หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

กำลังของโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก

4.1 กำลังรับแรงดัด

ในการวิเคราะห์การดัดของคานคอนกรีตเสริมเหล็กมีแรงกระทำตามขวาง ต้องการทราบความสัมพันธ์ระหว่างแรงกระทำกับการแอ่นตัวของคานตั้งแต่จุดเริ่มต้นจนถึงแรงสูงสุดของคาน และช่วงที่คานสามารถรับแรงลดลง ก่อนที่จะวิเคราะห์การดัด จำเป็นต้องทราบความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดต้านทานและความโค้ง ซึ่งเป็นคุณสมบัติของพื้นที่หน้าตัดของคานทุก ๆ หน้าตัด จากหลักกลศาสตร์ของวัสดุ โมเมนต์ดัดต้านทานเกิดจากผลหมุนของแรงอัดในคอนกรีตและแรงดึงในเหล็กเสริม ส่วนความโค้งคือ ค่าความชันของเส้นความเครียดในหน้าตัด

ในการวิเคราะห์ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัด และความโค้ง มีสมมติฐานทั่วไป 4 ประการ คือ

- พื้นที่หน้าตัดก่อนเกิดการดัดเป็นระนาบ เมื่อเกิดการดัดแล้วยังคงเป็นระนาบ
- ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงตามแนวแกนและความเครียดของเหล็กเสริมจะต้องทราบมาก่อน
- ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงตามแนวแกนและความเครียดของคอนกรีต จะต้องทราบมาก่อน
- กำลังดึงในคอนกรีตมีค่าน้อยมาก และสามารถตัดทิ้งได้

สมมติฐานข้อแรกเรียกว่า หลักการของเบอนูลิ (Bernoulli's principle) มีนัยว่าความเครียดตามแนวในคอนกรีตที่ระดับต่าง ๆ ในพื้นที่หน้าตัดเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางจากแกนสะเทิน เนื่องจากเหล็กเสริมมีแรงยึดเหนี่ยวกับคอนกรีต ดังนั้นความเครียดที่ระดับเหล็กจะมีค่าเท่ากับความเครียดของเหล็กเสริม สมมติฐานข้อที่ 2 การวิเคราะห์โดยทั่วไปจะใช้กราฟเฉพาะช่วงอิลาสติคและพลาสติก เท่านั้น จะไม่พิจารณาในช่วงสะเตรนฮาร์ดเดนนิงเพราะความเครียดในช่วงนี้มีค่าสูง ซึ่งส่งผลให้การแอ่นตัวมีค่ามากเกินไป ในสมมติฐานข้อที่ 3 ความ

สัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตนั้น ในที่นี้จะใช้ผลการวิจัยของ Hognestad (26) ดังแสดงในรูปที่ 4.1 การแจกแจงของความเครียดของคอนกรีตมีค่าเท่ากัน หมดบนพื้นที่หน้าตัด สำหรับสมมติฐานข้อสุดท้ายเป็นจริงเนื่องจากกำลังดึงคอนกรีตมีค่าประมาณ 8 ถึง 16% ของหน่วยแรงอัด

4.1.1 การแจกแจงหน่วยแรงอัด

พฤติกรรมของคอนกรีตภายใต้การอัด ได้จากการทดสอบแท่งทรงกระบอกตัวอย่างขนาด 6" x 12" เมื่อแท่งคอนกรีตตัวอย่างมีอายุ 28 วัน ในการวิเคราะห์ทฤษฎีกำลังประลัยของคานคอนกรีตเสริมเหล็ก Hognestad ได้ศึกษาฟังก์ชันความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดและความเครียด ซึ่งให้ผลใกล้เคียงกับกราฟที่ได้จากการทดสอบแท่งคอนกรีต ดังรูปที่ 4.1 ฟังก์ชันดังกล่าวคือ

เมื่อ $\varepsilon < \varepsilon_o$;

$$f_c = f'_c\left[2\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o} - \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_o}\right)^2\right] \qquad (4.1)$$

เมื่อ $\varepsilon > \varepsilon_o$;

$$f_c = f'_c - \frac{0.15f'_c}{\left(0.0038 - \varepsilon_o\right)}\left(\varepsilon - \varepsilon_o\right) \qquad (4.2)$$

เมื่อ $\varepsilon_o = 2\frac{f'_c}{E_c}$

E_c คือ ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของคอนกรีต (กก./ตร.ซม.)

