

### บทที่ 3

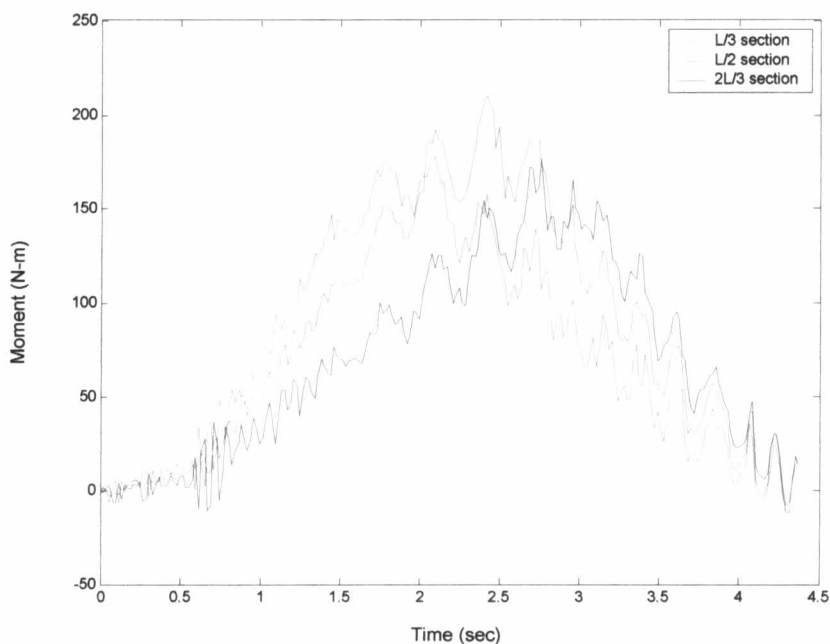
#### การเปรียบเทียบและวิเคราะห์ประสิทธิภาพเบื้องต้นของวิธีการหาน้ำหนัก

ในบทนี้จะทำการเปรียบเทียบประสิทธิภาพเบื้องต้นของวิธีการหาน้ำหนักกรณรถบรรทุก ที่ได้ทำการศึกษา ทั้ง 2 วิธี ได้แก่วิธีการแก้ระบบสมการด้วยซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition) หรือที่เรียกสั้น ๆ ว่า SVD และวิธีการแก้ปัญหาแบบรีเคอร์ซีฟฟอร์ม (recursive formula) ด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง (Dynamic Programming) โดยจะนำตัวอย่างสัญญาณทดสอบมาทำการศึกษา เพื่อหาวิธีการหาน้ำหนักที่เหมาะสมที่สุดต่อการนำไปใช้งาน

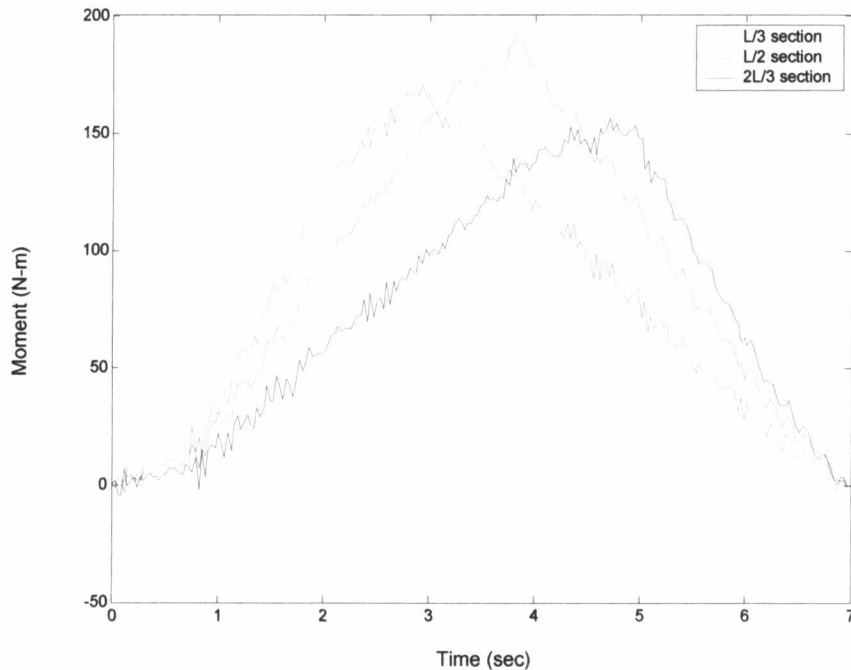
##### 3.1 ตัวอย่างการทดสอบเบื้องต้น

ในการทดสอบ แบบจำลองสะพานยอส่วนได้ใช้แบบจำลองเดียวกันกับธวัช (2003) โดยลักษณะของแบบจำลองยอส่วนรวมทั้งขั้นตอนการทดสอบจะได้อธิบายในบทที่ 4 และสัญญาณความเครียดที่ได้จะถูกแปลงให้เป็นโมเมนต์ดัดเพื่อนำไปใช้ในขั้นตอนการหาน้ำหนัก

ในที่นี้จะยกตัวอย่างการทดสอบจากการคำนวณโดยใช้ค่าโมเมนต์ดัด จากสัญญาณความเครียดจากการทดสอบของธวัช ที่ความเร็วในการวิ่งของรถที่แตกต่างกัน 2 ระดับ ได้แก่ที่ความเร็ว 0.51 เมตร/วินาที ดังรูปที่ 3.1 และที่ความเร็ว 0.32 เมตร/วินาที ดังรูปที่ 3.2 โดยที่รถที่ใช้ในการวิ่งของทั้ง 2 กรณีมีน้ำหนักเท่ากับ น้ำหนักรวมเท่ากับ 40 กิโลกรัม โดยแบ่งเป็นเพลาน้ำหนัก 10 กิโลกรัม และเพลาลัง 30 กิโลกรัม



รูปที่ 3.1 โมเมนต์ดัดในแต่ละหน้าตัด (section) กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตร/วินาที



รูปที่ 3.2 โมเมนต์ดัดในแต่ละหน้าตัด (section) กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.32 เมตร/วินาที

จากสัญญาณความเครียดที่ทำการแปลงเป็นโมเมนต์ดัดทั้งสองสัญญาณนี้ จะนำไปใช้ในการหาหน้าหนักด้วยวิธีที่ต่างกันในตัวข้อถัดไป เพื่อศึกษาและเปรียบเทียบประสิทธิภาพของแต่ละวิธี

### 3.2 ผลการหาน้ำหนักรถบรรทุกจากแบบจำลองย่อยส่วน

ในการวิเคราะห์ปัญหาในการหาน้ำหนักด้วยวิธีที่ต่างกัน ดังกล่าวในบทที่ 2 นั้น ระบบสมการที่จะนำมาวิเคราะห์จะต้องเป็นการหาคำตอบในรูปแบบของจำนวนตัวแปรที่ไม่ทราบค่า (unknown) มีจำนวนน้อยกว่าจำนวนค่าที่ได้จากการวัด ซึ่งเรียกการหาคำตอบในลักษณะนี้ว่า ระบบการแก้สมการแบบ "over-determined system" ในการทดลองนี้วิธีการหาน้ำหนักที่นำมาศึกษาทั้งสามวิธีนั้น มีขอบเขต ข้อจำกัด และข้อดี ข้อเสีย ที่แตกต่างกัน ซึ่งทั้งสามวิธีจะถูกนำมาเปรียบเทียบเพื่อหาวิธีที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำไปใช้ต่อไป

#### 3.2.1 การหาน้ำหนักรถด้วยวิธีแก้ระบบสมการด้วยการใช้ชูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (Pseudo-Inverse matrix)

$$\mathbf{f} = B^+ \mathbf{M} = \left[ (B^T B)^{-1} B^T \right] \mathbf{M} \quad (2.52)$$

