับ สมมติฐานข้อที่ 1.3 และ ข้อที่ 2.3 ควบคู่กันไป กล่าวคือ ผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้น นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ ตามลักษณะ

โครงสร้างความรู้แบบลึก มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นไปตามผลของปฏิสัมพันธ์ และสอดคล้องกับทฤษฎีความชำนาญของ Chi (1982) งานวิจัยของ Feltovich (1981) และ Gick (1986) ที่ว่าผู้ชำนาญจะมีโครงสร้างความรู้ในการแก้ปัญหาแบบลึก มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

ส่วนในกลุ่มนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และนักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้นมีการจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึกไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะ การจำแนกประเภทปัญหาคณิตศาสตร์ ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึก ต้องอาศัยปริมาณความรู้ที่สะสมไว้มากเพียงพอ และมีการสัมพันธ์ความรู้นั้นรู้เข้าด้วยกันอย่างเป็นระบบ ผู้ชำนาญในการแก้ปัญหา มีคุณลักษณะดังกล่าวอยู่แล้ว (Chi, 1982 ; Schoenfeld, 1982 ; Silver, 1981) และอีกประการหนึ่งแบบสอวัตต์ที่ใช้ในครั้งนี้เป็นความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ที่มีความยากง่ายปานกลาง ผู้ชำนาญในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น จึงสามารถจำแนกประเภทปัญหาโดยใช้ลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึกได้ดี ถึงแม้จะได้คะแนนในแบบสอวัตต์ฉบับนี้ไม่มากเท่ากับผู้ชำนาญในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย แต่ก็ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญ

นอกจากนี้ยังพบว่า การจำแนกประเภทปัญหาตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบผิวเผินของกลุ่มผู้ไม่ชำนาญนั้น นักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย มีลักษณะการจำแนกประเภทปัญหาไม่แตกต่างกันเช่นกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะ ผู้ไม่ชำนาญมีความรู้พื้นฐานสะสมไว้ในความจำน้อย มีการนิยามปัญหาอย่างง่าย ๆ ไม่สามารถสัมพันธ์ความรู้ต่างๆ เข้าด้วยกันได้ (Reif, 1980 ; Adelson, 1984) ดังนั้นเมื่อพบโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จึงจำแนกปัญหาโดยใช้ลักษณะความคล้ายคลึงกันของเนื้อหาในโจทย์ มากกว่าที่จะจำแนกตามหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ แม้จะเป็นนักเรียนที่มีระดับชั้นเรียนที่สูงกว่า ถ้าขาดความรู้พื้นฐานที่มากพอก็จะไม่สามารถจำแนกประเภทปัญหาได้ดีไปกว่าผู้ที่อยู่ในระดับชั้นเรียนที่ต่ำกว่า

สมมุติฐานข้อที่ 1.4 ผู้ชำนาญมีคะแนนความรู้ด้านการประมาณค่าคำตอบ มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 2.4 นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายมีคะแนนความรู้ด้านการประมาณค่าคำตอบมากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 3.4 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความถูกต้องในการประมาณค่าคำตอบ

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น ไม่มีผลต่อความถูกต้องในการประมาณค่าคำตอบ ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 3.4 แสดงว่า ความแตกต่างของคะแนนการประมาณค่าคำตอบระหว่างผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญ ในแต่ละระดับชั้น มีค่าพอๆกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะลักษณะการประมาณค่าคำตอบนั้น เป็นลักษณะการใช้ความรู้ในวิธีการที่จะได้คำตอบอย่างรวดเร็ว ในเวลาอันรวดเร็ว เป็นการพัฒนาความสามารถที่เป็นไปตามลำดับชั้นคือ นักเรียนที่มีระดับชั้นที่สูงกว่า จะมีความคิดที่กว้างขวางกว่านักเรียนที่อยู่ในระดับที่ต่ำกว่า (Flavell, 1985 : 104) ด้วยเหตุนี้ จึงทำให้ความสามารถในการประมาณค่าคำตอบของนักเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นเพิ่มมากขึ้นตามไปด้วย

ส่วนผลการวิจัยที่พบว่า นักเรียนที่มีความชำนาญ ได้คะแนนความรู้ด้านการประมาณค่าคำตอบ มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ได้คะแนนความรู้ด้านการประมาณค่าคำตอบ มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1.4 และ ข้อที่ 2.4 นั้น สรุปได้ว่าความสามารถด้านการประมาณค่าคำตอบ เป็นไปตามระดับชั้นเรียนที่สูงขึ้น ในขณะที่เดียวกันก็เป็นไปตามลักษณะของความชำนาญในการแก้ปัญหา