ε คือ ความเครียดของคอนกรีตที่จุดใด ๆ

f'_c คือ กp

f_c คือ หน่วยแรงอัดที่ความเครียด ε

จากกราฟหน่วยแรงอัดและความเครียด ค่าโมดูลัสความยืดหยุ่นของคอนกรีต คือความชันของเส้นตรงที่เชื่อมจุดเริ่มต้นกับจุดที่หน่วยแรงอัดเท่ากับครึ่งหนึ่งของหน่วยแรงอัดสูงสุดเท่ากับ

$$E_c = 15210\sqrt{f'_c} \qquad (4.4)$$

สมการที่ (4.4) เป็นสมการสำหรับคอนกรีตน้ำหนักปกติ

สำหรับหน่วยแรงดึงในคอนกรีตมีค่าน้อยมาก จากการศึกษาของหลายท่านที่ผ่านมาจะได้ค่าประมาณ 10 - 20% ของหน่วยแรงอัดในการหากำลังดึงของคอนกรีตจะกระทำโดยการกดคานคอนกรีตล้วน หน้าตัดเป็นรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส ขนาด 6" และคำนวณกำลังดึงหรือโมดูลัสการหัก

$$f_r = \frac{M}{S} = K\sqrt{f'_c} \qquad (4.5)$$

เมื่อ M คือ โมเมนต์ดัดสูงสุดในคานขณะแตกหัก

S คือ โมดูลัสของหน้าตัด

K คือ ค่าคงที่ จะมีค่าประมาณ 2

4.1.2 ความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริม

รูปที่ 4.2 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดสำหรับเหล็กเสริม ซึ่งได้จากการทดสอบตัวอย่างเหล็กเสริมโดยการดึง ในช่วงอิลาสติคหน่วยแรงเพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความเครียด มีค่าความชันเรียกว่าโมดูลัสความยืดหยุ่น E_s เป็น 2×10^6 กก./ตร.ซม. ซึ่งเป็นค่าคงที่สำหรับเหล็กเสริมเกรดต่าง ๆ ช่วงอิลาสติคจะสิ้นสุดที่จุดคลาก เมื่อเลยจุดคลากหน่วยแรงจะเพิ่มขึ้นอีกเมื่อความเครียดเพิ่มขึ้น แต่อัตราเพิ่มของหน่วยแรงน้อยกว่าช่วงอิลาสติค

ในการศึกษาพฤติกรรมโครงสร้างคอนกรีตเสริมเหล็ก นักวิจัยมักจะใช้กราฟหน่วยแรงและความเครียดสมมติแทนกราฟที่ได้จากการทดลอง ดังรูปที่ 4.3

4.1.3 ความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและความโค้ง

การวิเคราะห์โมเมนต์ดัดและความโค้ง ในการศึกษาวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ใช้วิธีการความเครียดสอดคล้อง (Strain compatibility) โดยใช้หลักการของการสมดุลระหว่างแรงดึงในเหล็กกับแรงอัดในคอนกรีต ขั้นตอนทั่วไปของการวิเคราะห์ด้วยวิธีความเครียดสอดคล้อง ประกอบด้วย

- สมมติระยะ y ซึ่งเป็นระยะจากผิวบนสุดของหน้าตัดถึงแกนสะเทิน และค่าความเครียดที่ผิวคาน
- หารูปร่างของการแจกแจงหน่วยแรงในคอนกรีตและในเหล็กโดยอาศัย กราฟความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียดของวัสดุ
- คำนวณแรงภายในของคอนกรีต และของเหล็ก

