บทที่ 2

ทฤษฎี (Theory)

งานวิจัยนี้ได้ทำการศึกษาถึงกำลังการรับแรงเฉือนของสลักคอนกรีตล้วนจากผลของกำลังอัดประลัยของคอนกรีต และ ผลของการโอบรัดด้านข้าง โดยได้ทำการทดสอบตัวอย่างสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วนจำนวน 27 คู่ และ แบบไม่มีสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วน 9 คู่ เพื่อหาความสัมพันธ์ระหว่างกำลังอัดประลัยของคอนกรีต (f_c') และ แรงโอบรัดด้านข้างที่มีผลต่อกำลังการรับแรงเฉือนของสลักคอนกรีตล้วน จากผลทดสอบจะนำผลที่ได้มาทำการเปรียบเทียบกับการวิเคราะห์ทางทฤษฎีคือวิธี Rotating Smeared Crack Band Model ที่เสนอโดย Kaneko (10) งานวิจัยนี้ยังได้ทำการศึกษาถึงสูตรทำนายกำลังรับแรงเฉือนประลัยของสลักคอนกรีตล้วนจากสูตรของ Bakhoum (11)

2.1 <u>วัสดุและแบบจำลองคุณสมบัติหลัก</u>

2.1.1 <u>คอนกรีต</u>

คอนกรีตมีคุณสมบัติในการรับแรงอัดได้ดีแต่ไม่เหมาะสมในการรับแรงดึง คุณสมบัติด้านกำลังอัดคอนกรีตสามารถทราบได้โดยการทดสอบหาความสัมพันธ์ ระหว่างหน่วยแรงและ ความเครียด (Stress strain Curve)

ก. <u>ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงอัดและความเครียด</u>

พฤติกรรมของคอนกรีตล้วนภายใต้การอัดสามารถทราบได้ จากการทดสอบแท่งทรงกระบอกตัวอย่างซึ่งมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลาง 15 ซม. สูง 30 ซม. หรือจากแท่งคอนกรีตลูกบาศก์ ขนาด 15 x 15 x 15 ซม. จากกราฟรูปที่ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตที่มีกำลังอัดประลัยต่างๆกัน จะเห็นว่าในช่วงที่หน่วยแรงมีค่าน้อยกว่าประมาณ 0.5 f_c' ความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดเกือบจะเป็นเส้นตรง ค่า

ความเครียดที่หน่วยแรงสูงสุด (ε_0) ของกราฟมีค่าประมาณ 0.002 ความเครียดที่ภาวะประลัย (ε_u) โดยทั่วไปมีค่าประมาณ 0.003 ถึง 0.008 และเพื่อความปลอดภัย มาตราฐาน ACI กำหนดให้ ε_u เท่ากับ 0.003 และ สำหรับค่าโมดูลัสความยืดหยุ่น (E_c) ของคอนกรีตมวลปกติ ACI ที่กำหนดให้มีค่าเท่ากับ 15210 $\sqrt{fc'}$ กก./ซม.^{2} Hognestad (12) ได้เสนอสมการที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีต ดังสมการที่ 2.1 และรูปที่ 2.2

$$f_c = f_c'\,[\,2(\varepsilon/\varepsilon_0) - (\varepsilon/\varepsilon_0)^2\,] \qquad (2.1)$$

โดยที่

f_c = หน่วยแรงในคอนกรีตที่ระดับใดๆ

f_c' = กำลังอัดของแท่งคอนกรีตทรงกระบอก

ε = ความเครียดในคอนกรีตที่ระดับใดๆ

ε_0 = ความเครียดที่ตำแหน่ง f_c' (โดยทั่วไปมีค่าประมาณ 0.002)

ข. <u>พฤติกรรมรับแรงดึง</u>

คอนกรีตมีกำลังรับแรงดึงที่ต่ำมาก โดยปกติจะมีค่าไม่เกิน 20% ของกำลังอัด-การทดสอบ การทดสอบกำลังรับแรงดึงอาจใช้วิธีกดคอนกรีตตามแนวยาว (Split tensile test) ดังแสดงที่รูป 2.3

