บทที่ 2

งานวิจัยและทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยโดยการประยุกต์ใช้เทคนิคการจำลองแบบปัญหา (Simulation) กับทฤษฎีแถวคอย (Queueing Theory) ได้เริ่มต้นพัฒนาเมื่อปี พ.ศ. 2453 โดย Erlang , A.K. ชาวเดนมาร์ก ได้พยายามแก้ปัญหาความหนาแน่นของแถวคอยในการใช้โทรศัพท์ โดยการตั้งสมมติฐานว่าลูกค้าที่ใช้บริการของโทรศัพท์มีการกระจายแบบปัวซอง (Poisson Distribution) และเวลาที่ลูกค้าใช้ในการพูดโทรศัพท์มีการกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution) โดยกำหนดเงื่อนไขของระบบงานว่ามีเจ้าหน้าที่ปฏิบัติงาน (Operator) เกี่ยวกับการต่อหมายเลขโทรศัพท์แค่เพียง 1 คนเท่านั้น

Erlang , A.K. (2460) ได้ทำการศึกษาเพื่อแก้ปัญหาความหนาแน่นของแถวคอยในการใช้โทรศัพท์ ในกรณีที่มีหลายผู้ปฏิบัติงานได้สำเร็จ

ต่อจากนั้นการวิจัยด้วยวิธีการประยุกต์การจำลองแบบปัญหาโดยอาศัยทฤษฎีแถวคอยก็เริ่มได้รับความสนใจจากนักวิจัยต่าง ๆ ดังนี้

Brigham , G. (2493) ชาวอังกฤษ ได้ทำการศึกษาและวิเคราะห์การเกิดแถวคอยในการเบิกจ่ายและส่งอุปกรณ์เครื่องมือต่าง ๆที่ใช้ภายในโรงงานสร้างเครื่องบินแบบโบอิ้ง โดยการศึกษา เพื่อหาจำนวนเจ้าหน้าที่ในการเบิกจ่ายเครื่องมือให้พอเหมาะกับจำนวนคนงานที่ใช้เครื่องมือต่าง ๆ

Gallaiher , H.P. และ Wheeler , R.C. (2501) ได้ทำการวิจัยถึงเรื่องความหนาแน่น

ของแถวคอยเครื่องบินที่ขอเข้าใช้บริการของท่าอากาศยาน ในสภาพที่อัตราการเข้าใช้บริการของเครื่องบินที่เข้ารับการบริการไม่ขึ้นกับระยะเวลาและมีค่าคงที่

เรืออากาศเอก อุทิศ แก้วโอภาส (2514) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับความหนาแน่นของการจราจรบริเวณอากาศ ณ. ท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯ พบว่าเครื่องบินที่มาเข้าใช้บริการของท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯ มีการกระจายแบบปัวซอง (Poisson Distribution) ส่วนเวลาที่หอบังคับการบินใช้ในการนำเครื่องบินร่อนลงใช้บริการท่าอากาศยาน มีการกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution)

เรืออากาศโท พยุงศักดิ์ รวยรื่น (2518) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับแถวคอยของเครื่องบินที่บริเวณท่าอากาศยานกรุงเทพ ฯในสภาพไม่สม่ำเสมอ พบว่าอัตราการเข้ารับบริการของท่าอากาศยานมีการกระจายแบบปัวซอง (Poisson Distribution) ส่วนเวลาที่ใช้ในบริการจะมีการกระจายแบบปกติ (Normal Distribution)

เรืออากาศโท วีรวัฒน์ เกรียงไกรเพชร (2521) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการประยุกต์แบบจำลองเพื่อใช้ในการแก้ปัญหาแถวคอยเครื่องบินที่รอเข้ารับการบริการในสายงานซ่อมบำรุงทั้งแบบการซ่อมใหญ่ และการซ่อมย่อย

นายชาคริต ศรัทธาบุญ (2521) ได้ทำการศึกษาวิจัยระบบการจอดรถในศูนย์การค้าสยามสแควร์ โดยศึกษาเปรียบเทียบระหว่างลักษณะการใช้งานของที่จอดรถ (Parking Usage) กับ การสนองตอบของที่จอดรถ (Parking Supply) ในสภาพปัจจุบันของศูนย์การค้าสยามสแควร์

นายพิภพ เล้าประจง (2524) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับการจำลองแบบปัญหาของท่าเรือกรุงเทพ ฯ โดยเทคนิค เกอท ทรีคิว เพื่อใช้เป็นวิธีการหนึ่งที่จะนำเข้ามาช่วยในการวางแผนพัฒนาท่าเรือกรุงเทพ ฯ ซึ่งกำลังประสบปัญหาความคับคั่งของท่าเทียบเรือสินค้า ผลการวิจัยพบว่าท่าเทียบเรือสินค้าของท่าเรือกรุงเทพ ฯ ที่เพียงพอในปัจจุบันควรจะต้องมี 22 ท่าเทียบเรือสินค้า