- ตรวจสอบสภาพสมดุลของหน้าตัด คือ ผลรวมของแรงภายในของวัสดุเท่ากับศูนย์ ถ้าหน้าตัดไม่อยู่ในสมดุล ให้กลับไปคำนวณตั้งแต่ขั้นตอนแรกใหม่ โดยสมมติระยะ y ใหม่
- เมื่อหน้าตัดอยู่ในสมดุลแล้ว ทำการคำนวณโมเมนต์ดัดต้านทานของหน้าตัดและค่าความโค้ง

ในการศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดกับ ความโค้ง ทำโดยศึกษาทีละหน้าตัด ที่หน้าตัดต่าง ๆ กัน โดยแบ่งย่อยแบบหยาบ ๆ ได้ดังนี้

1.) โมเมนต์ดัดแตกร้าว

ในการพิจารณาหาโมเมนต์ดัดแตกร้าว ทำการพิจารณาโดยให้พื้นผิวด้านล่างของคานมีความเครียดที่ทำให้กำลังของคอนกรีตที่ผิวล่างมีค่าเท่ากับโมดูลัสการหัก คือ

$$\varepsilon_f = \frac{f_r}{E_c} \tag{4.6}$$

จากนั้นให้การดัดเกิดเป็นระนาบตามหลักการของเบอนูลิ โดยกำหนดระยะ y ดังรูปที่ 4.4 แล้วหาค่าแรงอัด กับแรงดึงที่เกิดขึ้นในหน้าตัด ใช้วิธีลองผิดลองถูก (Trial and error method) จนได้หน้าตัดที่มีความสมดุลระหว่าง แรงอัดของคอนกรีต กับ แรงดึงของเหล็กเสริม

เมื่อ $$T = A_s f_s = A_s \frac{E_s}{\varepsilon_s} \tag{4.7}$$

โดยที่ $$\varepsilon_s = \frac{\varepsilon_t}{(h_1 - y)}(d - y) \tag{4.8}$$

และ $$C = b\int_0^y f_c \, dx \tag{4.9}$$

เมื่อ f_c ได้จากสามการของ Hognestad ดังที่แสดงในสมการ (4.1) และ (4.2) โดยมีค่า ε ที่ระยะ x ใด ๆ หาได้จากคุณสมบัติของสามเหลี่ยมคล้าย คือ

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_t}{(h_1 - y)} x \tag{4.10}$$

เมื่อ x คือ ระยะห่างจากแกนสะเทินถึงตำแหน่งที่พิจารณา (ซม.)

h_1 คือ ความลึกของหน้าตัดคาน (ซม.)

b คือ ความกว้างของหน้าตัดคาน (ซม.)

y คือ ระยะจากแกนสะเทินถึงผิวบน (ซม.)

T คือ แรงดึงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริม (กก.)

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

C คือ แรงอัดที่เกิดขึ้นในหน้าตัดของคอนกรีต (กก.)

เมื่อแทนค่าหน่วยแรงอัดของคอนกรีตที่ได้จากสมการ (4.1) และ (4.2) ลงในสมการที่ (4.9) ทำให้เขียนสมการใหม่ ได้ดังนี้

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_t}{(h_1 - y)} y \qquad (4.11)$$

$\varepsilon < \varepsilon_o$; $$C = b\int_0^y f_c'\left[2\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\frac{x}{y} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\frac{x}{y}\right)^2\right]dx \qquad (4.12)$$

$\varepsilon > \varepsilon_o$; $$C = b\left\{\int_0^m f_c'\left[2\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\frac{x}{y} - \left(\frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_o}\frac{x}{y}\right)^2\right]dx + \int_m^y f_c'\left[1 - \frac{0.15}{(0.0038 - \varepsilon_o)}\left(\varepsilon_c\frac{x}{y} - \varepsilon_o\right)\right]dx\right\} \qquad (4.13)$$