ค. <u>พฤติกรรมรับแรงเฉือน</u>

แรงเฉือน คือ การกระทำจากคู่ของแรงในแนวขนานที่มีขนาดเท่ากัน แต่มีทิศทางตรงกันข้ามในระนาบที่มีระยะห่างสั้นๆ การเกิดแรงเฉือนในคอนกรีตมักควบคู่ไปกับการเกิดแรงดึงและแรงอัด การเกิดแรงเฉือนล้วนมักเป็นไปได้ยากในทางปฏิบัติ ซึ่งตัวอย่างของการเกิดแรงเฉือนล้วน ดังแสดงรูปที่ 2.4. การพังทลายจากแรงเฉือนในคอนกรีตมักเกิดในรูปของแรงดึงทแยง อธิบายได้ด้วย วงกลมของมอร์ (Mohr circle) มาตรฐาน ACI กำหนดให้ กำลังรับแรงเฉือนของคอนกรีตอยู่ในรูปของกำลังรับแรงดึงทแยง ซึ่งกำหนดให้มีค่าเท่ากับ $1.06\sqrt{f_c'}$

2.2. กำลังการถ่ายเทแรงเฉือนผ่านหน้าตัดโดยวิธี Rotating Smeared Crack Band Model (แบบจำลองการหมุนของแถบรอยแตกร้าว)

เมื่อหน้าตัดของคอนกรีตรับแรงเฉือน จะเกิดรอยแตกร้าวทแยงทำมุมกับหน้าตัดที่รับแรงเฉือน เนื่องจากแรงดึงทแยงในคอนกรีตหลังจากการเกิดรอยแตกร้าวทแยง (Diaganal cracks) **หน้าตัดที่รับแรงเฉือนจะประพฤติตัวเสมือนเกิดชุดของส่วนรับแรงอัด** (Compression strut) **ในทิศทางทแยงทำมุมกับหน้าตัดในแกน** c **ตามรูปที่** 2.5 **ชิ้นส่วนดังกล่าวจะต้านทานหน่วยแรงอัด** (σ_c) **ในทิศทางของส่วนรับแรงอัด** (**แกน** c) **นั้น** (Compression struts) **และหน่วยแรงดึง** (σ_t) **ในแนวแกน** t **โดยมีทิศทางที่ตั้งฉากกับแนวของส่วนรับแรงอัด โดยที่หน่วยแรงเฉือนตามรอยแตกร้าวจะสมมติให้เท่ากับ** 0 **ดังนั้น หน่วยความเค้นอัด** (σ_c) **และหน่วยความเค้นดึง** (σ_t) **จึงเป็นหน่วยแรงในแนวแกนหลักของระบบโคออร์ดิเนต** c - t **มุมระหว่างระบบโคออร์ดิเนต** x - y **และ** c - t **มีค่าเท่ากับ** θ, Kaneko **ได้เสนอวิธีวิเคราะห์กำลังรับแรงเฉือนประลัยผ่านหน้าตัด ซึ่งอยู่ภายใต้ข้อสมมุติฐานที่สำคัญดังต่อไปนี้คือ**

1.ค่าหน่วยความเค้น (Stress) และความเครียด (Strain) กระจายอย่างสม่ำเสมอตลอดหน้าตัดที่เกิดการเฉือนขาด

2.หน้าตัดที่รับแรงเฉือนจะเกิดการพังทลายเมื่อชิ้นส่วนแต่ละชิ้นส่วนในชุดของส่วนรับแรงอัด (Compression strut) เกิดความเค้นอัดเท่ากับความเค้นประลัยของคอนกรีต (f_c')

3.วิธีวิเคราะห์นี้ตั้งอยู่บนพื้นฐานของกฎหรือสภาวะของ

1.สภาวะสมดุลย์ (Eguilibrium conditions)

2.เงื่อนไขของการต่อเนื่อง หรือ ความสอดคล้อง (Compatibility conditions)

3.กฎแห่งวัสดุ (Constitutive laws หรือ Stress - strain relationships)

ก.สภาวะสมดุลย์ (Eguilibrium conditions)

ค่าความเค้นเฉลี่ยในระบบโคออร์ดิเนต x - y, c - t สามารถแปลงได้อยู่ในรูปสมการ

$$\sigma_x = \sigma_c \cos^2\theta + \sigma_t \sin^2\theta \quad (2.2a)$$

$$\sigma y = \sigma_c \sin^2\theta + \sigma_t \cos^2\theta \quad (2.2b)$$

$$\tau_{xy} = (\sigma_c - \sigma_t) \sin\theta \cos\theta \quad (2.2c)$$

โดย σ_x , σ_y = ความเค้นในแกนหลักบนระบบโคออร์ดิเนต x - y

τ_{xy} = ความเค้นเฉือนบนระบบโคออร์ดิเนต x - y

ข.เงื่อนไขสอดคล้อง (Compatiblity conditions)