นายสุธี ศรีเพ็ชรดานนท์ (2535) ได้ทำการศึกษาวิจัยเกี่ยวกับแบบจำลองการจัดเส้นทางเดินรถสำหรับการขนส่งสินค้าจากคลังสินค้ากลางเพียงแห่งเดียว แล้วกระจายไปสู่จุดส่งสินค้าจำนวนมาก โดยรถขนส่งสินค้ามากกว่า 1 คัน การวิจัยจะดำเนินการทดสอบแบบจำลองบนเครื่อง

ไมโครคอมพิวเตอร์แล้วนำมาเปรียบเทียบกับการทำงานจริง จะพบว่าผลการทดสอบในเหตุการณ์การขนส่งสินค้าของแบบจำลอง จะดีกว่าวิธีการจัดเส้นทางขนส่งสินค้าที่ใช้อยู่เดิม

2.2 ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยนี้เป็นการประยุกต์แบบจำลองของระบบแถวคอย โดยประยุกต์ใช้การจำลองแบบปัญหา (Simulation) เทคนิคมอนติคาร์โล (Monte Carlo Technique) ทฤษฎีแถวคอย (Queueing Theory) และ เทคนิคทางสถิติ (Statistical Technique) ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

2.2.1 การจำลองแบบปัญหา

การจำลองแบบปัญหา คือ วิธีการออกแบบแบบจำลอง (Model) ของระบบงานซึ่งสามารถใช้แทนระบบงานจริง (Real System) และดำเนินการใช้แบบจำลองนั้น ๆ ในการศึกษาพฤติกรรมของระบบงานจริง หรือ ใช้ในการวิเคราะห์หาข้อมูลที่เกิดขึ้นจากการออกแบบการทดลองต่าง ๆ ภายใต้การกำหนดขอบเขตของระบบงาน ในการใช้การจำลองแบบปัญหาเพื่อแก้ไขปัญหาใด ๆ จะประกอบด้วยขั้นตอนหลัก ๆ 2 ขั้นตอน คือ ขั้นตอนที่ 1 เป็นการสร้างรูปแบบของปัญหา หรือที่เรียกกันทั่วไปว่า แบบจำลอง และ ขั้นที่ 2 เป็นการนำเอาแบบจำลองปัญหาที่สร้างขึ้นมาไปใช้ในการทดลองเพื่อวิเคราะห์หาข้อมูลที่ต้องการต่อไป จากการศึกษาการจำลองแบบปัญหาต่าง ๆ ได้มีการเสนอแนะขั้นตอนต่าง ๆ ที่อาจใช้เป็นแนวทางในการจัดลำดับความคิดและความเข้าใจ สำหรับการสร้างแบบจำลองอย่างเป็นระเบียบระบบ ซึ่งขั้นตอนต่าง ๆ มีดังต่อไปนี้

1. การตั้งปัญหาและการให้คำจำกัดความของระบบ (Problem Formulation and System Definition)

ขั้นตอนนี้เป็นขั้นตอนที่มีความสำคัญที่สุดในการจำลองแบบปัญหา โดยที่ขั้นตอนนี้เป็น การกำหนดวัตถุประสงค์ของการศึกษาระบบ การกำหนดขอบเขตและข้อจำกัดต่าง ๆ ของระบบ

2. การสร้างแบบจำลอง (Model Formulation)

การศึกษาระบบงานต่าง ๆ นอกจากจะได้ปัญหาและวัตถุประสงค์ของการแก้ปัญหาแล้ว อาจจะได้มาซึ่งรูปแบบจำลองของระบบงานนั้น ๆ ที่สามารถใช้อธิบายพฤติกรรมของระบบงานตามวัตถุประสงค์ของการศึกษา ลักษณะของแบบจำลองมีอยู่ด้วยกัน 2 ลักษณะคือ

(1) Isomorphic และ (2) Homomorphic ลักษณะ Isomorphic คือ แบบจำลองที่เหมือนกับระบบงานจริงทุกประการ ส่วนลักษณะ Homomorphic คือ แบบจำลองที่เหมือนกับระบบงานบางประการ แต่ส่วนมากของลักษณะแบบจำลองจะเป็นลักษณะ Homomorphic ซึ่งลักษณะแบบจำลองนี้จะมีการสร้างโดยการแบ่งระบบงานออกเป็นระบบงานย่อย ๆ แล้วทำการศึกษาระบบงานย่อยเหล่านั้นก่อน โดยถือว่าแต่ละระบบงานย่อยเป็นอิสระแก่กัน จากระบบงานย่อยก็จะนำไปสู่การสร้างแบบจำลองเริ่มต้น จากนั้นมีการใช้วิธีการที่จะช่วยให้แบบจำลองเริ่มต้นกลายเป็นแบบจำลองที่เหมาะสม ด้วยวิธีการดังนี้ คือ

