

การศึกษาการไหลผ่านวัตถุด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์



นายจิตติน . ตรีพุทธรัตน์

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. 2539

ISBN 974-635-563-5

ลิขสิทธิ์ของบัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

I17432030

STUDY OF FLOW PAST A BODY BY THE FINITE ELEMENT METHOD

Mr. Jittin Triputtarat

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements  
for the degree of Master of Engineering  
Department of Mechanical Engineering  
Graduated School

Chulalongkorn University

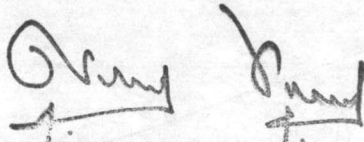
1996.

ISBN 974-635-563-5

หัวข้อวิทยานิพนธ์      การศึกษาการไหลผ่านวัตถุด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์  
โดย                              นายจิตติน ตรีพุทธรัตน์  
ภาควิชา                        วิศวกรรมเครื่องกล  
อาจารย์ที่ปรึกษา          รองศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ

---

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้หัวข้อวิทยานิพนธ์ฉบับนี้  
เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญามหาบัณฑิต



คณบดีบัณฑิตวิทยาลัย

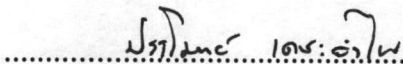
(ศาสตราจารย์ นายแพทย์ สุภวัฒน์ ชูติวงศ์)

คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์



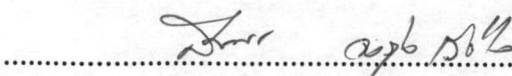
ประธานกรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ)



อาจารย์ที่ปรึกษา

(รองศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ)



กรรมการ

(รองศาสตราจารย์ ดร. สมศรี จรุงเรือง)

## พิมพ์ต้นฉบับบทความวิจัยวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

จิตติน ตรีพุทธรัตน์ การศึกษาการไหลผ่านวัตถุด้วยวิธีการไฟไนต์เอลิเมนต์ (Study of Flow Past a Body by the Finite Element Method) อ.ที่ปรึกษา รศ. ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ, 122 หน้า. ISBN 974-635-563-5

วิทยานิพนธ์นี้ได้แสดงขั้นตอนการแก้ปัญหาการไหลแบบหนืดที่ไม่อัดตัวด้วยระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ โดยจำแนกปัญหาการไหลชนิดนี้ออกเป็น 2 แบบย่อย กล่าวคือแบบไม่รวมถึงความเฉื่อยซึ่งเกิดขึ้นในการไหลแบบเชิงซ้อน และแบบรวมความเฉื่อยซึ่งเกิดกับการไหลโดยทั่วไป

สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ที่สอดคล้องกับการไหลทั้งสองแบบนี้ ได้ประดิษฐ์ขึ้นจากระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยนาเวียร์-สโตกส์โดยการประยุกต์ระเบียบวิธีถ่วงน้ำหนักเศษตค่างแบบกาลีเคอริน สมการไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลทั้งสองแบบที่ประดิษฐ์ขึ้นได้นี้ ได้นำมาใช้ในการประดิษฐ์ขึ้นไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์รวม 2 โปรแกรม

โปรแกรมคอมพิวเตอร์ทั้งสองได้ทำการตรวจสอบความถูกต้องโดยใช้แก้ปัญหาการไหลอย่างง่ายที่มีผลเฉลยแน่นอนตรงซึ่งสามารถใช้เปรียบเทียบผลลัพธ์ได้ ก่อนนำไปโปรแกรมคอมพิวเตอร์เหล่านี้ไปแก้ปัญหาการไหลผ่านรูปทรงที่มีลักษณะซับซ้อนขึ้นไป ผลลัพธ์ของการไหลที่เกิดขึ้นจากการแก้ปัญหาต่างๆ ในวิทยานิพนธ์แสดงให้เห็นถึงประสิทธิภาพของระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ที่ได้ประดิษฐ์ขึ้น ที่สามารถบ่งบอกลักษณะของการไหลผ่านรูปทรงซับซ้อนใดๆ ซึ่งจะทำให้ผู้วิเคราะห์เกิดความเข้าใจในปรากฏการณ์ของการไหลนั้นได้โดยละเอียดอันจะนำไปสู่การออกแบบที่ดีขึ้น

