# บทที่ 5

## การจำลองแบบของระบบอบแห้ง

ในการศึกษาการจำลองแบบของระบบอบแห้งด้วยลมร้อนแบบไหลในทิศทางเดียวกัน ได้ทำการศึกษาดังนี้ คือ ทำการศึกษาการจำลองแบบเมื่อใช้สมการการอบแห้งของชั้นบาง (thin-layer equation) เป็นสมการที่ใช้หาค่าอัตราการอบแห้ง

<u>การจำลองแบบเมื่อใช้สมการอบแห้งของชั้นบางเป็นสมการที่ใช้หาอัตราการอบแห้ง</u>

### 5.1. <u>สมการทางคณิตศาสตร์ของระบบ</u>

สมการของระบบอบแห้งประกอบด้วยสมการหลัก 4 สมการดังนี้ คือ

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{-h_c S_a (T - \theta)}{G_a C_a + G_a C_v W} \qquad (5.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{h_c S_a (T - \theta)}{(G_p C_p + G_p C_w M)} - \frac{G_a (hfg + C_v (T - \theta)}{(G_p C_p + G_p C_w M)} \frac{\partial W}{\partial x} \qquad (5.2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{G_p}{G_a} \frac{\partial M}{\partial x} \qquad (5.3)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{1}{V_p} \frac{\partial M}{\partial t} \qquad (5.4.A)$$

$$\frac{\partial M}{\partial t} = \text{สมการของการอบแห้งของชั้นบาง (thin-layer equation)} \qquad (5.4.B)$$

สมการ (5.1) , (5.2) , (5.3) ได้จากตอนที่ 4.1 , 4.2 และ 4.3 ซึ่งก็คือ สมการ (4.9) , (4.16) และ (4.32) ตามลำดับ

สำหรับสมการ (5.4.B) จะใช้สมการของ Wang และ Singh (1978) ในตอนที่ 4.4 คือสมการที่ (4.47), (4.48),(4.49) และ (4.50) โดยในการศึกษาการจำลองแบบการอบแห้งแบบไหลในทิศทางเดียวกันนี้จะนำผลที่ได้จากการจำลองแบบของทั้งสี่สมการไปเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง

สมการ (5.1) , (5.2) , (5.3) และ (5.4.A) ถือว่าเป็นสมการทางคณิตศาสตร์ของระบบอบแห้งแบบไหลในทิศทางเดียวกัน โดยมีสภาวะเงื่อนไขเริ่มต้น ดังนี้

$T(x=0)$ = อุณหภูมิของลมร้อนที่ไหลเข้าระบบ ($T_o$)

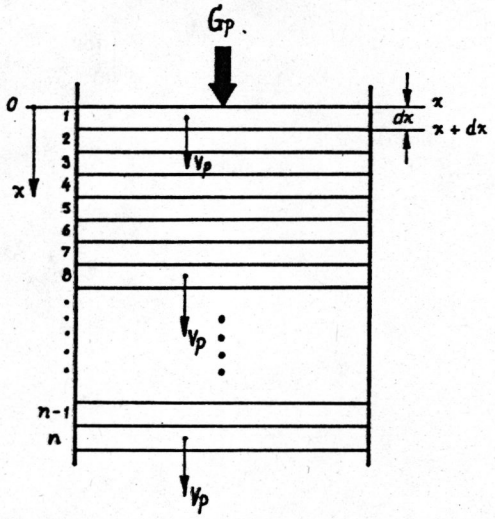
$\theta(x=0)$ = อุณหภูมิของเมล็ดข้าวเปลือกที่ไหลเข้าระบบ ($\theta_o$)

$W(x=0)$ = อัตราส่วนความชื้นของลมร้อนที่ไหลเข้าระบบ ($W_o$)

$M(x=0)$ = ปริมาณความชื้นของเมล็ดข้าวเปลือกที่ไหลเข้าระบบ ($M_o$)

## 5.2 หลักการวิเคราะห์เพื่อหาคำตอบของสมการของระบบอบแห้ง

ในการศึกษาการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบอบแห้งแบบไหลในทิศทางเดียวกันนี้ เพื่อให้การศึกษาระบบเป็นไปโดยง่ายขึ้น ในการวิเคราะห์คิดว่าเมล็ดข้าวเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว($V_p$)คงที่