(2.1) การเปลี่ยนตัวแปรให้เป็นค่าคงที่

(2.2) การลด หรือ การรวมตัวแปร

(2.3) การสมมติความเป็นเชิงเส้น (Linearity)

(2.4) การสร้างสมมติฐาน หรือ ข้อจำกัดต่าง ๆ

(2.5) การกำหนดขอบเขตของระบบงานให้ชัดเจน

3. การจัดเตรียมข้อมูล (Data Preparation)

ข้อมูลที่ใช้ในการจำลองแบบปัญหานั้น มาจากแหล่งข้อมูล 2 แหล่ง คือ แหล่งข้อมูลภายในระบบ และ แหล่งข้อมูลภายนอกระบบ ข้อมูลต่าง ๆ ที่ได้มาไม่ว่าจะอยู่ในรูปของเอกสาร ผลการทดลอง หรือการเก็บข้อมูลด้วยวิธีใด ๆ ก็ตาม เมื่อจะนำมาใช้งานก็จำเป็นต้องจัดเตรียมข้อมูลต่าง ๆ ให้อยู่ในรูปแบบที่จะนำไปใช้งานกับแบบจำลองได้เลย แต่ในบางครั้งบางคราวอาจจะจำเป็นต้องใช้ข้อมูลเชิงปริมาณทางสถิติ มาใช้ในการวิเคราะห์หาข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นสำหรับแบบจำลองก็ได้

4. การแปรรูปแบบจำลอง (Model Translation)

การแปลงแบบจำลอง ให้ไปอยู่ในรูปแบบของโปรแกรมทางคอมพิวเตอร์ เพื่อช่วยลดความยุ่งยากในการคำนวณของการจำลองแบบปัญหานั้น ๆ

5. การทดสอบความถูกต้อง (Validation)

การทดสอบความถูกต้อง เป็นการวิเคราะห์เพื่อช่วยให้เกิดความมั่นใจว่าแบบจำลองที่ได้มานั้น สามารถใช้แทนระบบงานจริงตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการ

6. การออกแบบการทดลอง (Design Experiments)

การออกแบบการทดลอง เพื่อทดสอบความสามารถของแบบจำลองในการให้ข้อมูลต่าง ๆ ที่ใช้ในการวิเคราะห์ว่าสามารถหาผลลัพธ์ตามวัตถุประสงค์ที่ต้องการหรือไม่

7. การดำเนินการทดลอง (Experimentation)

การดำเนินการทดลอง เป็นการคำนวณหาข้อมูลต่าง ๆ ที่ต้องการและการทดสอบความไว (Sensitivity Testing) ของการเปลี่ยนแปลงข้อมูลจากแบบจำลอง

8. การตีความผลการทดลอง (Interpretation)

จากผลการทดลอง นำผลมาตีความว่าระบบงานจริงมีปัญหาอย่างไร และการแก้ปัญหานั้นจะได้ผลอย่างไร

9. การนำไปใช้งาน (Implementation)

จากผลการทดลองของแบบจำลองนั้น ๆ เลือกวิธีการที่แก้ปัญหาได้ดีที่สุดไปใช้กับระบบงานจริง