เมื่อ ε_c คือ ความเครียดของคอนกรีตที่ผิวบนของหน้าตัดคาน

m คือ ระยะห่างจากแนวแกนสะเทินถึงตำแหน่งที่มีความเครียดของคอนกรีตเท่ากับ ε_o

เมื่อเราแทนค่า y ต่าง ๆ จนทำให้ค่าแรงอัดในคอนกรีตมีค่าเท่ากับ แรงดึงในเหล็กเสริมแล้ว หมายความว่า หน้าตัดที่เกิดการดัดอยู่ในระนาบนี้เป็นระนาบที่ถูกต้อง ค่าที่ได้เป็นค่าที่ถูกต้อง ในขั้นตอนต่อไปเป็นการหาโมเมนต์ดัดของหน้าตัด ซึ่งได้จากการคูณแรงดึงหรือแรงอัดที่เกิดขึ้น กับ ระยะของแขนระหว่างแรงอัดกับแรงดึงหาได้โดยการหาตำแหน่งที่แรงอัดกระทำต่อหน้าตัด ดังนี้

$$\bar{y} = \frac{b\int_0^y f_c x\,dx}{C} \qquad (4.14)$$

$$M_{cr} = C(d - y + \bar{y}) = T(d - y + \bar{y}) \qquad (4.15)$$

$$\xi_{cr} = \frac{\varepsilon_c}{a} \qquad (4.16)$$

เมื่อ $\bar{y}$ คือ ระยะที่แรงอัดกระทำเป็นระยะ $\bar{y}$ จากแกนสะเทิน (ซม.)

M_{cr} คือ โมเมนต์ดัดแตกร้าว (กก.- ซม.)

ξ_{cr} คือ ค่าความโค้งของหน้าตัด

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2.) โมเมนต์ดัดในช่วงใต้แนวแกนสะเทินร้าวบางส่วน

เมื่อโมเมนต์ดัดเพิ่มขึ้น ความเครียดในเหล็กจะเพิ่มขึ้นมากกว่า ε_y แต่น้อยกว่าความเครียดที่จุดคลาก รอยร้าวในคอนกรีตด้านล่างซึ่งรับหน่วยแรงดึงจะเคลื่อนสูงขึ้น ในการวิเคราะห์เราใช้วิธีความเครียดสอดคล้องโดยกำหนดค่าความเครียดของเหล็กเสริม โดยให้มีค่าอยู่ในช่วงระหว่าง ε_t และ ε_y ส่งผลให้

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_s}{(d-y)} y \qquad (4.17)$$

เมื่อ d คือ ความลึกประสิทธิผลของคาน (ซม.)

ในการวิเคราะห์หาโมเมนต์ดัด จะใช้วิธีการเดียวกับการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดแตกร้าว โดยที่ M และ ξ หาได้จากสมการ (4.15) และ (4.16) ตามลำดับ

3.) โมเมนต์ดัดที่จุกคลาก

จุดที่เหล็กเสริมถึงจุดคลาก เป็นจุดสุดท้ายของช่วงคอนกรีตใต้แกนสะเทินร้าวบางส่วน การวิเคราะห์ใช้วิธีเดียวกันกับการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดแตกร้าว คือ วิธีความเครียดสอดคล้อง โดยเราให้ความเครียดของเหล็กเสริมถึงจุดคลาก คือ $\varepsilon_t = \varepsilon_y$ ดังนั้น กำลังของเหล็กเสริมจะถึงจุดคลากด้วย เท่ากับ f_y ดังนั้นแรงดึงในเหล็กเสริมมีค่าเท่ากับ

$$T = A_s f_y \qquad (4.18)$$

เมื่อ ได้ค่า y ที่ถูกต้อง ทำให้ได้ M_y และ ξ_y จากสมการ (4.15) และ (4.16) ตามลำดับ