รูป 5.1 การแบ่งชั้นความลึกของระยะอบแห้งเป็นชั้นบาง

ทำให้สามารถแบ่งระยะความลึกของช่วงอบแห้งออกเป็นชั้นบางที่มีความหนา dx หลายชั้น ดังรูป 5.1 และพิจารณาว่าชั้นบางชั้นที่ 1 จะเคลื่อนที่ไปแทนชั้นที่ 2 ด้วยความเร็ว Vp และชั้นบางชั้นที่ 2 จะเคลื่อนที่ไปแทนชั้นที่อยู่ถัดไปตามลำดับ จนกระทั่งสิ้นสุดระยะของความลึกทั้งหมด

## 5.3 พิจารณาการเคลื่อนที่ของเมล็ดข้าวเปลือก, เวลา

จากการที่คิดว่าเมล็ดข้าวเปลือกเคลื่อนที่ด้วยความเร็ว Vp คงที่ ทำให้สามารถคำนวณหาเวลาที่ใช้ในการที่เมล็ดข้าวเปลือกเคลื่อนที่ผ่านไปในแต่ละชั้นบางได้ดังนี้

ให้ dx - ความหนาของชั้นบาง (m)

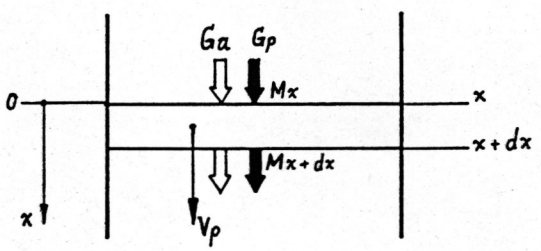
dt - เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ผ่านระยะ dx (hr.)

Vp - ความเร็วของการเคลื่อนที่ของเมล็ดข้าวเปลือก (m/hr.)

ดังนั้น

$$dt = dx/Vp \quad \text{(hr.)} \qquad (5.5)$$

## 5.4 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของปริมาณความชื้นของข้าวเปลือก




รูป 5.2 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงความชื้นของชั้นที่ 1

เมื่อชั้นบางถูกลมร้อนไหลผ่าน ปริมาณความชื้นของข้าวเปลือกจะเปลี่ยนแปลงไปตามกลไกของการอบแห้ง ซึ่งการเปลี่ยนแปลงนี้จะเป็นไปตามสมการการอบแห้งของชั้นบาง(thin

layer equation) สมการที่ (4.47), (4.48), (4.49) และ (4.50) ซึ่งในที่นี้ขอยกตัวอย่างโดยใช้สมการที่ (4.48) ดังนี้

$$\frac{M - Me}{Mo - Me} = \exp(- x (t^{y})) \qquad (5.6)$$

เมื่อ

t = dt = เวลาที่ข้าวเปลือกในชั้นบางถูกอบแห้ง (hr.)

Mo - ปริมาณความชื้นเบื้องต้นที่ไหลเข้า

Me - ค่าปริมาณความชื้นสมดุลย์

x , y - ค่าคงที่

จากสมการ (5.6) ทำให้สามารถทราบค่าปริมาณความชื้นของข้าวเปลือกที่เปลี่ยนแปลงไปตามระยะความลึก x ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$M = Me + (Mo - Me) \exp[-x (t^{y})] \qquad (5.7)$$

เมื่อค่าความชื้นที่ไหลเข้ามีค่า Mo = Mx ดังนั้นตรงทางออกของชั้นที่ 1 ที่ระยะ x+dx จะมีค่าปริมาณความชื้นเท่ากับ

$$Mx+dx = Me_{x} + (Mx - Me_{x}) \exp[-x (t^{y})] \qquad (5.8)$$

ซึ่งค่าปริมาณความชื้น Mx+dx ที่ไหลออก จะเป็นค่าปริมาณความชื้นเบื้องต้นที่ไหลเข้า Mo ของชั้นที่ 2 ต่อไป