ผู้วิจัยขออภิปรายรายละเอียดเพิ่มเติมจากนิจรรณาการตอบของนักเรียนว่า ด้านความถูกต้องของการประมาณค่าคำตอบนั้น ผู้ชำนาญประมาณค่าคำตอบได้ใกล้เคียงกับคำตอบที่แท้จริงมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ จากรายละเอียดในการตอบแบบสอวัต พบว่าผู้ชำนาญใช้วิธีประมาณค่าโดยการปิดเศษให้เป็นเลขจำนวนเต็มแล้วนำไปคำนวณ นอกจากนี้ยังใช้หลักการทอนตัวเลขให้เป็นอัตราส่วนอย่างต่ำ เพื่อใช้ในการคำนวณทำให้คำนวณได้ดีกว่าและเร็วขึ้น ซึ่งสอดคล้องกับการวิจัยของ Reys และคณะ (1982) ที่พบว่านักเรียนที่เก่งคณิตศาสตร์ ใช้วิธีการประมาณค่าโดยการปิดเศษให้เป็นจำนวนเต็ม (reformulation) เพื่อการคำนวณในการประมาณค่า ซึ่งต่างจากผู้ไม่ชำนาญ ที่การวิจัยครั้งนั้นพบว่าไม่สามารถประมาณค่าได้ เพราะไม่ทราบหลักการที่จะนำมาใช้ในการประมาณค่า จึงพยายามคำนวณหาคำตอบที่แท้จริงออกมาซึ่งใช้เวลามาก และไม่สามารถทำให้เสร็จภายในเวลาที่กำหนดได้

การประมาณค่าคำตอบ น่าจะมีประโยชน์ต่อการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์เพราะจะช่วยให้อหาคำตอบได้อย่างรวดเร็วและมีประโยชน์ต่อการตรวจสอบคำตอบ แต่จากการเรียนการสอน

คณิตศาสตร์ มุ่งให้นักเรียนหาคำตอบที่ถูกต้องไม่ได้มุ่งส่งเสริมให้มีการประมาณค่าคำตอบ ดังนั้นจึงควรให้มีการสอนเพื่อมุ่งการประมาณค่าด้วย

สมมุติฐานข้อที่ 1.5 ผู้ชำนาญมีคะแนนการระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหามากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 2.5 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีคะแนนการระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 3.5 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อการระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น ไม่มีผลต่อการระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหาซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 3.5 แสดงว่าความสามารถในการระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหา ของผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ เมื่ออยู่ในระดับชั้นที่สูงขึ้น ทั้งผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ จะมีความสามารถในด้านนี้เพิ่มขึ้น ทั้งนี้อธิบายได้ว่า ลักษณะการระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ เป็นการบอกถึงวิธีการนำหลักการทางคณิตศาสตร์ ที่จะนำมาใช้ในการแก้ปัญหา เป็นการระลึกรูปแบบที่เคยใช้มาก่อนในการแก้ปัญหา (Gagne', 1985) จะเห็นได้ว่าเป็นลักษณะของความจำและความเข้าใจ ดังนั้นพัฒนาการในด้านนี้ของนักเรียนจะเพิ่มขึ้นตามระดับชั้นที่สูงขึ้น

ในการระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่าผู้ชำนาญมีความสามารถในการระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหา ได้ถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1.5 และสอดคล้องกับการวิจัยของ Chi (1982) และ Scandura (1981) ที่พบว่า ผู้ชำนาญสามารถระบุหลักการสำคัญในการแก้ปัญหาได้ดีกว่าผู้ไม่ชำนาญ แต่ผลการวิจัย พบว่านักเรียนในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และมัธยมศึกษาตอนปลาย มีการระบุหลักการสำคัญทางคณิตศาสตร์ที่ใช้ในการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน ซึ่งไม่สอดคล้องกับสมมุติฐานข้อที่ 2.5 ทั้งนี้อาจเป็นเพราะลักษณะของโจทย์ปัญหาที่ใช้ในการสอบวัด ใช้ความรู้ในระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 และมีความยากง่ายปานกลางและไม่มีความซับซ้อนมากนัก จึงไม่เกินความสามารถของนักเรียนในระดับมัธยมศึกษาปีที่ 2 จะตอบได้ และเป็นการตอบที่ไม่ต้องใช้ความคิดในระดับสูงมากนัก จึงทำให้ไม่มีความแตกต่างกันดังกล่าว