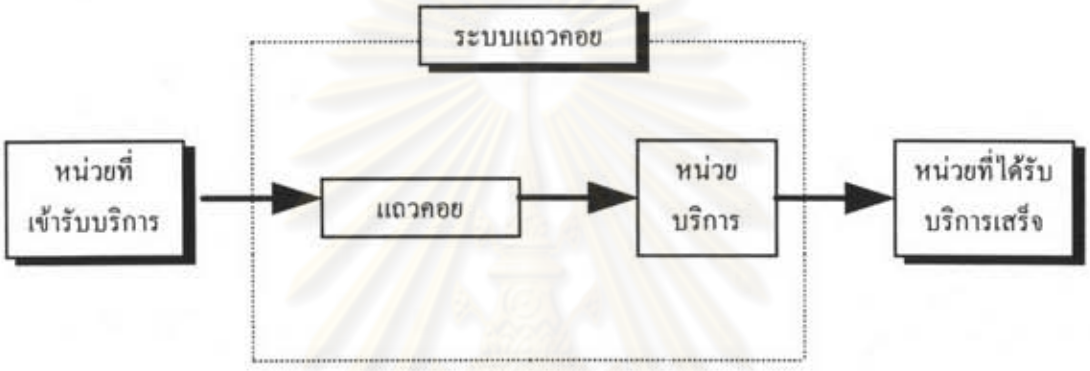
2.2.2 เทคนิคมอนติคาร์โล

ในวิธีการทางสถิติต่าง ๆ ที่ใช้กับการจำลองแบบปัญหานั้น มีวิธีการหนึ่งที่นิยมใช้กันมาก หรือเกือบจะมีความจำเป็นมากสำหรับในทุก ๆการจำลองแบบปัญหา ก็คือเทคนิคมอนติคาร์โล เทคนิคมอนติคาร์โล คือ เทคนิคในการสุ่มตัวอย่าง (Sampling) ซึ่งแทนที่จะสุ่มตัวอย่างจากเหตุการณ์จริงก็ใช้การจัดแบ่งตัวเลขออกเป็นกลุ่ม ๆ โดยให้จำนวนตัวเลขในกลุ่มเป็นสัดส่วนโดยตรงกับความน่าจะเป็นขององค์ประกอบ (Element)ต่าง ๆ ภายในมิติของตัวแทน (Sample Space) หลังจากได้จัดกลุ่มตัวเลขแล้วก็ทำการเลือกตัวเลขหนึ่งมาจากตารางตัวเลขเชิงสุ่ม (Random Numbers Table) จากตัวเลขที่ได้นำไปเทียบดูว่าตัวเลขนั้น ๆ อยู่ในช่วงของกลุ่มใด ๆ จากนั้นก็จะบอกได้ว่าองค์ประกอบที่ต้องการตรงกับกลุ่มนั้น การทำเช่นนี้หลาย ๆ ครั้งก็ทำให้ได้ผลลัพธ์เหมือนกับผลลัพธ์ของระบบจริง

2.2.3 ทฤษฎีแถวคอย

ทฤษฎีแถวคอย เป็นรูปแบบหนึ่งของแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ ซึ่งมีการ

ใช้ประโยชน์กันอย่างกว้างขวางในงานการวิจัยเชิงปฏิบัติ (Operation Research) รูปแบบของการเกิดระบบแถวคอยจะต้องมีลักษณะของการเคลื่อน (Flow) ของลูกค้า (Customers) หรือ หน่วยเข้ารับบริการที่ผ่านเข้ามาในหน่วยบริการ (Service Facility) ในกรณีที่หน่วยบริการไม่ว่างจะทำให้หน่วยเข้ารับบริการต้องหยุดรอคอยบริการ จนว่าหน่วยบริการจะว่าง แสดงดังรูปที่ 2.1



รูปที่ 2.1 ระบบแถวคอย

ลักษณะของระบบแถวคอยสามารถแบ่งเป็นส่วนสำคัญได้ 3 ส่วน คือ

1. รูปแบบของหน่วยเข้ารับบริการ (Arrival Pattern)

อัตราของหน่วยเข้ารับบริการในระบบ สามารถใช้วิธีการวัดค่าเฉลี่ยจำนวนหน่วยที่เข้ารับบริการใน หนึ่งหน่วยเวลา (The Average Number of Arrivals Per Source Unit of Time) หรือพิจารณาจากจำนวนหน่วยที่เข้ามารับบริการด้วยการกำหนดเป็นค่าเฉลี่ยของเวลาระหว่างแต่ละหน่วยที่เข้ารับบริการในระบบ (Mean Interarrival Time) ฉนั้นจำนวนหน่วยที่เข้ารับบริการในระบบบริการในช่วงระยะเวลาใด ๆ ก็สามารถคำนวณหาจากลักษณะการเข้ามาได้โดยมีเวลาที่แน่นอน หรือมีความน่าจะเป็นของเวลาการเข้ารับบริการแบบเชิงสุ่ม (Random) โดยต้องทราบคุณสมบัติทางสถิติของหน่วยที่เข้ารับบริการ ว่ามีการกระจายของการเข้ารับบริการเป็นแบบใด เช่น แบบปัวซอง , แบบเอ็กซ์โพเนนเชียล เป็นต้น

2. กรรมวิธีการบริการ (Service Process)

ลักษณะการจัดหน่วยบริการมีตั้งแต่หนึ่งหน่วยบริการ (Single Channel) จนถึงหลายหน่วยบริการ (Multiple Channel) ของระบบแถวคอยเดี่ยว (Single Queue) โดยแบ่งพื้นฐานโครงสร้างการจัดสถานีบริการออกเป็น 4 แบบด้วยกัน ดังนี้คือ

(1) Single Queue : Single Channel , Single Station

(2) Single Queue : Multiple Channel , Single Station

(3) Single Queue : Single Channel , Multiple Station

(4) Single Queue : Multiple Channel , Multiple Station

พื้นฐานโครงสร้างการจัดสถานีบริการแสดงดังรูปที่ 2.2

3. กฎเกณฑ์การให้บริการเมื่อเกิดแถวคอย (Queueing Discipline)

ลักษณะของหน่วยรับบริการเมื่อเกิดแถวคอยขึ้นมา จะมีกฎเกณฑ์การให้บริการอยู่ 4 ลักษณะ คือ