4.) โมเมนต์ดัดสูงสุดของหน้าตัด

มาตรฐาน ACI กำหนดวิธีการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดสูงสุดที่หน้าตัดรับได้ โดยอ้างอิงการศึกษาของ Whitney วิธีนี้มีสมมติฐาน คือ

- กราฟความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียดของเหล็ก เป็นแบบอิลาสติค-พลาสติก
- ความเครียดที่ผิวบนของวิเคราะห์ ที่สภาวะประลัย $\varepsilon_c = 0.003$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พิจารณาการวิเคราะห์แรงภายในหน้าตัดคานในรูปที่ 4.6 จากสมดุลของแรง C = T ซึ่งเราสามารถใช้วิธีการความเครียดสอดคล้อง โดยการสมมติค่าระยะห่างจากแกนสะเทินถึงผิวบนของคานดังที่ได้กล่าวไปในเรื่องของโมเมนต์ดัดแตกร้าว โดยค่าที่ได้ต่าง ๆ เป็นไปดังนี้

$$T = A_s f_y \tag{4.19}$$

$$\varepsilon = 0.003\frac{x}{y} \tag{4.20}$$

ทำการวิเคราะห์จนกระทั่งได้ระนาบความเครียดที่ให้แรงดึงและแรงอัดในหน้าตัดมีค่าเท่ากัน ดังนั้นเราจะได้ค่า y ที่ถูกต้อง แล้วทำการหาตำแหน่งที่แรงอัดกระทำบนหน้าตัดจากสมการ (4.14) ทำให้ได้ค่า M_n และ ξ_n ดังสมการต่อไปนี้

$$M_n = A_s f_y\left(d - y + \overline{y}\right) \tag{4.21}$$

$$\xi_n = \frac{0.003}{y} \tag{4.22}$$

4.2 กำลังรับแรงเฉือน

ในการออกแบบอาคารคอนกรีตเสริมเหล็กจะต้องคำนึงถึงความปลอดภัยของโครงสร้างต่อโอกาสที่จะเกิดการวิบัติเนื่องจาก แรงกระทำต่าง ๆ ที่อาจจะเกิดขึ้นตลอดอายุของโครงสร้างนั้น ลักษณะการวิบัติแบบหนึ่งเรียกว่าการวิบัติเนื่องจากแรงเฉือน โดยปกติแรงเฉือนเนื่องจากแรงกระทำภายนอกจะไม่เกิดเป็นอิสระ แต่จะเกิดพร้อมกับแรงภายในอื่น ๆ เช่นแรงดึง หรือแรงอัดตามแนวแกน โมเมนต์ดัด หรือบิด เป็นต้น

ในการศึกษาเกี่ยวกับกำลังเฉือนของคอนกรีตเสริมเหล็ก ขณะเกิดการแตกร้าว จะมีสภาพการแจกแจงของหน่วยแรงเฉือนในเนื้อคอนกรีตมีลักษณะยุ่งยากมาก ดังนั้นการวิเคราะห์กำลังเฉือนประลัยของคอนกรีตจึงกำหนดพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องในเทอมของแรงเฉือน และเปรียบเทียบกับกำลังเฉือนประลัยที่ได้จากการทดสอบองค์อาคารถึงจุดวิบัติเป็นจำนวนมาก โดยอาศัยการวิเคราะห์ทางสถิติ ในการกำหนดฟังก์ชันที่ใช้ในการออกแบบ ตามมาตรฐาน ACI กำหนดหน่วยแรงเฉือน มีค่าเท่ากับ

$$v_c = 0.53\sqrt{f'_c} \tag{4.23}$$

โดยที่ v_c คือ หน่วยแรงเฉือนสูงสุด (กก./ซม.)