สมการ (5.7) เมื่อทำการดิฟเฟอร์เรนซ์ทิเอช(differentiated) เทียบกับเวลา t จะได้ค่าอัตราการอบแห้ง(drying rate ,dM/dt) ของชั้นที่ 1 เพื่อนำไปใช้ในการแก้สมการของระบบต่อไป ซึ่งมีสมการดังนี้

$$\frac{dM}{dt} = -(Mo - Me) (x) t (y-1) \exp[-x (t^{y})] \qquad (5.9)$$

## 5.5 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงของค่าอัตราส่วนความชื้นของอากาศ (W)

จากตอนที่ 5.4 พบว่าค่าปริมาณความชื้นของข้าวเปลือกเปลี่ยนแปลงไปโดยมีค่าเท่ากับ Mx+dx ที่ตรงทางออกของชั้นที่ 1 และจากตอนที่ 4.3 การสมดุลย์ทางมวลของลมร้อนจะทำให้ค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อนมีการเปลี่ยนแปลงไปตามสมการ (5.3) คือ

$$\frac{dW}{dx} = -\frac{G_p}{G_a}\frac{dM}{dx} \qquad (5.10)$$

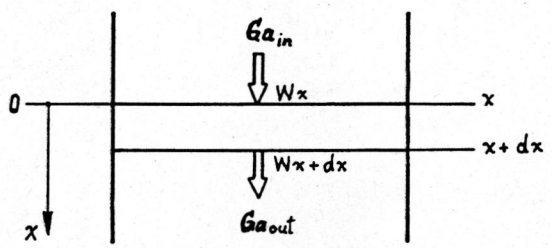
ซึ่งมีสภาวะเงื่อนไข(initial condition) ดังนี้

$$W(x=0) = Wo$$

$$M(x=0) = Mo$$

คำตอบใดๆ ของสมการ (5.10) คือ

$$W = \frac{G_p}{G_a}(Mo - M) + Wo \qquad (5.11)$$




รูป 5.3 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อน

ดังนั้นตรงทางออกของชั้นบางชั้นใดๆ จะมีค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อนเท่ากับ

$$W_{x+dx} = \frac{G_p}{G_a}(M_x - M_{x+dx}) + W_x \qquad (5.12)$$

และในทำนองเดียวกัน ค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อนที่ไหลออกจากชั้นที่ 1 จะเป็นค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อนที่ไหลเข้าชั้นบางชั้นที่ 2 ต่อไป

## 5.6 พิจารณาการเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของลมร้อนและของเมล็ดข้าวเปลือก

การเปลี่ยนแปลงอุณหภูมิของลมร้อนและของเมล็ดข้าวเปลือก จะเป็นไปตามสมการ (5.1) และ (5.2) ซึ่งในการพิจารณาขณะนี้ทราบค่าปริมาณความชื้น ($M_{x+dx}$) ที่ไหลออกจากชั้นบางของข้าวเปลือก จากตอนที่ 5.4 และทราบค่าอัตราส่วนความชื้นของลมร้อน($W_{x+dx}$) ที่ไหลออกจากชั้นบางที่กำลังพิจารณา จากตอนที่ 5.5 เรียบร้อยแล้ว ดังนั้นสมการ (5.1) และ (5.2) จึงสามารถเขียนใหม่ได้เป็น

$$\frac{dT}{dx} = \frac{-h_c S_a (T - \theta)}{G_a C_a + G_a C_v W} \qquad (5.13)$$

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{h_c S_a (T - \theta)}{(G_p C_p + G_p C_w M)} - \frac{G_a (h_{fg} + C_v (T - \theta)}{(G_p C_p + G_p C_w M)} \frac{dW}{dx} \qquad (5.14)$$

ค่า dW/dx ได้จากสมการ (5.10)

สมการ (5.13) , (5.14) มีสภาวะเงื่อนไข(initial condition) ดังนี้

$$T(x=0) = To$$

$$\theta(x=0) = \theta o$$

ซึ่งสมการทั้งสองสามารถแก้ปัญหาแบบนิวเมอริเคิล(numerical method) ด้วยวิธี

รังกัตตาลำดับที่ 4 (Forth order Runge-kutta method) ช่วยในการแก้สมการ (5.13) และ (5.14) เพื่อให้ได้คำตอบคือค่า Tx+dx และ θx+dx ที่ไหลออกจากชั้นบางที่กำลังพิจารณา