(3.1) แบบเข้าก่อนบริการก่อน (FCFS : First Come , First Served)

(3.2) แบบเข้าหลังบริการก่อน (LCFS : Last Come , First Served)

(3.3) แบบเชิงสุ่ม (Random Service)

(3.4) แบบลำดับชั้นความสำคัญ (Priority Service)

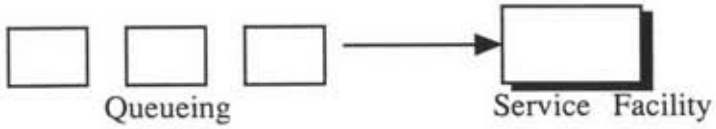
2.2.4 เทคนิคทางสถิติ (Statistical Technique)

เทคนิคทางสถิติ เป็นวิธีการหนึ่งที่ใช้มาช่วยในการวิเคราะห์ข้อมูลต่าง ๆที่ใช้กับแบบจำลอง ทั้งนี้เพื่อให้เกิดความมั่นใจข้อมูลที่ใช้นั้นสามารถใช้แทนข้อมูลที่เกิดจากระบบงานจริง เทคนิคทางสถิติต่าง ๆที่เกี่ยวข้องกับการจำลองแบบปัญหา มีดังนี้คือ

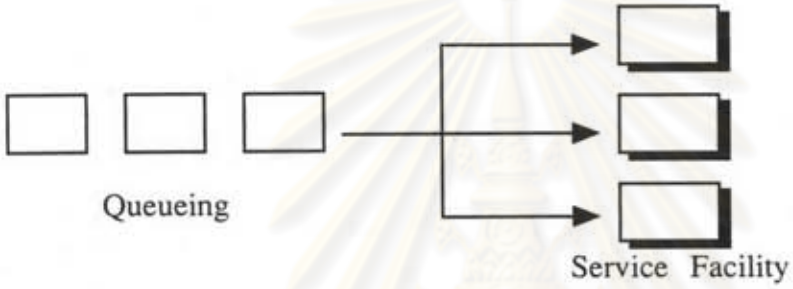
1. ตัวแปรเชิงสุ่ม (Random Variable)

ตัวแปรเชิงสุ่ม หมายถึงค่าฟังก์ชั่นที่เป็นค่าใด ๆ ในมิติของตัวแทน อย่าง

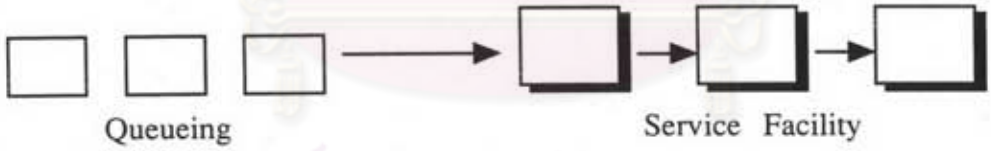
(1) Single Queue : Single Channel , Single Station



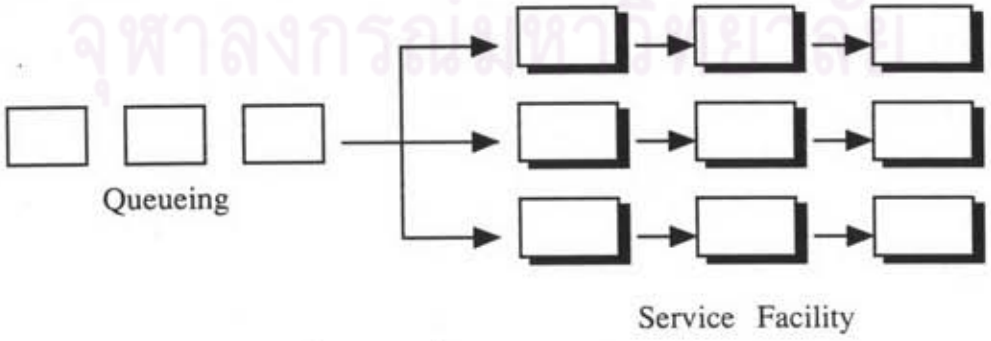
(2) Single Queue : Multiple Channel , Single Station