รูปที่ 4.7 แสดงคานคอนกรีตรูปสี่เหลี่ยมซึ่งมีเหล็กเสริมตามยาว และเหล็กเสริมตามขวางทำมุม α กับแกนของคาน ในการวิเคราะห์แรงเฉือนเนื่องจากเหล็กตามขวาง เรากำหนดให้กำลังเฉือนประลัยของหน้าตัดใด ๆ ของคาน V_u ประกอบด้วย

$$V_u = V_c + V_s \tag{4.24}$$

โดยที่ V_c เท่ากับแรงเฉือนประลัยของคอนกรีต ซึ่งคำนวณได้จาก

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c}\,bd \tag{4.25}$$

สำหรับ V_s เป็นแรงเฉือนซึ่งรับด้วยเหล็กเสริม ในการวิเคราะห์ V_s เราสมมติให้รอยแตกร้าวทะแยงทำมุม 45° กับแนวแกน โดยเริ่มต้นจากเหล็กเสริมรับแรงดึงขึ้นไป จนถึงผิวบนของคาน ให้ N เป็นจำนวนเหล็กตามขวางซึ่งตัดกับรอยร้าวทะแยงมุม แรงเฉือน V_s จะเท่ากับผลงานของแรงดึง ที่เกิดขึ้นในเหล็กตามขวางทุกเส้นแตกมาอยู่ในแนวดิ่ง ดังนี้คือ

$$V_s = NA_v f_y \sin\alpha \tag{4.26}$$

เมื่อ A_v คือ พื้นที่ของเหล็กเสริมตามขวางภายในระยะ s

จากความสัมพันธ์ทางเรขาคณิต

$$Ns = d(\cot 45° + \cot\alpha) = d(1 + \cot\alpha) \tag{4.27}$$

ดังนั้น
$$V_s = \frac{d(\sin\alpha + \cos\alpha)A_v f_y}{s} \tag{4.28}$$

สำหรับเหล็กเสริมตามขวางในแนวตั้งฉากกับแนวแกน คือ α = 90° จะได้

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \tag{4.29}$$

จากสมการ (4.24), (4.25) และ (4.29) นำมาเขียนความสัมพันธ์กันได้

$$V_u = 0.53\sqrt{f'_c}\,bd + \frac{A_v f_y d}{s} \tag{4.30}$$

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

4.3 กำลังรับแรงอัด

จากการที่หน่วยแรงภายในของเสาคอนกรีตเสริมเหล็กเปลี่ยนแปลงตามเวลา ซึ่งเป็นการยากที่จะพิจารณาเกี่ยวกับขีดความปลอดภัยของเสาซึ่งวิเคราะห์ตามทฤษฎีอิลาสติค ดังนั้นการวิเคราะห์และการออกแบบเสาจึงใช้ทฤษฎีกำลังประลัย เพราะว่าข้อดี คือ กำลังประลัยของเสาไม่เปลี่ยนแปลงตามขั้นตอนของแรงกระทำต่อเสา และกำลังประลัยไม่ขึ้นกับอิทธิพลของการคืบและการหดตัวของคอนกรีต

จากการศึกษาโดยการทดลองของ Richart,et.al พบว่าเสาคอนกรีตไม่เสริมเหล็กรูปทรงกระบอกเป็นจำนวนมากเมื่อรับแรงตามแนวแกนถึงกำลังประลัย จะเกิดการวิบัติ โดยการระเบิดที่ระดับหน่วยแรงเฉลี่ยระหว่าง 0.7 f_c' ถึง f_c' โดยมีค่าเฉลี่ยเป็น 0.85 f_c' และความสามารถในการรับน้ำหนักจะลดลงอย่างรวดเร็ว ดังรูปที่ 4.8 สาเหตุที่กำลังประลัยของเสามีค่าต่ำกว่ากำลังประลัยของคอนกรีตทรงกระบอก เพราะรูปร่างและขนาดต่างกัน และการทดสอบเสาคอนกรีตจะไม่มีผลของการเหนี่ยวรั้งของแท่นเครื่องทดลองที่ปลายทั้งสองข้างของเสา