ค่า Tx+dx และ ค่า θx+dx ที่ไหลออกจากชั้นบางชั้นที่ 1 จะเป็นค่าเริ่มต้นของชั้นบางชั้นที่ 2 ต่อไป

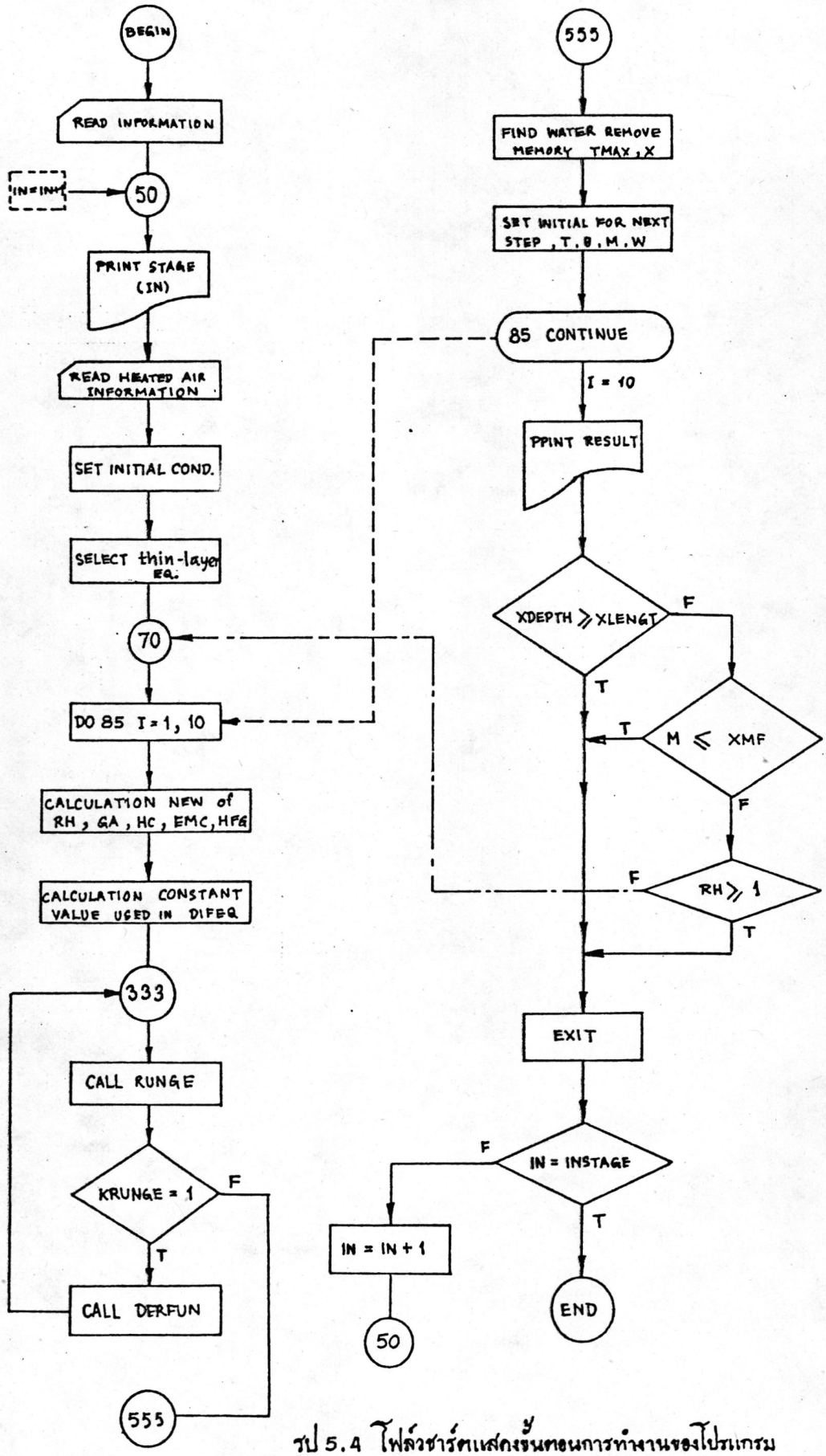
## 5.7 โปรแกรมคอมพิวเตอร์

เพื่อให้การคำนวณมีความรวดเร็ว และมีค่าแม่นยำได้ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการศึกษาการจำลองแบบทางคณิตศาสตร์ของระบบ โดยได้เขียนโปรแกรมคอมพิวเตอร์ด้วยภาษาฟอร์แทน 77(Fortran 77) ซึ่งสามารถใช้กับเครื่องไมโครคอมพิวเตอร์ 16 บิทได้ ภาคผนวก ข เป็นรายละเอียดของโปรแกรม โปรแกรมที่เขียนขึ้นนี้สามารถใช้ศึกษาการจำลองแบบการอบแห้งแบบไหลในทิศทางเดียวการได้หลายช่วงการอบ (multistage