ภาควิชา วิชาวิศวกรรมเครื่องกล

สาขาวิชา เครื่องกล

ปีการศึกษา 2529

ลายมือชื่อนิสิต จิตติน ตรีพุทธรัตน์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ปราโมทย์ เดชะอำไพ

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม

พิมพ์ต้นฉบับบทคัดย่อวิทยานิพนธ์ภายในกรอบสี่เหลี่ยมนี้เพียงแผ่นเดียว

## C615887 : MAJOR MECHANICAL ENGINEER

KEY WORD: FINITE ELEMENT

JITTIN TRIPUTTARAT : STUDY OF FLOW PAST A BODY BY THE FINITE ELEMENT METHOD. THESIS ADVISOR : ASSO. PROF. PRAMOTE DECHAUMPAI, Ph.D.  
122 pp.

ISBN 974-635-563-5

This thesis presents a finite element computational method for solving incompressible viscous flow problems. This incompressible viscous flow can be classified into two types namely: the flow without inertia for slow moving fluid, and with inertia for a more general flow.

Finite element equations corresponding to these two types of flows were derived from the governing Navier-Stokes differential equations using the Galerkin method of weighted residuals. These derived finite element equations were then used in the development of the two computer programs. The programs were verified by solving academic-type problems that have exact solutions before applying to solve more realistic problems.

These problems have demonstrated the capability of the finite element method that can provide detailed flow behavior past complex geometries. Such results can help analysts to further understand the complex flow behavior in order to improve the design.

ภาควิชา วิศวกรรมเครื่องกล

สาขาวิชา เครื่องกล

ปีการศึกษา 2539

ลายมือชื่อนิสิต จิตติน ทรัพย์ทนต์

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา ประโมทย์ เดชาumpai

ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม



## กิตติกรรมประกาศ

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของ รองศาสตราจารย์ ดร. ปราโมทย์ เดชะอำไพ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้เสียสละเวลาอย่างมาก ในการให้คำปรึกษา คำแนะนำ ถ่ายทอดความรู้ ตลอดจนข้อคิดเห็นต่าง ๆ อันเป็นประโยชน์อย่างยิ่งต่องานวิจัยและการดำเนินชีวิตในอนาคต ซึ่งผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณท่านไว้เป็นอย่างสูง ณ โอกาสนี้

ขอกราบขอบพระคุณ รองศาสตราจารย์ ดร. วิทยา ยงเจริญ ประธานกรรมการ และ รองศาสตราจารย์ ดร. สมศรี จรุงเรือง กรรมการ ที่ได้ให้ความกรุณาถ่ายทอดความรู้ ตลอดระยะเวลาในการศึกษา

ขอขอบพระคุณ คุณวัฒนา ศรีวาจนะ น้องจักษณี วิรุฬห์ศรี น้องปัญญา จันทรไพแสง และทุกท่านที่ได้ให้ความช่วยเหลือจนวิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงลงด้วยดี

ท้ายนี้ ประโยชน์และคุณค่าของวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ ผู้วิจัยขอมอบเป็นกตัญญูตา บูชาแต่ คุณพ่อ คุณแม่ พี่สาว น้องชาย ครูอาจารย์ ตลอดจนผู้มีพระคุณทุกท่าน