(3) Single Queue : Single Channel , Multiple Station



(4) Single Queue : Multiple Channel , Multiple Station



รูปที่ 2.2 พื้นฐานโครงสร้างการจัดสถานีบริการ

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

เช่นให้ค่า X เป็นค่าของแต้มที่เกิดขึ้นจากการทอดลูกเต๋าลูกหนึ่ง ดังนั้นค่า X จึงมีค่าได้ 6 ค่า เราจะเรียกว่า X คือตัวแปรเชิงสุ่มนั่นเอง ซึ่งอาจจะแสดงค่า X ในรูปของเซท (Set) ดังนี้

$$X = (1, 2, 3, 4, 5, 6)$$

เนื่องจากเหตุการณ์ในมิติของตัวแทน จะเกิดขึ้นด้วยความน่าจะเป็นที่ไม่เท่ากันดังนั้นฟังก์ชั่นที่แสดงว่าตัวแปรเชิงสุ่มจะเป็นค่าใดด้วยความน่าจะเป็นเท่าไรเราเรียกว่า ฟังก์ชั่นการกระจายความน่าจะเป็น (Probability Distribution Function) ของตัวแปรเชิงสุ่มนั้น ซึ่งแบบอย่างของการกระจายสามารถเป็นไปได้หลายแบบ เช่น การกระจายแบบปัวซอง การกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล การกระจายแบบปกติ เป็นต้น

2. ตัวเลขเชิงสุ่ม (Random Number)

ตัวเลขเชิงสุ่ม คือ กลุ่มตัวเลขที่สร้างมาขึ้นเพื่อที่จะใช้แทนเหตุการณ์ที่เกิดขึ้นความน่าจะเป็นของตัวเลขที่สุ่มขึ้นมาแต่ละตัวจะมีโอกาสเท่ากัน

การสร้างตัวเลขเชิงสุ่มจากวิธีการใช้ตารางตัวเลขเชิงสุ่มไม่เหมาะสมที่จะใช้แทนเหตุการณ์ที่มีขอบเขตความน่าจะเป็นที่เกิดขึ้นจำนวนมาก ๆ จึงจำเป็นต้องใช้วิธีการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มที่สะดวก รวดเร็ว และมีความเหมาะสมถูกต้องกว่ามาใช้งานแทน การสร้างตัวเลขเชิงสุ่มด้วยคอมพิวเตอร์ จึงถูกพัฒนาวิธีการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มออกมาหลายวิธี แต่มีวิธีการหนึ่งที่นิยมกันมากที่สุด เรียกว่า วิธีการใช้เศษเหลือ (Congruence Method or Residue Method)

การสร้างตัวเลขเชิงสุ่มด้วยโปรแกรมคอมพิวเตอร์ เริ่มต้นด้วยการกำหนดค่าเริ่มต้นก่อนที่เรียกว่า ค่าเริ่มต้น (Seed) โดยที่ค่าเริ่มต้นจะเป็นตังเลขเชิงสุ่มตัวแรกที่ใช้ในการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มตัวที่สอง และใช้ค่าตัวเลขเชิงสุ่มตัวที่สองเป็นข้อมูลสร้างตัวเลขเชิงสุ่มตัวที่สาม จากนั้นก็จะมีการกระทำซ้ำ ๆ กันแบบนี้ไปเรื่อย ๆ จนกว่าจะได้จำนวนตัวเลขเชิงสุ่มตามที่ต้องการ

กล่าวคือการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i + 1) ได้จากตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i) จากวิธีการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มแบบวิธีการใช้เศษเหลือ เมื่อกำหนดให้ λ μ และ P เป็น

ค่าคงที่ ถ้าต้องการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i + 1)จากตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i) ผลการคูณตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i) ด้วย λ บวกด้วย μ และหารด้วย P เศษที่เหลือก็จะเป็นค่าตัวเลขเชิงสุ่มลำดับที่ (i + 1) ต่อไป จากที่กล่าวมาสามารถแสดงในรูปแบบทางคณิตศาสตร์ได้ดังนี้

C_o เรียกว่า Seed

$$C_{i+1} = (\lambda C_i + \mu) \text{ (Modulo P)}$$

โดยค่าคงที่ $\lambda = 1$ เป็นวิธีการสร้างแบบผลบวก (Additive)

$\mu = 0$ เป็นวิธีการสร้างแบบผลคูณ (Multiplicative)

$\lambda , \mu > 0$ เป็นวิธีการสร้างแบบผสม (Mixed)

การเลือกค่าคงที่สำหรับการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มที่เหมาะสม อาจจะกล่าวได้ว่าเป็นวิธีการที่มีความซับซ้อนมาก และขึ้นอยู่กับความสามารถ (Capacity) และข้อจำกัดของเครื่องคอมพิวเตอร์แต่ละชนิด วิธีการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มที่ได้ผ่านการทดสอบ และยอมรับการใช้อย่างแพร่หลายกับเครื่องคอมพิวเตอร์แบบดิจิตอลโดยทั่ว ๆ ไป ในเครื่องคอมพิวเตอร์จะมีโปรแกรมย่อย (Subroutine) สำหรับการสร้างตัวเลขเชิงสุ่มอยู่โปรแกรมหนึ่งที่นิยมใช้กันอย่างกว้างขวางมาก โปรแกรมนี้เป็นการสร้างตัวเลขเชิงสุ่ม แบบผลคูณอย่างง่าย ๆ (Simple Multiplicative)