concurrent flow drying) ของเมล็ดข้าวเปลือกทั้ง 3 ชนิด คือ ชนิดเมล็ดสั้น เมล็ดยาวปานกลาง และชนิดเมล็ดยาว สำหรับสมการการอบแห้งในชั้นบางของเมล็ดข้าวเปลือกจะใช้สมการที่ (4.47), (4.48), (4.49) และ (4.50) ซึ่งเป็นสมการของ Wang และ Singh (1978) การวิจัยครั้งนี้จะเปรียบเทียบผลที่ได้จากการจำลองแบบว่าสมการใด ให้คำตอบที่ดีที่สุดเมื่อเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง รายละเอียดของสมการต่าง ๆ ที่ใช้มีแสดงไว้ในตอนที่ 5.8

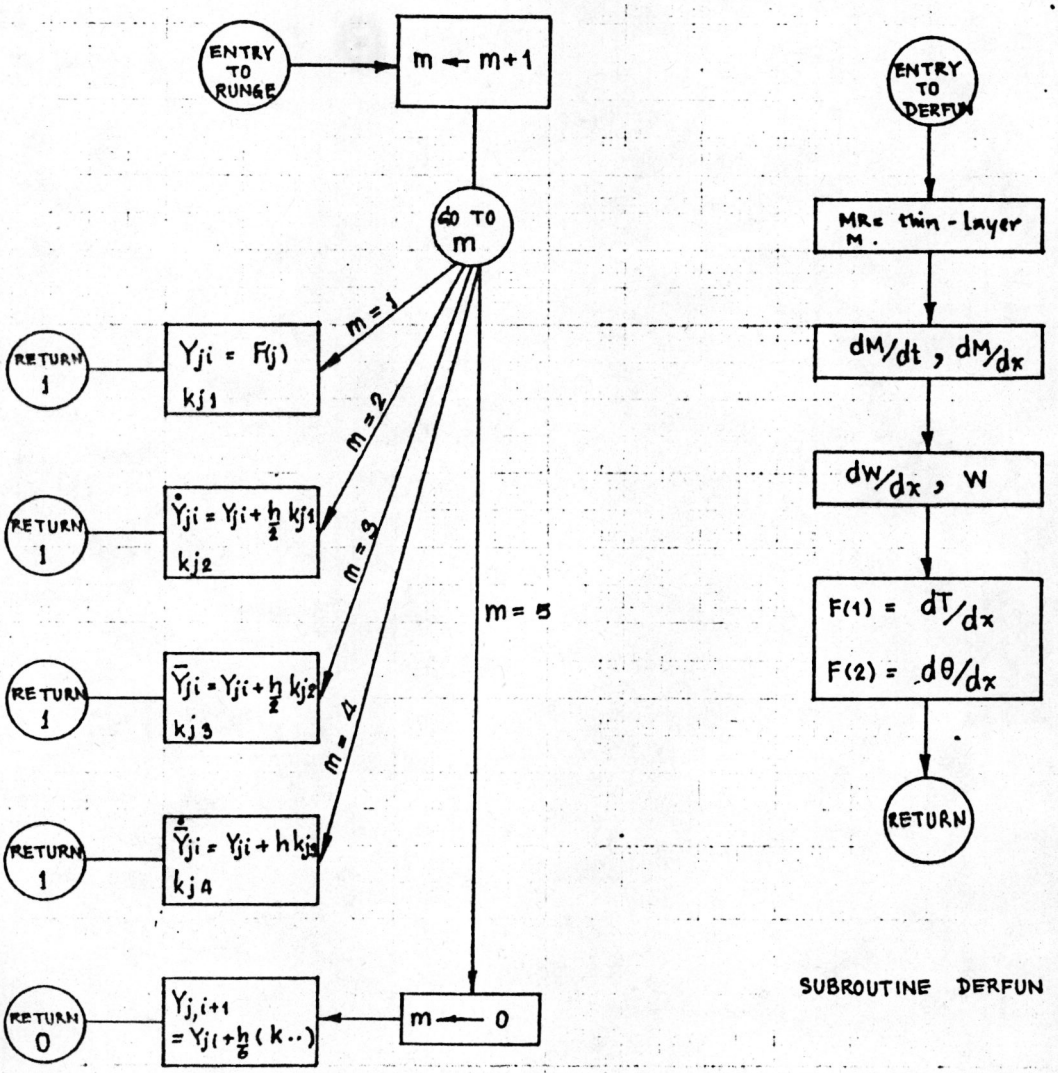
รูป 5.4 แสดงโฟล์วชาร์ตแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