จิตติน ตริพัทธรัตน์

## สารบัญ

|  | หน้า |
|--|------|
| บทคัดย่อภาษาไทย .....                                      | ง    |
| บทคัดย่อภาษาอังกฤษ .....                                   | จ    |
| กิตติกรรมประกาศ .....                                      | ฉ    |
| สารบัญ .....   | ช    |
| สารบัญภาพ .....  | ญ    |
| คำอธิบายสัญลักษณ์และคำย่อ .....                            | ท    |
| <br>   |      |
| บทที่ 1 บทนำ .....   | 1    |
| 1.1 ความสำคัญและความเป็นมาของวิทยานิพนธ์ .....             | 1    |
| 1.2 วัตถุประสงค์ของวิทยานิพนธ์ .....                       | 4    |
| 1.3 วิธีดำเนินการและขอบเขตของวิทยานิพนธ์ .....             | 4    |
| 1.4 ประโยชน์ที่ได้รับจากวิทยานิพนธ์ .....                  | 5    |
| <br>   |      |
| บทที่ 2 ระบบสมการเชิงอนุพันธ์ย่อยหาเวียร์-สโตกส์ .....     | 7    |
| 2.1 สมการการอนุรักษ์มวล .....                              | 7    |
| 2.2 สมการการอนุรักษ์โมเมนตัม .....                         | 9    |
| <br>   |      |
| บทที่ 3 การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวโดยไม่รวมความเฉื่อย ..... | 14   |
| 3.1 สมการไฟไนต์เอลิเมนต์ .....                             | 15   |
| 3.2 การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์ .....               | 18   |

|                |   |           |
|----------------|---|-----------|
| <b>บทที่ 4</b> | <b>ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบหนืด</b>       | <b>27</b> |
|                | แต่ไม่อัดตัวโดยไม่รวมความเฉื่อย                                   |           |
| 4.1            | ขั้นตอนการคำนวณ   | 27        |
| 4.2            | รายละเอียดของโปรแกรม  | 29        |
| 4.3            | ไฟล์ข้อมูลและไฟล์ผลลัพธ์  | 29        |
| 4.4            | ตัวอย่างสำหรับการใช้โปรแกรม                                       | 30        |
| <b>บทที่ 5</b> | <b>การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวโดยรวมความเฉื่อย</b>                  | <b>38</b> |
| 5.1            | สมการไฟไนต์เอลิเมนต์  | 39        |
| 5.2            | การประดิษฐ์ไฟไนต์เอลิเมนต์เมตริกซ์                                | 42        |
| 5.3            | การประยุกต์ระเบียบวิธีการทำซ้ำของนิวตัน-ราฟสัน                    | 45        |
| <b>บทที่ 6</b> | <b>ไฟไนต์เอลิเมนต์โปรแกรมคอมพิวเตอร์สำหรับการไหลแบบหนืด</b>       | <b>49</b> |
|                | แต่ไม่อัดตัวโดยรวมความเฉื่อย                                      |           |
| 6.1            | ขั้นตอนการคำนวณ   | 49        |
| 6.2            | รายละเอียดของโปรแกรม  | 51        |
| 6.3            | ไฟล์ข้อมูลและไฟล์ผลลัพธ์  | 51        |
| 6.4            | ตัวอย่างสำหรับการใช้โปรแกรม                                       | 52        |
| <b>บทที่ 7</b> | <b>ผลจากการใช้โปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ประดิษฐ์ขึ้นกับปัญหาต่าง ๆ</b> | <b>58</b> |
| 7.1            | โปรแกรมการไหลแบบหนืดและเชิงซ้ำ STOKES                             | 58        |
| 7.1.1          | การไหลในท่อแบบเต็มรูปแบบ  | 59        |
| 7.1.2          | การไหลในท่อที่เกิดการเปลี่ยนแปลงการไหล                            | 61        |
| 7.2            | โปรแกรมการไหลแบบหนืดโดยทั่วไป                                     | 64        |
| 7.2.1          | การไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน (Couette Flow)                           | 65        |
| 7.2.2          | การไหลหมุนวนในช่องว่าง (Cavity Flow)                              | 67        |
| 7.2.3          | การไหลผ่านช่องแคบที่พื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันที                 | 75        |