จากสมการที่ 2.51 และ 2.52 การใช้ชูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (Pseudo-Inverse matrix) จะสามารถหาคำตอบได้เมื่อผลคูณของ  $B^T B$  ได้เมตริกซ์ที่มีคุณสมบัติที่ไม่เป็นซิงกูลาร์เมตริกซ์ (non-singular matrix) ซึ่งจะทำให้เมตริกซ์สามารถหาอินเวอร์สได้ นั่นคือ เมตริกซ์  $B$  จะต้องมีความแรงค์ (rank) แบบสมบูรณ์ (full rank) เท่านั้น ซึ่งจากผลการทดสอบจากแบบจำลองย่อยส่วน พบว่ามีโอกาสน้อยมากที่เมตริกซ์  $B$  จะมีความแรงค์ (rank) เป็นแบบ

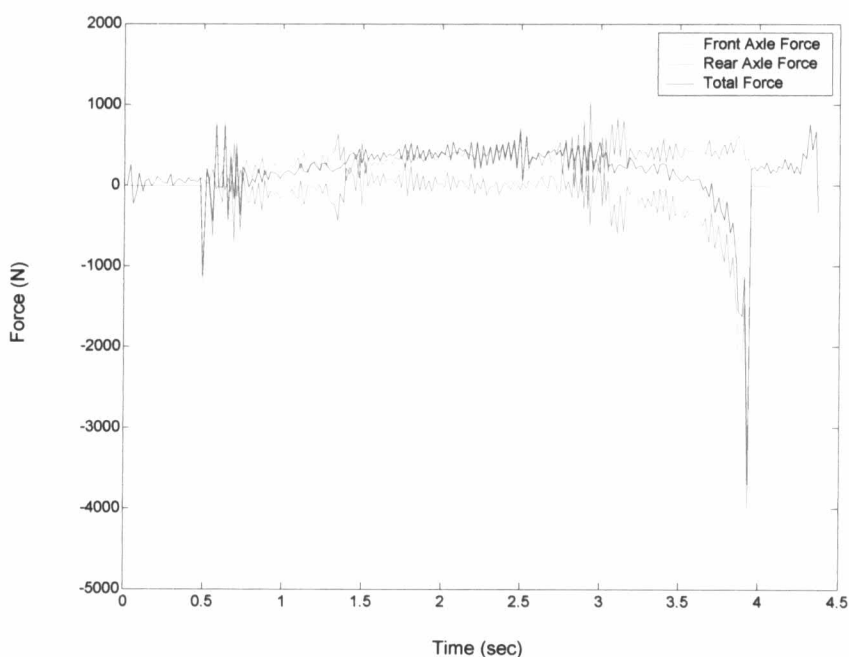
สมบรูณ์ (full rank) ทำให้การหาค่าคำตอบไม่สามารถหาคำตอบได้ เช่นเดียวกับงานวิจัยของ Yu L. และ Chan T.H.T. (2002) ซึ่งผลที่ได้จะมีโอกาสเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) สูงมาก แต่ก็ยังมีบางกรณีที่ยังสามารถหาคำตอบได้อยู่ เนื่องจากเมตริกซ์  $B$  ได้จากความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและการเปลี่ยนตำแหน่งหรือแรงโดยตรงจากการโก่งตัวของสะพาน แต่ในการวิจัยนี้ เราได้สร้างแบบจำลองคานจากทฤษฎีไฟไนต์เอลิเมนต์ และแปลงคำตอบของสมการการเคลื่อนที่ให้อยู่ในรูปของสเตตสเปซฟอร์มูลา (state-space formula) ไม่ได้เป็นการหาความสัมพันธ์ระหว่างโมเมนต์ดัดและการเปลี่ยนตำแหน่งหรือแรงโดยตรง จากการโก่งตัวของสะพาน ทำให้เมตริกซ์  $B$  ที่สร้างขึ้น มีเรงค์ (rank) ไม่เป็นแบบสมบรูณ์ (full rank) จึงไม่เหมาะสมที่จะนำวิธีซูโดอินเวอร์สเมตริกซ์ (pseudo-inverse matrix) นี้มาใช้ได้

### 3.2.2 การหาค่าคำตอบด้วยวิธีแก้ระบบสมการด้วยซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular value decomposition)

การหาค่าคำตอบด้วยวิธีแก้ระบบสมการด้วยซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) ในรูปแบบสมการที่ 2.67 ดังแสดง

$$\mathbf{f} = \sum_{i=1}^n \frac{\sigma_i}{(\sigma_i^2 + \lambda)} (\mathbf{u}_i^T \mathbf{M}) \mathbf{v}_i \quad (2.67)$$

ค่าของแรงที่ได้จะขึ้นอยู่กับค่าของเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (regularization parameter,  $\lambda$ ) ซึ่งเป็นตัวปรับความราบเรียบของแรงที่หาได้ น้ำหนักและค่าความคลาดเคลื่อนของรถที่ได้จึงมีค่าเปลี่ยนแปลงกับค่า  $\lambda$  ดังแสดงในรูปที่ 3.3 แสดงถึงแรงในเพลาน้ำ เพลาลัง และแรงรวมของรถขณะวิ่งบนสะพานตามลำดับ



รูปที่ 3.3 แสดงค่าแรงของรถขณะวิ่งบนสะพาน เมื่อไม่มีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตร/วินาที

ค่าของแรงรวมของรถได้จากการซูปเปอร์โพสิชันของแรงในเพลาน้ำและเพลาลังเข้าด้วยกัน โดยที่จะสังเกตได้ว่า เมื่อไม่มีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ค่าแรงที่เกิดขึ้นจะมีลักษณะที่ไม่ตรงกับค่าแรงที่ควรจะเกิดขึ้นจริง นั่นคือค่ามีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วและมีค่ามากหรือน้อยกว่าสภาพจริงมากในบางช่วง โดยเฉพาะช่วงที่มีการเข้าหรือออกของล้อในสะพาน ดังนั้นการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) จึงถูกนำมาใช้เพื่อให้ค่าแรงที่ได้มีความราบเรียบและมีค่าไม่เกินความเป็นจริง ดังแสดงในรูปที่ 3.4 โดยที่น้ำหนักรวมของรถบรรทุกจริงเท่ากับ 40 กิโลกรัม (ประมาณ 400 นิวตัน)

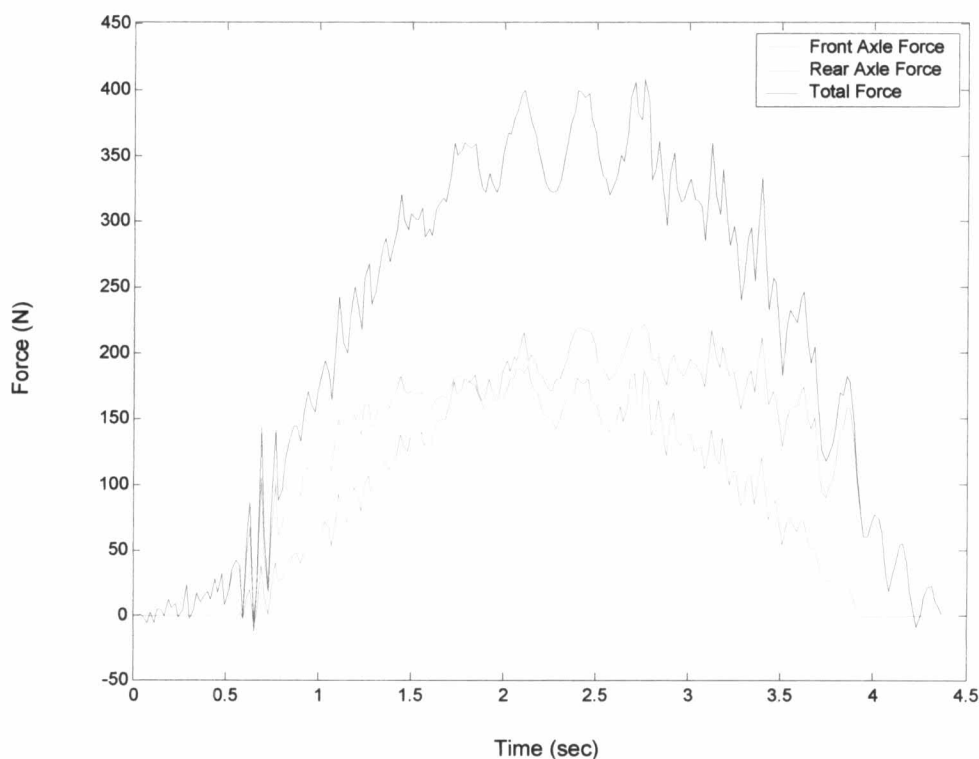
จากรูปที่ 3.4 เมื่อมีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ค่าแรงที่ได้จะมีความราบเรียบมากขึ้น ตามค่า  $\lambda$  โดยที่ค่า  $\lambda$  มากเท่าไร ก็จะทำให้ค่าแรงที่หาได้มีความราบเรียบมากขึ้นเป็นลำดับ แต่วิธีการ regularization นี้ จะทำให้ค่าแรงที่หาได้มีค่าลดลงตามค่า  $\lambda$  ที่เพิ่มขึ้น ดังนั้นความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นจะเปลี่ยนแปลงตามการใช้ค่า  $\lambda$  ในการหาค่าน้ำหนักด้วยดังแสดงในรูปที่ 3.5 โดยค่าความคลาดเคลื่อนนี้คำนวณดังสมการที่ (2.80)