สมมุติฐานข้อที่ 1.6 ผู้ชำนาญ มีคะแนนการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 2.6 นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีคะแนนการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 3.6 มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นในการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นไม่มีผลต่อการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 3.6 ในการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นการใช้ความรู้ที่มีความสัมพันธ์กัน และสามารถที่จะนำมาเชื่อมโยงเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาได้ ความสามารถนี้จะ เป็นไปตามความรู้ความชำนาญ (Gagne', 1985) ดังนั้นผู้ชำนาญไม่ว่าจะอยู่ในระดับชั้นใด จะมีความสามารถในด้านนี้มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ การลำดับขั้นตอนเป็นลักษณะสำคัญที่จะนำไปสู่การแก้ปัญหา ดังนั้นจึงควรที่จะฝึกให้นักเรียนได้รู้จักวางลำดับขั้นตอนรู้จักการสร้างความสัมพันธ์ความรู้ไปสู่แนวทางการปฏิบัติเพื่อแก้ปัญหา ทั้งนี้เพื่อให้นักเรียนได้รู้จักเชื่อมโยงความรู้ที่ตนเองมีอยู่อย่างเป็นระบบและสามารถนำไปใช้ได้อย่างรวดเร็ว ในผู้ชำนาญจะมีความสามารถในการลำดับขั้นตอน เมื่อนพบกับปัญหาจะนำออกมาใช้ได้เลย ซึ่งต่างจากผู้ไม่ชำนาญจะต้องเริ่มสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ที่ตนเองมีอยู่กับสถานการณ์ที่เป็นปัญหา ทำให้เสียเวลาและเป็นงานที่หนักกว่าผู้ชำนาญ

และที่พบว่า ผู้ชำนาญ มีคะแนนการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 1.6 ที่พบว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีคะแนนการลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหา มากกว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 2.6 การลำดับขั้นตอนการแก้ปัญหาเป็นไปตามความชำนาญ และนักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นที่สูงขึ้นก็จะมีรู้และความสามารถเพิ่มขึ้นตามทฤษฎีพัฒนาการ

สรุปได้ว่า ในด้านความรู้ด้านความคิดรวบยอดมีตัวแปรที่สำคัญที่แสดงถึงความเป็นผู้ชำนาญคือ การมีความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์อย่างกว้างขวาง สามารถสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ได้ดี และมีลักษณะการจำแนกประเภทของปัญหา ตามลักษณะโครงสร้างความรู้แบบลึก

ความรู้ด้านการดำเนินการ เป็นความรู้ที่นำไปสู่การแก้ปัญหาสามารถสร้างเสริมให้เกิดขึ้นได้ โดยการฝึกและสร้างความรู้พื้นฐาน (Knowledge base) ให้แจ่มชัด สามารถสร้างความสัมพันธ์และนำไปสู่การปฏิบัติพร้อมที่จะระลอกออกมาได้ในทันที ดังนั้นจะเห็นได้ว่าความรู้ทั้งสองด้านดังกล่าวมีความสัมพันธ์กันอย่างมาก

ในทางจิตวิทยาการรู้คิด (Cognitive Psychology) จะต้องพยายามอธิบายว่าความรู้ทั้งสองจะสร้างความสัมพันธ์กันได้อย่างไร แม้ว่าความรู้ด้านการดำเนินการจะช่วยในการแก้ปัญหามาก แต่ก็ต้องอาศัยความรู้ด้านความคิดรวบยอดเป็นพื้นฐาน การสร้างความสัมพันธ์ระหว่างความรู้ทั้งสองด้านนี้ เป็นเรื่องจำเป็นที่จะต้องมีการสอน และตรวจสอบความรู้เหล่านั้น ทั้งนี้เพื่อให้ผู้เรียนมีความรู้พื้นฐานอย่างพอเพียงในการเรียนรู้แต่ละเรื่อง สละสลวยในความจำอย่างมีระบบ และสามารถระลึกหรือดึงความรู้มาใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างรวดเร็ว ในทางการศึกษา ควรเน้นการสอนเทคนิคที่จะนำมาใช้ ในการสร้างความสัมพันธ์ของความรู้ทั้งสองด้าน เพราะความรู้ด้านความคิดรวบยอดเป็นความรู้ที่ผู้เรียนต้องมีเป็นอันดับแรก และต้องมีการจัดระบบความรู้นั้น จะทำให้การนำความรู้มาใช้ได้อย่างรวดเร็วและถูกต้อง นั่นคือการมีความรู้ด้านการดำเนินการ หากผู้เรียนได้รับสอนและฝึกในเรื่องนี้จะช่วยพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น

2. กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา

สมมุติฐานข้อที่ 4.1 ผู้ชำนาญ มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการทำความเข้าใจปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 5.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการทำความเข้าใจปัญหา ถูกต้องมากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 6.1 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการทำความเข้าใจปัญหา

ผลการวิจัย นักเรียนผู้ชำนาญและไม่ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการทำความเข้าใจปัญหาถูกต้องมากขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียนด้วย ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อ 6.1

เนื่องจากปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการทำความเข้าใจปัญหา จึงต้องอภิปรายผลที่เกี่ยวข้องกับสมมติฐานข้อที่ 4.1 และ ข้อที่ 5.1 ควบคู่กันไป กล่าวคือ ผู้ชำนาญมีการทำความเข้าใจปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญทั้งระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย และเมื่อนิยามการทำความเข้าใจปัญหาในกลุ่มผู้ชำนาญ พบว่า นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น มีคะแนนไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะนักเรียนผู้ชำนาญในการแก้ปัญหา ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและมัธยมศึกษาตอนปลาย มีลักษณะคล้ายกันที่ว่ามีความพยายามที่จะทำความเข้าใจปัญหาก่อนลงมือทำ ซึ่งตามทฤษฎีความชำนาญ ของ Chi (1982) กล่าวไว้ว่าการทำความเข้าใจปัญหาเป็นลักษณะของผู้ชำนาญ จึงทำให้ ผู้ชำนาญในทั้ง 2 ระดับชั้นเรียนนี้ มีกระบวนการคิดในด้านนี้ไม่แตกต่างกัน

ส่วนในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญนั้น นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลาย มีคะแนนในการทำความเข้าใจปัญหา มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเมื่อนิยามการตอบของนักเรียนพบว่า ผู้ไม่ชำนาญที่เป็นนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นระบุสิ่งที่โจทย์กำหนดมาให้และสิ่งที่ต้องการหาได้ไม่ถูกต้องนักทั้งนี้อาจเป็นเพราะการขาดความรู้ ความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ ขาดความสามารถทางภาษาจึงทำให้ไม่สามารถที่จะทำความเข้าใจโจทย์ได้ ซึ่งต่างจากนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ที่มีระดับอายุและประสบการณ์มากขึ้น ความสามารถทางสมองสูงขึ้น ทำให้มีการทำความเข้าใจปัญหาได้มากกว่านักเรียนที่อยู่ในระดับชั้นต่ำกว่า

สมมติฐานข้อที่ 4.2 ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการสร้างตัวแทนปัญหาถูกต้องกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมติฐานข้อที่ 5.2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการสร้างตัวแทนปัญหา ถูกต้องกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมติฐานข้อที่ 6.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาการสร้างตัวแทนปัญหา

ผลการวิจัยพบว่า ไม่สอดคล้องกับสมมติฐานข้อที่ 6.2 คือการสร้างตัวแทนปัญหาของผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญ จะมีมากน้อยไม่ขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียน ทั้งนี้เพราะการสร้างตัว

แทนปัญหา เป็นความสามารถที่ ต้องแปลงปัญหาโจทย์ให้ออกมาในรูปธรรม เพื่อให้ดูง่ายและสะดวกในการทำความเข้าใจปัญหา ในระดับชั้นที่สูงขึ้นโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์จะมีความซับซ้อนมากขึ้น จำเป็นต้องอาศัยความสามารถในด้านนี้มากขึ้น จากการพิจารณาคำตอบของนักเรียนพบว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายจะใช้การวาดรูป เขียนสัญลักษณ์หรือการเขียนประโยคสมการในปริมาณที่มากกว่านักเรียนในชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ทั้งที่นักเรียนมัธยมต้นน่าจะใช้มากกว่าเพราะเข้าใจโจทย์ได้ยากกว่า ในขณะที่เดียวกันผู้ชำนานจะใช้การสร้างตัวแทนปัญหามากกว่าผู้ไม่ชำนาน (Reed, 1986) ไม่ว่าจะจะเป็นนักเรียนในระดับใด จึงทำให้ไม่พบว่าการสร้างตัวแทนปัญหาของผู้ชำนานหรือไม่ชำนาน แตกต่างกันตามระดับชั้น