|   | หน้า       |
|---|------------|
| 7.2.4 การไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบเชิงเส้น .....      | 78         |
| 7.2.5 การไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบซับซ้อนขึ้น .....   | 80         |
| 7.2.6 การไหลในท่อที่มาบรรจบกัน .....                          | 81         |
| 7.2.7 การไหลผ่านลำตัวรถยนต์ .....                             | 84         |
| <b>บทที่ 8 บทสรุป ปัญหาที่พบและข้อเสนอแนะ .....</b>           | <b>88</b>  |
| 8.1 บทสรุป .....  | 88         |
| 8.2 ปัญหาที่พบในขณะที่ทำวิทยานิพนธ์ .....                     | 89         |
| 8.3 ข้อเสนอแนะสำหรับงานที่สามารถสานต่อได้จากวิทยานิพนธ์ ..... | 90         |
| <b>รายการอ้างอิง .....</b>                                    | <b>92</b>  |
| <b>ภาคผนวก .....</b>  | <b>94</b>  |
| ภาคผนวก ก.      รายละเอียดของโปรแกรม STOKES .....             | 95         |
| ภาคผนวก ข.      รายละเอียดของโปรแกรม NAVIER .....             | 106        |
| <b>ประวัติผู้วิจัย .....</b>                                  | <b>122</b> |

## สารบัญภาพ

|   | หน้า |
|---|------|
| รูปที่ 2.1 ความสมดุลของการไหลของมวลผ่านเอลิเมนต์ในสองมิติ   | 8    |
| รูปที่ 2.2 ความสมดุลของแรงบนเอลิเมนต์การไหลในสองมิติ  | 10   |
| รูปที่ 2.3 โดเมนการไหลและเงื่อนไขขอบเขต   | 13   |
| รูปที่ 3.1 เอลิเมนต์สามเหลี่ยมสำหรับการไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัว   | 18   |
| รูปที่ 4.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ STOKES  | 28   |
| รูปที่ 4.2 การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวในท่อ   | 31   |
| รูปที่ 4.3 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขต   | 33   |
| รูปที่ 4.4 รูปแบบความเร็วที่ได้จากการคำนวณที่แต่ละตำแหน่งในแกน $x$  | 36   |
| รูปที่ 4.5 รายละเอียดรูปแบบความเร็วที่เหมือนกันในทุกระยะ $x$  | 36   |
| รูปที่ 4.6 การกระจายความดันที่ได้จากการคำนวณ ณ ระดับต่างๆในแกน $y$  | 37   |
| รูปที่ 6.1 แผนภูมิการทำงานของโปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER  | 50   |
| รูปที่ 6.2 การไหลแบบหนืดแต่ไม่อัดตัวระหว่างแผ่นคู่ขนาน  | 53   |
| รูปที่ 6.3 ความเร็วที่จุดต่อที่คำนวณได้สำหรับการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน   | 56   |
| รูปที่ 6.4 การเปรียบเทียบการกระจายความเร็วระหว่างผลลัพธ์แม่นยำและผลลัพธ์ไฟไนต์เอลิเมนต์สำหรับการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน | 57   |
| รูปที่ 7.1 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของการไหลแบบเชิงซ้ำในท่อ   | 59   |
| รูปที่ 7.2 การกระจายของความเร็ว $u(y)$ ที่คำนวณได้ ณ ตำแหน่ง $x$ ต่าง ๆ กัน   | 60   |
| รูปที่ 7.3 การเปรียบเทียบผลการกระจายของความเร็ว $u(y)$ ที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์กับผลเฉลยแม่นยำ        | 60   |
| รูปที่ 7.4 ผลการกระจายของความดันที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์  | 61   |