เวลาที่ใช้ในการคำนวณด้วยวิธี SVD นี้ใช้เวลาประมาณ 24 วินาทีต่อการทายน้ำหนัก 1 รอบ โดยเครื่องคอมพิวเตอร์ที่ใช้คำนวณ มีคุณสมบัติดังนี้

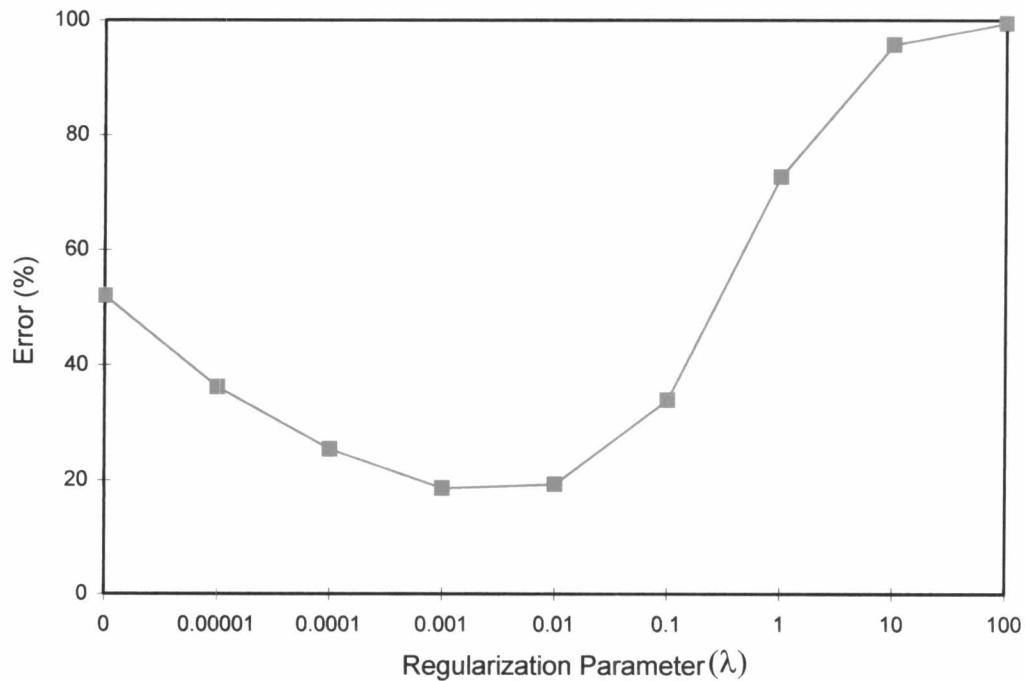
CPU : AMD Athlon 1.4 GHz XP 1600+

RAM : DDR Ram 256 MB

Mainboard : MSI 6380 bus 266 MHz



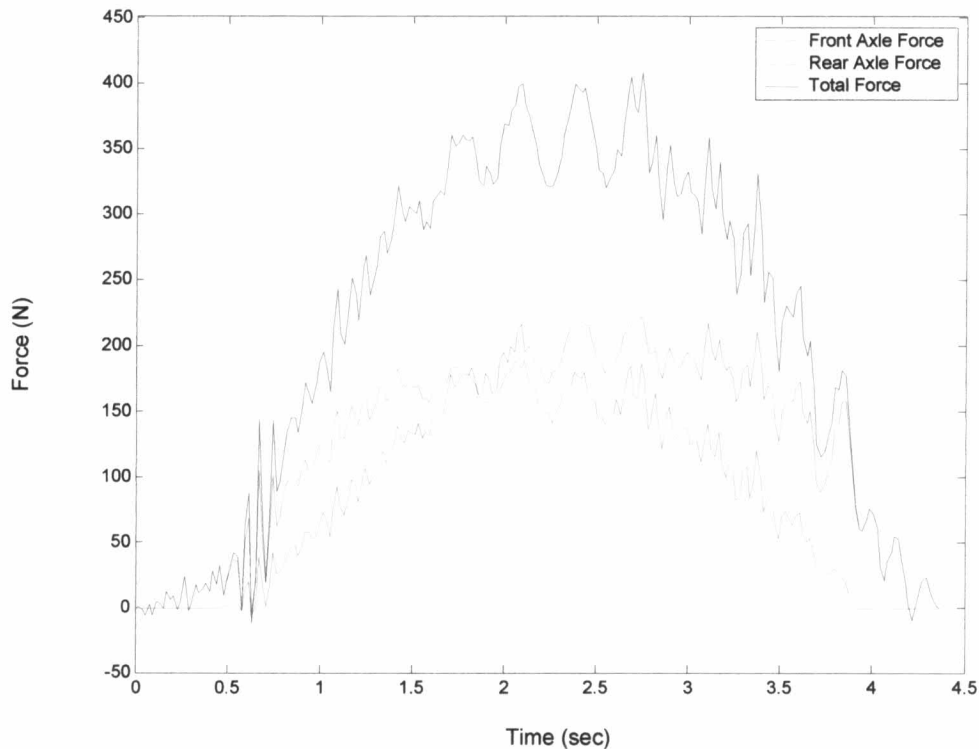
รูปที่ 3.4 แสดงค่าแรงของรถขณะวิ่งบนสะพาน เมื่อเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ด้วยค่า  $\lambda = 0.1$  กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตร/วินาที



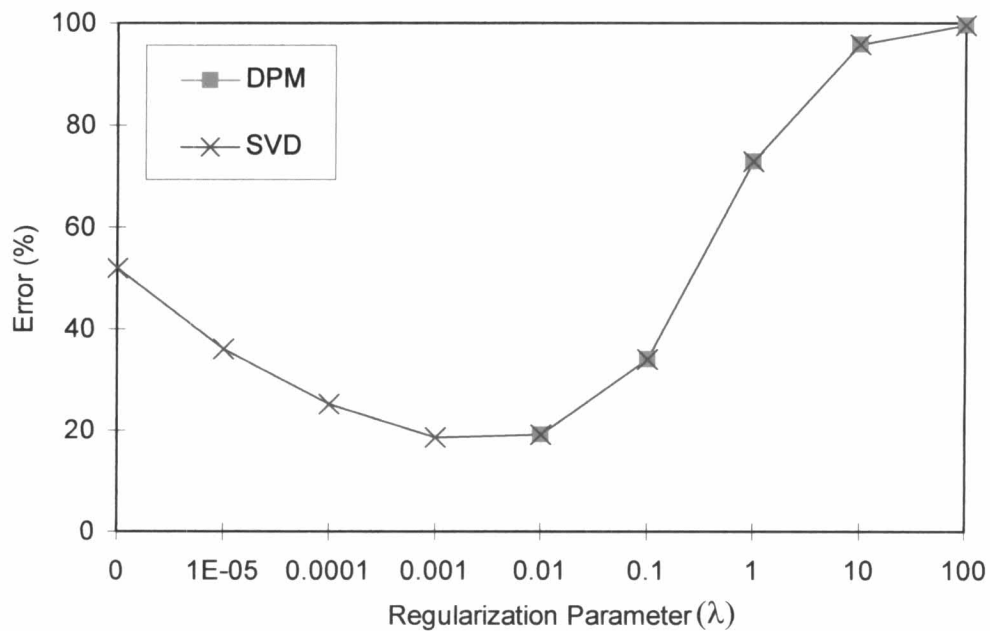
รูปที่ 3.5 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักรวมที่เปลี่ยนแปลงตามค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (regularization parameter,  $\lambda$ ) กรณีรบกวนรบกวนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตรวินาที

### 3.2.3 การหาน้ำหนักด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิง

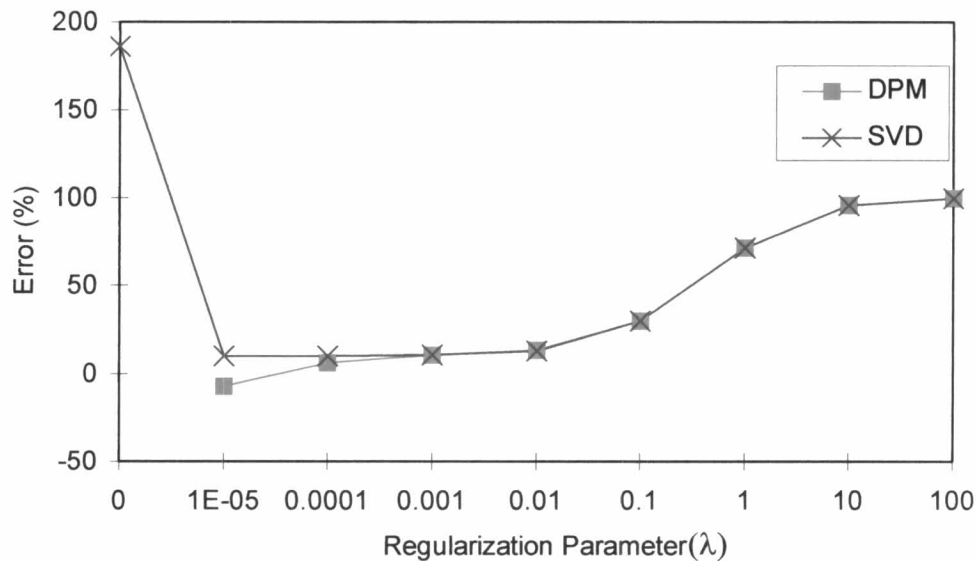
การหาแรงด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิง จะให้ผลที่ใกล้เคียงกับการหาแรงด้วยวิธีซิงกูลาร์แวลู ดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) ดังแสดงในรูปที่ 3.6 แต่การหาน้ำหนักด้วยวิธีนี้จะมีขอบเขตของการใช้งานที่ไม่สามารถหาแรงได้ หากไม่ใช้การเรกูลาร์ไรเซชัน ( $\lambda = 0$ ) เนื่องจากเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) ของในการหาอินเวอร์สของเมตริกซ์ แต่แม้ว่าจะมีการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) แล้วก็ตาม ในบางกรณีค่า  $\lambda$  น้อยมาก ๆ ก็ยังจะเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) อยู่ ดังแสดงในรูปที่ 3.7 ซึ่งใช้ความเครียดจากผลการทดลองเดียวกับที่ใช้ในวิธีซิงกูลาร์แวลู ดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) ข้างต้น โดยที่สัญญาณความเครียดนี้จะใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิงได้ที่ค่า  $\lambda$  ประมาณตั้งแต่ 0.01 ขึ้นไปดังรูป แต่ในขณะที่บางสัญญาณยังสามารถใช้วิธีนี้ได้โดยที่ไม่เกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) เช่นตัวอย่างสัญญาณในรูปที่ 3.8 ซึ่งมีความเร็วแตกต่างกัน แต่ก็ไม่สามารถละทิ้งการเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ได้เช่นกัน



รูปที่ 3.6 แสดงค่าแรงของรถขณะวิ่งบนสะพาน เมื่อเรกูลาร์ไรเซชัน (regularization) ด้วยค่า  $\lambda = 0.1$  กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตร/วินาที



รูปที่ 3.7 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักรวมที่เปลี่ยนแปลงตามค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (regularization parameter,  $\lambda$ ) กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.51 เมตร/วินาที



รูปที่ 3.8 แสดงค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักรวมที่เปลี่ยนแปลงตามค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ (regularization parameter,  $\lambda$ ) กรณีรถบรรทุกเคลื่อนที่ด้วยความเร็วเท่ากับ 0.32 เมตร/วินาที

เมื่อทำการเปรียบเทียบรูปที่ 3.9 และรูปที่ 3.10 พบว่าความคลาดเคลื่อนที่ได้จากวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งและวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชันนั้นแตกต่างกันน้อยมากสังเกตได้จากเส้นกราฟที่ซ้อนทับกัน และความแตกต่างกันของสัญญาณความเครียดนั้นมีผลต่อประสิทธิภาพในการหาน้ำหนัก ซึ่งเราไม่สามารถคาดเดาล่วงหน้าได้ว่าสัญญาณใดจะเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) หรือไม่ นี่จึงเป็นขอบเขตข้อหนึ่งของวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่ง

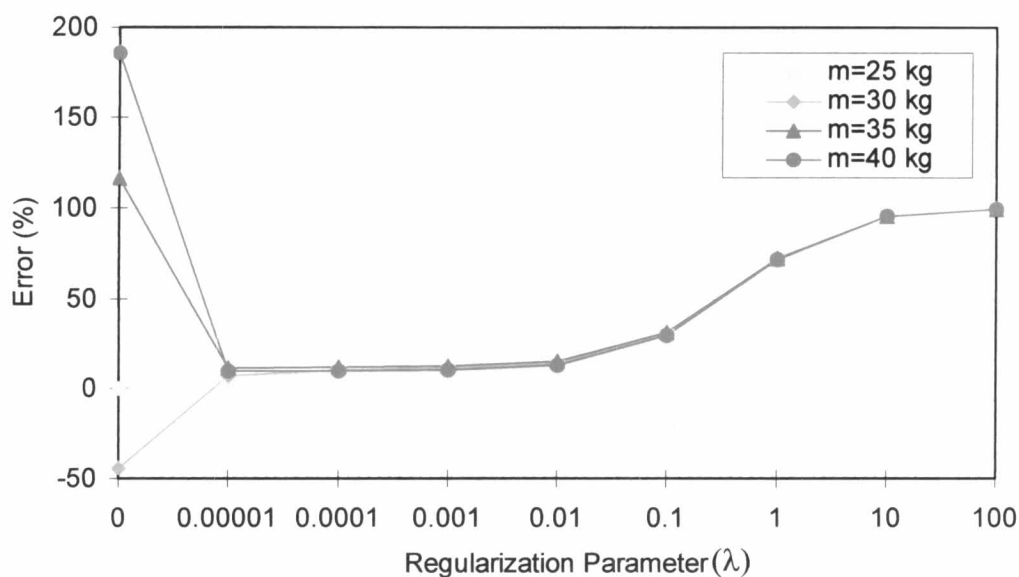
อย่างไรก็ตามวิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งนี้ มีจุดเด่นคือเวลาที่ใช้ในการประเมินผลของโปรแกรมที่ใช้เวลาน้อยกว่าวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชันมาก โดยใช้เวลาในการคำนวณเพียงประมาณ 4 วินาทีต่อครั้งเมื่อใช้คอมพิวเตอร์รูปแบบเดียวกัน ซึ่งมีความเร็วกว่าวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชันประมาณ 6 เท่า