กำหนดค่าคงที่ $\lambda = 5^{13}$ (1,220,703,125) เป็นค่าเริ่มต้นสำหรับการคำนวณหาค่าตัวเลขเชิงสุ่มตัวต่อ ๆ ไป และ โปรแกรมสร้างตัวเลขเชิงสุ่มสามารถเขียนได้ดังนี้

```
      SUBROUTINE RAND ( IX , IY , RN )
      IY = IX * 1220703125
      IF ( IY ) 1 , 2 , 2
( 1 ) IY = IY + 214783674 + 1
( 2 ) RN = IY
      RN = RN * 0.4656613 E-9
      IX = IY
      RETURN
      END
```

การเรียกใช้โปรแกรมตัวเลขเชิงสุ่ม โดยการใช้ข้อมูล (Statement) :

```
CALL RAND ( IX , IY , RN )
```

3. การกระจายแบบปัวซอง (Poisson Distribution)

การกระจายของข้อมูลแบบปัวซอง มักจะเกิดกับข้อมูลที่มีความน่าจะเป็นของเหตุการณ์มีค่าน้อย แต่จำนวนครั้ง (Trial) ทั้งหมดมีค่าน้อย รูปแบบของฟังก์ชั่นมีดังนี้

$$P(n,T) = \frac{(\lambda t)^n e^{-\lambda t}}{n!} \quad (n = 0, 1, 2, 3, \ldots)$$

โดยที่ $e = 2.71828$

n = จำนวนเหตุการณ์

λt = ค่าเฉลี่ยของจำนวนครั้งของเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น ในช่วงเวลา T

4. การกระจายแบบเอ็กซ์โพเนนเชียล (Exponential Distribution)

การกระจายข้อมูลแบบเอ็กซ์โพเนนเชียลจะมีพารามิเตอร์ λ เพียงค่าเดียว ซึ่งมีค่าเป็นค่าบวก และค่าคงที่ รูปแบบของฟังก์ชั่นมีดังนี้

$$f(t) = \frac{1}{\lambda} e^{-t/\lambda} \quad \text{โดยที่ } \lambda > 0$$

5. การกระจายแบบปกติ (Normal Distribution)

การกระจายข้อมูลแบบปกติ จะมีค่าพารามิเตอร์ 2 ค่าคือ ค่ามัชฌิม μ และ ค่าเบี่ยงเบนมาตราฐาน σ รูปแบบของฟังก์ชั่นมีดังนี้

$$f(x) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} e^{-1/2[(x-\mu)^2/\sigma^2]}$$

โดยที่ μ = ค่ามัชฌิมของข้อมูล

σ = ค่าเบี่ยงเบนมาตราฐานของข้อมูล

σ^2 = ค่าความแปรปรวนของข้อมูล

π = ค่า 3.14159

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

6. การทดสอบสมมติฐาน (Test Of Hypotheses)

สมมติฐานคือ ความเชื่อของบุคคลใดบุคคลหนึ่งหรือของกลุ่มบุคคลใดๆ หรือ อาจจะกล่าวได้ว่าสมมติฐานเป็นสิ่งที่บุคคลหรือองค์กรคาดว่าจะเกิดขึ้น ความเชื่อหรือสิ่งที่คาดนั้นจะเป็นจริงหรือไม่ก็ได้ เช่น ผู้จัดการโรงงานเจาะกระป๋องเชื่อว่าน้ำหนักเฉลี่ยของเจาะกระป๋องจะหนักอย่างน้อย 200 กรัม หรือ บริษัทผู้ผลิตหลอดไฟฟ้าออกจำหน่ายเชื่อว่าหลอดไฟฟ้าที่ผลิตนั้นจะชำรุดไม่เกิน 5 % เป็นต้น

การทดสอบความเชื่อหรือสิ่งที่คาดไว้เรียกว่า การทดสอบสมมติฐานทางสถิติ ซึ่งจำเป็นต้องอาศัยความรู้ทางสถิติเข้ามาช่วย เช่น การทดสอบความเชื่อของผู้จัดการโรงงานเจาะกระป๋องว่าถูกต้องหรือไม่ การทดสอบจะต้องเก็บรวบรวมข้อมูลเกี่ยวกับน้ำหนักของเจาะกระป๋องที่ผลิตทั้งหมดจากโรงงาน แล้วคำนวณหาน้ำหนักเฉลี่ยต่อกระป๋อง ถ้าน้ำหนักเฉลี่ยที่คำนวณได้ค่ามากกว่าหรือเท่ากับ 200 กรัม แสดงว่าสมมติฐานที่ผู้จัดการโรงงานตั้งไว้ถูกต้อง