จากผลการวิจัยที่พบว่า ผู้ชำนานมีการสร้างตัวแทนปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาน และนักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย มีการสร้างตัวแทนปัญหาถูกต้องมากกว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนต้นนี้ เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4.2 และข้อที่ 5.2

สมมติฐานข้อที่ 4.3 ผู้ชำนานมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการวางแผนการแก้ปัญหา ถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาน

สมมติฐานข้อที่ 5.3 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา ถูกต้องมากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมติฐานข้อที่ 6.3 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนานกับระดับชั้น มีผลต่อกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยไม่เป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 6.3 กล่าวคือ ผู้ชำนานและไม่ชำนานมีความถูกต้องในการวางแผนการแก้ปัญหามากน้อยไม่ขึ้นอยู่กับว่าเป็นนักเรียนระดับชั้นใด ทั้งนี้ อาจเป็นเพราะ ความแตกต่างของกระบวนการคิดนี้ของผู้ชำนาน และผู้ไม่ชำนาน ไม่ได้ขึ้นอยู่กับระดับชั้นที่แตกต่างกัน แต่เป็นเพราะขึ้นอยู่กับประสบการณ์ที่เหมือนกัน คือถ้าในระดับชั้นที่สูงขึ้น ความสามารถเหล่านี้ก็เพิ่มขึ้นพอกันทั้งในผู้ชำนานและไม่ชำนาน จึงทำให้ไม่พบปฏิสัมพันธ์ในกระบวนการในการคิดดังกล่าว

ผลการวิจัยพบว่า ผู้ชำนานมีกระบวนการในการคิดด้านการวางแผนในการแก้ปัญหา ถูกต้องกว่าผู้ไม่ชำนาน และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดด้านนี้ถูก

ต้องมากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 4.2 และข้อที่ 5.2

สมมุติฐานข้อที่ 4.4 ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 5.4 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการดำเนินการแก้ปัญหา มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 6.4 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นเรียนมีผลต่อกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้าน การดำเนินการแก้ปัญหา

ผลการวิจัยไม่สอดคล้องกับสมมุติฐานข้อที่ 6.4 กล่าวคือพบว่าผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญ มีกระบวนการในการดำเนินการแก้ปัญหา ถูกต้องมากน้อยไม่ขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียน ทั้งนี้เพราะนักเรียนผู้ชำนาญ ถึงแม้ว่าจะอยู่ในระดับชั้นใดก็ตาม ย่อมมีความรู้พื้นฐานสะสมอยู่ในหน่วยความจำมาก และมีการจัดระบบความรู้ เป็นอย่างดี ในทางตรงข้ามนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ ไม่ว่าจะอยู่ในระดับชั้นใดก็ตาม จะมีความรู้พื้นฐานสะสมอยู่น้อย และการจัดระบบความรู้ไม่ดีเท่าผู้ชำนาญ จึงทำให้กระบวนการในการแก้ปัญหาไม่ดีเท่าผู้ชำนาญ ดังนั้นกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาของผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญจึงไม่ขึ้นอยู่กับระดับชั้นเรียน ผลการวิจัยนี้ เป็นไปตามกับสมมุติฐานข้อ 4.4 และ ข้อ 5.4 คือ ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดด้านการดำเนินการแก้ปัญหาถูกต้องกว่าผู้ไม่ชำนาญ และนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีกระบวนการในการคิดด้านนี้มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 4.5 ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหาถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 5.5 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหาถูกต้องมากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 6.5 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับกระบวนการมีผลต่อการคิดแก้ปัญหา ด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา

สำหรับกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหา นั้น ผลการวิจัยพบว่าปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญ และระดับชั้นเรียนมีผลต่อการตรวจสอบการแก้ปัญหา เป็นไปตามสมมติฐานที่ 6.5 กล่าวคือ กระบวนการในการตรวจสอบการแก้ปัญหของผู้ชำนาญและไม่ชำนาญนั้นส่งผลต่อระดับชั้นมัธยมต้นและมัธยมปลายไม่เท่ากัน แต่เมื่อพิจารณาจากแผนภูมิพบว่า ผู้ชำนาญมีกระบวนการในการตรวจสอบการแก้ปัญหาได้ถูกต้องมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย ซึ่งเป็นไปตามสมมติฐานข้อที่ 4.5 ในกลุ่มผู้ชำนาญพบว่านักเรียนระดับมัธยมศึกษาตอนปลาย พบว่ามีกระบวนการในการคิดด้านนี้ มากกว่านักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น ส่วนในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญนั้นไม่พบว่านักเรียนทั้งสองระดับมีความแตกต่างกัน ไม่เป็นไปตามสมมติฐานในข้อที่ 5.5 ทั้งนี้อธิบายได้ว่ากระบวนการในการตรวจสอบการแก้ปัญหา นับว่าเป็นการคิดในระดับสูง นักเรียนในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญ ทั้งใน 2 ระดับชั้นเรียน จึงไม่สามารถมีกระบวนการคิดในด้านนี้ และจากการตรวจสอบกระบวนการคิดด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหของผู้ไม่ชำนาญ ทั้งสองกลุ่ม พบว่ามีกระบวนการในการตรวจสอบน้อยมาก และเป็นไปตามลักษณะการคิดแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนที่รวิวัฒน์ คล้ายมงคล (2524) ได้ศึกษาพบว่า กระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ส่วนใหญ่มี 3 กระบวนการคือ การทำความเข้าใจ โจทย์ การวางแผนการแก้ปัญหาและการดำเนินการตามแผน ส่วนที่มีน้อยได้แก่กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ด้าน การตรวจสอบการแก้ปัญหา เช่นเดียวกับกับการศึกษาของ เจริญ แก้วประดิษฐ์ (2533) และ สิริมาศ สิทธิหล่อ (2535) ที่ศึกษากระบวนการในการคิดแก้ปัญหา พบว่านักเรียนมีพฤติกรรมการคิดในด้านการตรวจสอบการแก้ปัญหายู่ในระดับที่ต่ำมากโดยเฉพาะนักเรียนที่เรียนอ่อน ดังนั้นจึงพบว่าในกลุ่มนักเรียนที่ไม่ชำนาญจะมีคะแนนความถูกต้องในกระบวนการตรวจสอบการแก้ปัญหาไม่แตกต่างกัน ไม่ว่าจะอยู่ในระดับชั้นเรียนใด

จึงเป็นที่น่าสนใจว่า การเรียนการสอนคณิตศาสตร์ในปัจจุบัน น่าจะให้ความสำคัญในเรื่องของกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา โดยเน้นด้านการให้เวลาในการทำความเข้าใจปัญหา และการวางแผนการแก้ปัญหา ตลอดจนการดำเนินการตามแผนที่วางไว้ และที่สำคัญ จะต้องรู้จักการตรวจสอบการแก้ปัญหาที่นักจิตวิทยาการรู้คิดให้ความสำคัญอย่างมาก ว่าเป็นการคิดในระดับสูง (Higher order thinking) โดยให้มีการฝึกกันอย่างจริงจัง เพราะในการเรียนการสอน หากมีแต่การบอกให้นักเรียนทราบถึงขั้นตอนในการแก้ปัญหา แต่ไม่ได้มีการฝึกอย่าง

จริงจัง นักเรียนก็จะไม่คิดอย่างเป็นลำดับขั้นตอนได้อย่างมีประสิทธิภาพ ครูเป็นบุคคลสำคัญในการเสริมสร้างกระบวนการในการคิดแก้ปัญหาแก่นักเรียน ดังที่ Derry (1986) ได้เสนอว่า ครูน่าจะเป็นตัวแบบในการรายงานการคิดที่เป็นขั้นตอนสำคัญ เช่น ครูรายงานการคิดในขณะที่คิดแก้ปัญหา ให้นักเรียนได้เห็นกระบวนการในการคิด ตั้งแต่ การทำความเข้าใจปัญหา ไปจนถึงการตรวจสอบการแก้ปัญหา จะช่วยให้นักเรียนได้พัฒนารูปแบบกระบวนการคิดของเขาได้

3. เมตาคognition

สมมุติฐานข้อที่ 7.1 ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคลมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 8.1 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 9.1 ปฏิสัมพันธ์ระหว่าง ความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล

ผลการวิจัยพบว่า ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคลมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ และ นักเรียนมัธยมศึกษาตอนปลายมีความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล มากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 7.1 และข้อที่ 8.1 และสอดคล้องกับงานวิจัยของ Shoenfeld (1985) Rohwer และ Thomas (1989) ที่พบว่าผู้ชำนาญมีการใช้ความรู้ในเมตาคognition มากกว่าผู้ไม่ชำนาญ และผลการวิจัยของ Myers และ Paris (1978) ที่พบว่า นักเรียนที่มีอายุมากกว่าจะมีความรู้ในเมตาคognition สูงกว่านักเรียนที่อายุน้อยกว่า