### 3.3 ปัจจัยที่มีผลกระทบต่อค่า $\lambda$ ที่เหมาะสม

จากรูปที่ 3.5 แสดงถึงค่าความคลาดเคลื่อนของน้ำหนักที่ได้ ซึ่งจะมีค่าที่แตกต่างกันตามค่าของพารามิเตอร์  $\lambda$  ที่ใช้ โดยที่ค่า  $\lambda$  ที่เหมาะสมนั้น จะเป็นค่าที่ทำให้ผลการหาน้ำหนักมีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุดในหัวข้อถัดไปจะได้ศึกษาถึงปัจจัยต่าง ๆ ที่มีผลต่อการกำหนดค่า  $\lambda$  ที่เหมาะสม

### 3.3.1 อิทธิพลของมวลของรถบรรทุก

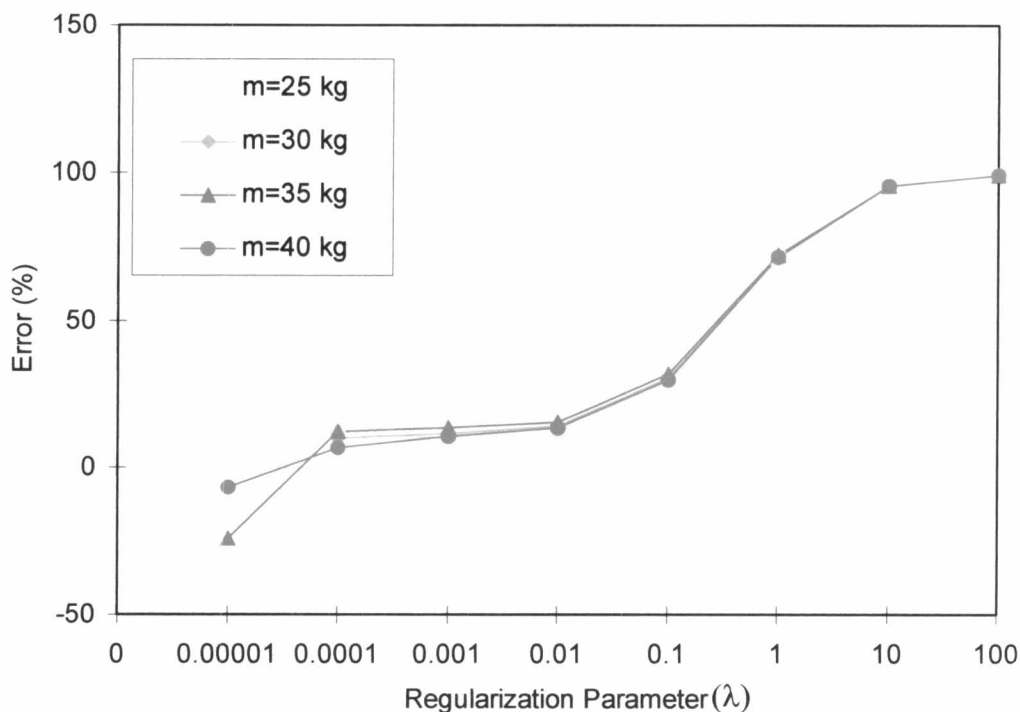
รูปที่ 3.9 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนที่เปลี่ยนไปเมื่อทำการทดสอบด้วยมวลของรถที่แตกต่างกัน และวิเคราะห์ด้วยวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน โดยจะสังเกตได้ว่ามวลของรถมีผลต่อความคลาดเคลื่อนของการหาค่า  $\lambda$  เท่ากัน โดยเฉพาะในช่วงที่ค่า  $\lambda$  มีค่าน้อย (0 ถึง 0.001) จะทำให้ความคลาดเคลื่อนที่เกิดขึ้นที่ไม่เป็นระบบกับมวลของรถโดยที่บางสัญญาณอาจให้ความคลาดเคลื่อนที่น้อยมากเช่นกรณีมวลเท่ากับ 25 กิโลกรัม ในขณะที่บางสัญญาณให้ความคลาดเคลื่อนที่สูงมากเช่นกรณีมวลเท่ากับ 35 และ 40 กิโลกรัม หรือบางสัญญาณให้ความคลาดเคลื่อนเป็นค่าลบเช่นกรณีมวลเท่ากับ 30 กิโลกรัม แต่ในช่วงที่ค่า  $\lambda$  ที่ใช้ในการวิเคราะห์มีค่ามาก (ตั้งแต่ 0.001 ขึ้นไป) ความแตกต่างของมวลของรถแทบจะไม่มีผลต่อความคลาดเคลื่อนของการหาค่า



รูปที่ 3.9 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่มวลของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition)

หากเราวิเคราะห์สัญญาณเดียวกันนี้ด้วยวิธีไดนามิคโปรแกรมมิง ลักษณะความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดเคลื่อนและมวลของรถจะมีลักษณะคล้ายคลึงกับรูปที่ 3.9 แต่มีความแตกต่างกันที่วิธีไดนามิคโปรแกรมมิงจะเกิดสภาวะบกพร่อง (ill-condition) ที่ค่า  $\lambda$  น้อย ๆ ดังแสดงในรูปที่ 3.10 และพบว่าตำแหน่งที่จะเกิดสภาวะบกพร่องนั้น เราไม่สามารถคาดเดาได้ว่าจะเกิดที่ค่า  $\lambda$  เท่าไร



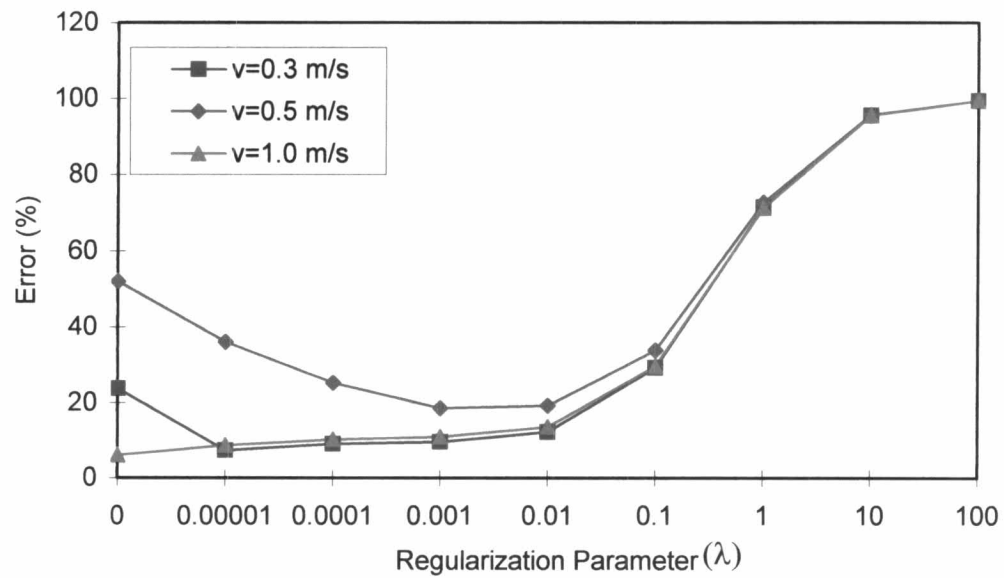


รูปที่ 3.10 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่มวลของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิง (Dynamic Programming)