การศึกษาเกี่ยวกับกำลังประลัยของเสาคอนกรีตเสริมเหล็กพบว่ากำลังประลัย หรือแรงคลากของเสาซึ่งรับแรงตามแนวแกน จะเกิดขึ้นเมื่อ

$$P_0 = P_c + P_s$$
$$= 0.85f_c'.\left(A_g - A_{st}\right) + A_{st}.f_y \qquad (4.31)$$

เมื่อ A_g คือ พื้นที่หน้าตัดรวมของเสาคอนกรีต หน่วยเป็น ตร.ซม.

A_{st} คือ พื้นที่หน้าตัดรวมของเหล็กเสริม หน่วยเป็น ตร.ซม.

4.4 การแอ่นตัว

ในหลักการออกแบบคานตามวิธีกำลังประลัย คานจะต้องมีกำลังประลัยพอเพียง (Sufficient strength) หมายความว่า โมเมนต์ดัดเนื่องจากแรงกระทำภายนอกเมื่อคูณด้วยโหลดแฟกเตอร์ จะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับกำลังประลัย M_u ของคาน อีกประการหนึ่งคานจะต้องมีพฤติกรรมในช่วงแรงกระทำปกติที่ยอมรับได้ (Satisfactory serviceable) คือ การแอ่นตัวของคาน จะต้องไม่มากกว่าค่าที่ยอมให้ โดยค่าที่ยอมให้ตามมาตรฐาน คำนึงถึงความรู้สึกของผู้อยู่อาศัย เช่น ผนังปูนฉาบจะต้องไม่เกิดการแตกร้าว เนื่องจากคานแอ่นตัว หรือคานสะพานจะต้องไม่มีการสั่นมากขณะที่ขับรถข้ามสะพาน เป็นต้น

พิจารณาคานซึ่งมีแรงกระทำดังรูปที่ 4.9 เมื่อแรง P มีค่าสูงกว่า P_{cr} คานจะเกิดรอยร้าวกระจายทั่วช่วงคาน ระหว่างแรงกระทำซึ่งค่าโมเมนต์ดัดในช่วงนี้มีค่ามากที่สุด เมื่อแรง P มีค่าเพิ่มขึ้น รอยร้าวจะเคลื่อนตัวสูงขึ้นและกระจายไปสู่ช่วงที่มีแรงเฉือน (Shear span) ที่หน้าตัดที่มีรอยร้าว แกนสะเทินจะกำหนดโดยการสมดุลย์ และการแจกแจงความเครียดของหน้าตัดร้าวเปลี่ยนพื้นที่ (Crack transformed section) ส่วนหน้าตัดที่อยู่ระหว่างรอยร้าว แกนสะเทินจะกำหนดโดยการสมดุลย์ และการแจกแจงความเครียดของหน้าตัดไม่ร้าวเปลี่ยนพื้นที่ (Uncracked transformed section) และจะลดต่ำลงกว่าแกนสะเทินที่หน้าตัดร้าว ดังนั้นโมเมนต์ของความเฉื่อยประสิทธิผล,I_e ของพื้นที่หน้าตัดคานช่วงเดียวธรรมดา จึงมีค่าระหว่าง I_{ut} และ I_{ct} และมีค่าดังนี้

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 . I_{ut} + \left\{1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right\} . I_{ct} \leq I_g \qquad (4.32)$$

$$M_{cr} = \frac{f_r . I_g}{y_t} \qquad (4.33)$$

โดยที่ I_e คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยประสิทธิผล

I_{ut} คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดไม่ร้าวเปลี่ยนพื้นที่