ค่าความเครียดเฉลี่ยในระบบโคออร์ดิเนต x - y, c - t สามารถเขียนอยู่ในรูปสมการ

$$\varepsilon_x = \varepsilon_c \cos^2\theta + \varepsilon_t \sin^2\theta \quad (2.3a)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_c \sin^2\theta + \varepsilon_t \cos^2\theta \quad (2.3b)$$

$$\gamma_{xy} = 2 (\varepsilon_c - \varepsilon_t) \sin\theta \cos\theta \quad (2.3c)$$

โดย ε_x, ε_y = ค่าความเครียดในแกนหลักบนระบบโคออร์ดิเนต x - y

γ_{xy} = ค่าความเครียดเฉือนในระบบโคออร์ดิเนต x - y

ε_c, ε_t = ค่าความเครียดในแกนหลักบนระบบโคออร์ดิเนต c - t

ค กฎแห่งวัสดุ (Constitutive models)

ความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและความเค้นดึงในทิศทางตั้งฉากกับชิ้นส่วนเสารับแรงอัดได้แสดงตามรูปที่ (2.6) ซึ่งสามารถแสดงความสัมพันธ์ในรูปสมการ

$$\sigma_t = E_c \varepsilon_t \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_t \leq \varepsilon_{cr} \quad (2.4a)$$

โดย E_c = ค่าโมดูลัสการยืดหยุ่นของคอนกรีต

สมการความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและความเค้นดึงที่เสนอโดย(Hillerborg) ใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดและความเค้นดึงในส่วนของกราฟด้านลง

$$\sigma_t = \frac{f_t [\,\varepsilon_{tu1} - 1/3\,\varepsilon_{cr} - 2/3\varepsilon_t\,]}{[\,\varepsilon_{tu1} - \varepsilon_{cr}\,]} \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_{cr} < \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tu1} \qquad (2.4b)$$

$$\sigma_t = \frac{f_t/ 3\,[\,\varepsilon_{tu2} - \varepsilon_t\,]}{[\,\varepsilon_{tu2} - \varepsilon_{tu1}\,]} \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_{tu1} < \varepsilon_t \leq \varepsilon_{tu2} \qquad (2.4c)$$

โดย

$$\varepsilon_{cr} = f_t / Ec \qquad (2.4d)$$

$$\varepsilon_{tu1} = \varepsilon_{cr} + 4/5\ (G_f / f_t\ h) \qquad (2.4e)$$

$$\varepsilon_{tu2} = \varepsilon_{cr} + 18/5\ (G_f / f_t\ h) \qquad (2.4f)$$

โดยที่ ε_{cr} คือค่าความเครียดแห่งการแตกร้าว ε_{tu1} และ ε_{tu2} คือค่าความเครียดหลังการแตกร้าว (The post cracking characteristic strains) และ h คือความกว้างของพื้นที่ถูกครอบคลุมด้วยรอยแตกร้าวทแยง

ความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นอัดและความเครียดอัดของคอนกรีตในทิศทางของส่วนรับแรงอัด ดังแสดงที่รูป 2.6 อธิบายได้โดยความสัมพันธ์ระหว่างความเค้นอัด และความเครียดอัดที่เสนอโดย Soroushian และคณะ (10) ดังนี้

$$\sigma_c = f_c'\,[\ 2(\varepsilon_c/\varepsilon_{c0}) - (\varepsilon_c/\varepsilon_{c0})^2\ ] \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_c \leq \varepsilon_c \qquad (2.5a)$$

$$\sigma_c = f_c'\,[\ 1 - Z\,(\varepsilon_c - \varepsilon_{c0})\,] \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_{c0} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{cu1} \qquad (2.5b)$$

$$\sigma_c = 0.2\,f_c' \qquad \text{เมื่อ } \varepsilon_{cu1} < \varepsilon_c \qquad (2.5c)$$

โดย

$$Z = \frac{0.5}{[\,[(3 + 145\,\varepsilon_{c0}\,f_c')\,/\,(145f_c - 1000)\,] - \varepsilon_{c0}\,]} \qquad (2.5d)$$

$$\varepsilon_{c0} = 2f_c' / E_c \qquad (2.5e)$$

$$\varepsilon_{cu1} = 0.8/Z + \varepsilon_{c0} \qquad (2.5f)$$

โดย f_c' คือ กำลังอัดประลัยของคอนกรีตและ ε_{c0} คือ ค่าความเครียดที่กำลังประลัยของคอนกรีต

ง.แบบจำลองของค่าปัวซองเรโชปรากฎ (Model of apparent poisson's ratio)