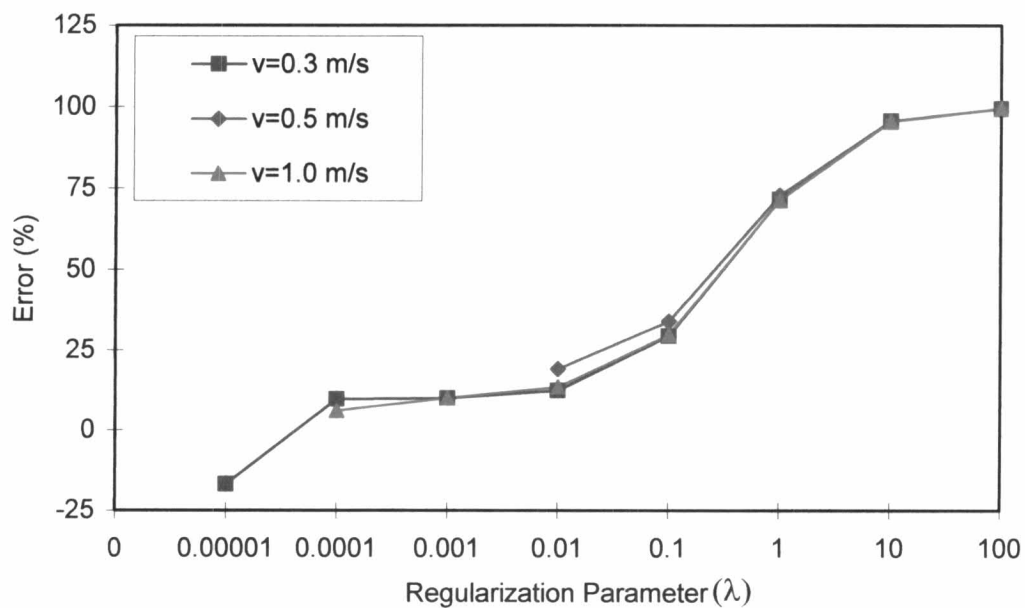
### 3.3.2 อิทธิพลของความเร็วของรถบรรทุก

เช่นเดียวกับผลของมวลของรถ ความเร็วในการวิ่งก็เช่นกัน ผลของความเร็วในการวิ่งที่แตกต่างกันให้ความสัมพันธ์ของความคลาดเคลื่อนที่ไม่เป็นระบบ และไม่สามารถคาดเดาได้ดังแสดงในรูปที่ 3.11 และ 3.12 และมีรูปแบบคล้ายกับกรณีมวลของรถที่แตกต่างกันโดยที่ช่วงค่า  $\lambda$  มีค่าน้อยจะมีความแปรปรวนของความคลาดเคลื่อนสูงกว่าช่วง  $\lambda$  มีค่ามาก และตำแหน่งที่จะเกิดสภาวะบกพร่องก็มีความสัมพันธ์แบบไม่เป็นระบบเช่นกันเมื่อวิเคราะห์ด้วยวิธีไดนามิกโปรแกรมมิง

โดยที่ในแต่ละกรณีจะมีค่า  $\lambda$  ที่ให้ค่าความคลาดเคลื่อนที่น้อยที่สุด นั่นคือค่า  $\lambda$  ค่านั้นเป็นค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมที่สุดที่จะนำไปใช้งาน แต่เนื่องจากผลของมวลและความเร็ว ทำให้มีปัญหาในการเลือกใช้ค่าพารามิเตอร์  $\lambda$  ที่เหมาะสมที่สุดจะนำไปใช้งาน เนื่องจากแต่ละกรณีจะมีค่าพารามิเตอร์ที่ใช้ได้และเหมาะสมที่สุดไม่เท่ากัน ซึ่งถือว่าเป็นปัญหาที่สำคัญข้อหนึ่งของการใช้วิธีเรกูลาร์ไรเซชัน



รูปที่ 3.11 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่ความเร็วของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (Singular Value Decomposition)

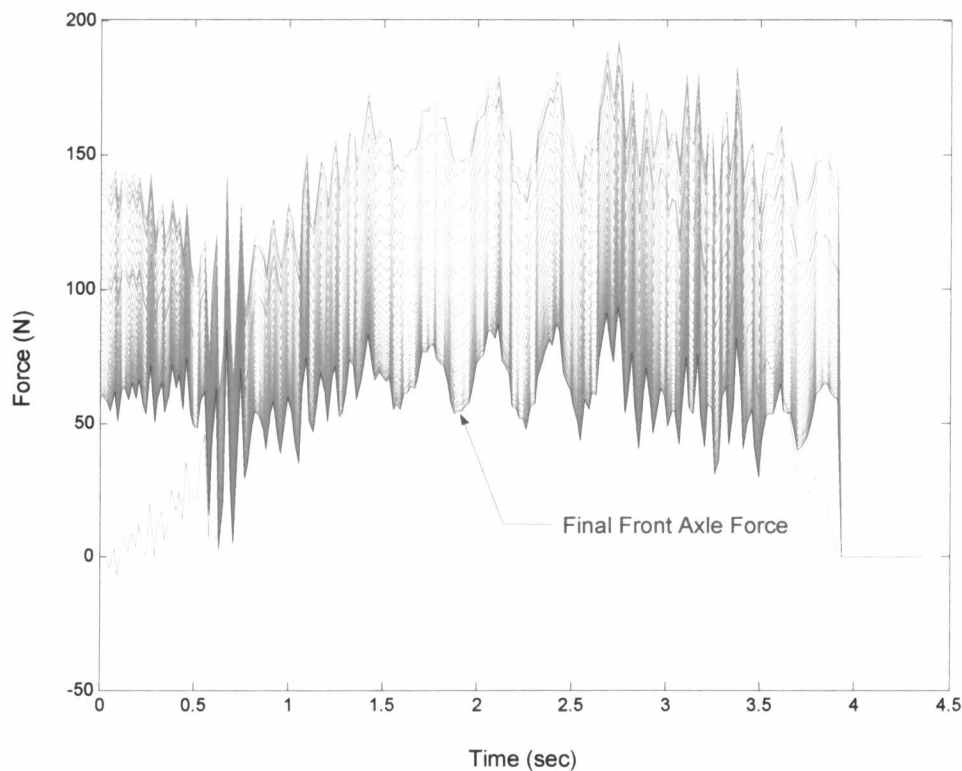


รูปที่ 3.12 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่ความเร็วของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิง (Dynamic Programming)

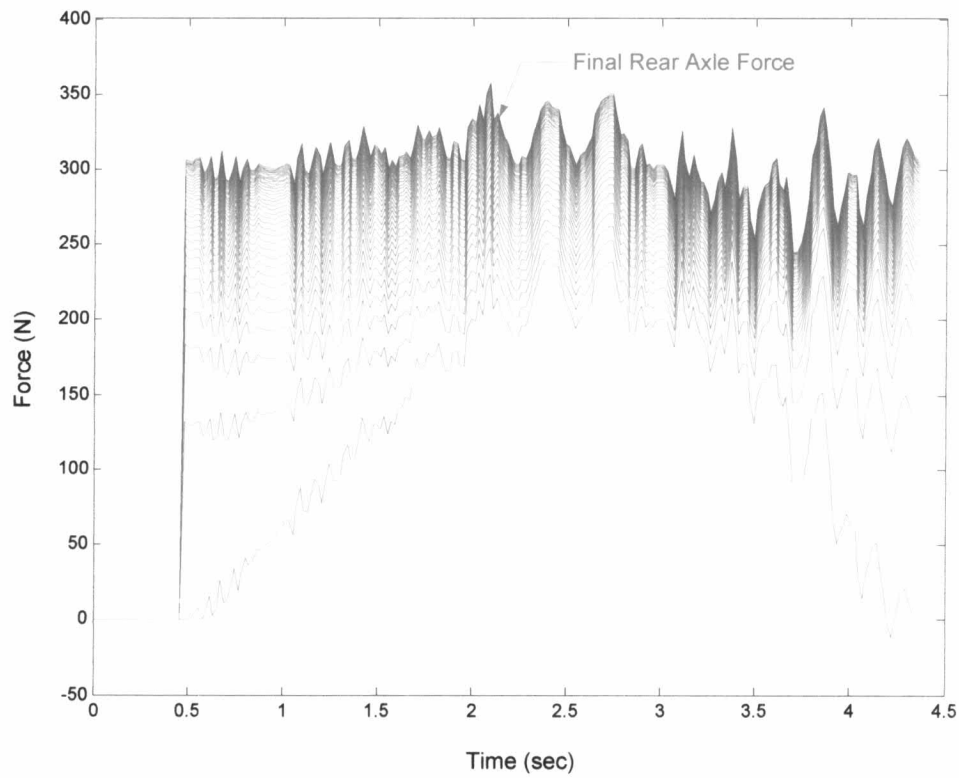
### 3.4 ผลการหาน้ำหนักด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำ

เนื่องจากวิธีการคำนวณซ้ำ เป็นวิธีการคำนวณเพื่อปรับค่าแรงที่ได้ให้เข้าใกล้ค่าแรงทางสถิติมากที่สุด ซึ่งการคำนวณซ้ำจะต้องใช้เวลาหลายเท่าตัวของเวลาที่ใช้ในการวิเคราะห์ปกติแบบครั้งเดียว ทำให้การนำวิธีการคำนวณซ้ำไปใช้กับวิธีซิงกูลาร์แวลูดีคอมโพสิชัน (singular value decomposition) นั้นไม่เหมาะสมเพราะจะใช้เวลาในการวิเคราะห์นานมาก เราจึงสนใจการคำนวณซ้ำนี้กับวิธีไดนามิคโปรแกรมมิ่งเท่านั้น เนื่องจากความคลาดเคลื่อนที่ได้จากทั้งสองวิธีนั้นใกล้เคียงกันมากดังรูปที่ 3.8 ที่ได้แสดงไปแล้วนั้น แต่วิธีไดนามิคโปรแกรมมิ่งจะใช้เวลารวดเร็วกว่า

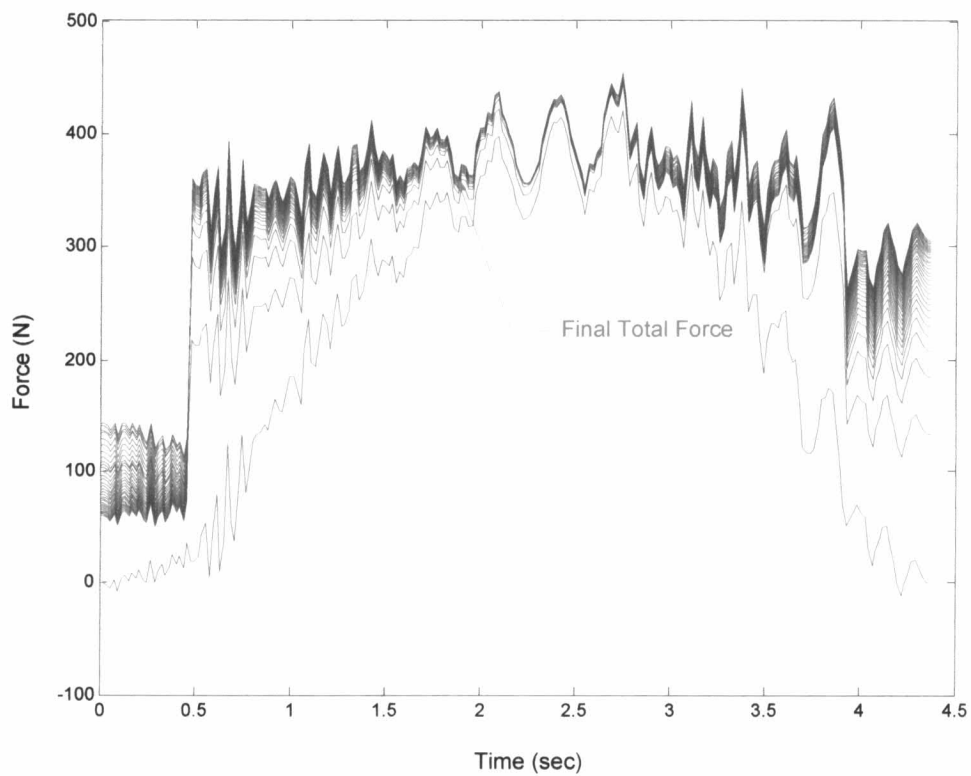
จากรูปที่ 3.13, 3.14 และ 3.15 แสดงค่าแรงในเพลาน้ำ (แรงเพลาน้ำจริง 50 นิวตัน) เพลาล้าง (แรงเพลาล้างจริง 300 นิวตัน) และแรงรวม (แรงรวมจริง 350 นิวตัน) ที่หาได้จากการวิเคราะห์ด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำตามลำดับ จากรูปจะสังเกตเห็นเส้นกราฟที่มีลักษณะเป็นขั้นซ้อนกันแสดงถึงลักษณะค่าแรงที่ทำการหาได้ในแต่ละรอบจนลู่เข้าค่าตอบสุดท้าย โดยที่พบว่าค่าแรงที่ทำการคำนวณซ้ำจะลู่เข้าค่าแรงทางสถิติตามรูปแบบของอินฟลูเอนซ์ไลน์ (influence line) และเพิ่มความถูกต้องของน้ำหนักรถได้ดีมาก ทำให้ความคลาดเคลื่อนที่ได้มีค่าลดลงดังแสดงในรูปที่ 3.16 และรูปที่ 3.17 โดยสัญลักษณ์  $I_{tr}$  ในกราฟหมายถึงค่าที่ได้จากการคำนวณซ้ำ (Iterated Value)



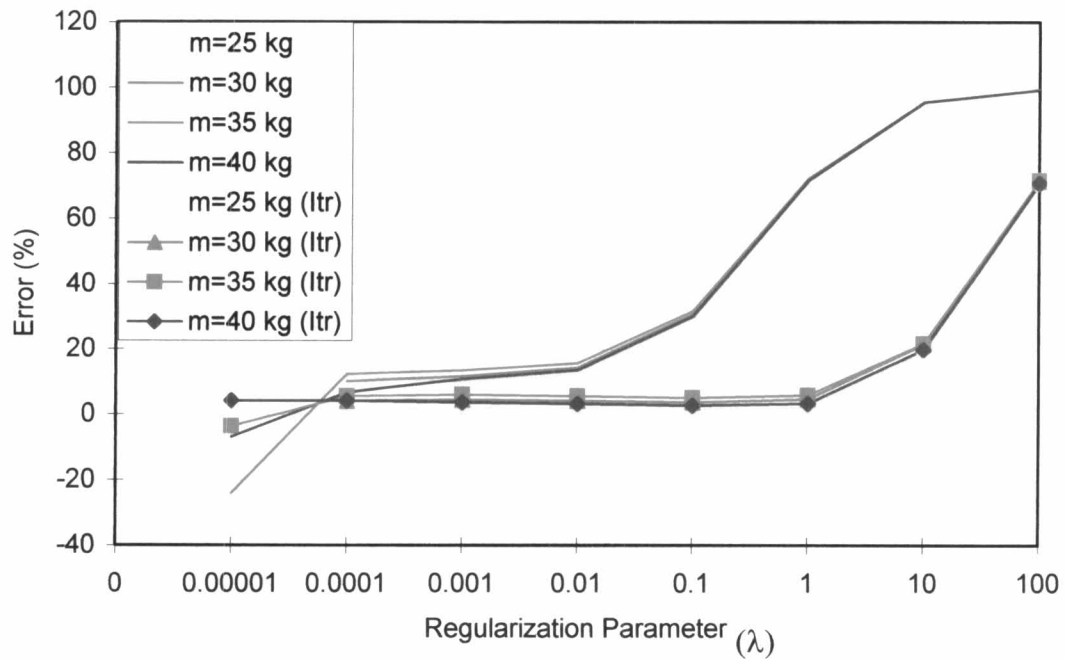
รูปที่ 3.13 แสดงค่าแรงของเพลาน้ำที่หาได้โดยใช้เทคนิคการคำนวณซ้ำ โดยใช้  $\lambda = 0.1$



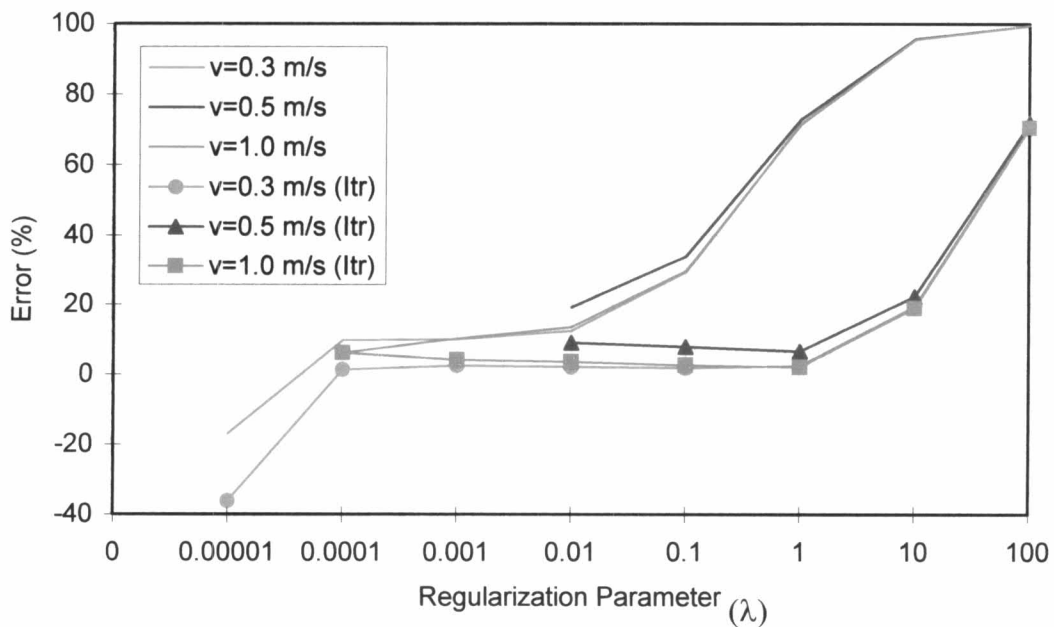
รูปที่ 3.14 แสดงค่าแรงของเพลาลังที่หาได้โดยใช้เทคนิคการคำนวณซ้ำ โดยใช้  $\lambda = 0.1$



รูปที่ 3.15 แสดงค่าแรงรวมของรถที่หาได้โดยใช้เทคนิคการคำนวณซ้ำ โดยใช้  $\lambda = 0.1$

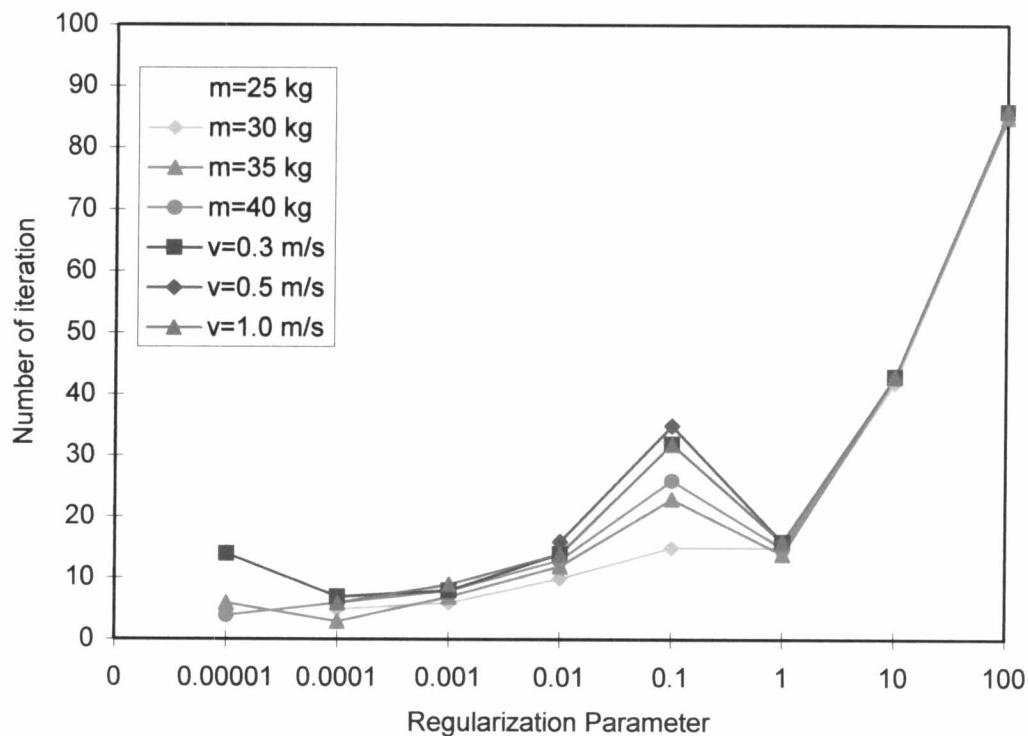


รูปที่ 3.16 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่มวลของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีไดนามิคโปรแกรมมิงแบบธรรมดา และวิธีไดนามิคโปรแกรมมิงร่วมกับเทคนิคการคำนวณซ้ำ



รูปที่ 3.17 แสดงผลของความคลาดเคลื่อนทางสถิติของน้ำหนักรวมที่ความเร็วของรถแตกต่างกัน โดยใช้วิธีไดนามิคโปรแกรมมิง แบบธรรมดา และวิธีไดนามิคโปรแกรมมิงร่วมกับเทคนิคการคำนวณซ้ำ

จากรูปที่ 3.16 และ 3.17 จะพบว่าเทคนิคการคำนวณซ้ำสามารถลดความคลาดเคลื่อนให้อยู่ในช่วงที่สามารถนำไปใช้ได้ นั่นคือช่วงระหว่าง +5 % และ -5 % โดยที่ค่าพารามิเตอร์ที่ลดความคลาดเคลื่อนให้อยู่ในช่วงดังกล่าวนี้สามารถเลือกใช้ได้มากขึ้น โดยจากรูปจะสังเกตว่าสามารถใช้ค่า  $\lambda$  ได้ตั้งแต่ 0.00001 ถึง 1.0 แล้วแต่กรณีซึ่งอาจเกิดสภาวะบกพร่อง ดังนั้นการที่จะหลีกเลี่ยงการเกิดสภาวะบกพร่องในการคำนวณนี้ สามารถทำได้โดยการเพิ่มค่า  $\lambda$  ให้มีค่าสูงขึ้น อย่างไรก็ตามค่า  $\lambda$  ที่ใช้แตกต่างกันก็จะใช้เวลาคำนวณ หรือจำนวนรอบในการคำนวณซ้ำที่ไม่เท่ากันดังแสดงในรูปที่ 3.18



รูปที่ 3.18 แสดงจำนวนรอบของการคำนวณซ้ำที่ใช้ที่ค่าพารามิเตอร์  $\lambda$  ต่างกัน

จากตัวอย่างการวิเคราะห์เบื้องต้นนี้ เราสามารถสรุปได้ว่าการประยุกต์ใช้การหาค่าพหุคูณในภาคสนาม วิธีที่เหมาะสมที่จะนำไปใช้มากที่สุดคือการใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งด้วยเทคนิคการคำนวณซ้ำ ซึ่งจะให้ความคลาดเคลื่อนที่น้อยและอยู่ในช่วงที่น่าพอใจ และใช้เวลาในการวิเคราะห์ที่น้อยกว่าวิธี singular value decomposition ถึงแม้ว่าวิธี singular value decomposition จะสามารถวิเคราะห์ได้ที่ทุก ๆ ค่าพารามิเตอร์  $\lambda$  แต่การที่ต้องใช้เวลาในการคำนวณของโปรแกรมที่นาน การใช้วิธีไดนามิกโปรแกรมมิ่งแล้วทำการปรับค่า  $\lambda$  ให้สูงขึ้น แล้วทำการคำนวณซ้ำสามารถนำมาใช้แทนได้และยังให้ผลที่น่าพอใจ รวมทั้งประหยัดเวลาในการวิเคราะห์ ดังนั้นในงานวิจัยที่จะได้ดำเนินการต่อไป วิธีการไดนามิกโปรแกรมมิ่งร่วมกับเทคนิคการคำนวณซ้ำจะเป็นวิธีหลักที่นำมาศึกษาและนำไปใช้ และจากผลการวิเคราะห์เบื้องต้นนี้เนื่องจากพบว่าบางกรณีการคำนวณอาจเกิดสภาวะบกพร่องเมื่อใช้ค่า  $\lambda$  ที่ต่ำกว่า 0.01 และหากใช้ค่า  $\lambda$  สูงเท่ากับ 0.1 ก็จะใช้เวลาในการคำนวณที่นาน ดังนั้นจึงเลือกใช้ค่าเรกูลาร์ไรเซชันพารามิเตอร์ ( $\lambda$ ) เท่ากับ 0.05