นอกจากนั้นผลการวิจัยพบว่าไม่มีปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล ซึ่งไม่เป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 9.1 แสดงว่าความชำนาญ และ ไม่ชำนาญส่งผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคลในทุกะดับชั้นพอกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะความรู้ในเมตาคognition ด้านบุคคล เป็นลักษณะด้านความรู้ ที่กล่าวถึงลักษณะบุคคล ที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ที่ดี ผู้ชำนาญจะนิยามลักษณะดังกล่าว โดยใช้เทียบกับลักษณะของตนเองเป็นสำคัญในการตอบ ผู้ชำนาญจะรู้ว่าในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์นั้นจะต้องใช้

ความสามารถเฉพาะด้านใดบ้าง ดังเช่นการตอบแบบสอบถามของนักเรียนผู้ชำนาญทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้น และตอนปลาย ให้ความสำคัญต่อบุคคลที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ในด้าน การมีประสบการณ์ในการทำโจทย์ มีความสามารถในการวิเคราะห์โจทย์ มีพื้นฐานความรู้คณิตศาสตร์ดี มีเหตุผล และมีแนวในการคิดได้หลายแนวทาง ส่วนผู้ไม่ชำนาญ จะพิจารณาลักษณะของบุคคลที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยใช้ลักษณะของคน ที่เรียนเก่งโดยทั่วไป เช่นการตอบแบบสอบถามของนักเรียนผู้ไม่ชำนาญ ทั้งในระดับมัธยมศึกษาตอนต้นและตอนปลาย ที่ให้ความสำคัญต่อบุคคลที่มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ ว่าต้องมีลักษณะตั้งใจเรียน ขยันทำแบบฝึกหัด ไม่นุดคุดในเวลาเรียน เป็นคนเรียบร้อย มีความจำดี ซึ่งทั้งหมด นี้เป็นลักษณะของคนเก่งโดยทั่วไป

สมมุติฐานข้อที่ 7.2 ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 8.2 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายมีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานมากกว่านักเรียนมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 9.2 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 9.2 แสดงว่าความชำนาญส่งผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านงานในระดับชั้นต่างๆไม่เท่ากัน ในระดับมัธยมศึกษาตอนปลายและตอนต้น ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ เป็นไปตามสมมุติฐานที่ 7.2 ส่วนในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญ นักเรียนทั้งสองระดับจะมีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานไม่แตกต่างกัน ทั้งนี้อาจเป็นเพราะลักษณะของความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน เป็นการคิดเกี่ยวกับงานนั้นว่ามีลักษณะความยากง่ายเพียงใดและมีวิธีที่จะทำให้ง่ายได้อย่างไร นักเรียนที่มีคะแนนในด้านนี้สูง จะต้องมีความคิดที่อยู่ในระดับสูง และลึกซึ้งพอสมควร และจะต้องเกิดขึ้นในกลุ่มนักเรียนที่มีความชำนาญ และมีประสบการณ์มาก เพราะผู้ชำนาญจะแก้ปัญหาต่างๆได้จะต้องรู้ลักษณะของงาน ตลอดจนการควบคุมการคิดนั้นด้วย อย่างไรก็ตามจะต้องเป็นไปตามวุฒิภาวะและประสบการณ์ที่สูงขึ้นด้วย ดังนั้นจึงพบว่าผู้ชำนาญในระดับชั้นที่สูงกว่า มีความรู้ในเมตาคognition ด้านงาน

งานมากกว่าผู้ชำนาญในระดับชั้นที่ต่ำกว่า ส่วนในผู้ไม่ชำนาญจะมีความรู้ด้านงานน้อยเพราะขาดความรู้ความสามารถที่จะเรียนรู้และพัฒนาตนเอง ถึงแม้จะมีระดับชั้นที่แตกต่างกัน ดังนั้นจึงพบว่า ผู้ไม่ชำนาญในระดับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น และชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านงานไม่แตกต่างกัน

สมมุติฐานข้อที่ 7.3 ผู้ชำนาญมีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีมากกว่าผู้ไม่ชำนาญ

สมมุติฐานข้อที่ 8.3 นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี มากกว่านักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น

สมมุติฐานข้อที่ 9.3 ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้น มีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี

ผลการวิจัยพบว่า ปฏิสัมพันธ์ระหว่างความชำนาญกับระดับชั้นมีผลต่อความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี ซึ่งเป็นไปตามสมมุติฐานข้อที่ 9.3 แสดงว่าความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีของผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญขึ้นอยู่กับระดับชั้นด้วย