## 5.8 สรุปสมการที่ใช้ในการจำลองแบบทั้งหมด

แสดงในตาราง ที่ 5.1




รูป 5.4 โฟล์วชาร์ตแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม




รูป 5.4 (ต่อ) โฟล์วชาร์ตแสดงขั้นตอนการทำงานของโปรแกรม

ตาราง 5.1 สรุปสมการที่ใช้ในการจำลองแบบ

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \frac{-h_c S_a (T - \theta)}{Ga\ Ca + Ga\ Cv\ W} \qquad (5.1)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{h_c S_a (T - \theta)}{(Ga\ Ca + Ga\ Cv\ W)} - \frac{Ga\ (hfg + Cv\ (T - \theta)\ \frac{\partial W}{\partial x}}{(Gp\ Cp + Gp\ Cw\ M)} \qquad (5.2)$$

$$\frac{\partial W}{\partial x} = -\frac{Gp}{Ga}\frac{\partial M}{\partial x} \qquad (5.3)$$

$$\frac{\partial M}{\partial x} = \frac{1}{Vp}\frac{\partial M}{\partial t} \qquad (5.4.A)$$

(5.4.B)

$$(M - Me)/(Mi - Me) = 1 + X t + Y t^2$$

$$X = -0.001308 \times T^{0.4687} \times RH^{-.3187}$$

$$Y = 0.00006625 \times T^{0.03408} \times RH^{-0.4842} \qquad (4.47)$$

$$(M - Me)/(Mi - Me) = Exp\ (-X\ t^{y})$$

$$X = 0.01579 + 0.0001746\ T - 0.01413\ RH$$

$$y = 0.6545 + 0.002425\ T + 0.07867\ RH \qquad (4.48)$$

$$(M - Me)/(Mi - Me) = X\ Exp\ (-Y\ t)$$

$$X = 0.96 - 0.00008826\ T + 0.02324\ RH$$

$$Y = 0.002814 + 0.0001267\ T - 0.003620\ RH \qquad (4.49)$$

$$(M - Me)/(Mi - Me) = 6/\pi^2\ \ Exp\ [\ -D\ \pi^2\ t/r^2\ ]$$

$$D = 1.6377\ Exp\ (-\ 4151./Tabs)$$

$$r = 0.18\ cm \qquad (4.50)$$

$$h_c = 0.672\ (Ga^{0.4699}) \qquad (3.27)$$

$$hfg_{10-40^\circ C} = (1625.25 - 1.546\ \theta)\ Md^{-0.3162} \qquad (3.31)$$

$$hfg_{40-60^\circ C} = (1862.45 - 1.757\ \theta)\ Md^{-0.213} \qquad (3.32)$$

$$Me_{10-40^\circ C} = [(-\ln(1-RH))Tak\ /\ (1-Tak/641.7)^{-23.4380}\ (2.667 \times 10^{-07})]\ [\ 1/4.0 \times 10^{5}\ (Tak^{-2.1166})] \qquad (3.15)$$

$$Me_{40-60^\circ C} = [(-\ln(1-RH))Tak\ /\ (1-Tak/641.7)^{-10.178}\ (1.798 \times 10^{-03})]\ [\ 1./451.658(Tak^{-0.989})] \qquad (3.16)$$