|             | หน้า   |    |
|-------------|--|----|
| รูปที่ 7.5  | รูปแบบปัญหาการไหลที่เกิดการเปลี่ยนแปลงตลอดแนวการไหล  | 62 |
| รูปที่ 7.6  | รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของการไหลที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงตลอดแนวการไหล         | 62 |
| รูปที่ 7.7  | การกระจายของความเร็วที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตามตำแหน่งต่างๆในทิศทางแกน x     | 63 |
| รูปที่ 7.8  | การกระจายของความดันที่คำนวณได้จากระเบียบวิธีไฟไนต์เอลิเมนต์ตามตำแหน่งต่างๆในทิศแกน x         | 64 |
| รูปที่ 7.9  | รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตการไหลระหว่างแผ่นคู่ขนาน                               | 65 |
| รูปที่ 7.10 | ผลการกระจายของความเร็วที่จุดต่อซึ่งคำนวณได้จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER                      | 66 |
| รูปที่ 7.11 | การเปรียบเทียบการกระจายของความเร็วระหว่างผลลัพธ์แม่นยำและผลลัพธ์จากโปรแกรมคอมพิวเตอร์ NAVIER | 66 |
| รูปที่ 7.12 | การไหลหมุนวนในช่องว่างสี่เหลี่ยม   | 67 |
| รูปที่ 7.13 | รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบ่งแบบหยาบและเงื่อนไขขอบเขต  | 68 |
| รูปที่ 7.14 | รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบ่งแบบปานกลางและเงื่อนไขขอบเขต   | 68 |
| รูปที่ 7.15 | รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบ่งแบบละเอียดและเงื่อนไขขอบเขต   | 69 |
| รูปที่ 7.16 | ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบหยาบเมื่อ $Re = 100$                      | 69 |
| รูปที่ 7.17 | ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบปานกลางเมื่อ $Re = 100$                   | 70 |
| รูปที่ 7.18 | ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบละเอียดเมื่อ $Re = 100$                   | 70 |
| รูปที่ 7.19 | การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบหยาบเมื่อ $Re = 100$                | 71 |

|   | หน้า |
|---|------|
| รูปที่ 7.20 การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบปานกลางเมื่อ $Re = 100$                  | 71   |
| รูปที่ 7.21 การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบละเอียดเมื่อ $Re = 100$                  | 72   |
| รูปที่ 7.22 ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบหยาบเมื่อ $Re = 400$                           | 72   |
| รูปที่ 7.23 ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบปานกลางเมื่อ $Re = 400$                        | 73   |
| รูปที่ 7.24 ลักษณะการไหลหมุนวนโดยการใช้รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบละเอียดเมื่อ $Re = 400$                        | 73   |
| รูปที่ 7.25 การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบหยาบเมื่อ $Re = 400$                     | 74   |
| รูปที่ 7.26 การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบปานกลางเมื่อ $Re = 400$                  | 74   |
| รูปที่ 7.27 การเปรียบเทียบความเร็วคำนวณได้จากรูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์แบบละเอียดเมื่อ $Re = 400$                  | 75   |
| รูปที่ 7.28 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันที | 76   |
| รูปที่ 7.29 ผลลัพธ์ลักษณะการไหลผ่านช่องแคบที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันทีเมื่อ $Re = 5$                    | 76   |
| รูปที่ 7.30 ลักษณะการกระจายของความดันของการไหลผ่านช่องแคบที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันทีเมื่อ $Re = 5$     | 77   |
| รูปที่ 7.31 ผลลัพธ์ลักษณะของการไหลผ่านช่องแคบที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันทีเมื่อ $Re = 50$                | 77   |
| รูปที่ 7.32 ลักษณะการกระจายของความดันของการไหลผ่านช่องแคบที่มีพื้นที่หน้าตัดขยายตัวแบบทันทีเมื่อ $Re = 50$    | 78   |