อธิบายได้ว่าผู้ชำนาญจะพัฒนาความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีดีกว่าผู้ไม่ชำนาญเมื่อเรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นทั้งนี้ เพราะผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญเมื่อได้เรียนในระดับชั้นที่สูงขึ้นจะมีอัตราความก้าวหน้าต่างกัน คือผู้ชำนาญจะเรียนรู้ได้เร็วกว่า และถึงแม้จะมีประสบการณ์เท่ากับผู้ไม่ชำนาญ แต่ความสามารถพื้นฐานของผู้ชำนาญดีกว่าไม่ว่าจะเป็นการรับรู้ การจำรวมทั้งมีการจัดระบบความคิดในระดับสูง ซึ่งต่างกับผู้ไม่ชำนาญจะเรียนรู้ได้ช้า ไม่รู้จักนำความรู้ที่ตนมีอยู่ไปใช้ในการแก้ปัญหาต่างๆได้ (Chi, 1982) จึงทำให้ความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธีของผู้ชำนาญและผู้ไม่ชำนาญขึ้นอยู่กับระดับชั้นด้วย

รายละเอียดด้านความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี ที่พบในการวิจัยครั้งนี้ มีสิ่งที่น่าให้ความสนใจ คือ ทั้งกลุ่มผู้ชำนาญ และผู้ไม่ชำนาญ ให้ความสำคัญในการตรวจสอบกระบวนการแก้ปัญหาบ่อย โดยเฉพาะอย่างยิ่งในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญ จึงจำเป็นที่จะต้องเพิ่มพูนความรู้ในด้านเหล่านี้ โดยจะต้องสอดแทรกไปกับการสอนคณิตศาสตร์

ผลการวิจัยที่เกี่ยวกับสมมุติฐานข้อที่ 7.3 และ 8.3 พบว่า ในกลุ่มผู้ชำนาญนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลาย มีความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี มากกว่านักเรียนมัธยม

ศึกษาตอนต้น และในกลุ่มผู้ไม่ชำนาญ นักเรียนทั้งสองระดับ จะมีความรู้ในเมตาคognition ด้าน กลวิธีไม่แตกต่างกัน อธิบายได้ว่า ความรู้ด้านเมตาคognition จะพัฒนาไปตามอายุที่มากขึ้น เหมือนกับความสามารถโดยทั่วไป (Myers and Paris, 1978) และความรู้ในเมตาคognition ด้านกลวิธี เป็นความรู้ที่ต้องใช้ความคิดที่ซับซ้อน

ข้อเสนอแนะ

สำหรับผู้เกี่ยวข้องกับการเรียนการสอนคณิตศาสตร์

1. ควรให้ความสำคัญด้านการทำความเข้าใจโจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ และ ความสามารถในการตรวจสอบกระบวนการในการคิดแก้ปัญหา ในด้านความรู้เฉพาะด้าน ควรเน้น ด้านการฝึกการจัดโครงสร้างความรู้แบบลึก และ ความสามารถในการใช้คำที่ช่วยในการแก้ปัญหา รวมไปถึงการให้ความสำคัญกับการใช้ความรู้ใน เมตาคognition เพราะตัวแปรเหล่านี้มีความสำคัญต่อความชำนาญในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์

2. ควรมีการสอนเพื่อพัฒนาความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหาและ เมตาคognition ให้แก่นักเรียน ตั้งแต่ระดับชั้นประถมศึกษา เพื่อที่ความรู้ความสามารถเหล่านี้จะส่งเสริมความสามารถของนักเรียน ในการแก้ปัญหาในระดับสูงต่อไป

สำหรับสถาบันการฝึกหัดครู

ควรจัดให้มีการอบรม และ ฝึกการสอนความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และการฝึกเมตาคognition ให้แก่นักศึกษาครู และครูประจำการ เพื่อพัฒนาความสามารถในการสอน ให้นักเรียนมีความชำนาญในแก้ปัญหาคณิตศาสตร์มากขึ้น และเชื่อว่าการแก้ปัญหาในวิชาอื่นก็น่าที่จะนำไปใช้ได้เช่นกัน

สำหรับการวิจัยครั้งต่อไป

ควรมีการสร้างรูปแบบ (model) การฝึกนักเรียนเพื่อเสริมสร้างให้มีความสามารถในการแก้ปัญหาคณิตศาสตร์ โดยเน้นการฝึกเพื่อพัฒนาความรู้เฉพาะด้าน กระบวนการในการคิดแก้ปัญหา และ เมตาคognition ควบคู่ไปกับการเรียนการสอนตามปกติ