I_{ct} คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดร้าวเปลี่ยนพื้นที่

I_g คือ โมเมนต์ของความเฉื่อยของพื้นที่หน้าตัดคาน

M_{cr} คือ โมเมนต์ดัดที่หน้าตัดเริ่มร้าว

ในการวิเคราะห์การแอ่นตัวทั่ว ๆ ไป โมเมนต์ของความเฉื่อย I_{ut} มีค่าสูงกว่า แต่ใกล้เคียงกับโมเมนต์ของความเฉื่อย I_g ดังนั้นสูตรที่ (4.32) เขียนใหม่เป็น

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3 . I_g + \left\{1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}}\right)^3\right\} . I_{ct} \leq I_g \qquad (4.34)$$

การวิเคราะห์ การแอ่นตัว Δ_i เนื่องจากแรงกระทำปกติบนคาน ใช้วิธีคำนวณการแอ่นตัวของคานอิลาสติค ในวิชากลศาสตร์ของวัสดุ โดยที่ค่า EI ในสูตรการแอ่นตัวของคานอิลาสติค ใช้ค่า E_cI_e แทน

การวิเคราะห์การแอ่นตัวระยะยาวตามวิธีของ Sozen และ Corley เป็นวิธีทางทฤษฎี ซึ่งมีขั้นตอนการวิเคราะห์ค่อนข้างยุ่งยากไม่เหมาะสำหรับการออกแบบคานทั่ว ๆ ไป ดังนั้นมาตรฐาน ACI จึงได้กำหนดความลึกน้อยที่สุดของคานและแผ่นพื้นทางเดียวลักษณะต่าง ๆ ซึ่งจะไม่

เกิดการแอ่นตัวมากเกินไปเมื่อรับแรงกระทำ ความลึกน้อยที่สุดนี้เป็นอัตราส่วนของความยาวช่วงสำหรับสภาพของจุดรองรับต่าง ๆ กันดังแสดงในตารางที่ 4.1 นอกจากนี้มาตรฐาน ACI ได้กำหนดวิธีการหาการแอ่นตัวระยะยาวของคาน โดยอ้างอิงผลการศึกษาทางภาคการทดลองของ Yu และ Winter กล่าวคือ การแอ่นตัวที่เพิ่มขึ้นเป็นสัดส่วนกับการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใด ดังนี้

$$\Delta_t = \lambda . \Delta_i \qquad (4.35)$$

โดยที่ Δ_t คือ ค่าการแอ่นตัวที่เพิ่มขึ้น

Δ_i คือ ค่าการแอ่นตัวทันทีทันใด

λ คือ แฟกเตอร์เป็นจำนวนเลขซึ่งขึ้นกับระยะเวลาการกระทำของแรง และปริมาณเหล็กเสริมรับแรงอัดตามตารางที่ 4.2

ค่าแฟกเตอร์ λ ตามตารางที่ 4.2 ได้จากการเขียนกราฟผ่านจุดข้อมูลของการทดลองซึ่งมีฟังก์ชั่นดังนี้

$$\lambda = 2 - 1.2\frac{A_s'}{A_s} \geq 0.6 \qquad (4.36)$$

Bransor ได้ทำการศึกษาการแอ่นตัวระยะยาว และเสนอค่าแฟกเตอร์ I เป็นดังนี้

$$\lambda = \frac{2.5}{1 + 50.\rho'} \qquad (4.37)$$

โดยที่ $\rho' = \frac{A_s'}{b.d}$

ในการออกแบบคาน ผู้ออกแบบจะต้องตรวจสอบค่าการแอ่นตัวระยะยาว ซึ่งประกอบด้วยการแอ่นตัวที่เกิดขึ้นทันทีทันใด และการแอ่นตัวที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากการคืบและการหดตัว ตามสูตร (4.35) โดยแยกประเภทแรงปกติที่กระทำต่อคานว่าเป็นแรงชั่วคราว หรือ แรงถาวร ค่าการแอ่นตัวระยะยาวนี้จะต้องไม่มากกว่าขีดจำกัดในตารางที่ 4.3 ซึ่งระบุถึงประเภทของอาคารและแรงต่าง ๆ ที่นำมาคิดค่าการแอ่นตัว