|   | หน้า |
|---|------|
| รูปที่ 7.33 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบเชิงเส้น    | 79   |
| รูปที่ 7.34 ผลลัพธ์ลักษณะการไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบเชิงเส้น                                     | 79   |
| รูปที่ 7.35 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของปัญหาการไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบซับซ้อนขึ้น | 80   |
| รูปที่ 7.36 ผลลัพธ์ลักษณะการไหลผ่านช่องแคบที่มีช่วงขยายตัวแบบซับซ้อนขึ้น                                  | 81   |
| รูปที่ 7.37 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของการไหลในท่อที่มาบรรจบกัน                             | 82   |
| รูปที่ 7.38 ผลลัพธ์ลักษณะการไหลในท่อที่มาบรรจบกัน   | 82   |
| รูปที่ 7.39 รายละเอียดลักษณะการไหลในบริเวณที่ท่อมาบรรจบกัน  | 83   |
| รูปที่ 7.40 ผลลัพธ์ลักษณะการเปลี่ยนแปลงของความดันของการไหลในท่อที่มาบรรจบกัน                              | 84   |
| รูปที่ 7.41 รูปแบบไฟไนต์เอลิเมนต์และเงื่อนไขขอบเขตของการไหลผ่านลำตัวรถยนต์                                | 85   |
| รูปที่ 7.42 ผลลัพธ์ลักษณะการไหลผ่านรถยนต์   | 85   |
| รูปที่ 7.43 รายละเอียดลักษณะของการไหลในบริเวณต่างๆกันรอบตัวรถ   | 86   |
| รูปที่ 7.44 ผลลัพธ์แสดงการกระจายของความดันรอบตัวรถ  | 87   |

## คำอธิบายสัญลักษณ์

|       |   |
|-------|---|
| a     | ความเร่ง  |
| f     | แรงเนื่องจากน้ำหนักในตัว                              |
| h     | ระยะความสูง   |
| l     | ระยะความยาว   |
| m     | มวล   |
| p     | ความดัน   |
| t     | เวลา  |
| u     | ความเร็วในแกน x                                       |
| v     | ความเร็วในแกน y                                       |
| x     | ระยะในแนวราบ  |
| y     | ระยะในแนวตั้ง   |
| A     | พื้นที่   |
| [A]   | เมตริกซ์คงที่เชิงความเร็ว                             |
| [B]   | เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ x                           |
| [C]   | เมตริกซ์คงที่เชิงอนุพันธ์ y                           |
| F     | แรงที่ผิว   |
| [F]   | เมตริกซ์เชิงแรง                                       |
| [G]   | เมตริกซ์คงที่เชิงพื้นที่                              |
| $H_i$ | ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความดัน          |
| [H]   | เมตริกซ์ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความดัน  |
| [K]   | เมตริกซ์แรงเฉื่อย                                     |
| $L_i$ | ฟังก์ชันพิกัดของพื้นที่                               |
| [M]   | เมตริกซ์คงที่ความหนืด                                 |
| $N_i$ | ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความเร็ว         |
| [N]   | เมตริกซ์ฟังก์ชันการประมาณภายในเอลิเมนต์สำหรับความเร็ว |
| [Q]   | เมตริกซ์เนื่องจากแรงที่ผิว                            |
| [R]   | เมตริกซ์คงที่เนื่องจากแรงที่ผิว                       |
| Re    | เรย์โนลด์นัมเบอร์                                     |

|          |                           |
|----------|---------------------------|
| [S]      | เมตริกซ์ผลรวมเชิงความหนืด |
| T        | แรงที่ผิว                 |
| $\rho$   | ความหนาแน่น               |
| $\mu$    | ความหนืดจลนศาสตร์         |
| $\nu$    | ความหนืดพลศาสตร์          |
| $\sigma$ | ความเค้นในแนวตั้งฉาก      |
| $\tau$   | ความเค้นเฉือน             |