ค่าความสัมพันธ์ของความเครียดอัด และ ความเครียดดึงในชิ้นส่วนเสารับแรงอัดสามารถอธิบายโดยค่าปัวซองเรโชปรากฏที่เสนอโดย Chen (10) ซึ่งได้จากการทดสอบแบบแรงอัดในแนวแกนอย่างเดียวดังนี้

$\nu_a = 0.2$ (พฤติกรรมในช่วงยืดหยุ่น, มีการเปลี่ยนของปริมาตร) เมื่อ $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{c1}$

$\nu_a = 0.2 - 0.5$ (การเปลี่ยนแปลงแบบเส้นตรง) เมื่อ $\varepsilon_{c1} < \varepsilon_c \leq \varepsilon_{c2}$

$\nu_a = 0.5$ (พฤติกรรมในช่วงพลาสติก,ไม่มีการเปลี่ยนแปลงของปริมาตร) เมื่อ $\varepsilon_{c1} < \varepsilon_c$

จ. การหากำลังการรับแรงเฉือนประลัย

การพังทลายของหน้าตัดที่รับแรงเฉือนของสลักคอนกรีตล้วน เกิดหลังจากที่เกิดรอยแตกร้าวทแยงทำมุมกับหน้าตัดที่รับแรงเฉือนจากข้อสมมติฐานข้างต้น ค่าแรงเฉือนที่กระทำผ่านหน้าตัดจะมีค่าสูงสุดเมื่อค่าหน่วยแรงในส่วนรับแรงอัดมีค่าเท่ากับกำลังอัดประลัยของคอนกรีต (f_c') แทนค่าสมการ (2.5 e) และ $\nu_a = \varepsilon_c / \varepsilon_t$ ในสมการที่ (2.4 c) ได้

$$\sigma_t = \frac{\{ 5 f_t^2 h (f_t - 4f_c') \}}{66 E_c G_f} + 3f_t / 11 \qquad (2.6)$$

เมื่อ $f_t/4 + 1/5 \frac{[E_c G_f]}{[f_t h]} < f_c' \leq f_t/4 + 9/10 \frac{[E_c G_f]}{[f_t h]}$

ACI กำหนดให้

$E_c = 15210 \sqrt{fc'}$

$f_t = 1.06 \sqrt{fc'}$

ดังนั้นสามารถหาหน่วยแรงเฉือนสูงสุดได้โดยแทนค่า σ_t จากสมการ (2.6) ลงในสมการ (2.2a) จากนั้นทำการ Trial หาค่ามุม θ ที่สอดคล้องกับ σ_x ที่กำหนดเมื่อทราบค่า θ สามารถนำไปแทนลงในสมการ (2.2c) จะได้ค่าหน่วยแรงเฉือนประลัย สำหรับค่าความกว้างของพื้นที่ที่ถูกครอบคลุมโดยรอยร้าวทแยงสามารถหาได้ 2 วิธีคือ 1.) วัดจากการทดสอบจริง ซึ่งกระทำได้ยากในทางปฏิบัติ 2.) Kaneko (10) ได้เสนอให้ใช้ค่าความกว้างของรอยแตกร้าวทแยงเท่ากับ 10 มม. โดยแสดงให้เห็นว่าเมื่อค่าของความกว้างของรอยแตกร้าวทแยงมีค่าแตกต่างกัน 5 มม. ค่าของหน่วยแรงเฉือนที่ได้จะแตกต่างกันไม่เกิน 5 เปอร์เซ็นต์

2.3 สูตรทำนายกำลังของสลักแรงเฉือนล้วนที่เสนอโดย Bakhoum

Bakhoum (11) ได้เสนอสูตรทำนายกำลังประลัยของสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วนที่ได้จากการทำการทดสอบตัวอย่างสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วน ที่มีค่ากำลังอัดประลัยของคอนกรีตคงที่ เท่ากับ 499 กก./ซม.^{2} และหน่วยแรงโอบรัดด้านข้างแปรผันเท่ากับ 7.04 และ 21.10 กก./ซม.^{2} ลักษณะของสลักคอนกรีตมีอัตราส่วนความยาวฐานต่อความลึกเท่ากับ 3 ได้สมการทำนายกำลังของสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วนโดย

$$\tau = 3.14 \sqrt{f_c'} + 2.04\sigma_p$$

โดย σ_p คือ หน่วยแรงกระทำตั้งฉากกับหน้าตัด หรือ หน่วยแรงโอบรัด กำหนดโดย แรงกระทำตั้งฉากกับหน้าตัด หารด้วยพื้นที่ฐานของสลักแรงเฉือนคอนกรีตล้วน