การทดสอบสมมติฐานเชิงสถิติมีขั้นตอนต่าง ๆ ดังนี้คือ

(1) ตั้งสมมติฐานเพื่อทดสอบ

(2) กำหนดสถิติทดสอบ

(3) คำนวณค่าสถิติทดสอบ

(4) การกำหนดระดับความเชื่อมั่น หรือค่านัยสำคัญ (α)

(5) การสร้างเขตปฏิเสธสมมติฐาน H_0

(6) สรุปผลการทดสอบ

การกำหนดสถิติทดสอบสมมติฐาน เกี่ยวกับผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยประชากร ($\mu_1 - \mu_2$) เป็นการทดสอบผลต่างระหว่างค่าเฉลี่ยของลักษณะที่สนใจของ 2 ประชากรว่าแตกต่างกันหรือไม่ โดยการใช้ข้อมูลตัวอย่าง 2 ชุดที่สุ่มจากประชากรทั้งสองอย่างอิสระกัน และมีเงื่อนไขที่ต้องพิจารณาข้อมูลตัวอย่าง คือ ข้อมูลประชากรทั้งสองต้องมีการกระจายแบบปกติ และทราบค่าแปรปรวน (σ^2_1 และ σ^2_2) โดยที่ค่าสถิติทดสอบ (Z) คือ

$$Z = \frac{\mu_1 - \mu_2}{(\sigma^2_1/n_1 + \sigma^2_2/n_2)^{1/2}}$$

โดยที่ H_0 : $\mu_1 = \mu_2$ (ค่าเฉลี่ยประชากรทั้งสองเท่ากัน)

H_1 : $\mu_1 \neq \mu_2$ (ค่าเฉลี่ยประชากรทั้งสองไม่เท่ากัน)

เขตปฏิเสธสมมติฐาน H_0 คือ $|Z| > Z_{1-\alpha/2}$ หรือ

เขตยอมรับสมมติฐาน H_0 คือ $|Z| \leq Z_{1-\alpha/2}$

7. การทดสอบแบบไคสแควร์ (χ^2_{test} : Chi - Square Test)

การทดสอบแบบไคสแควร์ คือวิธีการทดสอบข้อมูลว่ามีการแจกแจงเป็นไปตามสมมติฐานที่ตั้งขึ้นหรือไม่ โดยวิธีการเปรียบเทียบความถี่ของข้อมูลจริงกับข้อมูลตามทฤษฎีของสมมติฐานที่ตั้งไว้นั้น โดยรูปแบบสมการของการทดสอบแบบไคสแควร์มีดังนี้

$$\chi^2_{test} = \frac{(\theta_i - E_i)^2}{E_i}$$

θ_i = ความถี่ของข้อมูลจริง ในชั้นที่ i (Class i)

E_i = ความถี่ของข้อมูลจริง ในชั้นที่ i

K = จำนวนชั้นทั้งหมดของข้อมูล

ขั้นตอนของการทดสอบข้อมูล โดยวิธีการทดสอบแบบไคสแควร์มีดังนี้

(1) การพิจารณาตั้งสมมติฐานของข้อมูลโดยศึกษาจากค่าพารามิเตอร์

(2) คำนวณหาค่า χ^2_{test} จากผลต่างข้อมูลจริงกับข้อมูลทางทฤษฎี

(3) หาเลือกค่าวิกฤต (Critical) จากตารางการทดสอบแบบไคสแควร์ โดยพิจารณาค่าระดับนัยสำคัญ (α) และค่าดีกรีของความอิสระ (ν)

α : ค่าระดับนัยสำคัญ (Level of Significance) หรือความเชื่อมั่นของข้อมูลที่ยอมรับได้ ในทางปฏิบัติจะใช้ค่าระดับนัยสำคัญที่มีความเชื่อมั่นได้ 95 % หรือยอมให้มีความผิดพลาดได้ไม่เกิน 5 %

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ν : ค่าดีกรีของความอิสระ (Degree of Freedom) มีค่าเท่ากับดังนี้ $\nu = K - R - 1$ โดยที่ K คือค่าจำนวนชั้นทั้งหมดของข้อมูล และ R คือค่าจำนวนพารามิเตอร์

(4) การเปรียบเทียบค่าที่ได้จากการทดสอบ χ^2_{test} กับค่าที่ได้จากตารางแบบไคสแควร์ $\chi^2_{\alpha.\nu}$ โดยการพิจารณาดังนี้

ถ้า $\chi^2_{test} < \chi^2_{\alpha.\nu}$

ผลของค่าทดสอบน้อยกว่าค่าจากตาราง ก็คือยอมรับสมมติฐานของตัวพารามิเตอร์จากข้อมูลที่กำหนดไว้ แต่ถ้าค่าทดสอบมากกว่าค่าจากตารางก็จะปฏิเสธสมมติฐานที่ตั้งขึ้นมานั้น

ศูนย์วิทยทรัพยากร
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย