

การควบคุมแรงแบบฝังตัว สำหรับแขนกลลูกผสมแบบขนาน 5 แกนตระกูลเอส-4



นายกรรมมันต์ ชูประเสริฐ

สถาบันวิทยบริการ

จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต

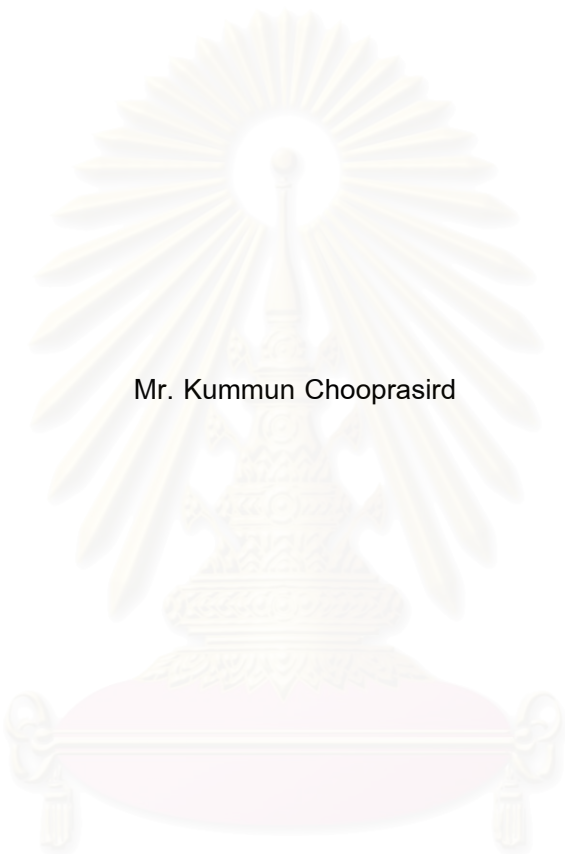
สาขาวิชาวิศวกรรมเครื่องกล ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล

คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ปีการศึกษา 2550

ลิขสิทธิ์ของจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

EMBEDDED FORCE CONTROL FOR A HYBRID 5-AXIS H-4 FAMILY
PARALLEL MANIPULATOR




Mr. Kummun Chooprasird

A Dissertation Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements
for the Degree of Doctor of Engineering Program in Mechanical Engineering
Department of Mechanical Engineering
Faculty of Engineering
Chulalongkorn University
Academic year 2007
Copyright of Chulalongkorn University

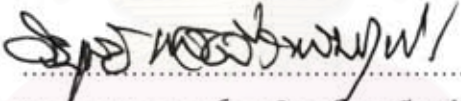
หัวข้อวิทยานิพนธ์	การควบคุมแรงแบบฝังตัว สำหรับแขนกลลูกผสมแบบขนาน 5 แกน ตระกูลเอส-4
โดย	นายกรรมมนต์ ชูประเสริฐ
สาขาวิชา	วิศวกรรมเครื่องกล
อาจารย์ที่ปรึกษา	รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ


คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย อนุมัติให้นักศึกษานิพนธ์ฉบับนี้เป็น
ส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาตรีบัณฑิต

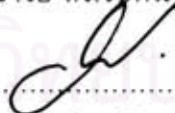

..... คณะบดีคณะวิศวกรรมศาสตร์
(รองศาสตราจารย์ ดร.บุญสม เลิศธีรวัฒน์)


คณะกรรมการสอบวิทยานิพนธ์


..... ประธานกรรมการ
(ศาสตราจารย์ ดร.สมศักดิ์ ไชยะภินันท์)


..... อาจารย์ที่ปรึกษา
(รองศาสตราจารย์ ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ)


..... กรรมการ
(รองศาสตราจารย์ ดร.รัชทิน จันทร์เจริญ)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิทยา วัฒนสุโขประสิทธิ์)


..... กรรมการ
(ผู้ช่วยศาสตราจารย์ ดร.วิชัย ศิวะโกศิษฐ)

กรรมมันต์ ชูประเสริฐ : การควบคุมแรงแบบฝังตัว สำหรับแขนกลลูกผสมแบบขนาน 5 แกนตระกูลเอช-4. (EMBEDDED FORCE CONTROL FOR A HYBRID 5-AXIS H-4 FAMILY PARALLEL MANIPULATOR) อ. ที่ปรึกษา : รศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ 84 หน้า.

งานวิจัยนี้แสดงวิธีการวิเคราะห์และออกแบบแขนกลแบบขนานแบบ 5 แกน โดยใช้กลไกขนานในตระกูลเอช-4 แขนกลนี้มีการเคลื่อนที่แบบ 5 องศาอิสระ ซึ่ง 5 องศาอิสระจะประกอบด้วยสามองศาอิสระในทิศทางเคลื่อนที่ไกลกับหนึ่งองศาอิสระในทิศทางหมุนและหนึ่งองศาอิสระจากการเคลื่อนที่ของโต๊ะหมุนจับชิ้นงาน แขนกลดังกล่าวนี้พัฒนาขึ้นเพื่อสนับสนุนงานด้าน Rapid Prototype ซึ่งเหมาะสำหรับการกัดชิ้นงานที่ใช้วัสดุไม่แข็งมาก ในงานวิจัยนี้ได้วิเคราะห์ความสัมพันธ์เชิงตำแหน่งทั้ง Forward Kinematics, Inverse Kinematics, ความสัมพันธ์เชิงความเร็วระหว่างระบบพิกัดต่างชนิดกันหรือ Jacobian และสมการการเคลื่อนที่ของแขนหุ่นยนต์ที่พัฒนาขึ้นนี้หาได้โดยวิธีลากรังจ์ การตรวจสอบความถูกต้องของสมการ kinematics และ kinetics ที่พัฒนาขึ้นนี้กระทำโดยการเปรียบเทียบระหว่างการคำนวณทางคณิตศาสตร์โดยใช้โปรแกรม MATLAB ที่ใช้ข้อมูลจากสมการที่พัฒนาขึ้นและการใช้โปรแกรมคำนวณผล ADAMS โดยใช้ 3D Solid Model ที่พัฒนาเฉพาะสำหรับแขนกลแบบขนานนี้ ซึ่งผลลัพธ์จากการวิเคราะห์มีความใกล้เคียงกันเป็นอย่างมาก สมการต่าง ๆ ที่หามาได้ทั้งหมดนี้ได้ถูกนำมาทดสอบกับการทำงานของแขนกลที่พัฒนาขึ้นในแบบเวลาจริง (real-time) โดยการควบคุมการเคลื่อนที่จะเป็นแบบ Inverse Dynamics Control และการควบคุมแรงกระทำกับสภาพแวดล้อมจะเป็นวิธีการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ (Impedance control) ในรูปแบบการทำงานต่าง ๆ รวมถึงการจำลองแรงเสียดทานเพื่อชดเชยแรงเสียดทานที่เกิดขึ้นจริงในการควบคุมการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบเวลาจริง ผลการทดลองแสดงให้เห็นว่าการควบคุมตำแหน่งและแรงกระทำเมื่อมีการใช้แบบจำลองชดเชยแรงเสียดทานที่นำเสนอนี้สามารถทำงานได้ตามที่คาดหวังไว้ โดยความคลาดเคลื่อนทางตำแหน่งสามารถลดลงอยู่ในช่วง 0.35 มิลลิเมตร สมการพลศาสตร์ที่พัฒนาขึ้นโดยวิธีการลากรังจ์ดังกล่าวจึงมีความเหมาะสมสำหรับการควบคุมแบบเวลาจริง และสามารถนำไปใช้ในการพัฒนาการควบคุมตำแหน่งและแรงขึ้นสูงอื่น ๆ ต่อไป นอกจากนั้นการควบคุมจะแม่นยำมากขึ้นถ้าตัดแปลงโครงสร้างของแขนกลให้มีความแข็ง(Rigidity) มากขึ้น

ภาควิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่อนิสิต.....
 สาขาวิชา.....วิศวกรรมเครื่องกล.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษา.....
 ปีการศึกษา 2550.....ลายมือชื่ออาจารย์ที่ปรึกษาร่วม.....

4671803021 : MAJOR MECHANICAL ENGINEERING

KEY WORD: PARALLEL MECHANISM / FORCE CONTROL / IMPEDANCE CONTROL / H-4 / DYNAMICS MODEL

KUMMUN CHOOPRASIRD : EMBEDDED FORCE CONTROL FOR A HYBRID 5-AXIS H-4 FAMILY PARALLEL MANIPULATOR. THESIS ADVISOR : ASSOC.PROF. VIBOON SANGVERAPHUNSIRI, Ph.D, 84 pp.

This work presents analysis and design of an unique hybrid 5 degree-of-freedom robotic manipulator based on an H-4 Family of Parallel Mechanisms with three degree-of-freedom in translational movements and one degree-of-freedom in rotational movement (orientation angle) at the tool tip of the arm together with another degree-of-freedom coming from a single axis rotating table. This manipulator can be used in a rapid prototype application for cutting soft materials. Forward or direct kinematics, inverse kinematics, Jacobian and workspace of the purposed configuration are derived in detail as well as equations of motion of the manipulator arm. The equations of motion or the dynamic model are derived from Lagrangian formulation and are shown to be suitable in real-time feedback controls. The accuracy of the kinematics, forward and inverse, Jacobian, and the dynamic model derived in this work are assured by comparing the results obtained from using MATLAB developed in this work with the result from the ADAMS solver with the manipulator arm 3D solid model data. The comparisons between the two numerical results are very promising. The derived equations are used in real-time controls using Inverse Dynamics Control for position control and Impedance Control for indirect force control strategy. Friction models obtained from the experiment are also used to compensate the actual friction of the control system. From the experimental results of the real-time control, the motion tracking and impedance force control performance are satisfaction. Tracking errors can be reduced within 0.35 millimeter by using friction compensated model. The derived dynamic model is also suitable for others advanced control technique. The accuracy of the control can be improved by increasing the rigidity of the structure.

Department.....Mechanical Engineering..... Student's signature.....
Field of studyMechanical Engineering..... Advisor's signature.....
Academic year2007..... Co-advisor's signature.....

K. Chooprasird
Viboon Sangveraphunsiri

กิตติกรรมประกาศ

ผู้วิจัยขอกราบขอบพระคุณบิดามารดาที่ให้โอกาสและส่งเสริมให้ได้รับการศึกษามาจนถึงปัจจุบัน วิทยานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปได้ด้วยความช่วยเหลืออย่างดียิ่งของรศ.ดร.วิบูลย์ แสงวีระพันธุ์ศิริ อาจารย์ที่ปรึกษาวิทยานิพนธ์ ซึ่งท่านได้กรุณาสละเวลาเพื่อให้คำปรึกษาและข้อคิดเห็นต่าง ๆ ในการวิจัยครั้งนี้ พร้อมทั้งจัดหาอุปกรณ์ที่ใช้ในการทำวิทยานิพนธ์ครั้งนี้มาด้วยดีโดยตลอด ขอขอบคุณพี่สาเรศ ศรีทองเกิดและเพื่อน ๆ น้องทุกคนที่ให้คำแนะนำตลอดจนช่วยเหลือ ขอขอบคุณนักศึกษาระดับปริญญาโทและเอกทุกท่านที่ได้สนับสนุนการวิจัยเสมอมา



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญ

	หน้า
บทคัดย่อภาษาไทย	ง
บทคัดย่อภาษาอังกฤษ	จ
กิตติกรรมประกาศ	ฉ
สารบัญ	ช
สารบัญตาราง	ฌ
สารบัญภาพ	ญ
บทที่	
1 บทนำ	1
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	5
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	5
1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์	6
1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ	6
2 แขนงกลแบบขนานในตระกูลเอช 4 กับการเคลื่อนที่ 5 แกน	7
2.1 แขนงกลแบบขนานในตระกูลเอช 4	7
2.2 สมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์	9
2.3 สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์	13
2.4 สมการความสัมพันธ์เชิงความเร็วแขนงกล	16
2.5 สมการแบบจำลองการเคลื่อนที่แขนงกล	18
2.6 ผลเฉลยของสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่แขนงกลเอช	30
2.7 การหาแรงบิดที่ใช้ในแต่ละแกน	33
3 การควบคุมตำแหน่งและแรง	37
3.1 การควบคุมแรงที่ปลายแขนงกล	37
3.1.1 การควบคุมแรงโดยตรงหรือแบบเอกซ์พลลิซิท	38
3.1.2 การควบคุมแรงโดยอ้อมหรือแบบอิมพลลิซิท	39
3.2 การใช้สมการแบบจำลองการเคลื่อนที่แขนงกลสำหรับชดเชย	40
3.3 การควบคุมตำแหน่งพร้อมกับแรงที่ปลายแขนงกล	42
3.4 การควบคุมแบบอิมพีแดนซ์พร้อมกับควบคุมตำแหน่งด้วยวงรอบใน	46
4 การทดสอบการควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนงกล	50
4.1 การทดสอบแขนงกลโดยการควบคุมตำแหน่ง	50
4.1.1 การทดสอบที่ 1	50
4.1.2 การทดสอบที่ 1.1	56

บทที่	หน้า
4.2 การทดสอบแขนกลโดยการควบคุมตำแหน่งและแรง	58
4.2.1 การทดสอบที่ 2	58
4.2.2 การทดสอบที่ 3	65
4.2.3 การทดสอบที่ 4	68
4.3 อภิปรายผลการทดสอบแขนกล	72
4.4 ข้อเสนอแนะ	73
รายการอ้างอิง	74
ภาคผนวก	77
ภาคผนวก ก พอร์ตอินพุตและเอาต์พุตที่ใช้เชื่อมต่อสัญญาณควบคุมแขนกล	78
ภาคผนวก ข ความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์ของตำแหน่งความเร็ว	81
ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์	84

สารบัญตาราง

	หน้า
ตาราง 1.1 เปรียบเทียบคุณสมบัติหุ่นยนต์แบบอนุกรมกับแบบขนาน	2
ตาราง ก.1 พอร์ทที่ใช้เชื่อมต่อสัญญาณแอนาลอก	78
ตาราง ก.2 พอร์ทรับสัญญาณเอนโคเดอร์	79



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

สารบัญภาพ

	หน้า
รูปที่ 1.1 เครื่องกัดที่ใช้กลไกขนานห้าองศาอิสระ “5 DOF Hybrid”	1
รูปที่ 1.2 แขนกลแฮบติคแบบขนานที่มีหกองศาอิสระ	5
รูปที่ 2.1 แขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4	7
รูปที่ 2.2 รายละเอียดของแขนกลแบบเอช 4 ที่ปรับปรุงใหม่	8
รูปที่ 2.3 รูปแบบการกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล	9
รูปที่ 2.4 แนวการเคลื่อนที่ของจุด B	10
รูปที่ 2.5 การตั้งแกนบนโต๊ะจับชิ้นงาน	11
รูปที่ 2.6 การตั้งแกนของปลายแขนกล	12
รูปที่ 2.7 รูปร่างและการตั้งแกนเมื่อมองจากด้านข้างของแขนกล	13
รูปที่ 2.8 รูปร่างและการตั้งแกนเมื่อมองจากด้านบนของแขนกล	14
รูปที่ 2.9 ส่วนประกอบแขนกลแบบเอช	19
รูปที่ 2.10 เส้นทางเดินวงกลมบนชิ้นงานทดสอบผิวทรงกลม	31
รูปที่ 2.11 แรงที่ใช้กระทำบนแต่ละแกนบนข้อต่อ $l_1 - l_4$	32
รูปที่ 2.12 ค่าผิดพลาดของแรงระหว่างการคำนวณที่ใช้ MATLAB กับ ADAMS Solver	32
รูปที่ 2.13 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริง ของแกนที่ 1	34
รูปที่ 2.14 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริง ของแกนที่ 2	35
รูปที่ 2.15 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริง ของแกนที่ 3	35
รูปที่ 2.16 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริง ของแกนที่ 4	36
รูปที่ 3.1 ทิศทางที่จะควบคุมแรงและตำแหน่ง	37
รูปที่ 3.2 แผนภาพบล็อกการควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนกล	39
รูปที่ 3.3 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control กับแขนกล 5 แกน	42
รูปที่ 3.4 แผนภาพการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ (Impedance Control) กับ แขนกลเอช 5 แกน	45
รูปที่ 3.5 แผนภาพการควบคุมแรงแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop	46
รูปที่ 3.6 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance Control เชิงเส้น	47
รูปที่ 3.7 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance Control เชิงมุม	48
รูปที่ 3.8 แผนภาพการควบคุมแรงแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop บน แขนกลเอช 5 แกน	48

รูปที่ 4.1 ภาพการทดสอบการควบคุมแบบ Inverse Dynamic Control	51
รูปที่ 4.2 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamic Control กับการทดสอบตำแหน่ง	52
รูปที่ 4.3 ตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) เทียบกับบนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุน	53
รูปที่ 4.4 ค่าผิดพลาดจากตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) เทียบกับแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุน	54
รูปที่ 4.5 มุมที่เปลี่ยนไปของปลายแขนกลจริง (θ) กับมุมที่เปลี่ยนไปของโต๊ะหมุน (α)	54
รูปที่ 4.6 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากมุมที่เปลี่ยนไปของปลายแขนกลจริง (θ) กับค่าอ้างอิง (θ_d) และค่าผิดพลาดเชิงมุมจากมุมที่เปลี่ยนไปของโต๊ะหมุน (α) กับค่าอ้างอิง (α_d)	54
รูปที่ 4.7 ความเร็วปลายแขนกลจริงกับค่าความเร็วอ้างอิงที่ 27.3273 มิลลิเมตรต่อวินาที เทียบกับบนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุน	55
รูปที่ 4.8 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับ ค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 1	57
รูปที่ 4.9 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับ ค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 2	57
รูปที่ 4.10 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับ ค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 3	58
รูปที่ 4.11 ภาพทดสอบการควบคุมแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop	59
รูปที่ 4.12 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop	60
รูปที่ 4.13 เส้นทางการเคลื่อนที่ต้องการ (รูปวงรี) และเส้นทางที่เกิดขึ้นจริงบน $X_w Y_w Z_w$	62
รูปที่ 4.14 เส้นทางการเคลื่อนที่ต้องการ (รูปวงรี) และเส้นทางที่เกิดขึ้นจริงบน $X_w Y_w$	63
รูปที่ 4.15 ระยะเบี่ยงเบนบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจาก ตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)	63
รูปที่ 4.16 แรงที่กระทำบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจาก ตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)	63
รูปที่ 4.17 ระยะที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับระยะที่ป้อนเข้าบนแกน $X_w Y_w$	64
รูปที่ 4.18 ทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า	64
รูปที่ 4.19 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า	64
รูปที่ 4.20 ภาพตำแหน่งข้อมูลที่อ่านได้จากแขนกลแฮปติคลงบนแขนกล 5 แกน	65
รูปที่ 4.21 แรงที่กระทำบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจาก ตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)	66

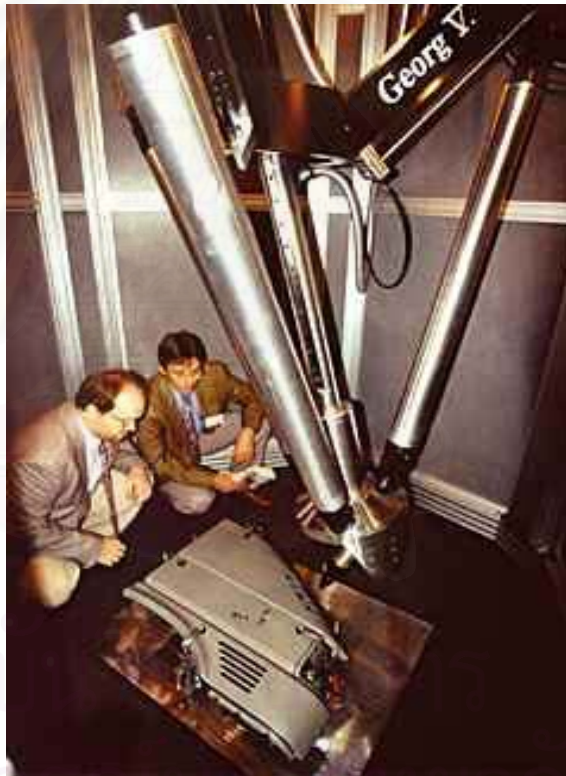
รูปที่ 4.22 ระยะเบี่ยงเบนบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจาก ตัวกัศขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)	66
รูปที่ 4.23 ระยะที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับระยะที่ป้อนเข้าบนแกน $X_w Y_w Z_w$	67
รูปที่ 4.24 ทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า (องศา)	67
รูปที่ 4.25 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า (องศา) ...	67
รูปที่ 4.26 ภาพตำแหน่งข้อมูลเส้นทางรูปวงรีที่ปลายหัวกัศจะต้องเคลื่อนที่ตาม	68
รูปที่ 4.27 แรงที่เกิดขึ้นจากการกัศลูมิเนียมในแนวแกน X_w	69
รูปที่ 4.28 แรงที่เกิดขึ้นจากการกัศลูมิเนียมในแนวแกน Y_w	69
รูปที่ 4.29 แรงที่เกิดขึ้นจากการกัศลูมิเนียมในแนวแกน Z_w	70
รูปที่ 4.30 ตำแหน่งข้อมูลที่เบี่ยงเบนจากเส้นทางรูปวงรีที่ปลายหัวกัศ จะต้องเคลื่อนที่ตาม	70
รูปที่ 4.31 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับ ทิศทางที่ป้อนเข้า θ, α (องศา)	71
รูปที่ ข.1 รูปแบบการกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล	81

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ในปัจจุบันการวิจัยในด้านต่างๆ เกี่ยวกับหุ่นยนต์ในอุตสาหกรรมได้ก้าวหน้าไปมาก มีความต้องการนำหุ่นยนต์มาใช้ในการอุตสาหกรรมต่างๆ เป็นจำนวนมาก หุ่นยนต์มีความสามารถทำงานที่มนุษย์ไม่สามารถทำได้ อาทิ งานที่ต้องใช้แรงมาก งานที่ต้องใช้ความแม่นยำสูง และกระบวนการที่ทำซ้ำๆ กันเป็นจำนวนมาก อุตสาหกรรมที่หุ่นยนต์เข้าไปมีบทบาทมากได้แก่ งานผลิตชิ้นส่วน งานสร้างแม่พิมพ์ และสายการผลิตอัตโนมัติ



รูปที่ 1.1 เครื่องกัดที่ใช้กลไกขนานห้าองศาอิสระ “5 DOF Hybrid”

[รูปจาก Georg V (IFW U. of HANNOVER)]

เพื่อรองรับความต้องการของอุตสาหกรรม ในต่างประเทศจึงได้มีงานวิจัยต่างๆ ออกมามากมายที่เกี่ยวข้องกับหุ่นยนต์ในหลายรูปแบบ โดยเฉพาะในปัจจุบันนั้นได้มีการจำแนกประเภทหุ่นยนต์ของอุตสาหกรรมตามลักษณะกลไกข้อต่อซึ่งสามารถแยกออกได้เป็นสองประเภทคือ หุ่นยนต์แบบอนุกรม (Serial) และ หุ่นยนต์แบบขนาน (Parallel) โดยหุ่นยนต์แบบ

แรกเป็นหุ่นยนต์ที่มีข้อต่อเรียงต่อเนื่องแบบอนุกรมเป็นที่รู้จักกันมานานและเป็นที่ยอมรับในวงการอุตสาหกรรม มีทฤษฎีกล่าวถึงอย่างแพร่หลาย ในขณะที่หุ่นยนต์แบบขนานนั้นมีข้อต่อที่ต่อจากแต่ละข้อรวมลงไปที่ตำแหน่งปลายแขนเดียวกันตามรูปที่ 1.1 ยังคงเป็นเรื่องใหม่ที่เปิดโอกาสให้มีงานวิจัยต่างๆเกิดขึ้น

เมื่อนำคุณสมบัติพื้นฐานของหุ่นยนต์ทั้งสองแบบมาเปรียบเทียบกันพบว่า กลไกแบบขนานมีความแข็งแรงมากกว่ากลไกแบบอนุกรมเนื่องด้วยมีลักษณะโครงสร้างที่สามารถกระจายภาระงานที่ปลายไปตามแนวแขนทั้งหมด และจากขนาดของความผิดพลาดที่เกิดในกระบวนการผลิตของแขนแต่ละชิ้น เมื่อนำมาประกอบแขนทั้งหมดรวมกัน โครงสร้างแบบขนานจะเฉลี่ยค่าที่เกิดจากขนาดความผิดพลาดทั้งหมด ดังในรายละเอียดสื่ออิเล็กทรอนิกส์ Robotic Industries Association [2006] ตารางที่ 1.1 แสดงคุณลักษณะเฉพาะของหุ่นยนต์แบบขนานเปรียบเทียบกับหุ่นยนต์แบบอนุกรม เพื่อบ่งบอกลักษณะเด่นและด้อยของแขนกลแต่ละชนิด

ตารางที่ 1.1 เปรียบเทียบคุณสมบัติหุ่นยนต์แบบอนุกรมกับแบบขนาน
เครื่องหมาย ✓ หมายถึงมีคุณสมบัตินี้ดีกว่า

	Serial Manipulator	Parallel Manipulator
1. Workspace	✓	
2. Load Capacity		✓
3. Stiffness		✓
4. Inertia		✓
5. Kinematics Complexity		
- Forward Kinematics	✓	Complex
- Inverse Kinematics	Complex	✓
6. Design Complexity	✓	

จากความต้องการที่จะควบคุมคุณภาพของการผลิตชิ้นงาน และชิ้นงานที่สร้างขึ้นมีความสลับซับซ้อนมากขึ้น ความต้องการลดค่าใช้จ่ายเกี่ยวกับแรงงานคนในกระบวนการผลิตชิ้นส่วน ทำให้เครื่องจักร CNC (Computer numerically control) ได้ถูกนำมาใช้ในอุตสาหกรรม การผลิตชิ้นส่วนที่มีความละเอียดและความซับซ้อนสูงกันอย่างกว้างขวาง สิ่งนี้นำมาซึ่งความสามารถในการสร้างผลผลิตที่มีความแม่นยำสูงขึ้น สลับซับซ้อนมากขึ้น โดยไม่จำเป็นต้องใช้คนงานที่ความรู้ความชำนาญในงานฝีมือและไม่จำเป็นต้องมีประสบการณ์มากอย่างแต่ก่อน นอกจากนั้นในกระบวนการผลิตดังกล่าว เช่น งานกัดหรือกลึงใดๆ เงื่อนไขของการกัดชิ้นงาน เช่น การเลือกใช้อัตราป้อน (feedrate) ความเร็วรอบของหัวกัดหรือตัวจับชิ้นงาน (spindle

speed) การเลือกชนิดของหัวกัดหรือชนิดของวัสดุที่ใช้ในการผลิตชิ้นงานจะต้องมีการเลือกใช้ค่าที่เหมาะสม ซึ่งผู้ที่มีประสบการณ์งานการกัดชิ้นงานจะต้องทราบค่าที่เหมาะสมเพื่อกำหนดสถานะการทำงานให้กับเครื่อง CNC ถ้าไม่มีการเก็บข้อมูลจากประสบการณ์ที่เหมาะสมแล้ว ผู้ควบคุมการทำงานของเครื่อง CNC จะเลือกใช้ค่าตัวแปร อัตราป้อน, ความเร็วรอบ ที่มีค่าน้อยกว่าที่ค่าที่ควรจะเป็น เพื่อที่จะป้องกันไม่ให้เกิดความเสียหายต่อชิ้นงาน, การหักของหัวกัด ตลอดจนการหลีกเลี่ยงไม่ให้เกิดการสั่นสะเทือน (Chattering vibration) ในระหว่างกระบวนการกัดชิ้นงานของเครื่องจักร ซึ่งสิ่งนี้ส่งผลให้ประสิทธิภาพในการผลิตลดลง การเปลี่ยนค่าอัตราป้อนในระหว่างที่อยู่ในกระบวนการกัดจึงถูกนำมาใช้เพื่อเพิ่มประสิทธิภาพในการตัดหรือกัดชิ้นงาน โดยวิธีนี้ ผู้ควบคุมเครื่อง CNC ที่มีประสบการณ์จะใส่โปรแกรมควบคุมค่าอัตราป้อนเพื่อเพิ่มหรือลดลง โดยดูจากลักษณะสัญญาณของแรงที่เกิดจากกระบวนการกัดชิ้นงานที่สามารถนำมาใช้เป็นค่ามาตรฐานในการผลิตชิ้นงาน โดยค่าเหล่านี้สามารถเลือกใช้ได้สะดวกถ้าได้ใช้ร่วมกับโปรแกรม CAD/CAM

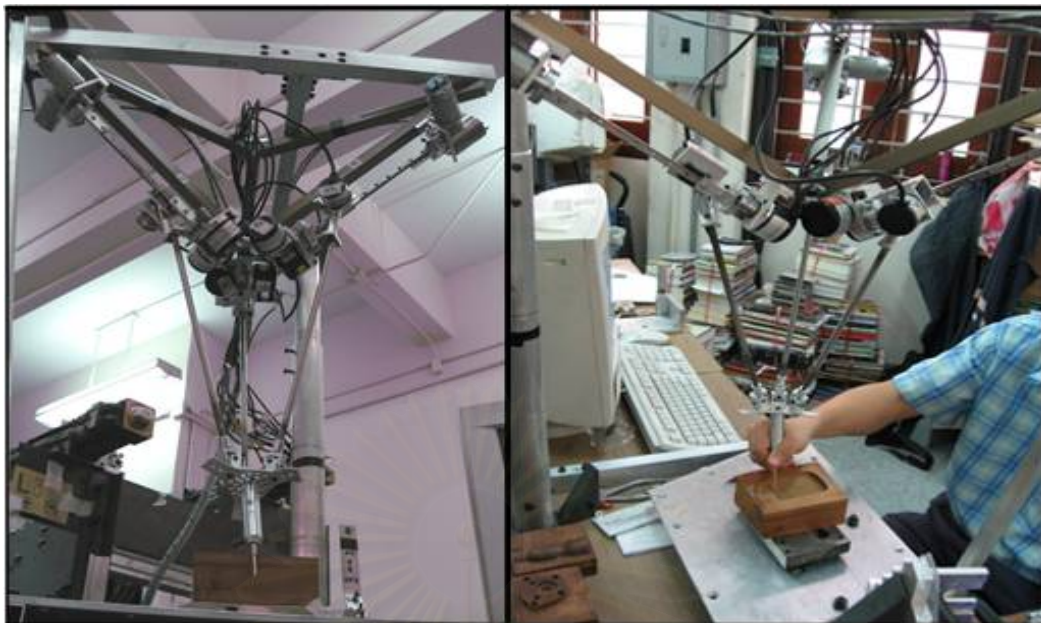
ในระหว่างการกัดชิ้นงาน ถ้านำสัญญาณของแรงกัดมาช่วยในการควบคุมอัตราป้อนหรือความเร็วในการกัด จะช่วยให้พื้นผิวของการผลิตชิ้นงานมีคุณภาพดีมากขึ้น ปัจจุบันนี้มีความวิจัยมากขึ้นเพื่อศึกษาถึงประโยชน์ในการใช้ความรู้ของแรงกัดมาช่วยในการปรับปรุงสถานะการกัด (Cutting condition) เพื่อให้ได้คุณภาพและประสิทธิภาพที่ได้จากการกัดชิ้นงาน โดยเฉพาะเมื่อชิ้นงานมีความสลับซับซ้อนมากขึ้น ดังในรายละเอียดใน Yusuf [2000]. นอกจากนี้ที่กล่าวมานี้ การควบคุมแรงยังมีความสำคัญอย่างมากต่อกระบวนการผลิตหลายอย่าง เช่น การใช้หุ่นยนต์ช่วยในงานเจียรนัย เป็นต้น ในปัจจุบัน ปัญหาจากการควบคุมแรงนั้นได้กลายเป็นหัวข้อในงานวิจัยที่โดดเด่นอย่างยิ่งในกระบวนการผลิต

เห็นได้ในช่วง 20 ปีที่ผ่านมา งานวิจัยซึ่งเกี่ยวข้องกับการควบคุมแรงได้มีการพัฒนากันอย่างต่อเนื่อง ความสนใจในการศึกษาความสามารถในการรับรู้ของหุ่นยนต์ที่กว้างขวางมากขึ้น เช่น การใช้หุ่นยนต์ที่มีระบบป้อนกลับจากสัญญาณของ แรง, การสัมผัส, ระยะทาง, ตลอดจนการมองเห็น ต่อลักษณะงานในสภาพที่ไม่มีการเตรียมการล่วงหน้า นอกเหนือจากงานลักษณะที่พบได้บ่อยภายในโรงงาน

เมื่อหุ่นยนต์ถูกสั่งให้ทำงานในลักษณะที่มีปฏิสัมพันธ์กัน (interaction) ระหว่างตัวหุ่นยนต์และสภาพแวดล้อม เช่น งานสวมชิ้นส่วน งานเจียรนัย เป็นต้น เราพบว่าการใช้การควบคุมเฉพาะตำแหน่งเพียงอย่างเดียวนั้นไม่เพียงพอต่อการทำงาน เพราะเราจะต้องได้แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ (Kinematics และ Dynamics) ของการทำงานของหุ่นยนต์กับสภาพแวดล้อมที่มีความแม่นยำสูง ในทางปฏิบัติแล้วเรายังพอหาค่าแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของหุ่นยนต์ที่มีความละเอียดสูงได้ ส่วนสำหรับสภาพแวดล้อมนั้นทำได้ค่อนข้างยากมาก ทำให้ส่งผลให้เกิดการมีแรงที่หน้าสัมผัสระหว่างปลายแขนหุ่นยนต์และสภาพแวดล้อมที่ต่อเนื่องไปถึงสภาวะที่อาจเกิดการสูญเสียทางเสถียรภาพในระหว่างทำงาน (unstable) ในทางปฏิบัติจึงจำเป็นต้องมีการพัฒนาระบบควบคุมแรงและตำแหน่งควบคู่กันไป โดยการควบคุมแรงมีด้วยกัน

หลายวิธีเช่น Indirect force control หรือ Impedance control, Direct Force Control ซึ่งอาจจะอยู่ในรูปแบบ Joint space approach, operational space approach และ Task space approach ดังรายละเอียดใน Fabrizio [2005]. ความสามารถในการรับรู้แรงกัตที่ติดเข้าไปที่ปลายแขนหุ่นยนต์เพื่อที่จะรับสัญญาณแรงที่เกิดขึ้นในระหว่างการทำงานเพื่อเป็นข้อมูลสำหรับการตัดสินใจในการควบคุมการทำงานแบบอัตโนมัติจึงมีความสำคัญมาก ดังจะกล่าวต่อไป

งานวิจัยเรื่องการควบคุมแรงและตำแหน่งของปลายแขนหุ่นยนต์ที่กระทำกับสภาพแวดล้อมนั้นส่วนใหญ่จะเป็นงานวิจัยที่ใช้ควบคุมหุ่นยนต์แบบอนุกรมหรือ series mechanism หรือ open mechanism เช่น articulated type robot หรือหุ่นยนต์ที่มีข้อต่อเป็นแกนหมุนทุกข้อต่อดังรายละเอียดใน ไพรัช [2539] และ บวร [2542] ส่วนที่ใช้กับแขนหุ่นยนต์แบบขนานหรือ parallel mechanism หรือ closed mechanism นั้นยังมีไม่มากนัก เช่น รายละเอียดงานวิจัย การควบคุมตำแหน่งและแรง ที่ใช้การคำนวณระยะยุบตัวของแขนกลเอชในการควบคุมแรงดังรายละเอียดใน ณัฐดนัย [2547] และ การควบคุมแบบ Bilateral Impedance Control ในแขนกลนำและแขนกลเอชตามดังใน ทวี [2549] จากปัญหาที่กล่าว ได้นำเข้าสู่งานวิจัยในเรื่องการควบคุมแรงที่เกิดจากการกัตขึ้นงานของแขนกลแบบขนานตระกูล เอช-4 ซึ่งมีจำนวนองศาอิสระคือ $4+1$ สำหรับ 1 องศาอิสระนั้นคือตัวจับชิ้นงาน โดยมี สามองศาอิสระใช้ในการเคลื่อนที่ตามแนวแกน X, Y, Z หนึ่งองศาอิสระในการหมุนรอบแกน Y และอีกหนึ่งองศาอิสระที่ฐานในการหมุนรอบแกน X (ตัวจับชิ้นงาน) โครงการวิทยานิพนธ์ฉบับนี้ จะเป็นโครงการพัฒนาแขนกลแบบขนาน $4+1$ แกนหรือ 5 แกน โดยวัตถุประสงค์ของการพัฒนาเครื่องกัตดังกล่าวนี้จะใช้ในงานการพัฒนาเครื่องสร้างชิ้นงานต้นแบบแบบเร็ว (Rapid prototype) โดยใช้กระบวนการกัตเป็นหลัก ในกระบวนการดังกล่าวนี้จะประกอบด้วยแขนหุ่นยนต์แบบขนานทำหน้าที่เป็นแขน master manipulator ซึ่งมีลักษณะโครงสร้างดังแสดงในรูปที่ 1.2 ซึ่งเป็นหุ่นยนต์แบบขนาน มีกลไกเฉพาะและพัฒนาโดยห้องปฏิบัติการ และหุ่นยนต์ $4H+1$ ดังกล่าวขั้นต้นจะเป็นหุ่นยนต์ตาม (slave manipulator) โดยคนจะทำการควบคุมการทำงานของหุ่นยนต์ $4H+1$ ผ่านหุ่นยนต์ master manipulator โดยที่มีการติดตัวรับรู้แรงไว้บนฐานชิ้นงานซึ่งอยู่บนแกนที่ 5 เพื่อให้ส่งข้อมูลแรงกระทำระหว่างแขนหุ่นยนต์ตามกับสภาพแวดล้อมมายังแขนหุ่นยนต์ master ระบบควบคุมแรงของแขนหุ่นยนต์ตามจะรับคำสั่งในรูปของแรงจากแขนหุ่นยนต์นำหรือแขน master ระบบควบคุมของหุ่นยนต์ตามจะทำการควบคุมเส้นทางการเคลื่อนที่และรักษาขนาดของแรงกัตขึ้นงานในทิศตามหุ่นยนต์ master กับผิวของชิ้นงานได้



รูปที่ 1.2 แขนกลแฮบติคแบบขนานที่มีหกองศาอิสระ

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อปรับปรุงและพัฒนาแขนกลแบบขนานที่มี 4+1 องศาอิสระสำหรับใช้ในงานกัด (milling) ซึ่งประกอบด้วยตัวแขนกลที่มีสามองศาอิสระในการเคลื่อนที่และหนึ่งองศาอิสระในการหมุนเป็น 4 องศาอิสระและเพิ่มแท่นจับชิ้นงานที่หมุนได้อีกหนึ่งองศาอิสระ
2. เพื่อศึกษาและออกแบบระบบควบคุมเส้นทางการเคลื่อนที่ ความเร็วและแรงที่เกิดขึ้นที่ปลายแขนกลกับสภาพแวดล้อมสำหรับใช้ในงานการสร้างชิ้นงานในกระบวนการการสร้างชิ้นงานต้นแบบ (Product Prototyping)
3. ศึกษาความเป็นไปได้ในการควบคุมแรงในแนวตั้งฉากกับ compliance frame โดยไม่ต้องใช้ force sensor หรือการควบคุมแบบ indirect force control

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. ปรับปรุง ข้อต่อ ขนาด รูปร่างของแขน และความแข็งแรงของหุ่นยนต์ที่มีลักษณะแบบ 4H+1 เพื่อให้เหมาะสมสำหรับการสร้างชิ้นงาน (Product prototyping) ในแบบ Master-slave operation
2. พัฒนาระบบควบคุมตำแหน่งและแรงสำหรับการทำงานในแบบ Master-slave operation ที่เหมาะสมในส่วนของแขนกลตามเพื่อใช้สำหรับการสร้างชิ้นงานต้นแบบ

1.4 ขั้นตอนการดำเนินงานของวิทยานิพนธ์

1. ปรับปรุงและสร้างแขนกลแบบขนานที่มีการเคลื่อนที่ 5 องศาอิสระและมีโครงสร้างแบบเป็น 4H+1 เพื่อให้สามารถทำงานกัตชิ้นงานจริงที่เป็นวัสดุไม่แข็งมาก เช่น อลูมิเนียม เป็นต้น
2. ศึกษาและวิเคราะห์ผลการวิจัยที่มีผ่านมาที่จำเป็นสำหรับการทำงานในแบบขนานและตาม (master-slave operation) โดยมี interaction ระหว่างแขนนำและแขนตาม เพื่อเป็นประโยชน์ในการออกแบบแขนกล
3. ศึกษาและออกแบบระบบควบคุมที่เหมาะสมสำหรับการควบคุมเส้นทาง ตำแหน่ง ความเร็วและแรงสำหรับการงานกัตชิ้นงาน
4. ทำการจำลองการทำงานด้วยคอมพิวเตอร์ (Simulation) เพื่อศึกษาระบบกลไกและระบบควบคุมที่ได้ออกแบบไว้
5. ทดสอบการเคลื่อนที่ในระบบ 5 แกน
6. ทดสอบการกัตโดยรวมกับวัสดุอ่อนอลูมิเนียมอัลลอยด์เกรด 7075 โดยใช้หัวกัตแบบ high speed
7. สรุปและวิเคราะห์ผลการทดลอง

1.5 ประโยชน์ที่ได้รับ

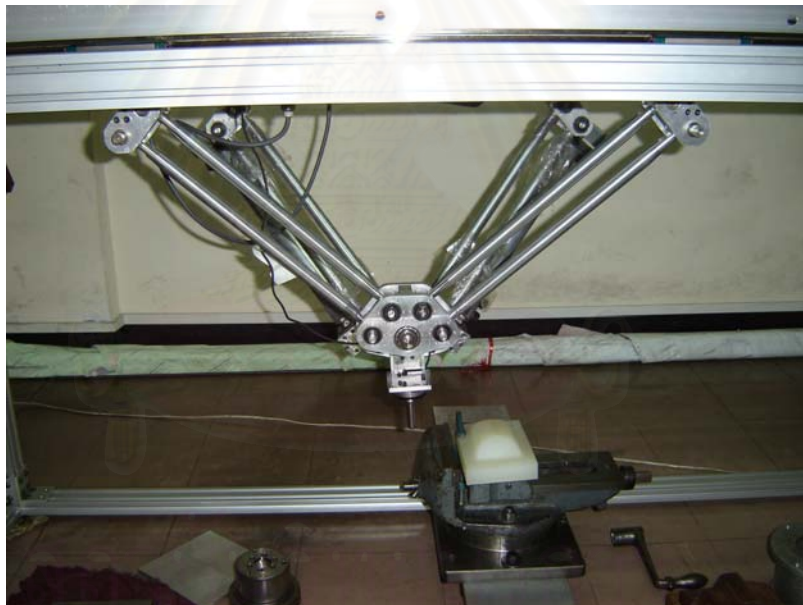
1. ได้แขนกลแบบขนานที่มีลักษณะแบบ 4H+1 โดยมี 5 องศาอิสระและสามารถควบคุมตำแหน่งและแรงกัตที่กระทำบนชิ้นงานจากการกัตได้
2. สร้างองค์ความรู้สำหรับการพัฒนาเป็นแขนกลเคลื่อนที่ตามในงาน Rapid Prototype
3. สร้างองค์ความรู้สำหรับการออกแบบเครื่องจักรและกระบวนการสำหรับงานกัตวัสดุแข็งสำหรับแขนกลแบบขนานต่อไป
4. สร้างองค์ความรู้ในการควบคุมแรงและตำแหน่งของแขนหุ่นยนต์แบบขนาน

บทที่ 2

แขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4กับการเคลื่อนที่ 5 แกน

2.1 แขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4

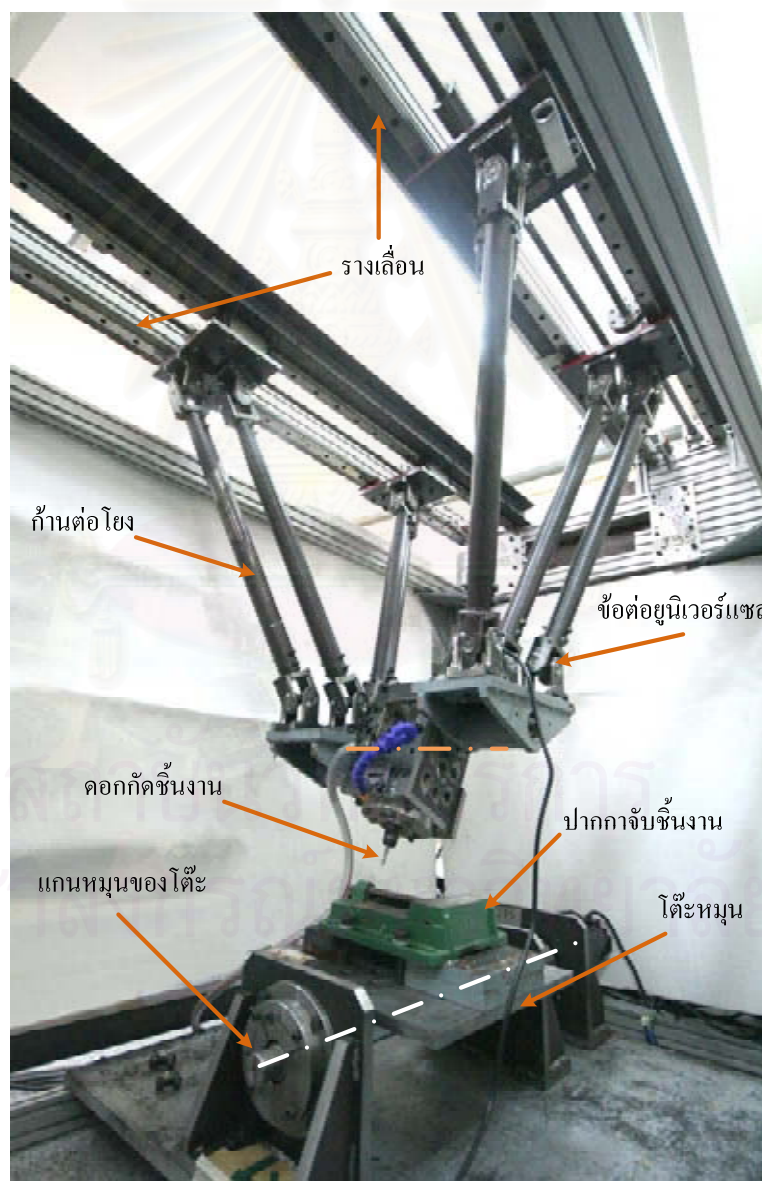
แขนกลเคลื่อนที่ตามแบบขนานในตระกูลเอช 4 ที่ใช้ในงานวิจัยนี้ถูกออกแบบและพัฒนาโดย Sangveraphunsiri, V., และ Tantawiroon, N. [2003 2004 และ 2005] โดยในตอนแรกเป็นแขนกลแบบขนาน 4 องศาอิสระ วัสดุที่ใช้สร้างเป็นอลูมิเนียมทั้งหมดดังรูปที่ 2.1 ซึ่งมีลักษณะเบาเบาบาง ข้อต่อยูนิเวอร์แซล และ เฟลาที่ตำแหน่งปลายแขนกลมีความหลวมจึงทำให้เกิดระยะคลอนขึ้นในขณะที่ปลายแขนสัมผัสกับชิ้นงาน ประกอบกับขนาดของแขนกลที่สร้างไว้มีปลายแขนกลมีขนาดเล็ก จึงไม่สามารถติดตั้งหัวกัดที่มีกำลังกัดสูงพอได้ นอกจากนี้จำนวนองศาอิสระเท่ากับ 4 นี้ยังไม่พอเพียงสำหรับกระบวนการกัดชิ้นงานที่มีละเอียดความซับซ้อนได้



รูปที่ 2.1 แขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4

เพื่อให้แขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4 มีความสามารถในการกัดเซาะชิ้นงานอย่างมีประสิทธิภาพนั้น จึงจำเป็นต้องมีการปรับปรุง โดยการเพิ่มจำนวนองศาอิสระเป็น 5 องศาอิสระ โดยองศาอิสระที่เพิ่มขึ้นมาจะทำหน้าที่เป็นโต๊ะหมุนซึ่งสามารถจับยึดชิ้นงานที่จะทำการกัดเซาะ ดังนั้นทางผู้วิจัยจึงได้ทำการออกแบบและพัฒนาแขนกลแบบขนานในตระกูลเอช 4 ขึ้นโดยมีลักษณะและรูปแบบดังในรูปที่ 2.2 และโครงสร้างของแขนกลที่พัฒนาจะเปลี่ยนมาใช้เหล็กเป็นวัสดุหลักจากเดิมที่ใช้อลูมิเนียม ทั้งนี้เพื่อเพิ่มความแข็งแรงให้มากขึ้น ข้อต่อแบบหมุนที่ใช้มีการ

ประกอบแบบสวมอัดเพื่อป้องกันความหลวมที่อาจจะเกิดขึ้น ส่วนข้อต่อยูนิเวอร์แซล (Universal joint) ซึ่งมีสององศาอิสระดังรูปที่ 2.2 เป็นข้อต่อที่ใช้กับเพลลาขับของรถยนต์จึงมีความแข็งแรง และมีความหลวมหรือระยะคลอนน้อยมาก แขนกลของเดิมมีเพียง 4 องศาอิสระในงานวิจัยนี้จึงได้เพิ่มโต๊ะจับชิ้นงานที่สามารถหมุนได้ 90 องศา ควบคุมตำแหน่งด้วยเซอร์โวมอเตอร์ที่มีอุปกรณ์วัดมุมมีความละเอียด 10000 พัลส์ต่อรอบใช้ระบบส่งผ่านกำลังแบบฮาร์โมนิกที่มีอัตราทดเท่ากับ 1 ต่อ 100 ปากกาจับชิ้นงานสามารถจับชิ้นงานที่มีความกว้างสูงสุดได้ 150 มิลลิเมตรทำให้แขนกลที่พัฒนานี้มีจำนวนองศาอิสระเท่ากับ 5 และแขนกลตามนี้สามารถจับยึดดอกกัดที่มีขนาดเส้นผ่านศูนย์กลาง 6 ถึง 8 มิลลิเมตร ความเร็วรอบของดอกกัดชิ้นงานสามารถปรับได้ตั้งแต่ 0 ถึง 10000 รอบต่อนาที



รูปที่ 2.2 รายละเอียดของแขนกลแบบเอช 4 ที่ปรับปรุงใหม่

2.2 สมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์

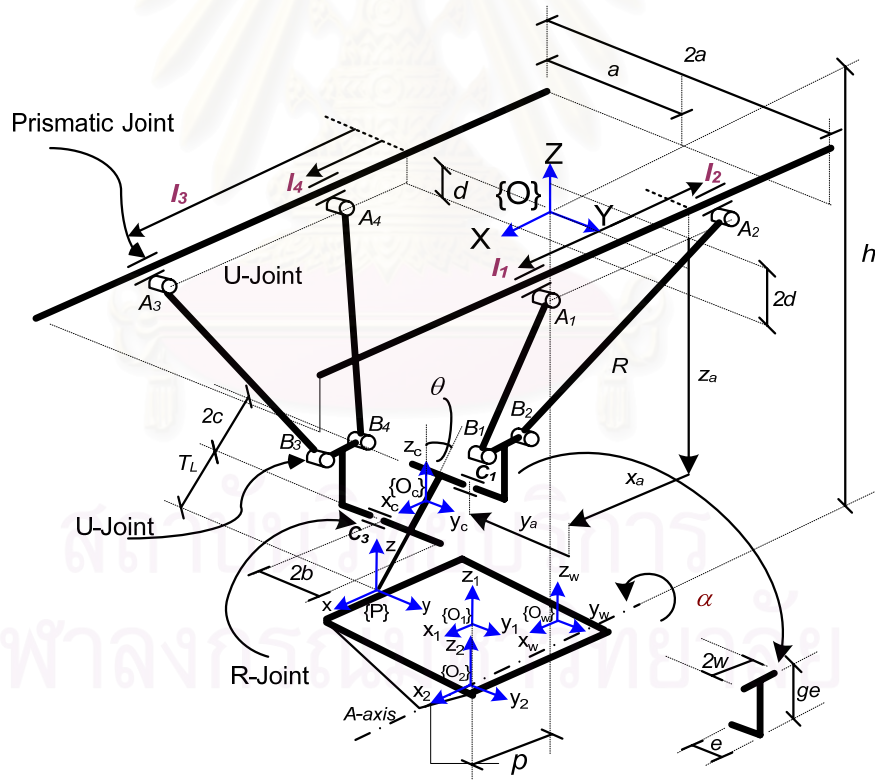
จากรูปที่ 2.3 เวกเตอร์ $C_1B_1 = C_1B_2$ สมมาตรบนระนาบ ZY และ เวกเตอร์ $O_C C_1 = -O_C C_3$ ดังนั้นสมการอินเวิร์สคิเนแมติกส์หาได้จาก Sangveraphunsiri, V., และ Chooprasird, K. [2007]

$$l_{1,2} = x_a + w \pm \sqrt{R^2 - (y_a - e)^2 - (z_a - ge)^2}$$

และจากลักษณะของแขนกลตามรูปที่ 2.3 บนชั้นต่อโยงด้าน l_1, l_2 สามารถแสดงได้ตามสมการดังต่อไปนี้

$$l_1 = x_a + w + \sqrt{R^2 - (y_a - e)^2 - (z_a - ge)^2} \quad (2.1)$$

$$l_2 = x_a - w - \sqrt{R^2 - (y_a - e)^2 - (z_a - ge)^2} \quad (2.2)$$



รูปที่ 2.3 รูปแบบการกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล

โดยที่ (x_a, y_a, z_a) คือตำแหน่งจุด C_1 ของเวกเตอร์ตามรูปที่ 2.3 C_1B_1 และ C_1B_2 ส่วนของสี่เหลี่ยมคางหมูที่เกิดจากก้านต่อโยง A_1B_1 และ A_2B_2 ประกอบติดกับข้อต่อยูนิแวลเซลล์ ที่ตำแหน่ง B_1 และ B_2 ดังแสดงในรูปที่ 2.3 และ 2.4 ซึ่งจะทำได้

$$x_a = x_c + c \cdot \sin(\theta) = x + (T_L + 2c) \cdot \sin(\theta) \quad (2.3)$$

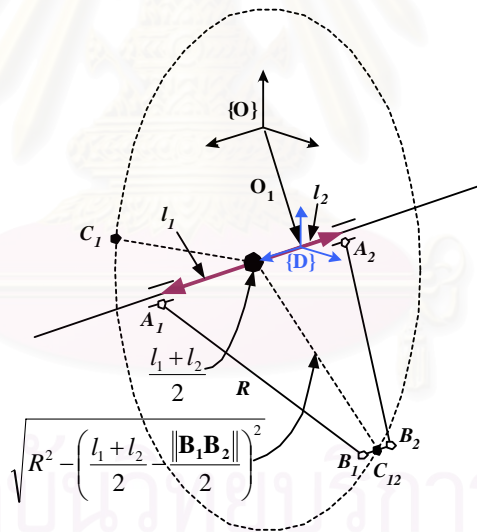
$$y_a = -y_c - b + a = -y - b + a \quad (2.4)$$

$$z_a = -z_c - c \cdot \cos(\theta) + d = -z - (T_L + 2c) \cdot \cos(\theta) + d \quad (2.5)$$

โดยที่ ค่า x_a, y_a และ z_a เป็นบวกเสมอ และค่า z_c, z เป็นค่าลบเสมอ ในทำนองเดียวกันนี้สำหรับก้านต่อโยงด้าน l_3, l_4 อีกสองก้านสามารถแสดงได้ดังสมการตามข้างล่างนี้

$$l_3 = x_b + w + \sqrt{R^2 - (y_b - e)^2 - (z_b - ge)^2} \quad (2.6)$$

$$l_4 = x_b - w - \sqrt{R^2 - (y_b - e)^2 - (z_b - ge)^2} \quad (2.7)$$



รูปที่ 2.4 แนวการเคลื่อนที่ของจุด B

โดยที่ (x_b, y_b, z_b) คือตำแหน่งจุด C_3 ของเวกเตอร์ตามรูปที่ 2.3 และรูปที่ 2.4 ประกอบกัน ทำให้สรุปได้ว่า

$$x_b = x_c - c \cdot \sin(\theta) = x + T_L \cdot \sin(\theta) \quad (2.8)$$

$$y_b = y_c - b + a = y - b + a \quad (2.9)$$

$$z_b = -z_c + c \cdot \cos(\theta) - d = -z - T_L \cdot \cos(\theta) - d \quad (2.10)$$

โดยที่ ค่า x_b, y_b และ z_b เป็นบวกเสมอ และค่า z_c, z เป็นค่าลบเสมอ จากรูปที่ 2.5 ซึ่งแสดงการตั้งแกน (x_w, y_w, z_w) ซึ่งเป็นแกนของชิ้นงานกับแกนอ้างอิง (x, y, z) ซึ่งสามารถทำการย้ายแกนได้ดังนี้

$$\{O_w\} \xrightarrow{I} \{O_1\} \xrightarrow{I} \{O_2\} \xrightarrow{R} \{O_2\} \xrightarrow{I} \{O\}$$

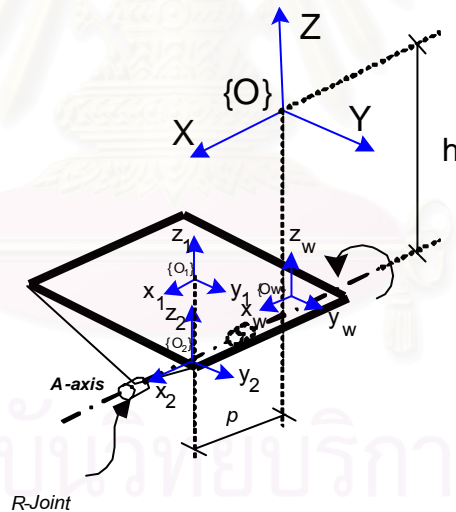
ทำให้ได้

$$X = x_w + x_{O_w}^{O_1} + p \quad (2.11)$$

$$Y = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \cos(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \sin(\alpha) \quad (2.12)$$

$$Z = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \sin(\alpha) + (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \cos(\alpha) - h \quad (2.13)$$

โดยที่ $x_{O_w}^{O_1}, y_{O_w}^{O_1}, z_{O_w}^{O_1}$ คือ ระยะ xyz บนแกนของ O_w เทียบกับ O_1 และ $z_{O_1}^{O_2}$ คือระยะ z บนแกนของ O_1 เทียบกับ O_2



รูปที่ 2.5 การตั้งแกนบนโต๊ะจับชิ้นงาน

จากสมการที่ (2.1) ถึงสมการที่ (2.5) และจากสมการที่ (2.11) ถึงสมการที่ (2.13) ทำให้สามารถหาสมการของพารามิเตอร์ l_1, l_2 ได้ดังนี้

$$l_1 = (x_w + x_{O_w}^{O_1} + p) + (T_L + 2c) \sin(\theta) + w + \sqrt{R^2 - [-(y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cos(\alpha) + (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \sin(\alpha) - b + a - e]^2 - [-(y_w + y_{O_w}^{O_1}) \sin(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cos(\alpha) + h - (T_L + 2c) \cos(\theta) + d - ge]^2} \quad (2.14)$$

$$l_2 = \frac{(x_w + x_{O_w}^{O_1} + p) + (T_L + 2c) \sin(\theta) - w - \sqrt{R^2 - [(y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cos(\alpha) + (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \sin(\alpha) - b + a - e]^2 - [- (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \sin(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cos(\alpha) + h - (T_L + 2c) \cos(\theta) + d - ge]^2}}{2} \quad (2.15)$$

ในทำนองเดียวกัน จากสมการที่ (2.6) ถึง (2.13) ทำให้หาสมการ l_3, l_4 ได้

$$l_3 = \frac{(x_w + x_{O_w}^{O_1} + p) + T_L \sin(\theta) + w + \sqrt{R^2 - [(y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cos(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \sin(\alpha) - b + a - e]^2 - [- (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \sin(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cos(\alpha) + h - T_L \cos(\theta) - d - ge]^2}}{2} \quad (2.16)$$

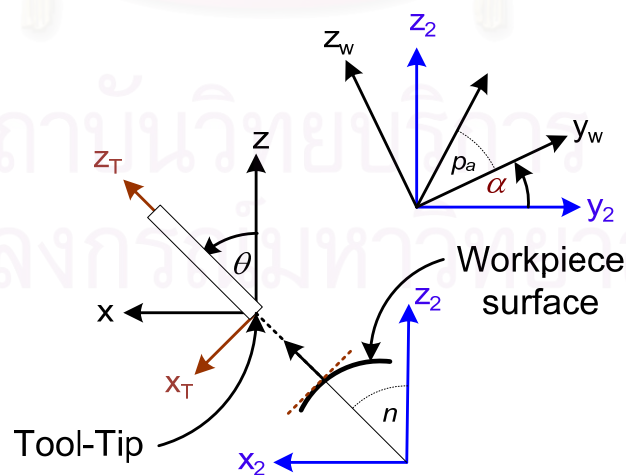
$$l_4 = \frac{(x_w + x_{O_w}^{O_1} + p) + T_L \sin(\theta) - w - \sqrt{R^2 - [(y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cos \alpha - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \sin \alpha - b + a - e]^2 - [- (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \sin \alpha - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cos \alpha + h - T_L \cos(\theta) - d - ge]^2}}{2} \quad (2.17)$$

สำหรับทิศทางของปลายแขนกลหาได้ดังนี้โดยพิจารณารูปที่ 2.6 ประกอบ

$$p_a = \arctan\left(\frac{K_w}{J_w}\right) \quad \text{โดยที่} \quad I_2 = I_w \quad (2.18)$$

$$J_2 = (\sqrt{J_w^2 + K_w^2}) \cos(\alpha + p_a) \quad (2.19)$$

$$K_2 = (\sqrt{J_w^2 + K_w^2}) \sin(\alpha + p_a) \quad (2.20)$$



รูปที่ 2.6 การตั้งแกนของปลายแขนกล

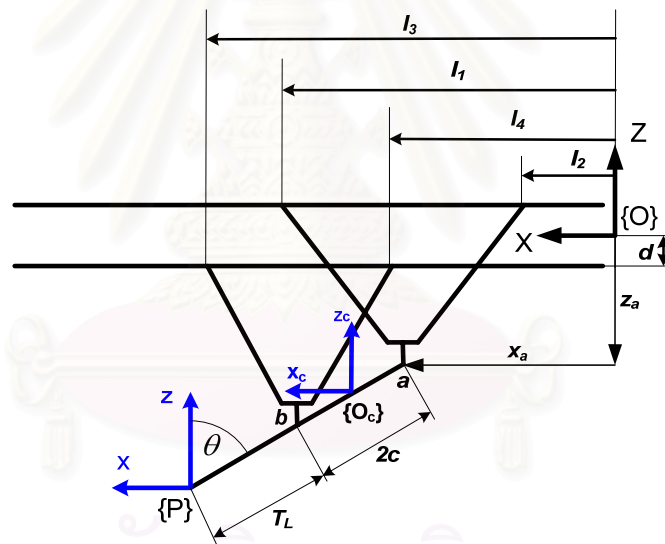
ทำให้สามารถหาค่าทิศทางของแกนกลตามได้ดังนี้

$$\alpha = \pm 90^\circ - \arctan\left(\frac{K_w}{J_w}\right) \quad \text{โดยที่ } -90^\circ \leq \alpha \leq 90^\circ \quad (2.21)$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{I_w}{\sqrt{J_w^2 + K_w^2}}\right) \quad \text{โดยที่ } -90^\circ \leq \theta \leq 90^\circ \quad (2.22)$$

2.3 สมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์

ในทางกลับกันเมื่อกำหนดข้อมูลของตำแหน่งที่ข้อต่อต่างๆของแขนกลตามมาให้เราสามารถหาสมการฟอร์เวิร์ดคิเนแมติกส์ตามที่เสนอโดย Sangveraphunsiri, V. และ Chooprasird, K. [2007] ได้ดังนี้



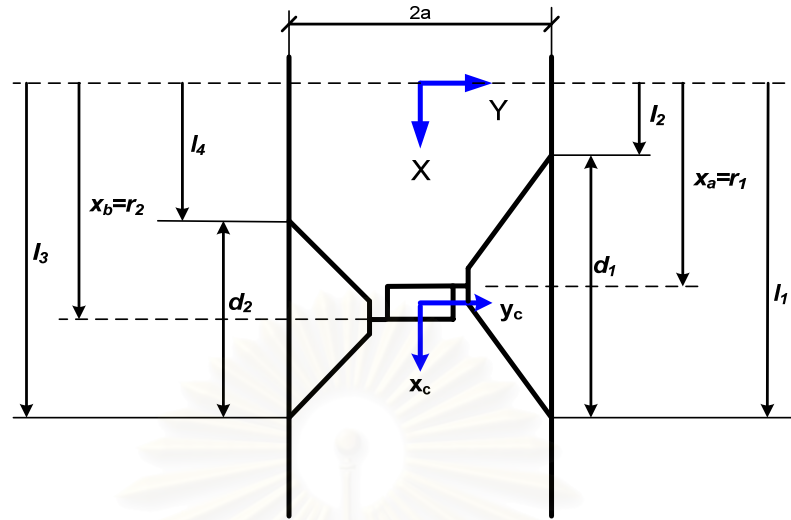
รูปที่ 2.7 รูปร่างและการตั้งแกนเมื่อมองจากด้านข้างของแขนกล

กำหนดให้ $r_1 = \frac{l_1 + l_2}{2}$, $r_2 = \frac{l_3 + l_4}{2}$, $d_1 = l_1 - l_2$, $d_2 = l_3 - l_4$

$$\cos(\theta) = \frac{\sqrt{4c^2 - (r_2 - r_1)^2}}{2c} \quad (2.23)$$

จากสมการที่ (2.1) สมการที่ (2.2) และสมการที่ (2.6) และสมการที่ (2.7) เราจะได้

ว่า



รูปที่ 2.8 รูปร่างและการตั้งแกนเมื่อมองจากด้านบนของแขนกล

$$\begin{aligned} (l_1 - x_a - w)^2 + (l_3 - x_b - w)^2 &= 2R^2 - 2y_c^2 - 2(b - a + e)^2 \\ &- 2(z_c + ge)^2 - 2(c \cdot \cos(\theta) - d)^2 \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} (l_2 - x_a - w)^2 - (l_4 - x_b - w)^2 &= -4y_c(b - a - e) \\ &- 4(z_c + ge)(c \cdot \cos(\theta) - d) \end{aligned} \quad (2.25)$$

จากรูปที่ 2.7 โดยกำหนดให้

$$(l_2 - x_a)^2 = (l_1 - x_a)^2 = \frac{d_1^2}{4} \quad (2.26)$$

$$(l_4 - x_b)^2 = (l_3 - x_b)^2 = \frac{d_2^2}{4} \quad (2.27)$$

ดังนั้นการเคลื่อนที่ในแนวแกน X สามารถหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$x = \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right) - (c + T_L) \sin(\theta) \quad (2.28)$$

และการเคลื่อนที่ในแนวแกน Y สามารถหาได้ดังนี้

$$y = y_c = \frac{d_1^2 - d_2^2 - 4w(d_1 - d_2) - 16(d - c \cdot \cos \theta)(z_c + ge)}{16(a - b - e)} \quad (2.29)$$

ดังนั้น

จากสมการที่ (2.24) และ (2.25) สามารถหาสมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน Z ได้

$$z_c = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (2.30)$$

โดยที่

$$A = \left(\frac{16^2 (d - c \cdot \cos(\theta))^2}{128(a - b - e)^2} + 2 \right)$$

$$B = 4 \cdot ge + \frac{512 \cdot ge \cdot (d - c \cdot \cos(\theta))^2}{128(a - b - e)^2}$$

$$- \frac{32(d - c \cdot \cos(\theta))(d_1^2 - d_2^2 - 4w(d_1 - d_2))}{128(a - b - e)^2}$$

$$C = \frac{16^2 \cdot (d - c \cdot \cos(\theta))^2 \cdot ge^2}{128(a - b - e)^2}$$

$$- \frac{32 \cdot ge \cdot (d - c \cdot \cos(\theta)) \cdot (d_1^2 - d_2^2 - 4w(d_1 - d_2))}{128(a - b - e)^2}$$

$$+ \frac{(d_1^2 - d_2^2 - 4w(d_1 - d_2))^2}{128(a - b - e)^2} + 2w^2 - w(d_1 + d_2) + 2 \cdot ge^2 + 2e^2$$

$$+ \frac{(d_1^2 + d_2^2)}{4} - 2R^2 + 2(b - a)^2 - 4e \cdot (a - b) + 2(c \cdot \cos(\theta) - d)^2$$

ดังนั้น สมการการเคลื่อนที่ในแนวแกน Z คือ

$$z = z_c - (c + T_L) \cdot \cos(\theta) \quad (2.31)$$

เนื่องจากชิ้นงานต้องถูกวางที่โต๊ะจับยึดชิ้นงานดังนั้นต้องหาสมการการเคลื่อนที่เทียบกับแกนชิ้นงานที่วางอยู่บนโต๊ะโดยใช้ความสัมพันธ์ดังต่อไปนี้

$$\{O\} \xrightarrow{I} \{O_2\} \xrightarrow{R} \{O_2\} \xrightarrow{I} \{O_1\} \xrightarrow{I} \{O_w\}$$

ทำให้ได้

$$x_w = x + p + x_{O_1}^w \quad (2.32)$$

$$y_w = y \cdot \cos(\alpha) + (z + h) \cdot \sin(\alpha) + y_{O_1}^w \quad (2.33)$$

$$z_w = (z + h) \cdot \cos(\alpha) - y \cdot \sin(\alpha) + z_{O_2}^w \quad (2.34)$$

ทิศทางของปลายแขนกลตามหาได้จากสมการดังต่อไปนี้

$$I_w = \pm \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{\tan^2(\theta)}}} \quad \text{โดยที่ } \text{sign}(I_w) = \text{sign}(\theta) \quad (2.35)$$

$$J_w = \pm \frac{1}{\left(\sqrt{1 + \tan^2(\theta)}\right) \cdot \left(\sqrt{1 + \tan^2(90 - \alpha)}\right)} \quad \text{โดยที่ } \text{sign}(J_w) = \text{sign}(\alpha) \quad (2.36)$$

$$K_w = \frac{\tan(90 - \alpha)}{\left(\sqrt{1 + \tan^2(\theta)}\right) \cdot \left(\sqrt{1 + \tan^2(90 - \alpha)}\right)} \quad \text{โดยที่ } \text{sign}(K_w) = + \quad (2.37)$$

2.4 สมการความสัมพันธ์เชิงความเร็วแขนกล

จากสมการอินเวอร์สคิเนแมติกส์ที่แสดงในรูปสมการการเคลื่อนที่ (2.14) ถึง (2.17) เราสามารถหาสมการความเร็วแขนกลได้จากการหาอนุพันธ์อันดับหนึ่งบนสมการอินเวอร์สคิเนแมติกส์ให้อยู่ในรูปของเมตริกซ์ความสัมพันธ์เชิงความเร็ว (Jacobian matrix) ในสมการดังนี่คือ

$$\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{J}\dot{\mathbf{x}} \quad (2.38)$$

โดย $\dot{\mathbf{q}}$ แทนพารามิเตอร์ความเร็วของแขนกล คือ $[i_1 \ i_2 \ i_3 \ i_4 \ \dot{\alpha}]^T$

$\dot{\mathbf{x}}$ แทนพารามิเตอร์ความเร็วของการเคลื่อนที่ คือ $[\dot{x}_w \ \dot{y}_w \ \dot{z}_w \ \dot{\theta} \ \dot{\alpha}]^T$

\mathbf{J} แทนจาโคเบียนส์เมตริกซ์

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_w} & \frac{\partial f_1}{\partial y_w} & \frac{\partial f_1}{\partial z_w} & \frac{\partial f_1}{\partial \theta} & \frac{\partial f_1}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_w} & \frac{\partial f_2}{\partial y_w} & \frac{\partial f_2}{\partial z_w} & \frac{\partial f_2}{\partial \theta} & \frac{\partial f_2}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_3}{\partial x_w} & \frac{\partial f_3}{\partial y_w} & \frac{\partial f_3}{\partial z_w} & \frac{\partial f_3}{\partial \theta} & \frac{\partial f_3}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_4}{\partial x_w} & \frac{\partial f_4}{\partial y_w} & \frac{\partial f_4}{\partial z_w} & \frac{\partial f_4}{\partial \theta} & \frac{\partial f_4}{\partial \alpha} \\ \frac{\partial f_5}{\partial x_w} & \frac{\partial f_5}{\partial y_w} & \frac{\partial f_5}{\partial z_w} & \frac{\partial f_5}{\partial \theta} & \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

สมการที่ 2.39 แสดงการหาจาโคเบียนเมตริกซ์ ซึ่งจะได้ว่า

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_w} = \frac{\partial f_2}{\partial x_w} = \frac{\partial f_3}{\partial x_w} = \frac{\partial f_4}{\partial x_w} = \frac{\partial f_5}{\partial \alpha} = 1 \quad , \quad \frac{\partial f_5}{\partial x_w} = \frac{\partial f_5}{\partial y_w} = \frac{\partial f_5}{\partial z_w} = \frac{\partial f_5}{\partial \theta} = 0$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial y_w} = -A^{-\frac{1}{2}}(B \cdot \cos(\alpha) + C \cdot \sin(\alpha)) \quad , \quad \frac{\partial f_1}{\partial z_w} = A^{-\frac{1}{2}}(B \cdot \cos(\alpha) - C \cdot \sin(\alpha))$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \theta} = (T_L + 2c) \cdot \left(\cos(\theta) + A^{-\frac{1}{2}}C \sin(\theta) \right) \quad , \quad \frac{\partial f_2}{\partial y_w} = A^{-\frac{1}{2}}(B \cdot \cos(\alpha) + C \cdot \sin(\alpha))$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial z_w} = -A^{-\frac{1}{2}}(B \cdot \sin(\alpha) - C \cdot \cos(\alpha)) \quad , \quad \frac{\partial f_2}{\partial \theta} = (T_L + 2c) \left(\cos(\theta) - A^{-\frac{1}{2}}C \sin(\theta) \right)$$

$$\frac{\partial f_1}{\partial \alpha} = A^{-\frac{1}{2}} \left(\begin{aligned} & B \left[(y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \sin \alpha + (z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \cos \alpha \right] \\ & + C \left[(z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \sin \alpha - (y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \cos \alpha \right] \end{aligned} \right)$$

$$\frac{\partial f_2}{\partial \alpha} = -A^{-\frac{1}{2}} \left(\begin{aligned} & B \left[(y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \sin \alpha + (z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \cos \alpha \right] \\ & + C \left[(z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \sin \alpha - (y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \cos \alpha \right] \end{aligned} \right)$$

$$\text{โดยที่ } B = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \cos(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \sin(\alpha) + b - a + e,$$

$$C = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \sin(\alpha) + (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \cos(\alpha) - h + (T_L + 2c) \cdot \cos(\theta) - d + ge$$

$$\text{และ } A = R^2 - B^2 - C^2$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial y_w} = -A_1^{-\frac{1}{2}}(B_1 \cdot \cos(\alpha) + C_1 \cdot \sin(\alpha)) \quad , \quad \frac{\partial f_3}{\partial z_w} = A_1^{-\frac{1}{2}}(B_1 \cdot \sin(\alpha) - C_1 \cdot \cos(\alpha))$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \theta} = T_L \left(\cos(\theta) + A_1^{-\frac{1}{2}} C_1 \cdot \sin(\theta) \right) , \quad \frac{\partial f_4}{\partial y_w} = A_1^{-\frac{1}{2}} (B_1 \cdot \cos(\alpha) + C_1 \cdot \sin(\alpha))$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial z_w} = -A_1^{-\frac{1}{2}} (B_1 \cdot \sin(\alpha) - C_1 \cdot \cos(\alpha)) , \quad \frac{\partial f_4}{\partial \theta} = T_L \left(\cos(\theta) - A_1^{-\frac{1}{2}} C_1 \cdot \sin(\theta) \right)$$

$$\frac{\partial f_3}{\partial \alpha} = A_1^{-\frac{1}{2}} \left[B_1 \left[(y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \sin \alpha + (z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \cos \alpha \right] + C_1 \left[(z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \sin \alpha - (y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \cos \alpha \right] \right]$$

$$\frac{\partial f_4}{\partial \alpha} = -A_1^{-\frac{1}{2}} \left[B_1 \left[(y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \sin \alpha + (z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \cos \alpha \right] + C_1 \left[(z_w + Z_{O_1}^{O_2}) \sin \alpha - (y_w + Y_{O_w}^{O_1}) \cos \alpha \right] \right]$$

$$\text{โดยที่ } B_1 = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \cos(\alpha) - (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \sin(\alpha) - b + a - e ,$$

$$C_1 = (y_w + y_{O_w}^{O_1}) \cdot \sin(\alpha) + (z_w + z_{O_1}^{O_2}) \cdot \cos(\alpha) - h + T_L \cdot \cos(\theta) + d - ge$$

$$\text{และ } A_1 = R^2 - B_1^2 - C_1^2$$

2.5 สมการแบบจำลองการเคลื่อนที่แบบกล

ในการหาสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบขนาน เราสามารถหาได้จากการใช้สมการลากรางจ์โดยคำนวณผ่านสมการการเคลื่อนที่แบบพอร์เวิร์ตคิเนแมติกส์ จากระบบทรงพลังงาน (Conservation of energy) จะได้ว่า สมการลากรางจ์แบบพื้นฐานบนแกนโคออร์ดิเนตแบบทั่วไป q_i มีสมการดังนี้

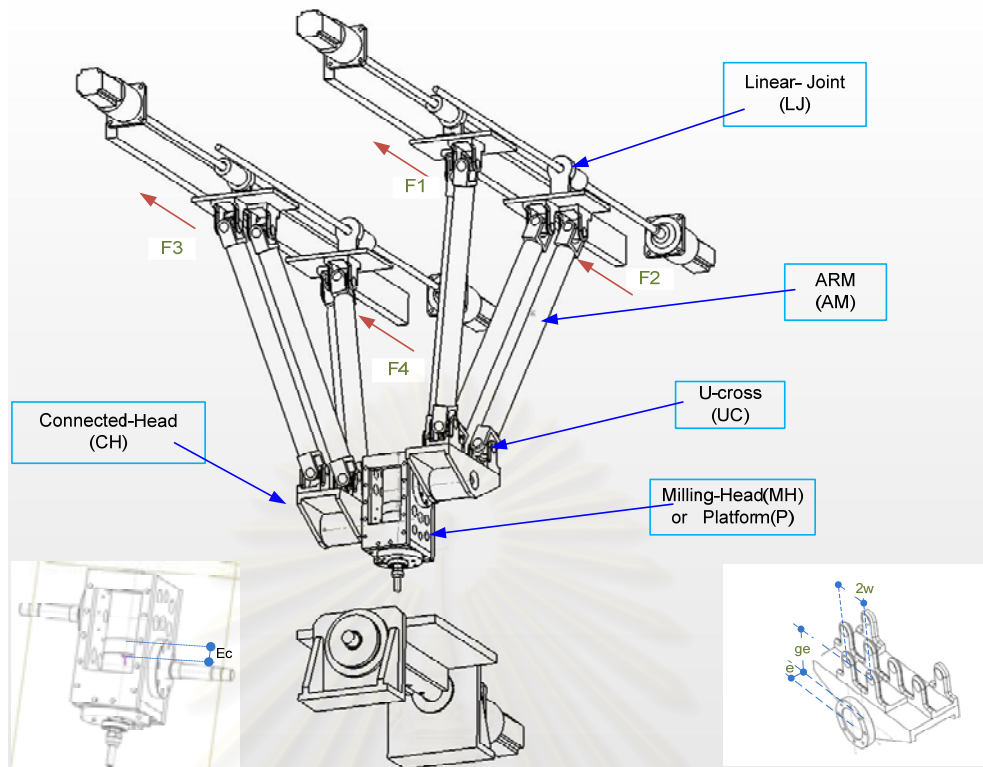
$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E.)}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial (K.E.)}{\partial q_i} + \frac{\partial (P.E.)}{\partial q_i} + \frac{\partial (D.E.)}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.40)$$

โดยที่ $K.E.$ แทนพลังงานจลน์

$P.E.$ แทนพลังงานศักย์

$D.E.$ แทนพลังงานที่สูญเสียเนื่องจากแรงเสียดทานต่างๆ

Q_i แทนภาระงาน อันได้แก่ แรง หรือ แรงบิด เป็นต้น



รูปที่ 2.9 ส่วนประกอบแขนกลแบบเฮกซ์

เนื่องจากแขนกลแบบเฮกซ์นี้ถูกสร้างมาโดยส่วนประกอบใหญ่ๆ 5 ส่วนด้วยกันอันได้แก่

- | | | |
|--|----|-----|
| 1. หัวกัด หรือ แพทฟอร์ม (Milling Head or Platform) | 1 | ชุด |
| 2. ชุดเชื่อมต่อหัวกัด (Connecting Head) | 2 | ชุด |
| 3. ชิ้นก้านต่อโยงหรือแขน (Arm) | 8 | ชุด |
| 4. ชุดต่อรางเลื่อน (Linear joint) | 4 | ชุด |
| 5. ข้อต่อยูนิเวอร์แซล (Universal cross) | 16 | ชุด |

จากสมการที่(2.40) เราสามารถหาสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลใน ส่วนของหัวกัดโดยไม่คิดแรงเสียดทานได้ดังนี้

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_p)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_p)}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_p)}{\partial l_i} = F_{ip} \quad (2.41)$$

โดย $i = 1,2,3,4$

และ

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_p)}{\partial \dot{l}_i} &= m_{MH} \left(\dot{x}_{MHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{x}_{MHcm} \frac{\partial \dot{x}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{y}_{MHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{y}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} \right. \\ &\quad \left. + \dot{y}_{MHcm} \frac{\partial \dot{y}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{z}_{MHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{z}_{MHcm} \frac{\partial \dot{z}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} \right) \\ &+ \bar{I}_{MHy} \left(\dot{\theta} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{\theta} \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial \dot{l}_i} \right) \\ \frac{\partial (K.E_p)}{\partial l_i} &= m_{MH} \left(\dot{x}_{MHcm} \frac{\partial \dot{x}_{MHcm}}{\partial l_i} + \dot{y}_{MHcm} \frac{\partial \dot{y}_{MHcm}}{\partial l_i} + \dot{z}_{MHcm} \frac{\partial \dot{z}_{MHcm}}{\partial l_i} \right) + \bar{I}_{MHy} \dot{\theta} \frac{\partial \dot{\theta}}{\partial l_i} \\ \frac{\partial (P.E_p)}{\partial l_i} &= m_{MH} \cdot 9810 \cdot \frac{\partial z_{MHcm}}{\partial l_i} \end{aligned} \quad (2.42)-(2.44)$$

ในทำนองเดียวกัน สำหรับส่วนของชุดเชื่อมต่อหัวกั๊ด จะได้

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{CH})}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_{CH})}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_{CH})}{\partial l_i} = F_{iCH} \quad (2.45)$$

โดย $i = 1,2,3,4$

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{CH})}{\partial \dot{l}_i} &= m_{CH} \left(\dot{x}_{CHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{x}_{CHcm} \frac{\partial \dot{x}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{y}_{CHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{y}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} \right. \\ &\quad \left. + \dot{y}_{CHcm} \frac{\partial \dot{y}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{z}_{CHcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{z}_{CHcm} \frac{\partial \dot{z}_{CHcm}}{\partial \dot{l}_i} \right) \\ \frac{\partial (K.E_{CH})}{\partial l_i} &= m_{CH} \left(\dot{x}_{CHcm} \frac{\partial \dot{x}_{CHcm}}{\partial l_i} + \dot{y}_{CHcm} \frac{\partial \dot{y}_{CHcm}}{\partial l_i} + \dot{z}_{CHcm} \frac{\partial \dot{z}_{CHcm}}{\partial l_i} \right) \\ \frac{\partial (P.E_{CH})}{\partial l_i} &= m_{CH} \cdot 9810 \cdot \frac{\partial z_{CHcm}}{\partial l_i} \end{aligned} \quad (2.46)-(2.48)$$

ส่วนชิ้นก้านต่อโยง จะได้

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{Am})}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_{Am})}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_{Am})}{\partial l_i} = F_{iAm} \quad (2.49)$$

โดย $i = 1,2,3,4$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{Am})}{\partial \dot{l}_i} = m_{Am} \left(\dot{x}_{Amcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{x}_{Amcm} \frac{\partial \dot{x}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{y}_{Amcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{y}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} \right. \\ \left. + \ddot{y}_{Amcm} \frac{\partial \dot{y}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{z}_{Amcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{z}_{Amcm} \frac{\partial \dot{z}_{Amcm}}{\partial \dot{l}_i} \right) \\ + \bar{I}_{XX,Am} \left(\dot{\varphi}_x \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{\varphi}_x}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{\varphi}_x \frac{\partial \dot{\varphi}_x}{\partial \dot{l}_i} \right) + \bar{I}_{YY,Am} \left(\dot{\varphi}_y \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{\varphi}_y}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{\varphi}_y \frac{\partial \dot{\varphi}_y}{\partial \dot{l}_i} \right)$$

$$\frac{\partial (K.E_{Am})}{\partial l_i} = m_{Am} \left(\dot{x}_{Amcm} \frac{\partial \dot{x}_{Amcm}}{\partial l_i} + \dot{y}_{Amcm} \frac{\partial \dot{y}_{Amcm}}{\partial l_i} + \dot{z}_{Amcm} \frac{\partial \dot{z}_{Amcm}}{\partial l_i} \right) + \\ + \bar{I}_{XX,Am} \left(\dot{\varphi}_x \frac{\partial \dot{\varphi}_x}{\partial l_i} \right) + \bar{I}_{YY,Am} \left(\dot{\varphi}_y \frac{\partial \dot{\varphi}_y}{\partial l_i} \right)$$

$$\frac{\partial (K.E_{Am})}{\partial l_i} = m_{Am} \left(\dot{x}_{Amcm} \frac{\partial \dot{x}_{Amcm}}{\partial l_i} + \dot{y}_{Amcm} \frac{\partial \dot{y}_{Amcm}}{\partial l_i} + \dot{z}_{Amcm} \frac{\partial \dot{z}_{Amcm}}{\partial l_i} \right) + \\ + \bar{I}_{XX,Am} \left(\dot{\varphi}_x \frac{\partial \dot{\varphi}_x}{\partial l_i} \right) + \bar{I}_{YY,Am} \left(\dot{\varphi}_y \frac{\partial \dot{\varphi}_y}{\partial l_i} \right)$$

$$\frac{\partial (P.E_{Am})}{\partial l_i} = m_{Am} \cdot 9810 \cdot \frac{\partial z_{Amcm}}{\partial l_i} \quad (2.50)-(2.52)$$

ส่วนชุดต่อรางเลื่อน

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{LJ})}{\partial \dot{l}_i} = F_{iLJ} \quad \text{โดย } i = 1,2,3,4 \quad (2.53)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{LJ})}{\partial \dot{l}_i} = m_{LJ} \ddot{l}_i \quad (2.54)$$

ส่วนข้อต่อยูนิเวอร์แซล

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{UC})}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial (K.E_{UC})}{\partial l_i} + \frac{\partial (P.E_{UC})}{\partial l_i} = F_{iUC} \quad (2.55)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial (K.E_{UC})}{\partial \dot{l}_i} = m_{UC} \left(\dot{x}_{UCcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{x}_{UCcm} \frac{\partial \dot{x}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{y}_{UCcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{y}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} \right. \\ \left. + \ddot{y}_{UCcm} \frac{\partial \dot{y}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} + \dot{z}_{UCcm} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{z}_{UCcm} \frac{\partial \dot{z}_{UCcm}}{\partial \dot{l}_i} \right) \\ + \bar{I}_{UCy} \left(\dot{\beta} \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{l}_i} + \ddot{\beta} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial \dot{l}_i} \right)$$

$$\frac{\partial(K.E_{UC})}{\partial l_i} = m_{UC} \left(\dot{x}_{UCcm} \frac{\partial \dot{x}_{UCcm}}{\partial l_i} + \dot{y}_{UCcm} \frac{\partial \dot{y}_{UCcm}}{\partial l_i} + \dot{z}_{UCcm} \frac{\partial \dot{z}_{UCcm}}{\partial l_i} \right) + \bar{I}_{UCy} \dot{\beta} \frac{\partial \dot{\beta}}{\partial l_i}$$

$$\frac{\partial(P.E_{UC})}{\partial l_i} = m_{UC} \cdot 9810 \cdot \frac{\partial z_{UCcm}}{\partial l_i} \quad (2.56)-(2.58)$$

เมื่อรวมสมการที่ (2.41), (2.45), (2.49), (2.53) และ (2.55) เราจะได้สมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลแบบเอชเมื่อไม่รวมแรงเสียดทาน

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial(K.E.)}{\partial \dot{l}_i} - \frac{\partial(K.E.)}{\partial l_i} + \frac{\partial(P.E.)}{\partial l_i} = F_i \quad (2.59)$$

โดย $i = 1, 2, 3, 4$

ค่าพารามิเตอร์ในสมการ (2.42)-(2.44) สามารถหาได้จาก

$$x_{MHcm} = \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) l_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) l_2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) l_3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) l_4$$

$$\dot{x}_{MHcm} = \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) \dot{l}_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) \dot{l}_2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) \dot{l}_3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) \dot{l}_4$$

$$\ddot{x}_{MHcm} = \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) \ddot{l}_1 + \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) \ddot{l}_2 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) \ddot{l}_3 + \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) \ddot{l}_4$$

$$\frac{\partial \dot{x}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} = \left(\frac{1}{4} - \frac{Ec}{4c} \right) \quad \text{โดยที่ } i = 1, 2;$$

$$\frac{\partial \dot{x}_{MHcm}}{\partial \dot{l}_i} = \left(\frac{1}{4} + \frac{Ec}{4c} \right) \quad \text{โดยที่ } i = 3, 4; \quad Ec \text{ เป็นระยะเยื้องศูนย์กลาง}$$

จากชุดสัมประสิทธิ์ A, B, C ในสมการที่ (2.30) เราต้องจัดเทอมเหล่านี้ให้อยู่ในรูปพารามิเตอร์ l_1, l_2, l_3, l_4 พร้อมกับแทนค่าคงที่ที่อยู่ในรูปตัวแปรดังนี้

$ge = 104$ มิลลิเมตร, $e = 23.75$ มิลลิเมตร, $w = 35$ มิลลิเมตร. จะได้

$$\begin{aligned}
A &= \left(\frac{2 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right)^2}{(a - b - 23.75)^2} + 2 \right) \\
B &= 416 + \frac{416 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right)^2}{(a - b - 23.75)^2} \\
&\quad - \frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot \left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140 \cdot (l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right)}{4(a - b - 23.75)^2} \\
C &= \frac{21632 \cdot \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right)^2}{(a - b - 23.75)^2} \\
&\quad - \frac{3328 \cdot \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot \left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right)}{128 \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
&\quad + \frac{\left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right)^2}{128(a - b - 23.75)^2} + 25210.125 \\
&\quad - 35 \cdot (l_1 - l_2 + l_3 - l_4) - 95 \cdot (a - b) \\
&\quad + \frac{\left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 \right)}{4} - 2R^2 + 2(b - a)^2 \\
&\quad + 2 \left(c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} - d \right)^2 \\
z_c &= \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \\
z_{MHcm} &= z_c - Ec \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c} \right)^2}
\end{aligned}$$

$$y_{MHem} = \frac{(l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140 \cdot (l_1 - l_2 - l_3 + l_4)}{16 \cdot (a - b - 23.75)}$$

$$\frac{16 \cdot \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot (z_c + 104)}{16 \cdot (a - b - 23.75)}$$

หาอนุพันธ์อันดับที่ 1 ของ A, B, C เทียบกับเวลา

$$\dot{\theta} = \left(\frac{i_1 + i_2 - i_3 - i_4}{4c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \right)$$

$$\dot{A} = \left(\frac{d}{4c \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} - 0.25 \right) \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)(i_1 + i_2 - i_3 - i_4)}{(a - b - 23.75)^2}$$

$$\dot{B} = \frac{832 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) (i_1 + i_2 - i_3 - i_4)(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{16c \cdot (a - b - 23.75)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}}$$

$$\frac{\left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \right) \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{64c \cdot (a - b - 23.75)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}}$$

$$\frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot \left((l_1 - l_2)(i_1 - i_2) - (l_3 - l_4)(i_3 - i_4) \right)}{2 \cdot (a - b - 23.75)^2}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot (70(i_1 + i_2 - i_3 - i_4))}{2 \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
\dot{C} = & \frac{2704 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{(a - b - 23.75)^2 c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \\
& - \frac{26 \left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right) \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{16(a - b - 23.75)^2 c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \\
& - \frac{6656 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot \left((l_1 - l_2)(i_1 - i_2) - (l_3 - l_4)(i_3 - i_4) \right)}{128(a - b - 23.75)^2} \\
& + \frac{6656 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right) \cdot (70(i_1 - i_2 - i_3 + i_4))}{128(a - b - 23.75)^2} \\
& + \frac{4 \left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right) \cdot \left((l_1 - l_2)(i_1 - i_2) - (l_3 - l_4)(i_3 - i_4) \right)}{128(a - b - 23.75)^2} \\
& - \frac{4 \left((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4) \right) \cdot (70(i_1 - i_2 - i_3 + i_4))}{128(a - b - 23.75)^2} \\
& - \left(c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} - d \right) \cdot \frac{(i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{4c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \\
& + \frac{\left((l_1 - l_2)(i_1 - i_2) + (l_3 - l_4)(i_3 - i_4) \right)}{2} - 35(i_1 - i_2 + i_3 - i_4) \\
\dot{z}_c = & \frac{-\dot{B}}{2A} - \frac{-B\dot{B}}{2A\sqrt{B^2 - 4AC}} + \frac{\dot{C}}{\sqrt{B^2 - 4AC}} + \frac{\dot{A}C}{A\sqrt{B^2 - 4AC}} + \frac{\dot{A}}{2A^2} \sqrt{B^2 - 4AC} \\
& + \frac{\dot{A}B}{2A^2}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{z}_{MHcm} &= \dot{z}_c + Ec \cdot \frac{(\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{16c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}} \\ \dot{y}_{MHcm} &= \frac{(l_1 - l_2)(\dot{l}_1 - \dot{l}_2) - (l_3 - l_4)(\dot{l}_3 - \dot{l}_4) - 70(\dot{l}_1 - \dot{l}_2 - \dot{l}_3 + \dot{l}_4)}{8(a - b - 23.75)} \\ &\quad - \frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}\right) \dot{z}_c}{(a - b - 23.75)} \\ &\quad - \frac{(z_c + 104) \cdot (\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{16c(a - b - 23.75) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}}\end{aligned}$$

จากนั้นหาอนุพันธ์อันดับที่ 2 ของ A, B, C เทียบกับเวลา

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} &= \left(\frac{\ddot{l}_1 + \ddot{l}_2 - \ddot{l}_3 - \ddot{l}_4}{\sqrt{16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}} \right) - \left(\frac{(l_3 + l_4 - l_1 - l_2) \cdot (\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4)^2}{\left(16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \right) \\ \ddot{A} &= \left(\frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{(a - b - 23.75)^2} \right) \cdot \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot (\ddot{l}_1 + \ddot{l}_2 - \ddot{l}_3 - \ddot{l}_4)}{\sqrt{16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}} \\ &\quad + \left(\frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{(a - b - 23.75)^2} \right) \cdot \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2 \cdot (\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4)^2}{\left(16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2\right)^{\frac{3}{2}}} \\ &\quad + \left(\frac{\left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{4c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 + l_4}{4c}\right)^2}} \right) \cdot \frac{(\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4)^2}{(a - b - 23.75)^2}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2 \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2}{64c^2 \left(1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2\right) \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
\ddot{B} = & \left[\frac{208 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{(a - b - 23.75)^2} \right] \cdot \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot (\ddot{i}_1 + \ddot{i}_2 - \ddot{i}_3 - \ddot{i}_4)}{\sqrt{16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}} \\
& + \left[\frac{208 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{(a - b - 23.75)^2} \right] \cdot \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2 \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2}{(16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2)^{\frac{3}{2}}} \\
& + \left[\frac{208 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2}\right)}{4c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2}} \right] \cdot \frac{(i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2}{(a - b - 23.75)^2} \\
& + \frac{208(i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2 \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2}{64c^2 \left(1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2\right) \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
& - \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot ((l_1 - l_2)(i_1 - i_2) - (l_3 - l_4)(i_3 - i_4))}{32c \left[\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2} \right] \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
& + \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4) \cdot (70(i_1 - i_2 - i_3 + i_4))}{32c \left[\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2} \right] \cdot (a - b - 23.75)^2} \\
& - \frac{((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4))}{16(a - b - 23.75)^2 \cdot \left(\sqrt{16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}\right)} \cdot (\ddot{i}_1 + \ddot{i}_2 - \ddot{i}_3 - \ddot{i}_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4) \\
& - \frac{((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4))}{16(a - b - 23.75)^2 \cdot (16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2)^{\frac{3}{2}}} \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2 \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2 \\
& - \frac{((l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2 - l_3 + l_4))}{64c(a - b - 23.75)^2 \cdot \left[\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c}\right)^2} \right]} \cdot (i_1 + i_2 - i_3 - i_4)^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \frac{\left((l_1 - l_2)(\ddot{l}_1 - \ddot{l}_2) + (\dot{l}_1 - \dot{l}_2)^2 - (l_3 - l_4)(\ddot{l}_3 - \ddot{l}_4) - (l_3 - l_4)^2 - 70(\ddot{l}_1 - \ddot{l}_2 - \ddot{l}_3 + \ddot{l}_4) \right)}{2(a - b - 23.75)^2 \left(d - c \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2} \right)^{-1}} \\
& - \frac{(\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{32c(a - b - 23.75)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \cdot \left((l_1 - l_2)(\dot{l}_1 - \dot{l}_2) - (l_3 - l_4)(\dot{l}_3 - \dot{l}_4) \right) \\
& + \frac{(\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4) \cdot (l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{32c(a - b - 23.75)^2 \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2}{4c} - \frac{l_3 + l_4}{4c} \right)^2}} \cdot \left(70(\dot{l}_1 - \dot{l}_2 - \dot{l}_3 + \dot{l}_4) \right) \\
\ddot{C} = & \left(4c^2 \dot{\theta} \cdot \sin^2(\theta) - 4c(c \cos(\theta) - d) \dot{\theta} \cos(\theta) \right) \dot{\theta} \\
& + \left(\frac{-6656 c \sin(\theta)(I_2) - 3328 \dot{\theta}(I_1) c \cos(\theta)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{\theta} \\
& + \left(\frac{5537792 c^2 \sin^2(\theta) \dot{\theta} + 5537792(d - c \cos(\theta)) c \cos(\theta) \dot{\theta}}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{\theta} \\
& + \left(-4c(c \cos(\theta) - d) \sin(\theta) \right) \ddot{\theta} \\
& + \left(\frac{-3328(I_1) c \sin(\theta) + 5537792(d - c \cos(\theta)) c \sin(\theta)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \ddot{\theta} \\
& + \left(\frac{\dot{d}_1}{2} + \frac{4(2d_1 - 140)(I_2) + 4(I_1) \dot{d}_1}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{d}_1 \\
& + \left(\frac{-6656(d - c \cos(\theta)) \dot{d}_1 - 3328 \dot{\theta} (2d_1 - 140) c \sin(\theta)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{d}_1 \\
& + \left(\frac{\dot{d}_2}{2} + \frac{4(-2d_2 + 140)(I_2) - 4(I_1) \dot{d}_2}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{d}_2 \\
& + \left(\frac{6656(d - c \cos(\theta)) \dot{d}_2 - 3328 \dot{\theta} (-2d_2 + 140) c \sin(\theta)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \dot{d}_2 \\
& + \left(\frac{d_2}{2} - 35 + \frac{4(I_1)(-d_2 + 70) - 6656(d - c \cos(\theta))(-d_2 + 70)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \ddot{d}_2 \\
& + \left(\frac{d_1}{2} - 35 + \frac{4(I_1)(d_1 - 70) - 6656(d - c \cos(\theta))(d_1 - 70)}{128(a - b - 23.75)^2} \right) \ddot{d}_1
\end{aligned}$$

โดยที่

$$I_1 = (l_1 - l_2)^2 - (l_3 - l_4)^2 - 140(l_1 - l_2) + 140(l_3 - l_4)$$

$$I_2 = (l_1 - l_2)(\dot{l}_1 - \dot{l}_2) - (l_3 - l_4)(\dot{l}_3 - \dot{l}_4) - 70(\dot{l}_1 - \dot{l}_2) + 70(\dot{l}_3 - \dot{l}_4)$$

$$\sin(\theta) = \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{4c}$$

$$\cos(\theta) = \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}$$

$$d_1 = l_1 - l_2$$

$$d_2 = l_3 - l_4$$

$$\ddot{z}_c = \frac{\dot{B}\dot{A} - A\ddot{B}}{2A^2}$$

$$+ \frac{\ddot{C}\sqrt{B^2 - 4AC} - \dot{C}[B\dot{B} - 2(A\dot{C} + C\dot{A})]\sqrt{B^2 - 4AC}}{B^2 - 4AC}$$

$$- \frac{A\sqrt{B^2 - 4AC}[B\ddot{B} + \dot{B}^2]}{2A^2(B^2 - 4AC)}$$

$$+ \frac{B\dot{B}\left[\dot{A}\sqrt{B^2 - 4AC} + A(B^2 - 4AC)^{-\frac{1}{2}}\{B\dot{B} - 2(A\dot{C} + C\dot{A})\}\right]}{2A^2(B^2 - 4AC)}$$

$$+ \frac{A\sqrt{B^2 - 4AC}[\dot{A}\dot{C} + C\ddot{A}]}{A^2(B^2 - 4AC)}$$

$$- \frac{\dot{A}C\left[\dot{A}\sqrt{B^2 - 4AC} + A(B^2 - 4AC)^{-\frac{1}{2}}\{B\dot{B} - 2(A\dot{C} + C\dot{A})\}\right]}{A^2(B^2 - 4AC)}$$

$$+ \frac{A\left[\ddot{A}\sqrt{B^2 - 4AC} + \dot{A}(B^2 - 4AC)^{-\frac{1}{2}}\{B\dot{B} - 2(A\dot{C} + C\dot{A})\}\right] - 2\dot{A}^2\sqrt{B^2 - 4AC}}{2A^3}$$

$$+ \frac{A[\dot{A}\dot{B} + B\ddot{A}] - 2\dot{A}^2\dot{B}}{2A^3}$$

$$\ddot{z}_{MHcm} = \ddot{z}_c + Ec \frac{(\dot{l}_1 + \dot{l}_2 - \dot{l}_3 - \dot{l}_4)^2}{16c^2 \sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}}$$

$$+ Ec \frac{(\ddot{l}_1 + \ddot{l}_2 - \ddot{l}_3 - \ddot{l}_4)}{\sqrt{16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}}$$

$$\begin{aligned}
& -Ec \frac{(l_3 + l_4 - l_1 - l_2)(\dot{i}_1 + \dot{i}_2 - \dot{i}_3 - \dot{i}_4)^2}{[16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2]^{\frac{3}{2}}} \\
\ddot{y}_{MHcm} = & \frac{(l_1 - l_2)(\ddot{i}_1 - \ddot{i}_2) + (\dot{i}_1 - \dot{i}_2)^2 - (l_3 - l_4)(\ddot{i}_3 - \ddot{i}_4) - (\dot{i}_3 - \dot{i}_4)^2}{8(a - b - 23.75)} \\
& - \frac{70(\ddot{i}_1 - \ddot{i}_2 - \ddot{i}_3 + \ddot{i}_4)}{8(a - b - 23.75)} \\
& - \frac{\left(d - c\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}\right) \ddot{z}_c}{(a - b - 23.75)} \\
& - \frac{(\dot{i}_1 + \dot{i}_2 - \dot{i}_3 - \dot{i}_4)(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{8c(a - b - 23.75)\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}} \dot{z}_c \\
& - \frac{(\ddot{i}_1 + \ddot{i}_2 - \ddot{i}_3 - \ddot{i}_4)(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)}{4(a - b - 23.75)\sqrt{16^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2}} (z_c + 104) \\
& - \frac{(l_1 + l_2 - l_3 - l_4)^2 (\dot{i}_1 + \dot{i}_2 - \dot{i}_3 - \dot{i}_4)^2}{4(a - b - 23.75)[16c^2 - (l_3 + l_4 - l_1 - l_2)^2]^{\frac{3}{2}}} (z_c + 104) \\
& - \frac{(\dot{i}_1 + \dot{i}_2 - \dot{i}_3 - \dot{i}_4)^2}{16c(a - b - 23.75)\sqrt{1 - \left(\frac{l_1 + l_2 - l_3 - l_4}{4c}\right)^2}} (z_c + 104)
\end{aligned}$$

จากสมการส่วนชุดหัวกัทที่แสดงในสมการที่ (2.41)-(2.44), ในสมการที่ (2.42)-(2.44) เราหาค่าและแทนค่าเทอมที่อยู่ในรูปอนุพันธ์อันดับหนึ่งและอันดับสองเทียบกับ l_i ผ่านทางวิธี chain rule จากนั้นจัดรูปเทอมเหล่านั้นพร้อมทั้งแทนมวลและโมเมนต์ความเฉื่อยลงในสมการที่ (2.41) เราจะสามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแรง F_{ip} ในส่วนที่เกิดจากชุดหัวกัท ในทำนองเดียวกันกับการหาแรงที่เกิดจากชุดหัวกัท เราสามารถหาค่าพารามิเตอร์ของแรงแต่ละส่วนที่เกิดจากชุดต่อเชื่อมหัวกัท, ชิ้นก้านต่อโยง, ชุดต่อรางเลื่อนและชุดข้อต่อยูนิเวอร์แซล. ในที่สุด เราจะได้แรงรวมทั้งหมด F_i ดังในสมการที่ (2.59)

2.6 ผลเฉลยของสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่แขนกลเอช

เพื่อที่ตรวจสอบสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลนี้ การทดสอบการเคลื่อนที่จากการใช้การคำนวณโดยใช้สมการรวมที่ (2.59) บนซอฟต์แวร์ MATLAB ได้ถูกนำมาเปรียบเทียบกับทดสอบทางแบบจำลองเสมือนบนซอฟต์แวร์ทางพลศาสตร์ที่ใช้ตัวคำนวณ

จากซอฟต์แวร์ ADAMS โดยในแบบจำลองได้กำหนดตัววัสดุทั้งหมดเป็นเหล็กเหนียวและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล มีดังนี้: $T_L = 163$ มิลลิเมตร, $c = 37.5$ มิลลิเมตร, $R = 587$ มิลลิเมตร, $b = 57.25$ มิลลิเมตร, $a = 215$ มิลลิเมตร, $h = 1024.5$ มิลลิเมตร, $p = 720$ มิลลิเมตร, $d = 37.5$ มิลลิเมตร, $E_c = 22.93$ มิลลิเมตร ค่ามวลและโมเมนต์ความเฉื่อยของของชุดชิ้นส่วนทั้งหมดที่ใช้ในการคำนวณแกนต่างๆ คือ

$$m_{MH} = 14.0881kg$$

$$m_{CH} = 9.36853kg$$

$$m_{Am} = 2.7194kg$$

$$m_{LJ} = 4.65962kg$$

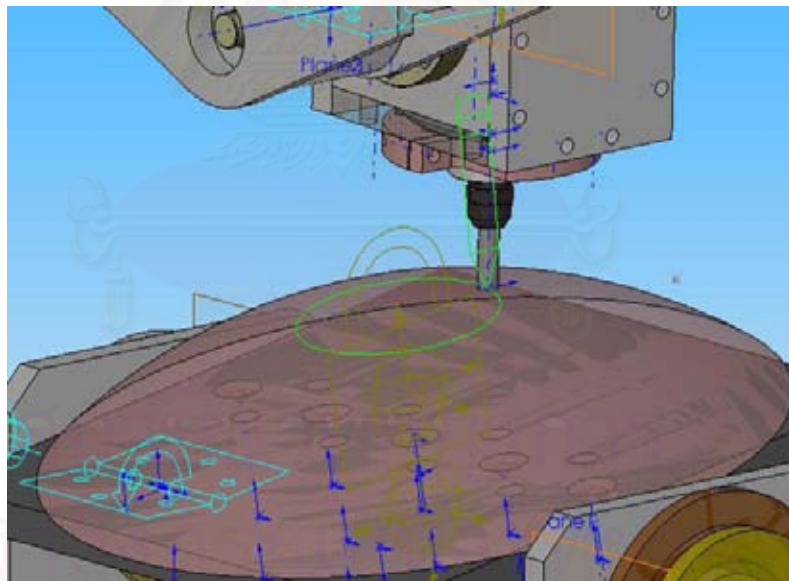
$$m_{UC} = 0.28739kg$$

$$\bar{I}_{MHy} = 94625.076kgmm^2$$

$$\bar{I}_{XX,Am} = 105660kgmm^2$$

$$\bar{I}_{YY,Am} = 105415kgmm^2$$

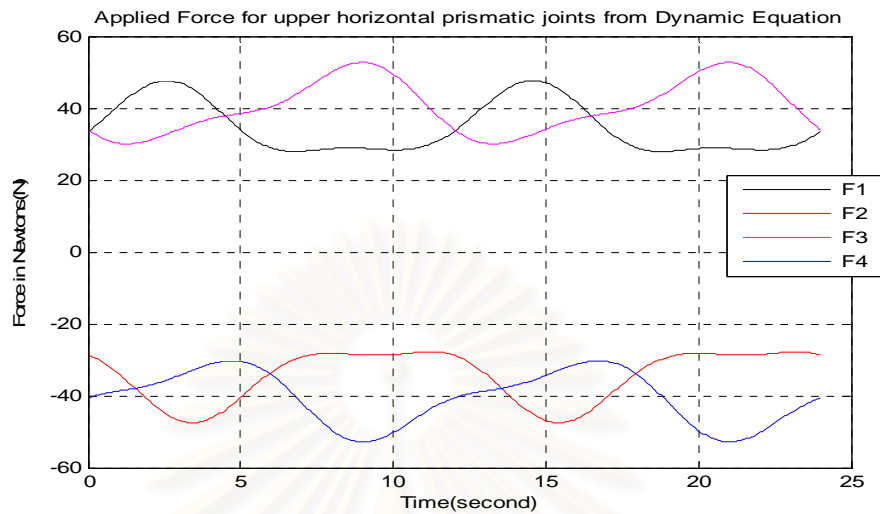
$$\bar{I}_{UCy} = 60.3645kgmm^2$$



รูปที่ 2.10 เส้นทางเดินวงกลมบนชิ้นงานทดสอบผิวทรงกลม

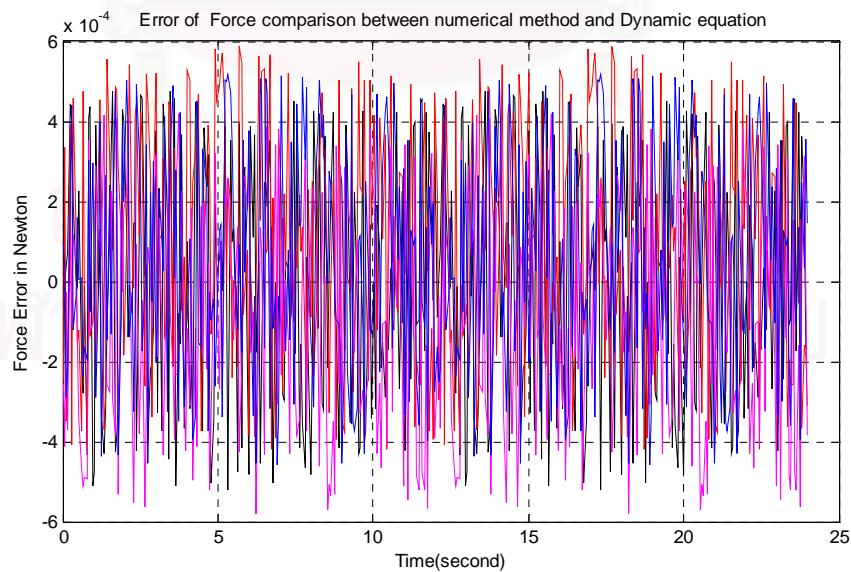
จากรูปที่ 2.10 เป็นเส้นทางเดินของปลายแขนกลที่ใช้ทดสอบ ในการเคลื่อนที่ปลายหัวกัทนี้จะเคลื่อนที่ตั้งฉากกับพื้นผิวทรงกลมและเดินเป็นรูปวงกลมที่มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 104.19 มม. ความเร็วของปลายหัวกัทเท่ากับ 27.25 มม./วินาที จากตำแหน่งและทิศทางของทางเดินที่เวลาต่างๆนี้ เราสามารถหาค่าตำแหน่งข้อต่อแต่ละแกนที่เวลาต่างๆได้จากสมการอินเวิร์สคิ

เนแมติกส์ คือ $q = [l_1 \ l_2 \ l_3 \ l_4 \ \alpha]^T$ และ θ ซึ่งป้อนค่าเหล่านี้เข้าไปในสมการรวม(2.59) นี้จะได้ แรงที่ใช้กระทำในแต่ละแนวแกนทั้งสี่แกนออกมา ดังในรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 แรงที่ใช้กระทำบนแต่ละแกนบนข้อต่อ $l_1 - l_4$

จากรูปที่ 2.11 จะเห็นผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองโดยใช้โปรแกรม ADAMS Solver โดยใช้ข้อมูลเป็น 3D geometric model กับผลลัพธ์ที่ได้จากการจำลองการทำงานโดยใช้สมการที่หาได้และใช้โปรแกรม MATLAB ในการจำลองการทำงาน ซึ่งผลลัพธ์จากการเปรียบเทียบแสดงไว้ดังเส้นกราฟ $F_1 - F_4$ ซึ่งมีค่าใกล้เคียงกันมาก โดยค่าผิดพลาดนั้นอยู่ที่ประมาณ ± 0.0006 นิวตัน ดังแสดงในรูปที่ 2.12



รูปที่ 2.12 ค่าผิดพลาดของแรงระหว่างการคำนวณที่ใช้โปรแกรม MATLAB กับ ADAMS Solver

2.7 การหาแรงบิดที่ใช้ในแต่ละแกน

หลังจากที่ได้ค่าแรงในแต่ละแนวแกนทั้ง 4 แกนแล้วของกลไกเอช 4 แล้ว เราสามารถหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนบอลสกรูนี้กับแรงบิดที่มอเตอร์ต้องขับบอลสกรูได้ดังสมการต่อไปนี้

$$\tau_i = \frac{F_i D_p}{2} \left[\frac{L_d + \mu \pi D_p}{\pi D_p - \mu L_d} \right] + (J_{motor} + J_{screw}) \left(\frac{2\pi \dot{l}_i}{L_d} \right) + \tau_{friction1} \quad (2.60)$$

โดยแรงบิดในสมการที่ (2.60) เป็นแรงบิดที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในทิศที่สวนทางกับทิศของแรง F_i ในขณะที่แรงบิดในสมการที่ (2.61) เป็นแรงบิดที่ใช้ในการเคลื่อนที่ในทิศเดียวกับทิศของแรง F_i

$$\tau_i = \frac{F_i D_p}{2} \left[\frac{\mu \pi D_p - L_d}{\pi D_p + \mu L_d} \right] + (J_{motor} + J_{screw}) \left(\frac{2\pi \dot{l}_i}{L_d} \right) - \tau_{friction2} \quad (2.61)$$

โดยที่

D_p เป็นระยะเส้นผ่าศูนย์กลางพิตช์ของบอลสกรู = 0.016 เมตร

L_d เป็นระยะลีดของสกรูในหน่วย เมตรต่อรอบ = 0.005 เมตร

μ เป็นสัมประสิทธิ์ค่าความเสียดทานจาก rolling contact = 0.01687

$J_{motor} + J_{screw}$ เป็น ค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของโรเตอร์มอเตอร์และบอลสกรู

= 0.0000756877 กิโลกรัม-เมตร² สำหรับมอเตอร์ 1,2,3

= 0.0001576877 กิโลกรัม-เมตร² สำหรับมอเตอร์ 4

$\tau_{friction}$ เป็นค่าความต้านทานแรงบิดเนื่องมาจากค่าความเสียดทานคูลอมบ์จาก

ทุกๆข้อต่อ

โดย $\tau_{friction}$ สามารถหาได้จากการทดลอง โดยการวัดแรงและแรงบิดที่ได้จากหมุนบอลสกรูจนชุดต่อรางเลื่อนเริ่มเคลื่อนที่. เนื่องจากค่าความต้านทานแรงบิดนี้มีค่าไม่คงที่ขึ้นอยู่กับตำแหน่งของชุดต่อรางเลื่อนทั้ง 4 ตัว และมุมของหัวกัท (θ) แบบจำลองหาความเสียดทานอย่างง่ายจึงถูกคำนวณขึ้น โดยสมมติความสัมพันธ์เป็นแบบเส้นตรง ในฟังก์ชันของ θ ในหน่วยองศา ดังนี้

สำหรับมอเตอร์ตัวที่1:

$$\tau_{friction1} = 0.0019743 * \theta + 0.205887 \quad (2.62)$$

$$\tau_{friction2} = -0.0022429 * \theta + 0.112949 \quad (2.63)$$

สำหรับมอเตอร์ตัวที่2:

$$\tau_{friction1} = -0.00112815 * \theta + 0.2143485 \quad (2.64)$$

$$\tau_{friction2} = -0.00338445 * \theta + 0.14665915 \quad (2.65)$$

สำหรับมอเตอร์ตัวที่3:

$$\tau_{friction1} = -0.0022563 * \theta + 0.179193 \quad (2.66)$$

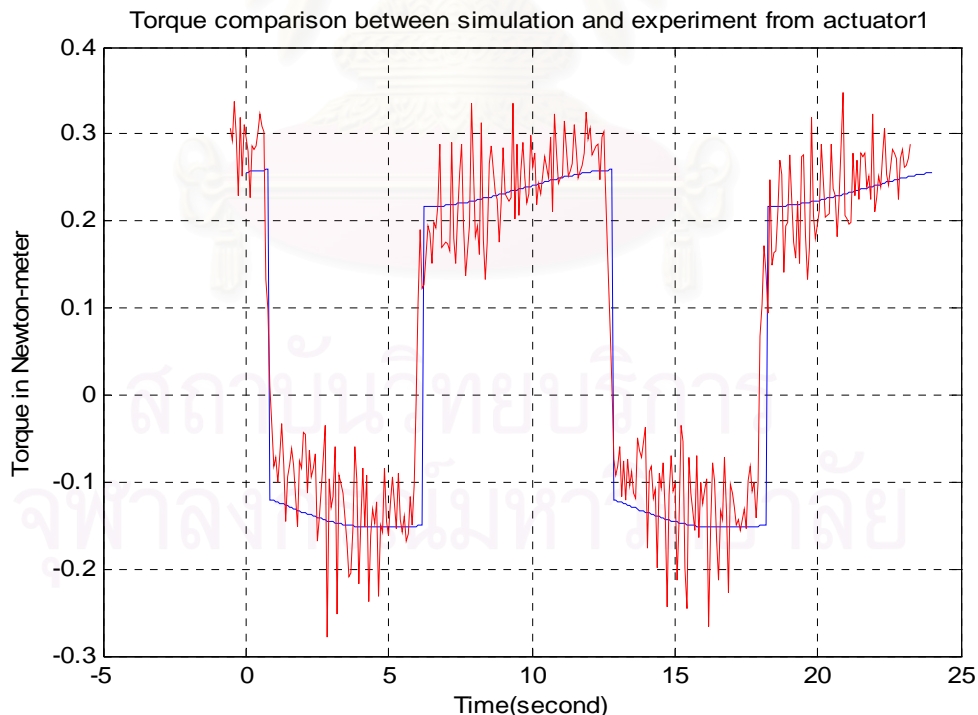
$$\tau_{friction2} = 0.00112815 * \theta + 0.0776595 \quad (2.67)$$

สำหรับมอเตอร์ตัวที่4:

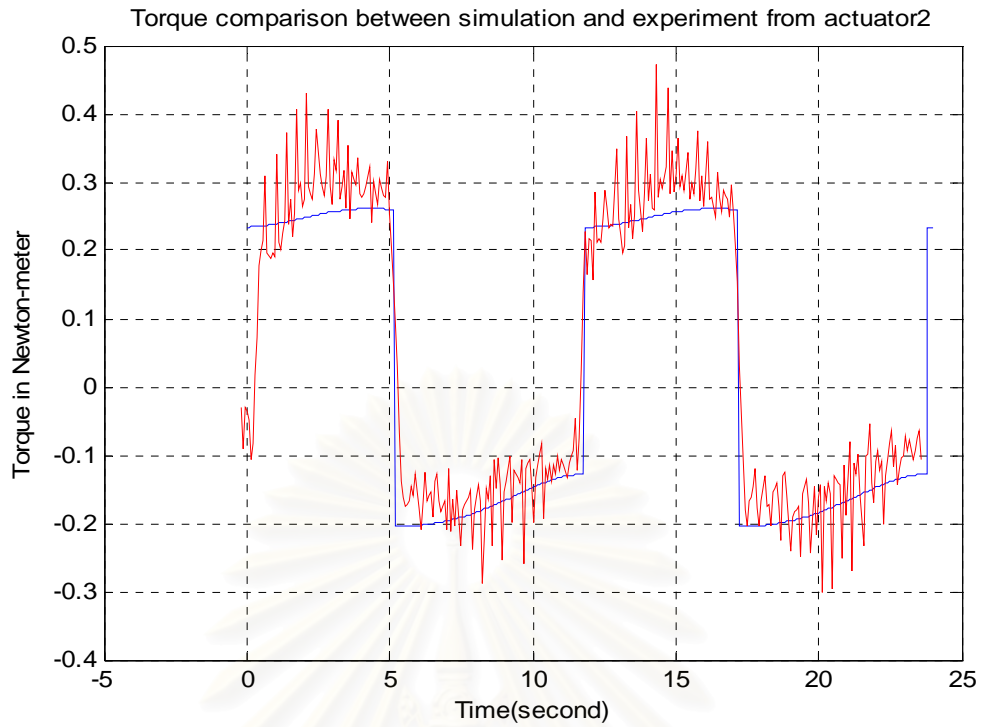
$$\tau_{friction1} = -0.000112815 * \theta + 0.4174155 \quad (2.68)$$

$$\tau_{friction2} = 0.00112815 * \theta + 0.3046005 \quad (2.69)$$

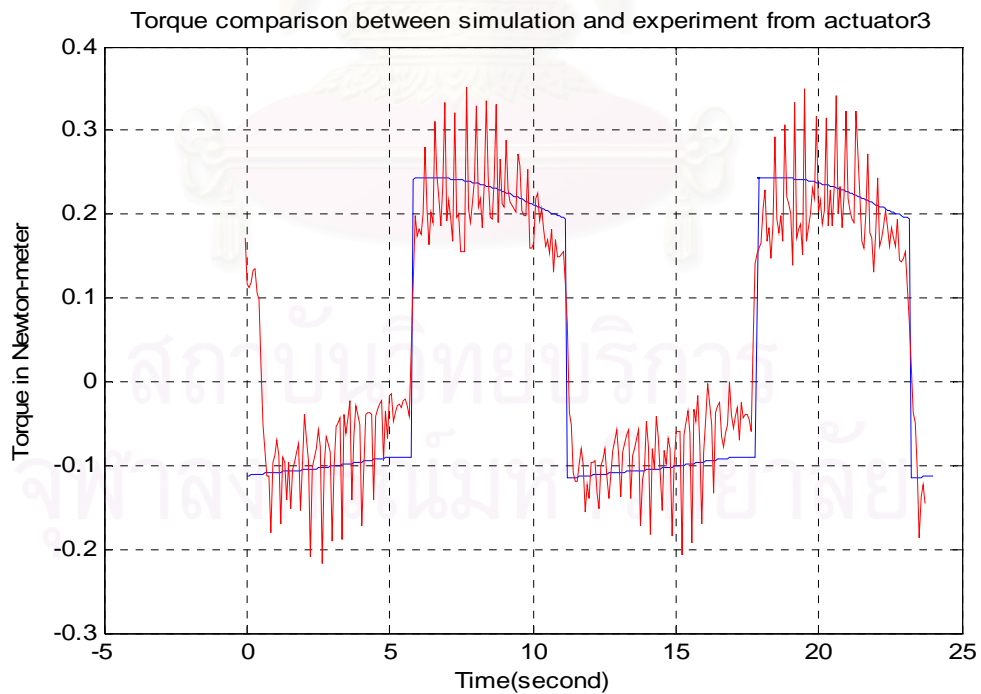
เมื่อนำค่าที่ได้จากสมการที่ (2.62) – (2.69) มาพล็อตเทียบกับค่าแรงบิดที่วัดได้จากแต่ละแกนขณะที่ปลายแขนกลวิ่งตามทางที่เป็นรูปวงกลมจะได้กราฟแรงบิดตามรูปที่ 2.13-2.16 จะเห็นว่าค่าการคำนวณกับค่าที่วัดได้มีขนาดมีค่าใกล้เคียงกันและมีลักษณะสอดคล้องกัน จะเห็นว่าสมการประมาณค่าแรงเสียดทานในรูปแบบของสมการ (2.62) – (2.69) นี้มีค่า offset ซึ่งทำให้มีความไม่เป็นเชิงเส้นอยู่ในบทที่กล่าวถึงการใช้งานเราจะมี การปรับสมการข้างต้นนี้ เพื่อให้เหมาะสมสำหรับการใช้งานในระบบควบคุมต่อไป



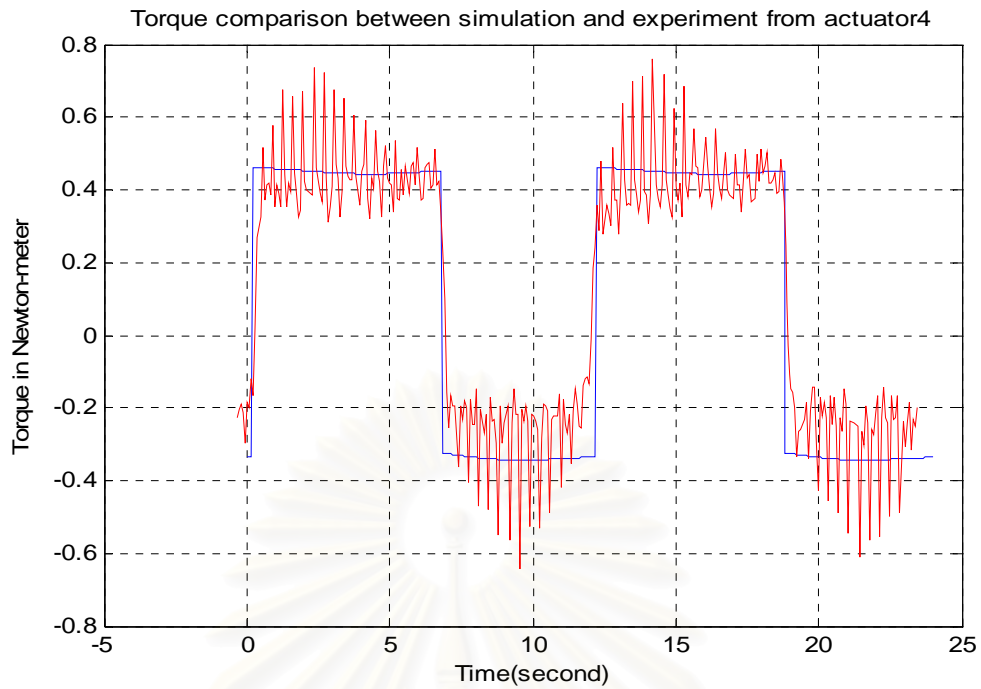
รูปที่ 2.13 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริงของแกนที่ 1



รูปที่ 2.14 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริงของแกนที่ 2



รูปที่ 2.15 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริงของแกนที่ 3



รูปที่ 2.16 ค่าแรงบิดจากผลการคำนวณโดยสมการและจากค่าที่วัดได้ในการเคลื่อนที่จริงของแกนที่ 4

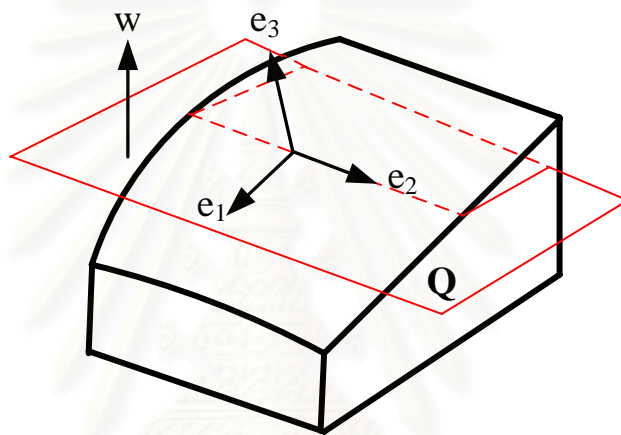
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 3

การควบคุมตำแหน่งและแรง

3.1 การควบคุมแรงที่ปลายแขนกล

จากที่ Tsuneo Yoshikawa และ Akiko Sudou (1990) ได้ศึกษาเรื่อง “Dynamic hybrid position/force control of robot manipulators: Online estimation of unknown constraint” ใ้วันนั้น เราจะนำข้อมูลจากอุปกรณ์ตรวจวัดแรงมาหารูปร่างของวัตถุ โดยพิจารณาตามรูปที่ 3.1



รูปที่ 3.1 ทิศทางที่จะควบคุมแรงและตำแหน่ง

จากรูปที่ 3.1 จุดประสงค์คือต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปบน plane Q โดยที่ควบคุมแรงในทิศตั้งฉากกับผิววัตถุ ชั้นแรกจะวัดแรงจากอุปกรณ์ตรวจรู้แรงที่ปลายแขนกล หลังจากนั้นจะหาทิศทางที่ตั้งฉากกับผิวชิ้นงานจากสูตร โดยสมมติว่าแรงที่กระทำกับผิวของชิ้นงานเป็น point load

$$\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{f}}{\|\mathbf{f}\|} \quad (3.1)$$

โดยที่ \mathbf{f} แทนแรงที่แขนกลกระทำกับวัตถุแวดล้อมในที่นี้คือผิวของวัตถุ และ \mathbf{e}_3 ที่หาได้จากสมการ (3.1) นี้คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งมีทิศเดียวกับแรงที่แขนกลกระทำกับวัตถุแวดล้อม หลังจากนั้นจะหาทิศทางที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่จากสมการดังนี้

$$\mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{w} \times \mathbf{e}_3}{\|\mathbf{w} \times \mathbf{e}_3\|} \quad (3.2)$$

โดยที่ w คือเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งมีทิศตั้งฉากกับระนาบ Q ส่วน e_2 แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยซึ่งแสดงถึงทิศทางที่ต้องการให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่ในระนาบ Q และเราสามารถเขียนความสัมพันธ์ในรูปของเวกเตอร์หนึ่งหน่วยได้ดังนี้

$$e_1 = \frac{e_2 \times e_3}{\|e_2 \times e_3\|} \quad (3.3)$$

โดยที่ e_1 แทนเวกเตอร์หนึ่งหน่วยที่มีทิศตั้งฉากกับเวกเตอร์ e_2 และ e_3

การคำนวณหาค่าความแข็งตึง (Stiffness) ของระบบ เพื่อใช้สำหรับการจำลองลักษณะผิวชิ้นงานเมื่อต้องการควบคุมแรง โดยจะกำหนดค่าความแข็งตึงเริ่มแรกของผิววัตถุให้มีค่าคงที่ค่าหนึ่งเพื่อนำมาคำนวณค่าระยะกุดเริ่มต้นก่อน หลังจากนั้นจะคำนวณค่าความแข็งตึงจากความสัมพันธ์ดังนี้

$$\begin{aligned} \text{Stiffness} &= \text{Stiffness}_0 && ; i = 1 \\ \text{Stiffness} &= \frac{F_c}{x} && ; i > 1 \end{aligned} \quad (3.4)$$

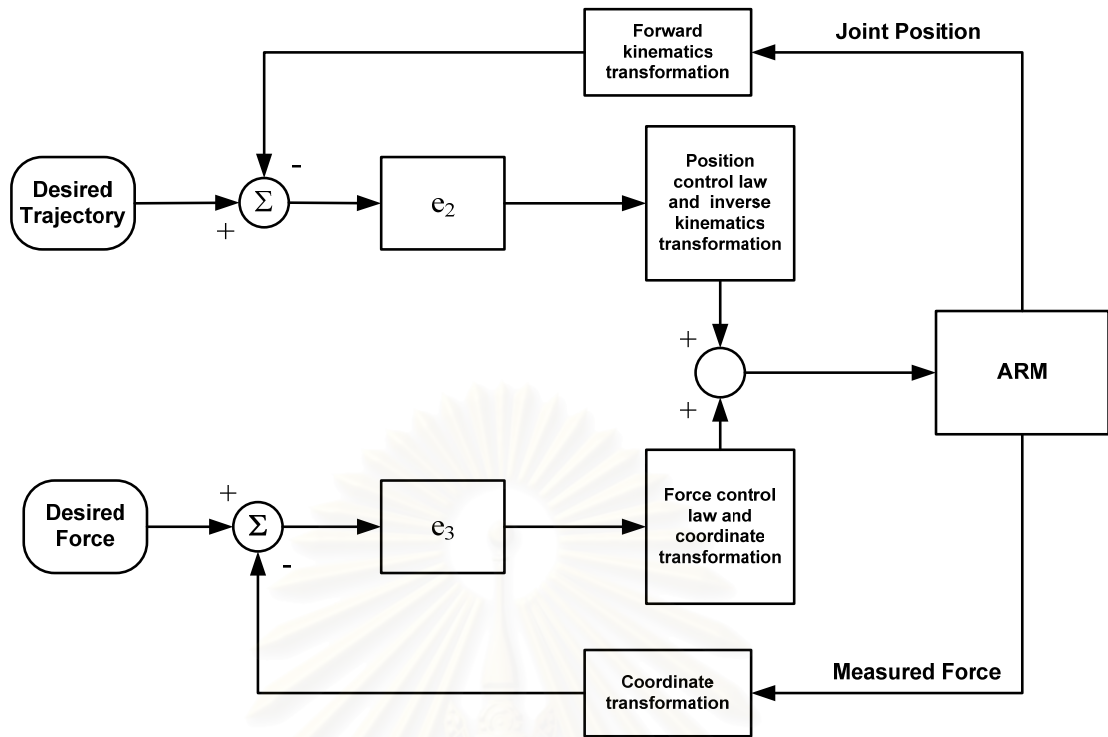
โดยที่ $F_c =$ แรงที่แขนกลกุดที่ผิววัตถุ
 $x =$ ระยะที่สั่งให้แขนกลออกแรงกุดที่ผิววัตถุ
 ต่อมาจะหาระยะที่สั่งให้แขนกลกุดจากสมการที่ (3.5) ดังนี้

$$x = \frac{F_d}{\text{Stiffness}_0} + \int K_i \frac{(F_d - F_c)}{\text{Stiffness}} dt \quad (3.5)$$

สำหรับตัวอินทิเกรต (Integrator) ที่อยู่ในสมการ (3.5) นั้นใช้เพื่อลดค่าผิดพลาดที่สถานะอยู่ตัว (steady state error) เนื่องจากว่าถ้าหาพารามิเตอร์ของแขนกลได้ไม่แม่นยำ จะทำให้แรงบิดที่คำนวณได้ไม่สามารถขับแขนกลให้เคลื่อนที่ไปถึงตำแหน่งที่ต้องการได้ ดังนั้นตัวอินทิเกรตจะช่วยให้ค่าความผิดพลาดของแรงที่สถานะอยู่ตัวเข้าใกล้ศูนย์

3.1.1 การควบคุมแรงโดยตรงหรือแบบเอกซ์พลีซิท (Explicit Force Control)

Raibert [1981] ได้เสนอการควบคุมแรงโดยตรงโดยมีทิศทางควบคุมตำแหน่งและแรงซึ่งสามารถนำมาประยุกต์ใช้ดังแสดงในรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แผนภาพบล็อกการควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนกล

จากรูปที่ 3.2 ระบบการควบคุมประกอบด้วยวงรอบการควบคุมตำแหน่งในทิศทาง e_2 ดังในรูปที่ 3.1 และวงรอบการควบคุมแรงในทิศทางที่ตั้งฉากกับ e_1 ในวงรอบการควบคุมตำแหน่งอาศัยตัววัดตำแหน่งข้อต่อของแขนกลมาแปลงเป็นเส้นทางการเคลื่อนที่ของตำแหน่งปลาย (Trajectory) นำมาเปรียบเทียบกับเส้นทางที่ต้องการแล้วส่งไปยังตัวเลือกทิศทาง ในที่นี้คือทิศทาง e_2 ไปสู่ตัวควบคุมตำแหน่ง ส่วนการควบคุมแรงก็เช่นเดียวกัน โดยอาศัยการวัดแรงจากอุปกรณ์ตรวจรู้แรง นำค่าของแรงที่ได้มาเปรียบเทียบกับแรงที่ต้องการได้ค่าผิดพลาดของแรงส่งไปยังตัวเลือกทิศทางซึ่งกรณีนี้คือทิศทางของ e_3 แล้วจึงผ่านไปยังตัวควบคุมแรงเพื่อให้ได้สัญญาณควบคุมส่งซึ่งนำไปรวมกับสัญญาณควบคุมที่ได้จากตัวควบคุมตำแหน่ง แล้วจึงส่งสัญญาณควบคุมนี้ไปยังแขนกลเป็นขั้นตอนสุดท้าย หากใช้ตัวควบคุมแรงแบบพีไอเพื่อควบคุมแรงโดยตรงสัญญาณควบคุมที่ส่งไปยังตัวขับเคลื่อนจะอยู่ในรูปดังนี้

$$u(s) = \left(K_p + \frac{K_I}{s} \right) (F - F_d) \tag{3.6}$$

3.1.2 การควบคุมแรงโดยอ้อมหรือแบบอิมพลีซิที (Implicit Force Control)

จากหัวข้อที่แล้วพบว่า การควบคุมแรงโดยตรงจะให้ผลตอบสนองที่เร็ว กล่าวคือความแตกต่างระหว่างแรงที่ต้องการกับแรงที่วัดได้จริงจะเป็นสัญญาณป้อนสู่ตัวควบคุมแรงและทำให้ได้สัญญาณควบคุมส่งไปยังแขนกล แต่ในทางปฏิบัติกระทำได้ยากเนื่องจากสัญญาณรบกวนจากตัววัดแรงมีมากทำให้การควบคุมทำได้ยาก ความไม่แน่นอนของแรงที่วัดได้มีผลต่อ

เสถียรภาพของระบบควบคุม ในการควบคุมแรงโดยอ้อมจะพยายามหาความสัมพันธ์ระหว่างแรงกับตัวแปรอื่นและควบคุมตัวแปรดังกล่าวแทนเช่นควบคุมแรงโดยควบคุมตำแหน่งจากแรงที่ต้องการให้แขนกลกดสามารถนำมาหาตำแหน่งจาก [Jung, 1995]

$$\begin{aligned}x_d &= x_e + \frac{f_d}{k_d}; f_e = 0 \\x_d &= x_e + f_d \frac{k_d(x - x_e) + f_e}{k_d f_e}; f_e \neq 0\end{aligned}\tag{3.7}$$

โดยที่ x_e : ตำแหน่งของวัตถุแวดล้อม (มิลลิเมตร)
 f_d : แรงที่ต้องการให้แขนกลกด (นิวตัน)
 k_d : ค่าความแข็งตึงของวัตถุ (นิวตันต่อมิลลิเมตร)

ขั้นต่อไปคำนวณหาสัญญาณขับ input ที่ใช้สำหรับส่งข้อต่อของแขนกลเพื่อให้เกิดการเคลื่อนที่ที่จุดปลายของแขนกลตามต้องการ ซึ่งสัญญาณ input นี้ขึ้นอยู่กับสมการพลวัตของแขนกล การวิเคราะห์และหาสมการพลวัตของแขนกลมีหลายวิธีทั้งแขนกลแบบอนุกรมและแบบขนาน เช่น Newton-Euler Formulation งานเสมือน (Virtual work) และ Lagrangian Formulation [Craig, 1989 และ Tsai, 1999] เป็นต้น

โดยทั่วไปการควบคุมแรงโดยอ้อมจะต้องแปลงแรงกดที่ปลายแขนให้อยู่ในรูปของตำแหน่งที่ปลายแขนที่ต้องการ โดยจำเป็นจะต้องรู้แบบจำลองของผิววัตถุที่กระทำด้วย การควบคุมตำแหน่งเมื่อเทียบกับการควบคุมแรงมีลักษณะเป็นตัวกรองผ่านต่ำ (Low pass filter) ทำให้มีความเสถียรภาพสูงกว่าการควบคุมแรงโดยตรง [บวร 2543]

ในบทนี้จะกล่าวถึงปัญหาการควบคุมการเคลื่อนที่สำหรับแขนกลซึ่งสามารถทำได้โดยการใส่แรงบิดที่ข้อต่อแขนกลที่เหมาะสมเพื่อให้ปลายข้อต่อแขนกลสามารถเคลื่อนตามตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการ โดยปกติมีอยู่ 2 วิธี คือ แปลงค่าตำแหน่งและทิศทางที่ปลายแขนกลผ่านมาทางตำแหน่งที่ข้อต่อแล้วทำการควบคุมที่ข้อต่อ เรียก kinematic control อีกวิธีหนึ่งค่าตัวแปรที่ตำแหน่งข้อต่อต่างๆจะถูกแปลงมาเป็นตำแหน่งและทิศทางที่ปลายแขนกลที่หน้างาน (Task space) แล้วทำการควบคุมการเคลื่อนที่ตำแหน่งปลายแขนกล เรียกวิธีนี้ว่า Task space control

3.2 การใช้สมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกลสำหรับชดเชย

จากระบบสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ของแขนกล

$$B(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) = \tau - J^{-T}h\tag{3.8}$$

เนื่องจากในสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ซึ่งเป็นชุดของสมการอนุพันธ์ลำดับสอง ไม่เชิงเส้นที่ coupling กันประกอบด้วยตัวแปรข้อต่อที่แสดงตำแหน่ง, ความเร็ว, ความเร่ง ตลอดจนแรงบิดที่ข้อต่อ และแรงภายนอกในรูปของแรงและโมเมนต์ที่เกิดเนื่องจากปลายแขนกลกระทำกับสิ่งแวดล้อม การควบคุมในระบบแบบนี้เราจะใช้ระบบควบคุมแบบ “inverse dynamic control” ในการควบคุมการเคลื่อนที่ โดยที่ตัวควบคุมแบบนี้จะทำให้ระบบที่ต้องการจะควบคุม ดังสมการที่ (3.8) ซึ่งมีลักษณะเป็นแบบไม่เชิงเส้นให้เป็นเชิงเส้นเพื่อให้ง่ายต่อการออกแบบตัวควบคุมแบบป้อนกลับหรือที่เรียกว่า feedback linearization โดยวิธีนี้จะทำให้เทอมตัวแปร แรงบิดที่ไม่เชิงเส้นต่างๆ เช่น Coriolis, เทอมแรงหนีศูนย์กลาง, ความเสียดทาน, ความโน้มถ่วง ไม่ปรากฏในสมการที่ใช้ในการออกแบบตัวควบคุม ตัวควบคุมที่ใส่ลงไปจะเรียกว่า “dynamic model-based compensation” คือ

$$\tau = B(q)\nu + C(q, \dot{q})\dot{q} + F\dot{q} + g(q) \quad (3.9)$$

ในกรณีที่ไม่มีแรงและโมเมนต์ที่เกิดจากปลายแขนกลกระทำกับสิ่งแวดล้อม $h = 0$ และเมื่อแทนสมการที่ (3.9) ลงในสมการที่ (3.8) จะได้ว่า

$$\ddot{q} = \nu \quad (3.10)$$

ν แทนในเทอม resolved acceleration ของตัวแปรข้อต่อ

สมการที่ (3.10) นี้เป็นสมการเชิงเส้นตรง ซึ่งเราจะใช้ในการออกแบบตัวควบคุม จากความสัมพันธ์ความเร็วระหว่างปลายแขนกล (v_e) ในพิกัด Task space และตัวแปรข้อต่อ (\dot{q}) ใน Joint space

$v_e = J(q)\dot{q}$ สำหรับแขนกลแบบอนุกรม ในขณะที่แขนกลแบบขนานจะได้ว่า

$$v_e = J^{-1}(q)\dot{q} \quad (3.11)$$

เมื่อนำสมการที่ (3.11) นำมาหาอนุพันธ์เทียบกับเวลาแล้วจัดรูปใหม่ จะได้

$$\ddot{q} = J(q)[\dot{v}_e - \dot{J}^{-1}(q, \dot{q})\dot{q}] \quad (3.12)$$

โดยที่ $\ddot{x}_e = \dot{v}_e = a$

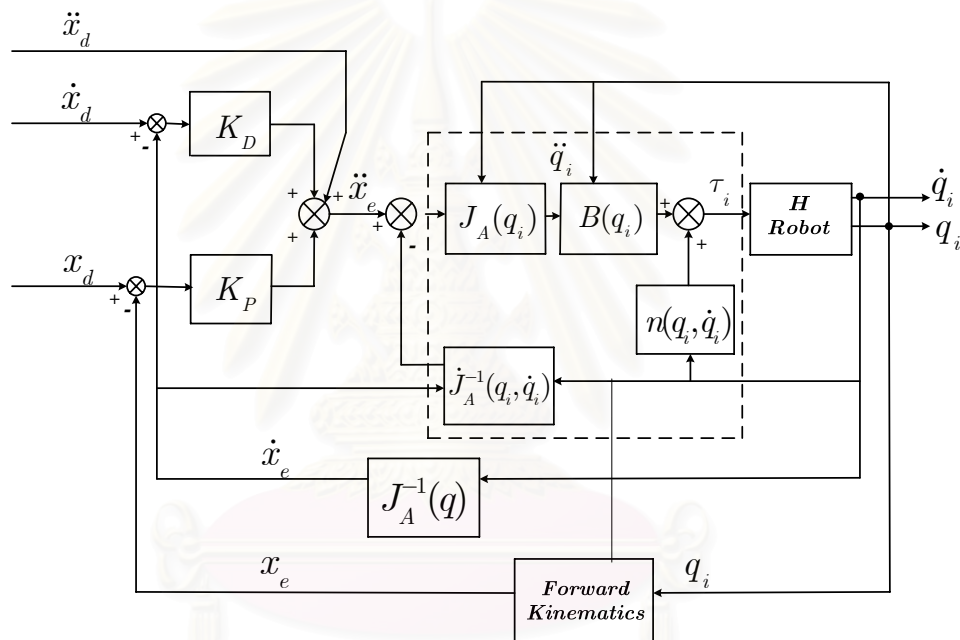
a แทนเทอม resolved acceleration ของตัวแปรที่ปลายแขนกล และใช้สำหรับสร้างคำสั่งชดเชยได้ดังนี้

$$a = \ddot{x}_d + K_D(\dot{x}_d - \dot{x}_e) + K_P(x_d - x_e) \quad (3.13)$$

เมื่อ x_d คือเวกเตอร์แทนตำแหน่งและทิศทางเคลื่อนที่ที่กำหนด \dot{x}_d แทนเวกเตอร์ความเร็วและความเร็วเชิงมุมของการเคลื่อนที่ \ddot{x}_d แทนเวกเตอร์ความเร่งและความเร่งเชิงมุมของการเคลื่อนที่ตามลำดับในพิกัด Task space โดยที่เมตริกซ์ K_D, K_P เป็นเมตริกซ์เกน สมการที่ (3.13) สามารถเขียนอยู่ในรูปของสมการเชิงอนุพันธ์แบบต่อเนื่องได้เท่ากับ

$$(\ddot{x}_d - \ddot{x}_e) + K_D(\dot{x}_d - \dot{x}_e) + K_P(x_d - x_e) = 0 \quad (3.14)$$

สมการที่ (3.14) เป็นพลศาสตร์ของความผิดพลาดระหว่างตำแหน่งจริงกับตำแหน่งที่ต้องการ การเลือกค่าเกนที่เป็นบวกอย่างเหมาะสมจะทำให้ปลายแขนกลสามารถเคลื่อนที่ตามเส้นทาง, ความเร็วและความเร่งที่กำหนดไว้ เป็นผลให้ระบบควบคุมนี้มีเสถียรภาพ



รูปที่ 3.3 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control กับแขนกล 5 แกน

3.3 การควบคุมตำแหน่งพร้อมกับแรงที่ปลายแขนกล

การควบคุมตำแหน่งพร้อมกับแรงเป็นการควบคุมแขนกลที่มีการสัมผัสกับสิ่งแวดล้อมภายนอก โดยในระหว่างที่ปลายแขนกลสัมผัสกับพื้นผิวชิ้นงานนั้น เส้นทางเคลื่อนที่ของปลายแขนจะถูกกำหนดโดยรูปร่างของพื้นผิวของชิ้นงานนั้น ลักษณะการเคลื่อนที่แบบนี้เรียกว่า *constrained motion* ในขณะที่แขนกลเคลื่อนที่โดยการควบคุมตำแหน่งไปตามแนวเส้นทางเคลื่อนที่ที่กำหนดไว้ นั้น ปลายแขนซึ่งเบี่ยงเบนออกจากแนวตำแหน่งอ้างอิงที่ระบุไว้จะส่งผลให้เกิดแรงปฏิกิริยาต่อระบบการควบคุม

วิธีการควบคุมแบบตำแหน่งและแรงในขณะที่ปลายแขนสัมผัสกับสิ่งแวดล้อม (interaction control) ถูกแยกได้เป็น 2 แบบใหญ่คือ การควบคุมแรงแบบโดยอ้อม (indirect force control) กับการควบคุมแรงแบบโดยตรง (direct force control) ทั้งสองแบบมีความแตกต่างอยู่ที่ แบบแรกเป็นการควบคุมแรงโดยผ่านการควบคุมตำแหน่งที่ปลายแขน วิธีนี้เป็นไปได้ที่จะกำหนดขอบเขตของแรงกระทำกับสภาพแวดล้อมโดยการประมาณค่า stiffness อย่างหยาบของผิวชิ้นงานที่กระทำ ซึ่งก็มีข้อจำกัดสำหรับงานที่ต้องการความแม่นยำในการควบคุมขนาดของแรงที่กระทำ ในทางทฤษฎีแล้วก็อาจจะทำได้โดยการปรับแต่ง (tuning) ค่า active compliance ให้ใกล้เคียงกับค่า compliance จริงของผิวชิ้นงาน แต่ในทางปฏิบัติแล้วค่า compliance จริงของผิวชิ้นงานนั้นหาได้ค่อนข้างยาก ส่วนการควบคุมแรงโดยตรงหรือ direct force control นั้นจะเป็นการควบคุมแรงที่กระทำกับสภาพแวดล้อมโดยตรงโดยผ่านอุปกรณ์ตรวจรู้แรง (force sensor) แรงที่มอเตอร์แต่ละข้อต่อสามารถนำมาคำนวณหาแรงกระทำที่จุดปลายแขน ค่าความผิดพลาดระหว่างแรงกระทำที่คำนวณนี้จะใช้เปรียบเทียบกับแรงที่วัดไว้จากอุปกรณ์ตรวจรู้แรงเพื่อใช้สำหรับออกแบบระบบควบคุมในวงรอบควบคุมแรง โดยจะทำให้พลศาสตร์ของแขนกลที่มีการกระทำกับสภาพแวดล้อมให้อยู่ในรูปแบบของสมการเชิงเส้นและไม่มีเทอมของแรงภายนอกที่มากระทำ ทำให้การออกแบบระบบควบคุมแรงง่ายขึ้นเป็นอย่างมาก

ในงานวิจัยนี้ เนื่องจากว่าการกัดชิ้นงานนั้นโดยมีการควบคุมแรงกระทำนั้น เราเพียงแต่ต้องการกำหนดขอบเขตของแรงกระทำ (ensure limited values of the contact force) สำหรับงานกัดพื้นผิวใด ๆ โดยใช้การประมาณค่าความแข็ง (stiffness) ของผิวชิ้นงานอย่างหยาบก็เพียงพอ ดังนั้นการควบคุมแบบ indirect force control ก็เพียงพอ การใช้ตัวควบคุมแรงแบบ indirect force control ก็จะมีส่วนดีในงานวิจัยทางด้านนี้ก็คือเราอาจจะไม่จำเป็นต้องใช้อุปกรณ์ตรวจรู้แรง (force sensor) ในวงรอบการควบคุมก็ได้ ถ้าเราสามารถจำลองความแข็งแรงของสภาพแวดล้อมได้ดีขึ้น เช่น การพัฒนาเครื่องกัดที่ใช้สำหรับการกัดชิ้นงานที่ใช้วัสดุเฉพาะ ซึ่งจะเป็นกรณีเฉพาะสำหรับการพัฒนาเครื่องกัดสำหรับการพัฒนาชิ้นงานต้นแบบแบบเร็ว (Rapid prototype model)

การควบคุมแรงในแบบ indirect force control นี้มีอยู่ด้วยกัน 2 แบบ คือ แบบ Compliance control และแบบ Impedance control. โดยกำหนดให้ตำแหน่งที่ปลายแขนหุ่นยนต์มีรูปแบบดังนี้คือ

$$x_e = \begin{bmatrix} end - effector\ position \\ end - effector\ orientation \end{bmatrix} = [6 \times 1]$$

โดยที่ end-effector orientation อาจจะอยู่ในรูปแบบของมุมออยเลอร์ (Euler angle)

และตำแหน่งปลายแขนที่ต้องการมีรูปแบบดังนี้

$$x_d = \begin{bmatrix} \text{desired end - effector position} \\ \text{desired end - effector orientation} \end{bmatrix} = [6 \times 1]$$

ดังนั้น ค่าความผิดพลาดที่ปลายแขนสามารถเขียนได้ดังนี้

$$\Delta x_{de} = x_d - x_e = \tilde{x} = \begin{bmatrix} \Delta_{\text{end-effector position}} \\ \Delta_{\text{end-effector orientation}} \end{bmatrix} = [6 \times 1]$$

ค่าความผิดพลาดนี้จะนำมาใช้ในการออกแบบวงรอบของแรงทั้งในแบบของ compliance control และแบบ impedance control. เนื่องจากการออกแบบตัวควบคุมแบบ compliance control นั้นจะเหมาะสำหรับความคุมพฤติกรรมของแรงกระทำในแบบ static กล่าวคือเราจะพิจารณาเฉพาะในส่วนของ stiffness เท่านั้น ส่วนในการงานวิจัยนี้ เราจะควบคุมแรงในระหว่างการกักชิ้นงานซึ่งมีลักษณะเป็นแบบ dynamic ดังนั้นเราจำเป็นต้องพิจารณาทั้งมวลและแดมปีงด้วย ซึ่งก็คือการควบคุมในแบบ impedance force control.

ในการควบคุมแบบอิมพีแดนซ์ภายใต้ระบบ inverse dynamics control ในพิกัด Task space กฎการควบคุมในสมการ (3.9) ถูกนำมาใช้กับระบบสมการแบบจำลองการเคลื่อนที่ (3.8) เมื่อมีแรงและโมเมนต์ที่เกิดจากปลายแขนกลกระทำกับสิ่งแวดล้อมหรือ $h \neq 0$ และเมื่อแทนสมการที่ (3.9) ลงในสมการที่ (3.8) จะได้ว่า

$$\ddot{q} = \alpha - B^{-1}J^T h \quad (3.15)$$

โดยที่เราจะเลือกค่า α ที่ทำให้เทอม nonlinear และ coupling ถูกยุบไป จะได้ว่า

$$\alpha = J(q) \left[\left\{ \ddot{x}_d + K_D M_d^{-1} (\dot{x}_d - \dot{x}_e) + K_P M_d^{-1} (x_d - x_e) \right\} - \dot{J}^{-1}(q, \dot{q}) \dot{q} \right] \quad (3.16)$$

ซึ่ง a แทนเทอม resolved acceleration ของตัวแปรปลายแขนกล ในที่นี้คือ

$$a = \ddot{x}_d + K_D M_d^{-1} \dot{\tilde{x}} + K_P M_d^{-1} \tilde{x} \quad (3.17)$$

โดย $\tilde{x} = x_d - x_e$

$$\text{และ } M_d^{-1} = J_A^{-1} B^{-1} J^{-T} \quad (3.18)$$

โดยที่ B เป็นเมตริกซ์ความเฉื่อยของชิ้นส่วนแขนกล

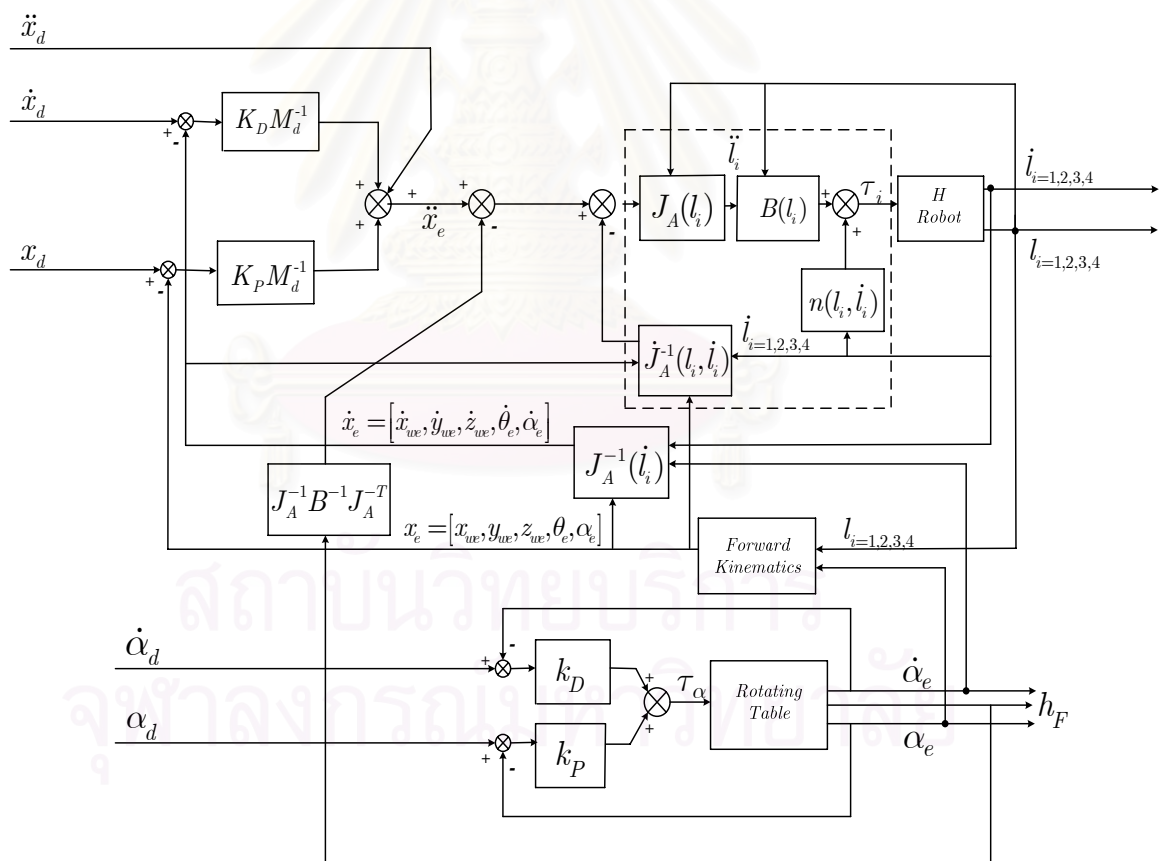
เมื่อแทนสมการที่ (3.16) ลงในสมการที่ (3.15) จะได้

$$\ddot{q} = J_A \left[\ddot{x}_d + K_D M_d^{-1} \dot{\tilde{x}} + K_P M_d^{-1} \tilde{x} - J_A^{-1} B^{-1} J^{-T} h - \dot{J}_A^{-1} \dot{q} \right] \quad (3.19)$$

จากสมการที่ (3.19) สามารถเขียนในรูปสมการอนุพันธ์อันดับสองได้ ดังนี้

$$\dot{\tilde{x}} + K_D M_d^{-1} \dot{\tilde{x}} + K_P M_d^{-1} \tilde{x} = J_A^{-1} B^{-1} J^{-T} h \quad (3.20)$$

รูปที่ 3.4 จะแสดงแผนภาพการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ จะเห็นว่าสัญญาณอินพุตนั้นเป็นลักษณะการเคลื่อนที่ที่ปลายแขนที่ต้องการ ซึ่งประกอบด้วยตำแหน่ง ความเร็ว ความเร่ง และการเรียงตัวหรือ Orientation อุปกรณ์ตรวจรู้แรง (force sensor) จะใช้สำหรับวัดแรงกระทำระหว่างปลายแขนหุ่นยนต์กับผิวชิ้นงาน แรงที่รับรู้นี้จะถูกนำไปเพื่อคำนวณหาความเร่งเพื่อใช้สำหรับปรับค่าความเร่งที่ปลายแขน \ddot{x}_e ตามความสัมพันธ์ของสมการที่ (3.20) ในขณะที่เดียวกันค่าตัวแปรอื่นของระบบเช่น ตำแหน่งและความเร็วของแขนกลแบบขนาด H4 ได้แก่ $l_i, \dot{l}_i, \alpha_e, \dot{\alpha}_e$ ก็จะใช้สำหรับชดเชยค่าไม่เป็นเชิงเส้นของสมการพลศาสตร์ของแขนกลตามวิธีการของ Inverse dynamic control.

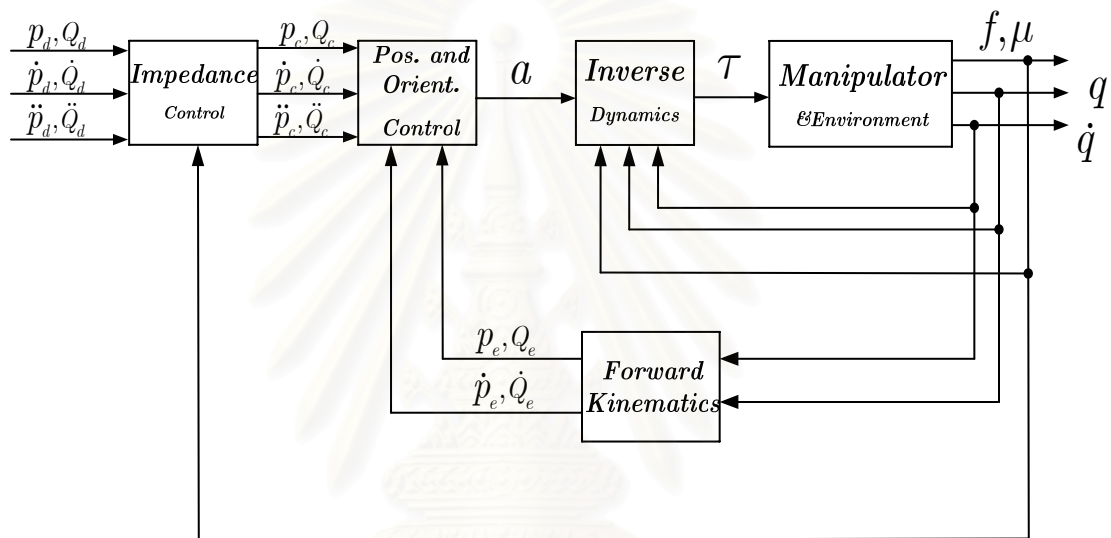


รูปที่ 3.4 แผนภาพการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ (Impedance Control)

กับแขนกลเอช 5 แกน

3.4 การควบคุมแบบอิมพีแดนซ์พร้อมกับควบคุมตำแหน่งด้วยวงรอบใน (Impedance control with Inner motion control)

การควบคุมแบบในลักษณะที่มีแรงกระทำที่ปลายแขนกับสภาพแวดล้อมหรือที่เรียกว่า Interaction control นี้สามารถทำได้โดยการเพิ่มวงรอบควบคุมแรงอยู่วงรอบนอกเพื่อที่จะใช้สร้างตัวแปรตำแหน่งอ้างอิงใหม่ (compliance parameter) ซึ่งจะกำหนดอยู่บน compliance frame ตัวแปรอ้างอิงตำแหน่งใหม่นี้เกิดจากค่าผลลัพธ์ที่ได้จากการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ โดยตัวแปรนี้จะถูกส่งเข้าไปในระบบควบคุมตำแหน่งที่อยู่ภายในวงใน. ดังในรูปที่ 3.5



รูปที่ 3.5 แผนภาพการควบคุมแรงแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop

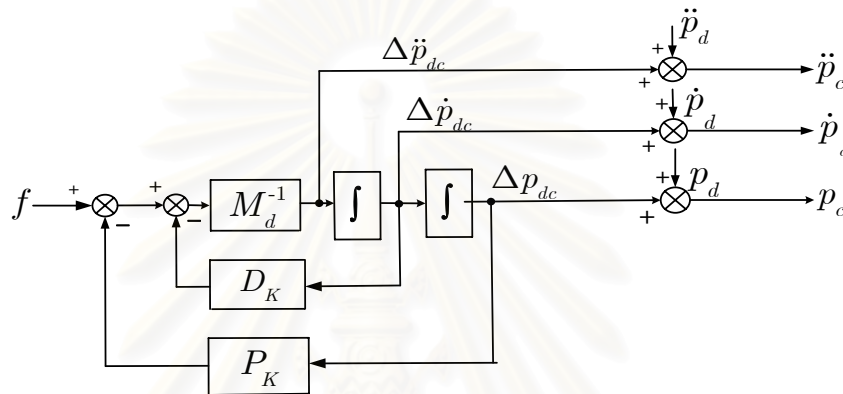
ในส่วนของระบบควบคุมแบบอิมพีแดนซ์จะถูกออกแบบให้สามารถรองรับพฤติกรรมทางพลวัตที่ต้องการในระหว่างที่เกิดแรงหรือโมเมนต์จากการสัมผัส ดังนั้นเราจำเป็นต้องพิจารณาทั้งมวลและแดมปีงร่วมกับค่า stiffness ด้วยในแบบจำลองแรงกระทำกับผิวชิ้นงาน

การนำระบบควบคุมนี้ไปใช้กำหนดตำแหน่งและทิศทางของการเคลื่อนที่ที่ต้องการพร้อมกับค่าของแรงและโมเมนต์ที่วัดได้จะเป็นพารามิเตอร์ที่ป้อนเข้าสู่ระบบควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ ผลที่ได้คือตำแหน่งและทิศทางของคอมพัลเอนด์เฟรม (p_c และ Q_c) ซึ่งค่า p_c และ Q_c นี้จะบ่งบอกถึงตำแหน่งและทิศทางของปลายแขนกลที่เปลี่ยนไปจากที่ต้องการ เนื่องจากค่าพารามิเตอร์ของอิมพีแดนซ์ในระบบควบคุมที่เราเลือก นั่นก็คือ ในการออกแบบสมการระบบควบคุมแบบอิมพีแดนซ์เราจะต้องคำนึงถึงการเลือกค่าพารามิเตอร์ที่เหมาะสมซึ่งจะส่งผลกระทบต่อตอบสนองของระบบการควบคุมตำแหน่งภายในต่อไป

ส่วนของสมการการควบคุมแบบอิมพีแดนซ์แบบเชิงเส้นสามารถแทนได้ด้วย พฤติกรรมของระบบแรงที่กระทำต่อมวลที่ติดสปริงกับแดมเปอร์ โดยมีการเปลี่ยนแปลงของ ระยะที่ปลายแขนเท่ากับ $\Delta p_{dc} = p_d - p_c$ ในขณะที่เกิดแรงกระทำต่อปลายแขนกล ตาม สมการด้านล่างนี้

$$M_d \Delta \ddot{p}_{dc} + D_K \Delta \dot{p}_{dc} + P_K \Delta p_{dc} = f \quad (3.21)$$

รูปที่ 3.6 เป็นแผนภาพที่แสดงการแก้สมการที่ (3.21) เราสามารถหาค่าตำแหน่ง ความเร็วและความเร่งที่ compliance frame



รูปที่ 3.6 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance Control เชิงเส้น

โดยที่ M_d, D_K, P_K เป็นเมตริกซ์แบบ positive definite

จากรูปที่ 3.5 แสดงวิธีการควบคุมแบบอิมพีแดนซ์โดยคิดเฉพาะในส่วนแกน XYZ บนพิกัดภาระ Task coordinate หรือสามองศาอิสระ เราจะได้ตำแหน่งอ้างอิงใหม่ที่ต้องการเพื่อ ป้อนเข้าสู่ระบบควบคุมตำแหน่งภายใน (inner motion control) จากนั้นหาความเร่งเชิงเส้นโดย resolved acceleration ในการติดตามตำแหน่งได้จากสมการดังนี้

$$a_p = \ddot{p}_c + K_D \Delta \dot{p}_{ce} + K_P \Delta p_{ce} \quad (3.22)$$

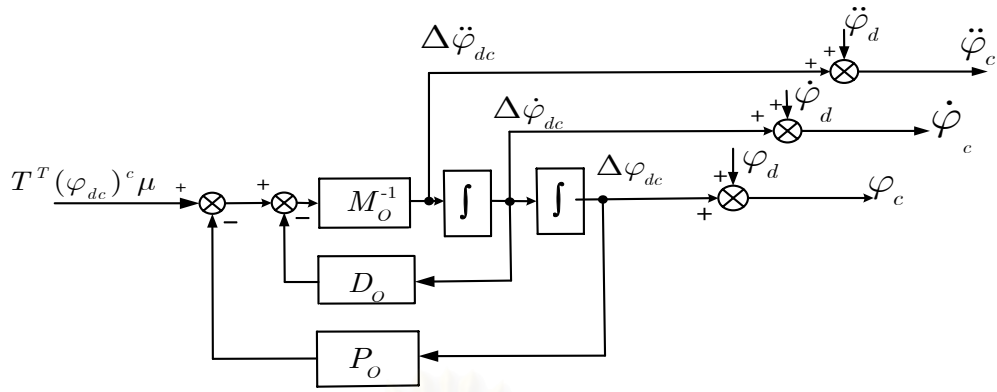
โดยที่ ค่าตำแหน่งเบี่ยงเบน : $\Delta p_{ce} = p_c - p_e$

และ K_D, K_P เป็นค่าเกนความเร็วและตำแหน่งเชิงเส้น

ส่วนของสมการการควบคุมแบบอิมพีแดนซ์แบบเชิงมุมหรือแบบทิศทางการหมุนก็ สามารถเขียนให้อยู่ในรูปสมการที่ (3.23)

$$M_O \Delta \ddot{\varphi}_{dc} + D_O \Delta \dot{\varphi}_{dc} + P_O \Delta \varphi_{dc} = T^T (\varphi_{dc})^c \mu \quad (3.23)$$

โดยที่ ${}^c \mu$ เป็นโมเมนต์ที่กระทำต่อปลายแขนกลบนระนาบคอมพัสแอนด์ และ $\Delta \varphi_{dc} = \varphi_d - \varphi_c$ โดยที่ φ_d, φ_c เป็นมุมของปลายแขนกลบนแกนที่ต้องการและระนาบคอมพัส แอนด์ ตามลำดับ ตามรูปที่ 3.7



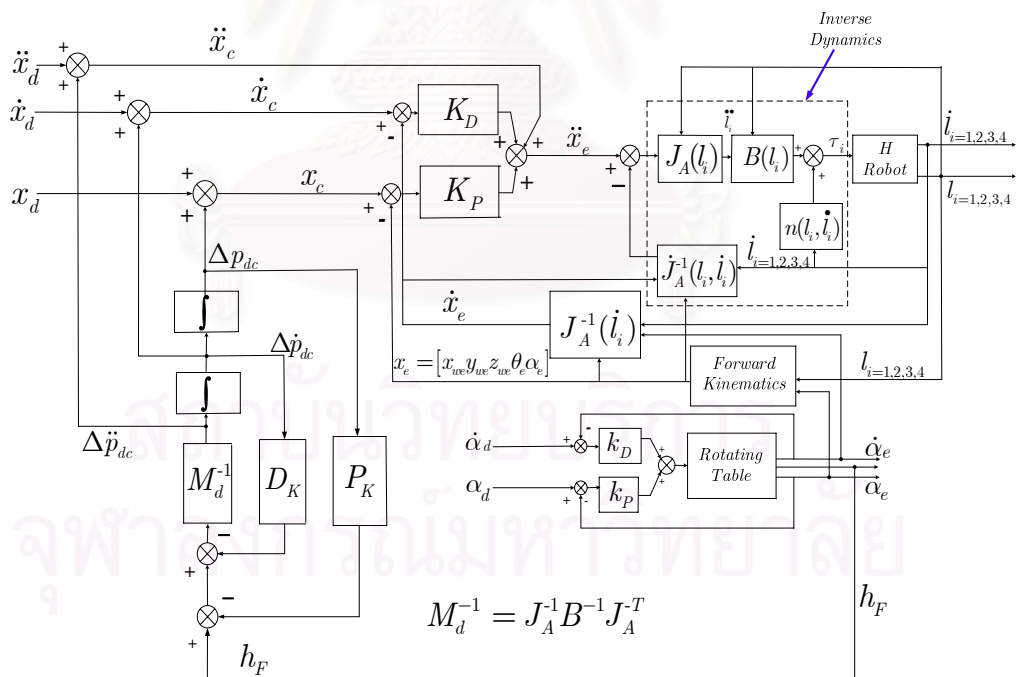
รูปที่ 3.7 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance Control เชิงมุม

ในทำนองเดียวกันกับการหาความเร่งเชิงเส้น เราสามารถหาความเร่งเชิงมุมจาก resolved acceleration ในการติดตามทิศทางกำหนดได้ จากสมการดังนี้คือ

$$a_o = \ddot{\varphi}_c + K_{OD} \Delta\dot{\varphi}_{ce} + K_{OP} \Delta\varphi_{ce} \tag{3.24}$$

โดยที่ ค่ามุมเบี่ยงเบน : $\Delta\varphi_{ce} = \varphi_c - \varphi_e$

และค่า K_{OD}, K_{OP} เป็นค่าเกณฑ์ความเร็วและตำแหน่งเชิงมุม



รูปที่ 3.8 แผนภาพการควบคุมแรงแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop

จากแผนภาพตามรูปที่ 3.6 ซึ่งเป็นแผนภาพการควบคุมในส่วนของแรงแบบอิมพีแดนซ์ กับแผนการควบคุมการเคลื่อนที่ที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น ดังได้แสดงไว้ในแผนภาพตามรูปที่ 3.3 เมื่อนำแผนภาพทั้งสองดังกล่าวมาเขียนเป็นการควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์โดยมีการควบคุมการเคลื่อนที่เป็นแบบ Inner motion control loop ก็สามารถเขียนได้ดังแผนภาพที่แสดงไว้ในรูปที่ 3.8 ซึ่งได้นำมาใช้สำหรับแขนกลเอชแบบ 5 แกนที่พัฒนาขึ้น และจะใช้สำหรับการพัฒนาในส่วนโปรแกรมสำหรับควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ในบทต่อไป



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การทดสอบการควบคุมตำแหน่งและแรงของแขนกล

แขนกลที่ปรับปรุงสำหรับงานวิจัยนี้ที่แสดงในรูปที่ 2.2 มีรูปแบบดังที่ได้กล่าวแล้วในบทที่ 2 ส่วนข้อต่อขับทั้งสี่ใช้บอลสกรูเพื่อเปลี่ยนการเคลื่อนที่แบบหมุนที่แกนมอเตอร์ให้เป็น การเคลื่อนที่แนวตรงตามรางบอลสกรู บอลสกรูที่ใช้มีระยะลีด 5 มิลลิเมตร มอเตอร์กระแสตรงแบบไร้แปรงหรือไม่มีแปรงถ่านโดยมีกำลังขับเคลื่อน 1 กิโลวัตต์ที่ความเร็ว 6000 รอบต่อนาที ความเร็วที่ปลอดภัยที่ผู้ผลิตแนะนำอยู่ที่ประมาณ 3000 รอบต่อนาที

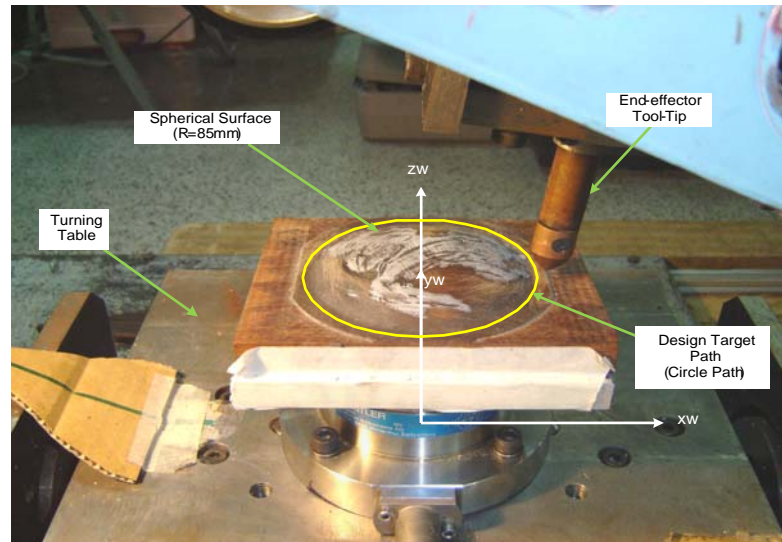
อุปกรณ์ที่ใช้เป็นตัวควบคุมคือ เครื่อง PC Intel(R) Pentium(R) Dual CPU 1.60 GHz RAM 1 GB ส่วนซอฟต์แวร์ที่ใช้สำหรับพัฒนาโปรแกรมควบคุมจะใช้โปรแกรม Microsoft Visual C++ 6.0 การทำงานของโปรแกรมควบคุมจะทำงานระดับคำสั่งที่คำนวณตำแหน่งที่ต้องการให้แขนกลเคลื่อนที่ไปทุก 0.001667 วินาที พร้อมกันนี้ตัวควบคุมจะรับค่าตำแหน่งของชุดต่อรางเลื่อนโดยใช้อุปกรณ์ตรวจจับตำแหน่งแบบดิจิทัลหรือเอนโคเดอร์ ส่วนการตรวจจับแรงจะทำโดยจะมีอุปกรณ์ที่ใช้อ่านสัญญาณจากตัวตรวจจับแรง (force sensor) แล้วนำสัญญาณผ่านเข้าชุดขยายสัญญาณของ Kistler รุ่น 5261 ก่อนส่งเข้าไปในส่วนของโปรแกรม

อุปกรณ์รับแรงที่ใช้คือ ไดนาโมมิเตอร์ ของบริษัท Kistler ที่สามารถรับแรง 3 แกน F_x, F_y, F_z กับ โมเมนต์แกนเดียว M_z ในการทดสอบจะติดตั้งอุปกรณ์รับแรงไว้ใต้ฐานที่ใช้ยึดชิ้นงานบนโต๊ะหมุน ดังแสดงในรูปที่ 4.1 และ 4.2

4.1 การทดสอบแขนกลโดยการควบคุมตำแหน่ง

4.1.1 การทดสอบที่ 1 การทดลองนี้จะเป็นในส่วนของ การควบคุมการเคลื่อนที่ โดยจะพิจารณาตำแหน่งที่ปลายแขนกลแบบขนานนี้เป็นหลัก การควบคุมตำแหน่งนี้จะใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control

รูปที่ 4.1 แสดงองค์ประกอบที่ใช้ในการทดสอบการควบคุมตำแหน่งของหัวกัดชิ้นงานหรือหัว tool ที่ติดตั้งที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่พัฒนาขึ้น โดยกำหนดให้หัว Tool เดินไปตามเส้นรอบวงของรูปวงกลมเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับ 104.3826 มิลลิเมตร โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(x_w, y_w, z_w) = (0, 0, 115.9928)$ และปลายแขนกลนี้จะเคลื่อนที่ด้วยอัตราเร็ว 27.25 มิลลิเมตรต่อวินาที และกำหนดให้การเคลื่อนที่เป็นระยะทางเท่ากับ 2 รอบวงกลมภายในเวลา 24 วินาที โดยขณะที่เคลื่อนที่ไปทิศทางปลายหัว Tool จะตั้งฉากกับพื้นผิวทรงกลมที่มีรัศมี 300 มิลลิเมตร และจุดศูนย์กลางอยู่ที่ $(x_w, y_w, z_w) = (0, 0, -180.0)$ เสมอ ค่าเวลาการสุ่มหรือ sampling time ที่ใช้มีค่าเท่ากับ 0.001667 วินาที หรือความถี่ของการสุ่มข้อมูลในระบบอยู่ที่ 600 รอบต่อวินาที



รูปที่ 4.1 ภาพการทดสอบการควบคุมแบบ Inverse Dynamic Control

รูปที่ 4.2 เป็นแผนภาพแสดงการควบคุมตำแหน่งแบบ Inverse dynamic control ดังได้อธิบายในรายละเอียดมาแล้วในบทที่ 3 โดยที่ค่าที่ต้องการควบคุมคือ

1. ตำแหน่งและทิศทาง ($x_d = [x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}, \theta_d, \alpha_d]$)
2. ความเร็วและความเร็วเชิงมุม (\dot{x}_d)
3. ความเร่งและความเร่งเชิงมุม (\ddot{x}_d)

โดยที่ค่า x_w, y_w, z_w จะเป็นค่าตำแหน่งที่ปลายแขนของหุ่นยนต์ในพิกัด working coordinate ส่วนค่ามุม θ และ α จะเป็นการเรียงตัวหรือ orientation ของปลายแขน ซึ่งจะเป็นตัวแปรที่กำหนดแนวกระทำหรือทิศทางของแรง เป้าหมายของตัวควบคุมตำแหน่งนี้ก็เพื่อให้ตำแหน่งและการเรียงตัวให้ใกล้เคียงกับตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการหรือ $x_d = [x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}, \theta_d, \alpha_d]$ โดยใช้ตัวควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control ในที่นี้เราจะเลือกค่าเกน K_P, K_D ของตัวควบคุมให้มีค่าเท่ากับ

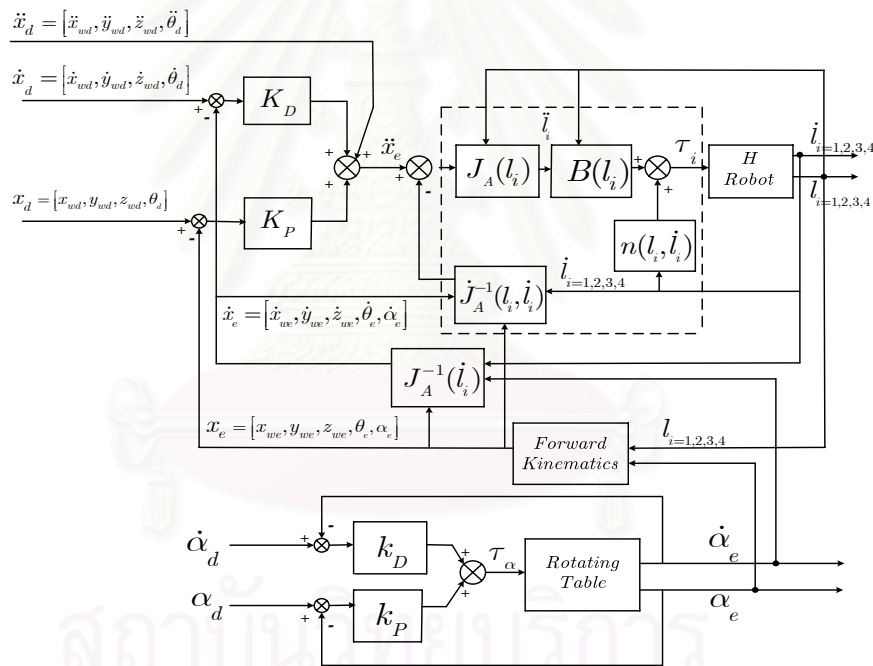
$$K_P = \begin{bmatrix} 8400 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8000 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7000 \end{bmatrix}$$

$$K_D = \begin{bmatrix} 90 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 80 \end{bmatrix}$$

ในขณะที่มุม α และความเร็วเชิงมุม $\dot{\alpha}$ ของโต๊ะหมุนนั้นใช้การควบคุมแบบ PD โดยเลือกค่าเกนดังนี้

$$k_p = 550.0 \quad k_D = 4.0$$

จากรูปที่ 4.2 ค่าความเร่งที่ปลายแขนกล (\ddot{x}_e) จะถูกส่งเข้าไปในส่วน Inverse Dynamics (บล็อกเส้นประ) จากการคำนวณในส่วนนี้ร่วมกับค่าชดเชยจากความเสียดทานและเทอมไม่เป็นเชิงเส้น (nonlinear) ผลลัพธ์ที่ได้คือค่าแรงบิดที่มอเตอร์ทั้ง 4 แกนของแขนกลขนานแบบเอชต้องสร้างขึ้น เมื่อมอเตอร์หมุนตัวตรวจจะวัดค่าการหมุนเป็นจำนวนรอบแล้วจึงแปลงเป็นระยะทางที่เคลื่อนที่และความเร็วตามแกนของชุดต่อรางเลื่อน (l_i, \dot{l}_i) ในแต่ละแกน ค่าเหล่านี้จะถูกส่งเข้าไปในส่วน Forward Kinematics เพื่อทำการแปลงเป็นค่าตำแหน่งกับทิศทางจริงของปลายแขนกล (x_e) ในขณะที่ค่าความเร็วและความเร็วเชิงมุมจริงของปลายแขนกล (\dot{x}_e) จะถูกแปลงจากค่าความเร็วจริงของแกนหมุนทั้ง 4 โดยใช้สมการ Inverse Jacobian จากนั้นคำนวณหา \ddot{x}_e จากค่าการเคลื่อนที่อ้างอิงที่ต้องการ ($\ddot{x}_d, \dot{x}_d, x_d$) จากแผนภาพการควบคุม เราจะได้ $\ddot{x}_e = \ddot{x}_d + K_D (\dot{x}_d - \dot{x}_e) + K_P (x_d - x_e)$



รูปที่ 4.2 แผนภาพการควบคุมแบบ Inverse Dynamic Controlกับการทดสอบตำแหน่ง

การทดสอบที่ 1 มีดังนี้

ตำแหน่งที่ต้องการให้ปลายหัว Tool เคลื่อนที่ มีค่าเท่ากับค่าที่ป้อนเข้าไปในระบบ คือ

$$x_{wd} = 52.1913 \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$y_{wd} = -6.34009 + 52.1913 \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$z_{wd} = 115.9928$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร

$$\theta_d = \frac{\pi}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$\alpha_d = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน

$$\dot{x}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$\dot{y}_{wd} = 52.1913 \frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$\dot{z}_{wd} = 0.0$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที

$$\ddot{\theta}_d = -\frac{\pi^2}{108} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$\ddot{\alpha}_d = \frac{\pi^2}{108} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที

$$\ddot{x}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi^2}{36} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

$$\ddot{y}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi^2}{36} \sin\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

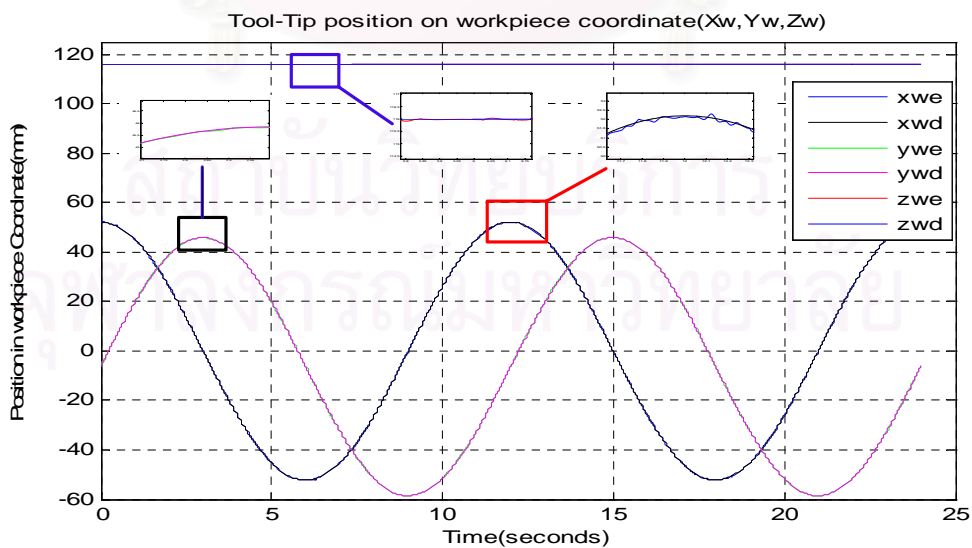
$$\ddot{z}_{wd} = 0.0$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที²

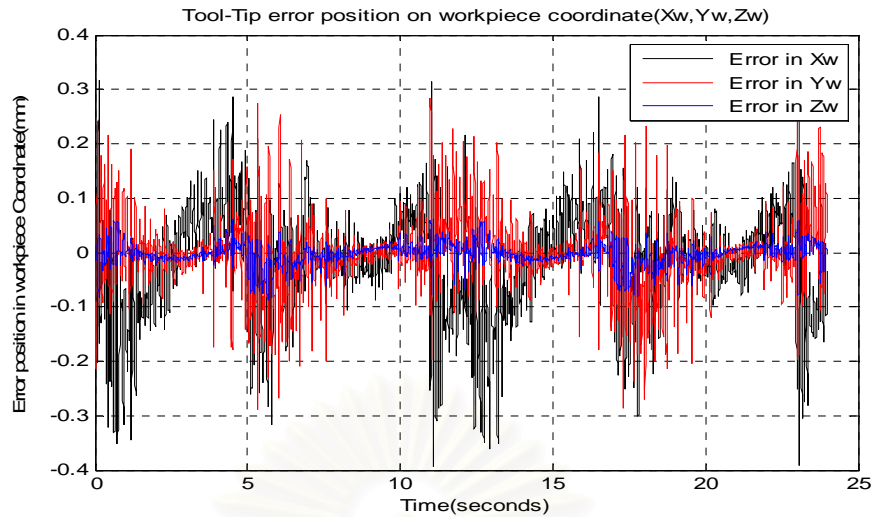
$$\ddot{\theta}_d = -\frac{\pi^3}{648} \cos\left(\frac{\pi}{6}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที²

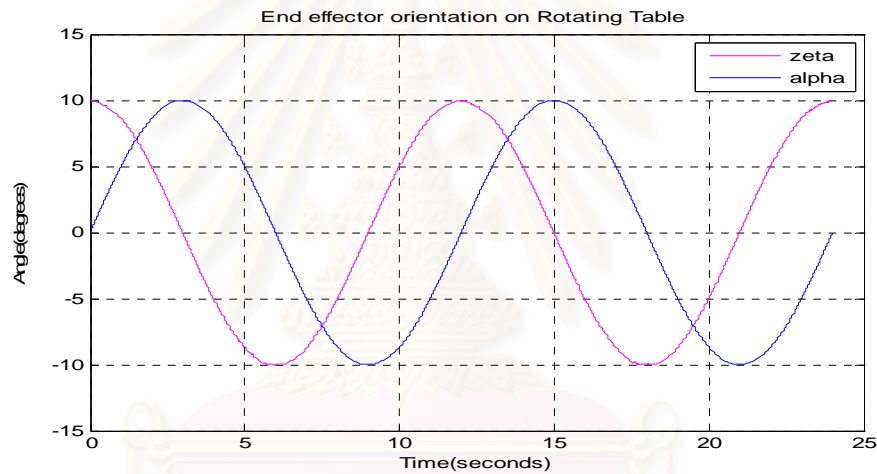
ผลที่ได้จากการทดสอบ เมื่อนำมาพล็อตเส้นทางการเคลื่อนที่จริงเปรียบเทียบกับ
แนวเส้นทางอ้างอิงที่เป็นคำสั่งป้อนเข้าไปในระบบ จะได้ตามรูปที่ 4.3-4.7



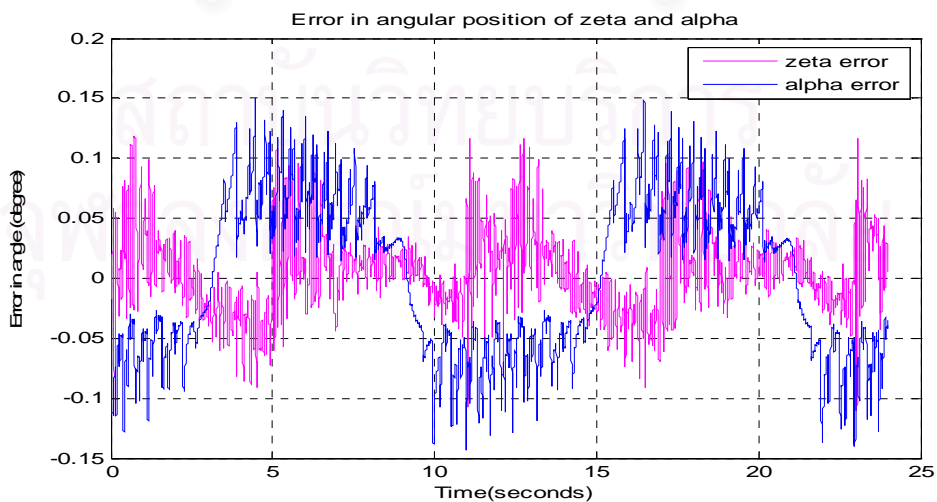
รูปที่ 4.3 ตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่ง
อ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) เทียบกันบนแกน X_w, Y_w, Z_w บนโต๊ะหมุน



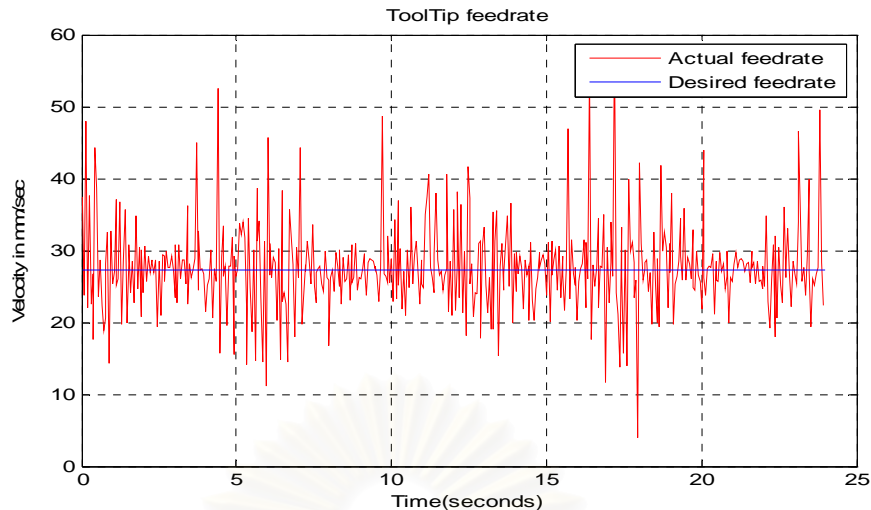
รูปที่ 4.4 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) เทียบกับแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุน



รูปที่ 4.5 มุมที่เปลี่ยนไปของปลายแขนกลจริง (θ) กับมุมที่เปลี่ยนไปของโต๊ะหมุน (α)



รูปที่ 4.6 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากมุมที่เปลี่ยนไปของปลายแขนกลจริง (θ) กับค่าอ้างอิง (θ_d) และค่าผิดพลาดเชิงมุมจากมุมที่เปลี่ยนไปของโต๊ะหมุน (α) กับค่าอ้างอิง (α_d)



รูปที่ 4.7 ความเร็วปลายแขนกลจริงกับค่าความเร็วอ้างอิงที่ 27.3273 มิลลิเมตรต่อวินาที เทียบกับบนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุน

จากผลการทดลองที่แสดงในรูป 4.3-4.7. รูปที่ 4.3 แสดงตำแหน่งปลายแขนกลจริง ยังคงรักษาความสูงคงที่ที่ระดับ 116 มิลลิเมตร (z_{wd}) บนแกนพิกัด $X_w Y_w Z_w$ เมื่อเทียบกับค่าตำแหน่งอ้างอิง z_{wd} . จะเห็นว่าค่าตำแหน่งปลายแขนกลจริงนั้นใกล้เคียงกับค่าตำแหน่งอ้างอิงมาก การเคลื่อนที่บนแกน X_w และ Y_w เป็นการเคลื่อนที่แบบ Sinusoidal. ค่าผิดพลาดที่เกิดขึ้นระหว่างค่าที่วัดได้จากปลายแขนกลกับค่าอ้างอิงในแต่ละแกนถูกแสดงในรูปที่ 4.4 ค่าความผิดพลาดสูงสุดจะเกิดขึ้นในช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางการเคลื่อนที่

เส้นกราฟแสดงค่าผิดพลาดบนแกน X_w และ Y_w นั้นมีรูปร่างที่คล้ายคลึงกันและมีค่าสูงสุดในแนวแกน X_w เท่ากับ 0.4 มิลลิเมตร. ค่าผิดพลาดเหล่านี้สามารถลดลงได้โดยการใส่สัญญาณที่เรียกว่า dither เพื่อลดผลจากความเสียหายที่เกิดจากการเปลี่ยนแปลงทิศทาง.

จากความคลาดเคลื่อนในส่วนต่างๆ แขนกลที่เกิดขึ้นขั้นตอนการสร้าง การประกอบ และความแข็งแรงของโครงสร้าง ประกอบกับความเร็วที่ใช้ในการทดสอบนี้คือ 27.3273 มิลลิเมตร/วินาที ที่ใช้ในการทดสอบนี้มีค่าสูงกว่าความเร็วปกติที่ใช้งานในเครื่องกัดทั่วไป สิ่งเหล่านี้ล้วนส่งผลทำให้ค่าผิดพลาดสูงขึ้นกว่าความเป็นจริงที่เกิดจากตัวควบคุม ในส่วนของโปรแกรมการใช้งาน การคำนวณทางพลศาสตร์ที่ซับซ้อนพร้อมค่าตัวแปรและพารามิเตอร์ที่ไม่ตรงร้อยเปอร์เซ็นต์กับค่าความเป็นจริง เช่น มวล ความเฉื่อย เป็นต้น ก็เป็นสาเหตุที่ก่อให้เกิดความผิดพลาดได้ด้วย.

ในรูปที่ 4.5 และ 4.6 แสดงทิศทางของมุมปลายแขนกลและมุมของโต๊ะหมุน ค่ามุมผิดพลาดของแขนกลไม่เกิน 0.12 องศา ในขณะที่มุมผิดพลาดของโต๊ะหมุนอยู่ที่ไม่เกิน 0.15 องศา.

4.1.2 การทดสอบที่ 1.1 เมื่อลดความเร็วปลายแขนกลงเหลือ 13.66 มิลลิเมตร/วินาที ระยะที่เคลื่อนที่เท่ากับ 1 รอบวงกลม ใช้เวลาการเคลื่อนที่เท่ากับ 24 วินาที

ตำแหน่งที่ต้องการให้ปลายหัว Tool เคลื่อนที่ มีค่าเท่ากับค่าที่ป้อนเข้าไป คือ

$$x_{wd} = 52.1913 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$y_{wd} = -6.34009 + 52.1913 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \quad \text{หน่วยเป็น มิลลิเมตร}$$

$$z_{wd} = 115.9928$$

$$\theta_d = \frac{\pi}{18} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน

$$\alpha_d = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$\dot{x}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi}{12} \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$\dot{y}_{wd} = 52.1913 \frac{\pi}{12} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right) \quad \text{หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที}$$

$$\dot{z}_{wd} = 0.0$$

$$\dot{\theta}_d = -\frac{\pi^2}{216} \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที

$$\dot{\alpha}_d = \frac{\pi^2}{216} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$\ddot{x}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi^2}{144} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$\ddot{y}_{wd} = -52.1913 \frac{\pi^2}{144} \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right) \quad \text{หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที}^2$$

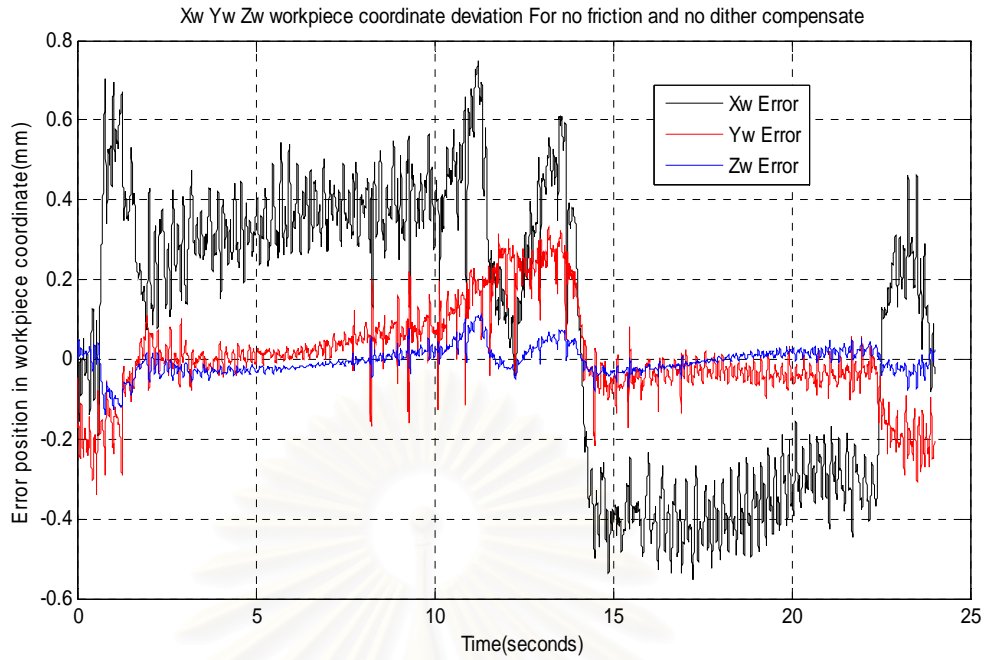
$$\ddot{z}_{wd} = 0.0$$

$$\ddot{\theta}_d = -\frac{\pi^3}{2592} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที²

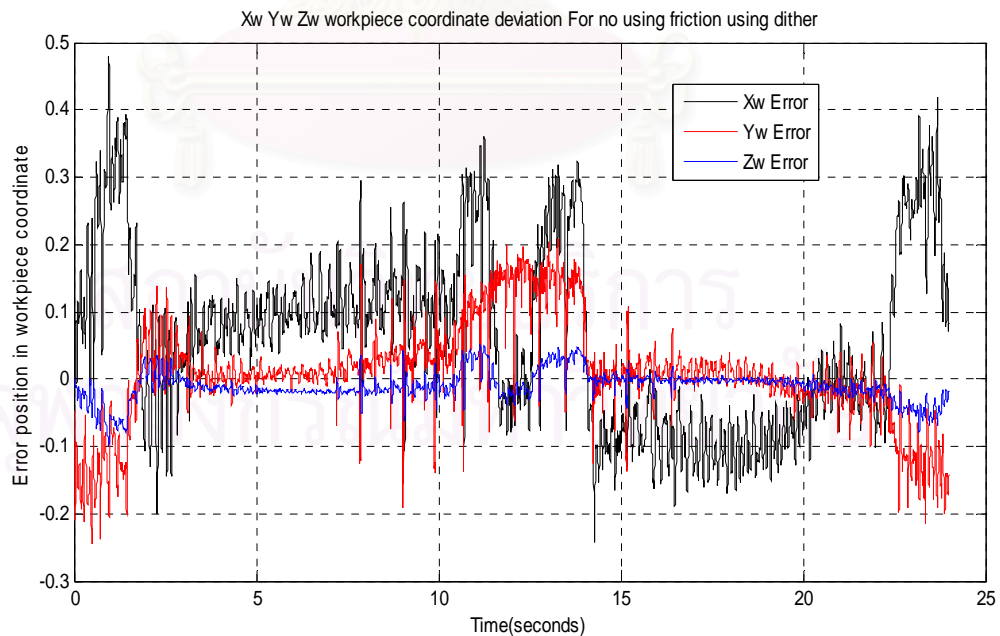
การทดสอบประกอบด้วย 3 ส่วน ดังนี้

ส่วนที่ 1 ไม่มีการใส่ค่าชดเชยแรงเสียดทานจากแบบจำลองแรงเสียดทานที่หาได้ พร้อมกับไม่มีการใส่สัญญาณ dither ในระบบควบคุม ผลที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.8



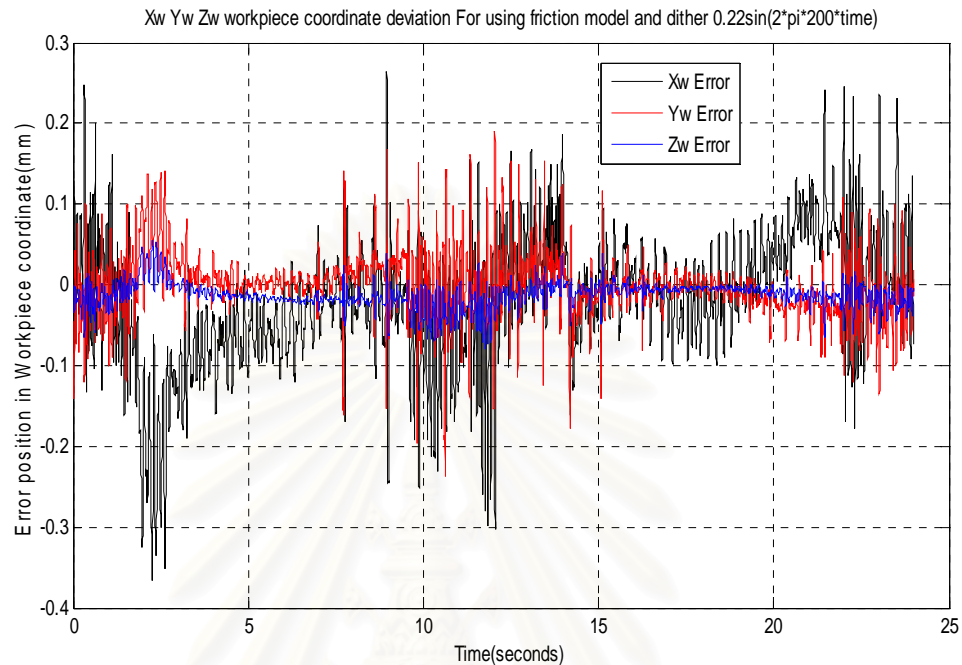
รูปที่ 4.8 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 1

ส่วนที่ 2 ไม่มีการชดเชยความเสียหายจากแบบจำลองแรงเสียดทานที่หาได้ ในขณะที่มีการใส่สัญญาณ dither เข้าไปในระบบควบคุมด้วย ผลที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.9



รูปที่ 4.9 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 2

ส่วนที่ 3 มีการใส่ค่าชดเชยจากแบบจำลองแรงเสียดทานที่หาได้รวมกับการใส่สัญญาณ dither ร่วมเข้าไปในตัวควบคุมด้วย ผลที่ได้แสดงไว้ในรูปที่ 4.10



รูปที่ 4.10 ค่าผิดพลาดทางตำแหน่งของตำแหน่งปลายแขนกลจริง (x_{we}, y_{we}, z_{we}) กับค่าตำแหน่งอ้างอิง (x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}) บนแกน $X_w Y_w Z_w$ บนโต๊ะหมุนจากส่วนที่ 3

จากผลการทดลองที่แสดงในรูป 4.8 - 4.9. พบว่า การใส่สัญญาณ dither ในส่วนที่สองนั้นทำให้ลดค่าผิดพลาดจากตำแหน่งลงได้โดยเฉพาะแกน X_w ซึ่งได้รับผลจากแรงเสียดทานของ บอลสกรูมากกว่าแกน Y_w และแกน Z_w และยังเห็นได้ว่า ลักษณะรูปร่างของเส้นกราฟทั้งคู่มิมีความคล้ายคลึงกัน นอกจากนี้จะพบว่า ค่าของความผิดพลาดนั้นจะมีค่าสูงกว่าบริเวณอื่นในช่วง 0 -2.3 วินาที, 11-14 วินาที และ 22-24 วินาที เนื่องจาก เป็นช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลง ความเร็วในทิศทางการเคลื่อนที่ในแนวแกน X_w

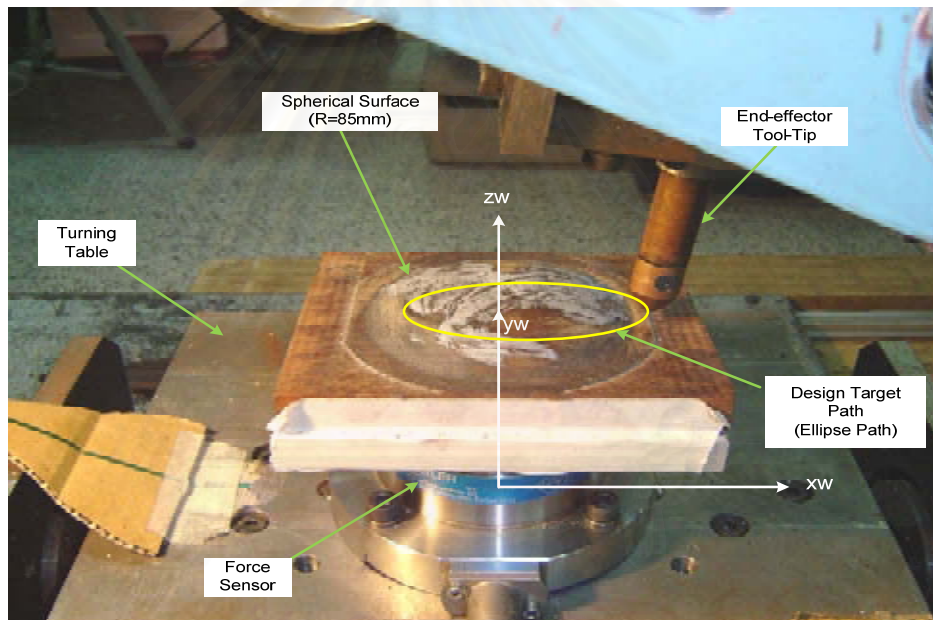
เพื่อที่จะลดค่าผิดพลาด ค่าชดเชยจากแบบจำลองแรงเสียดทานที่หาได้จะถูกนำมาเพิ่มในส่วนที่ 3 จากรูปที่ 4.10 จะพบว่าค่าผิดพลาดลดลง ซึ่งเห็นได้จากช่วงที่มีการเปลี่ยนแปลงความเร็วในทิศ X_w แต่อย่างไรก็ตาม ค่าผิดพลาดยังคงมีอยู่ในช่วง 0.35 มิลลิเมตร.

4.2 การทดสอบแขนกลโดยการควบคุมตำแหน่งและแรง

4.2.1 การทดสอบที่ 2 การทดสอบในส่วนนี้จะประกอบด้วย 2 ส่วน คือการควบคุมตำแหน่งและการควบคุมแรงกระทำกับสภาพแวดล้อม การควบคุมแบบ Inverse Dynamics Control จะใช้สำหรับการตำแหน่งปลายแขนกลแบบขนานนี้และจะอยู่ในของระบบควบคุม ส่วนการควบคุม

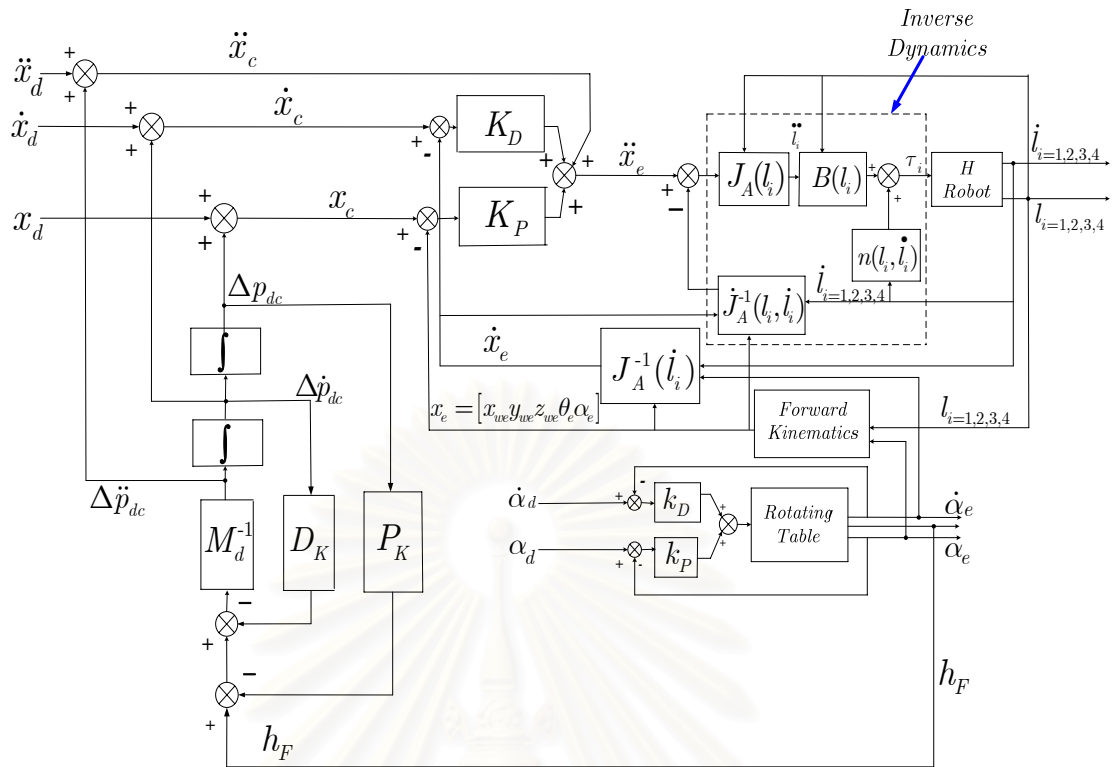
แรงกระทำกับสภาพแวดล้อมจะเป็นการควบคุมแบบอิมพีแดนซ์และจะอยู่นอกของระบบควบคุมดังแสดงในแผนภาพในรูปที่ 4.12

รูปที่ 4.11 แสดงองค์ประกอบที่ใช้ในการทดสอบการควบคุมตำแหน่งและแรงกระทำกับสภาพแวดล้อมของหัวกัดชิ้นงานหรือหัว tool ที่ติดตั้งที่ปลายแขนหุ่นยนต์ที่พัฒนาขึ้น โดยกำหนดให้หัว Tool เดินไปตามเส้นรอบวงของรูวงของรูวงรีที่จุดศูนย์กลางอยู่ที่พิกัด $(x_w, y_w, z_w) = (10.0, -6.34009, 115.9928)$ ชิ้นงานที่ใช้ในการทดสอบจะทำจากไม้ โดยมีลักษณะเป็นส่วนหนึ่งของผิวทรงกลมที่มีรัศมี 85 มิลลิเมตร และจุดศูนย์กลางอยู่ในตำแหน่งพิกัด $(x_w, y_w, z_w) = (0.0, 0.0, 41.5)$ ในการทดลองนี้จะถือว่าชิ้นงานดังกล่าวนี้เป็นตัวกีดขวาง การเคลื่อนที่ของหัวกัด ดังนั้น เมื่อหัวกัดเคลื่อนที่มากกระทบกับผิวชิ้นงาน การควบคุมแรงในทิศทางตั้งฉากกับผิวของชิ้นงานจะเริ่มทำงาน ปลายหัว tool จะเคลื่อนที่ไปตามผิวของชิ้นงานนี้



รูปที่ 4.11 ภาพทดสอบการควบคุมแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop

อุปกรณ์ตรวจรู้แรงจะติดตั้งอยู่ระหว่างที่ฐานของแท่นจับชิ้นงานกับโต๊ะหมุน (rotating table) อุปกรณ์ตรวจรู้แรงนี้สามารถวัดแรงและโมเมนต์ได้คือ (F_x, F_y, F_z, M_z) ในการทดลองนี้ หัว tool ที่ใช้นั้นได้พัฒนาขึ้นเพื่อใช้สำหรับทดสอบการควบคุมแรง โดยที่ปลายของหัว tool จะมีลูกปืนกลิ้งได้ติดตั้งอยู่เพื่อต้องการลดโมเมนต์ที่อาจเกิดขึ้นที่ปลายหัว tool ดังนั้นแรงที่วัดได้จะเป็นแรงในแนวแกน X, Y, และ Z เป็นหลัก



รูปที่ 4.12 แผนภาพการควบคุมแบบ Impedance พร้อม Inner motion control loop

จากรูปที่ 4.12 ตำแหน่งอ้างอิง $x_d = [x_{wd}, y_{wd}, z_{wd}, \theta_d, \alpha_d]$ จะเป็นคำสั่งเทียบกับแกน working coordinate (ในที่นี้คือ workpiece coordinate) สำหรับระบบควบคุมตำแหน่งและแรงนี้ ส่วนตำแหน่ง x_w, y_w, z_w, θ เป็นตำแหน่งเทียบกับพิกัด working coordinate เช่น $x_{we}, y_{we}, z_{we}, \theta_e$ เป็นตำแหน่งปลายแขนเมื่อเทียบกับพิกัด working coordinate และเป็นตำแหน่งและทิศทางที่ต้องการจะควบคุมในส่วนของ Inverse Dynamics Control โดยมีเกน K_P, K_D เป็นเกนปิดวงรอบควบคุมตำแหน่งนี้ ในขณะที่ α หรือมุมของโต๊ะหมุนนั้นจะใช้ตัวควบคุมแบบ PD โดยมีค่าเกนควบคุมคือ k_D, k_P ส่วนการควบคุมแรงและโมเมนต์นั้นใช้การควบคุมแรงแบบอิมพีแดนซ์ และเป็นการควบคุมแรงใน 3 ทิศทาง กล่าวคือเป็นการควบคุมแรงเฉพาะในแนวแกน X_w, Y_w, Z_w เท่านั้น

ในขณะที่ปลายแขนกลเคลื่อนที่ลอยอยู่โดยที่ยังไม่ได้สัมผัสกับชิ้นงานทดสอบ ทำให้ยังไม่มีแรงและโมเมนต์เกิดขึ้นที่ปลายแขน ($h_F = 0$) ดังนั้นการควบคุมจึงอยู่ในส่วนของการควบคุมตำแหน่ง หรือทำให้ค่า $x_d = x_e = x_c, \dot{x}_d = \dot{x}_e = \dot{x}_c, \ddot{x}_d = \ddot{x}_e = \ddot{x}_c$ (x_c คือตำแหน่งใน compliance frame) ผลที่ได้การทดสอบจะเหมือนกับการทดสอบที่ 1 แต่เมื่อปลายแขนกลมีการสัมผัสกับชิ้นทดสอบ ($h_F \neq 0$) ค่าสัญญาณแรงและโมเมนต์ที่เกิดขึ้นจากอุปกรณ์ตรวจรู้แรง (Force Sensor) ที่ติดอยู่กับโต๊ะหมุน สัญญาณแรงนี้จะถูกส่งไปที่ระบบควบคุมแรงในรูปแบบของสมการอิมพีแดนซ์ คือ

$$M_d \Delta \ddot{p}_{dc} + D_K \Delta \dot{p}_{dc} + P_K \Delta p_{dc} = h_F$$

$$\text{โดยที่ } h_F = \begin{bmatrix} F_X \\ F_Y \\ F_Z \\ M_Z \end{bmatrix}$$

เพื่อหาค่า $\Delta \ddot{p}_{dc}$ จาก $\Delta \ddot{p}_{dc} = M_d^{-1} (h_F - D_K \Delta \dot{p}_{dc} - P_K \Delta p_{dc})$

เราเลือกค่าเกน P_K (stiffness matrix)

$$P_K = \begin{bmatrix} 6.4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 15.42 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 37000 \end{bmatrix}$$

และค่าเกน D_K (damping matrix)

$$D_K = \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 3.6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 9000 \end{bmatrix}$$

ส่วน M_d^{-1} มีค่าเท่ากับ $J_A^{-1} B^{-1} J^{-T}$

โดยที่ B เป็น Inertia matrix ของแขนกลเอช

จากนั้นหาค่า $\Delta \dot{p}_{dc}$ กับ Δp_{dc} จาก $\int \Delta \ddot{p}_{dc} dt$ และ $\int \Delta \dot{p}_{dc} dt$ ตามลำดับ

จากแผนภาพที่แสดงในรูป 4.12 เราสามารถหาค่าตำแหน่งอ้างอิงที่เปลี่ยนไปบนแกน compliance ได้จากความสัมพันธ์ $x_c = x_d + \Delta p_{dc}$ สำหรับค่าอ้างอิงความเร็วและความเร็วเชิงมุมที่เปลี่ยนไปกับค่าอ้างอิงความเร่งและความเร่งเชิงมุม สามารถเขียนได้ทำนองเดียวกันดังนี้

$$\dot{x}_c = \dot{x}_d + \Delta \dot{p}_{dc} \quad \text{และ} \quad \ddot{x}_c = \ddot{x}_d + \Delta \ddot{p}_{dc}$$

ตำแหน่งที่ต้องการให้ปลายหัว Tool เคลื่อนที่ มีค่าเท่ากับค่าที่ป้อนเข้าไป คือ

$$x_{wd} = 10 + 42.1913 \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$y_{wd} = -6.34009 + 22.1913 \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร

$$z_{wd} = 115.9928$$

$$\theta_d = \frac{\pi}{18} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\alpha_d = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

หน่วยเป็น เรเดียน

$$\dot{x}_{wd} = -42.1913 \frac{\pi}{6} \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\dot{y}_{wd} = 22.1913 \frac{\pi}{6} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\dot{z}_{wd} = 0.0$$

$$\dot{\theta}_d = -\frac{\pi^2}{108} \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\dot{\alpha}_d = \frac{\pi^2}{108} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\ddot{x}_{wd} = -42.1913 \frac{\pi^2}{36} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\ddot{y}_{wd} = -22.1913 \frac{\pi^2}{36} \sin\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

$$\ddot{z}_{wd} = 0.0$$

$$\ddot{\theta}_d = -\frac{\pi^3}{648} \cos\left(\frac{\pi}{6} t\right)$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที

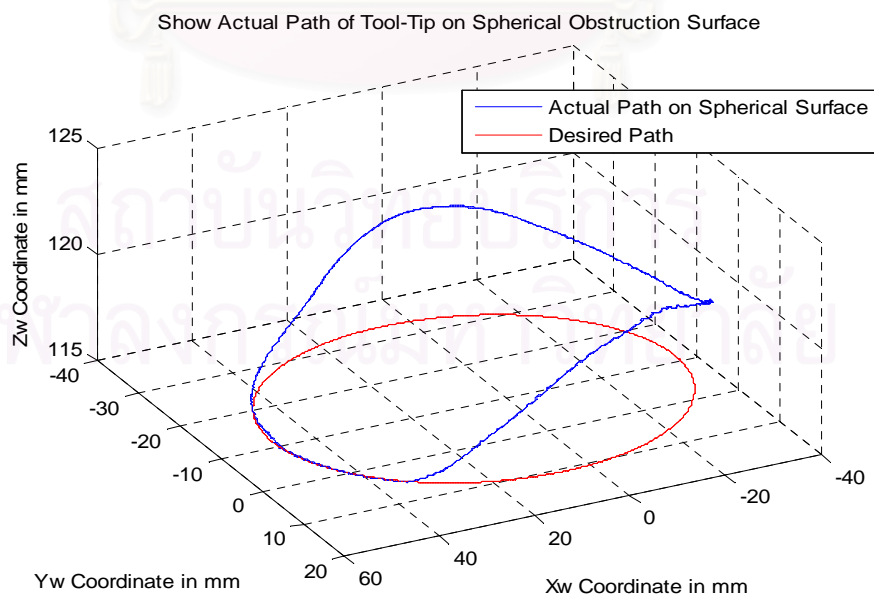
หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที

หน่วยเป็น มิลลิเมตร/วินาที²

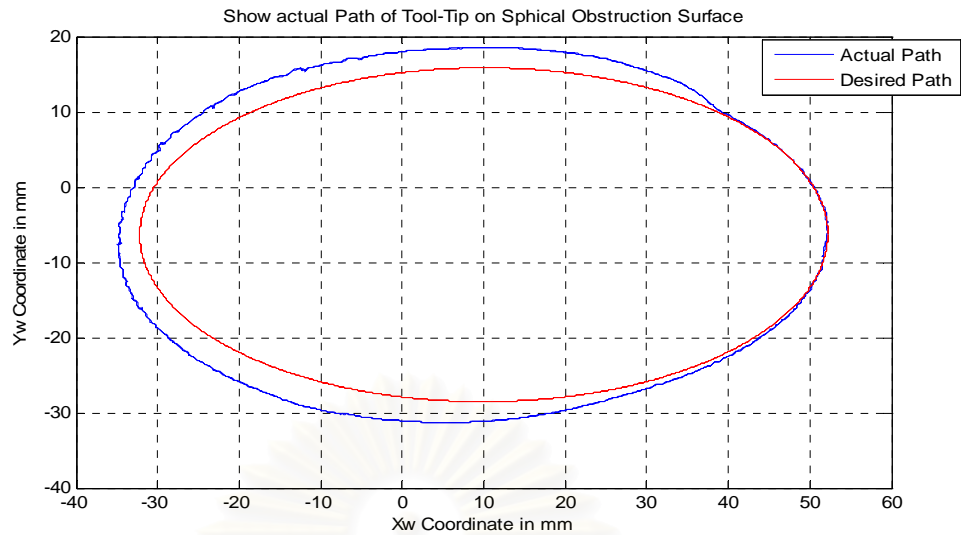
หน่วยเป็น เรเดียน/วินาที²

โดยที่ค่าเวลาในการสุ่มหรือ sampling time เท่ากับ 1/600 sec (หรือ 0.001667 วินาที) หัว Tool เคลื่อนที่ได้จำนวน 2 รอบวงรี เวลาที่ใช้ในการเคลื่อนที่ไปเท่ากับ 24 วินาที ข้อมูลที่ส่งเป็นจำนวน 14400 ครั้ง

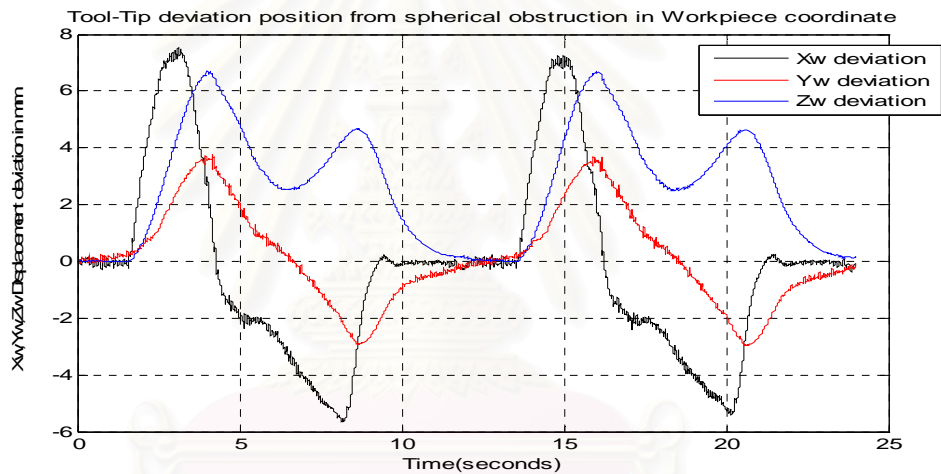
จากผลการทดสอบ เมื่อนำมาพล็อตเส้นทางการเคลื่อนที่จริงกับ แนวเส้นทางที่ป้อนเข้าไปจะได้ตามรูปที่ 4.13-4.14



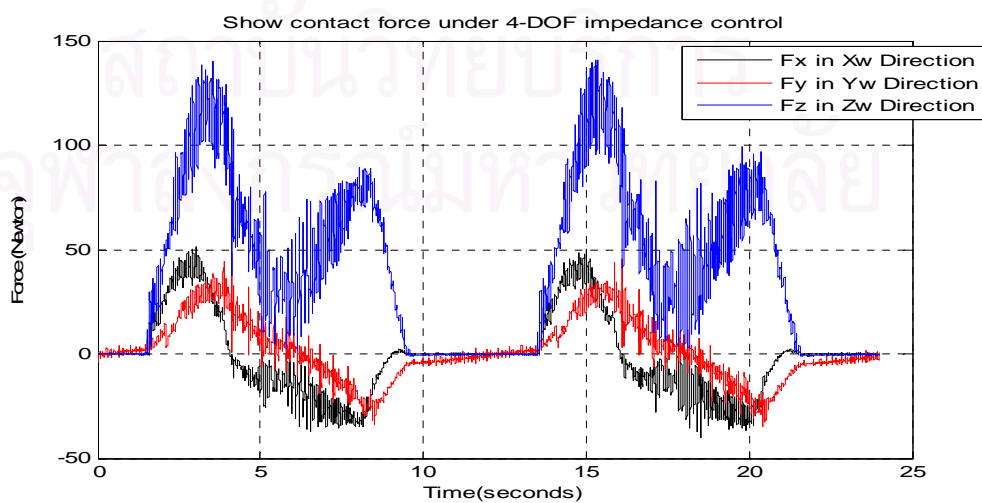
รูปที่ 4.13 เส้นทางการเคลื่อนที่ที่ต้องการ (รูปวงรี) และเส้นทางที่เกิดขึ้นจริงบน $X_w Y_w Z_w$



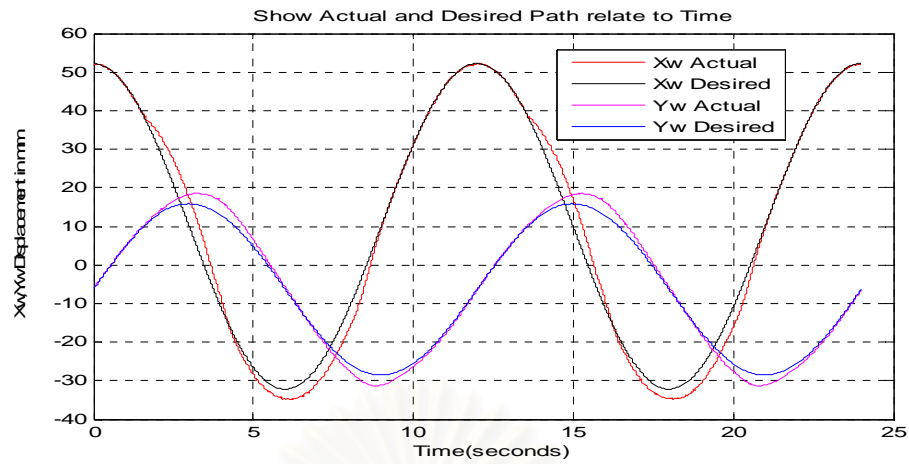
รูปที่ 4.14 เส้นทางการเคลื่อนที่ต้องการ (รูปวงรี) และเส้นทางที่เกิดขึ้นจริงบน $X_w Y_w$



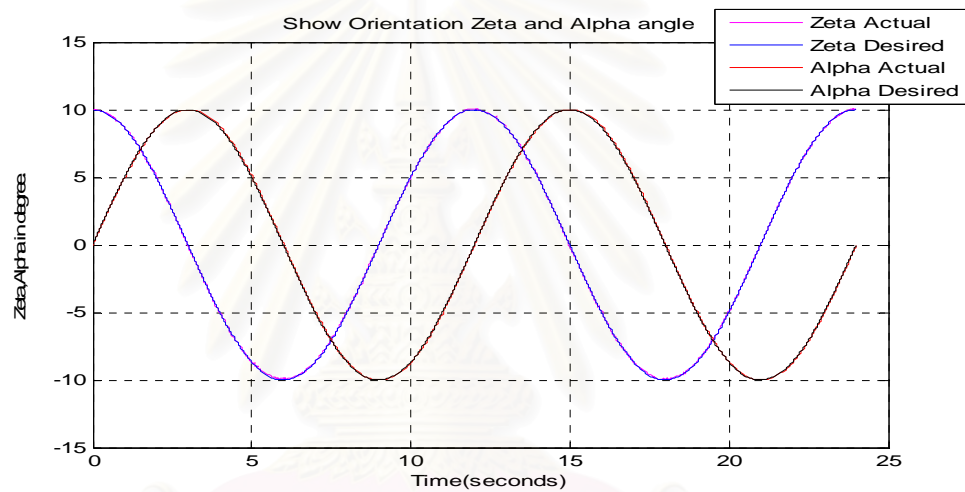
รูปที่ 4.15 ระยะเบี่ยงเบนบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจากตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)



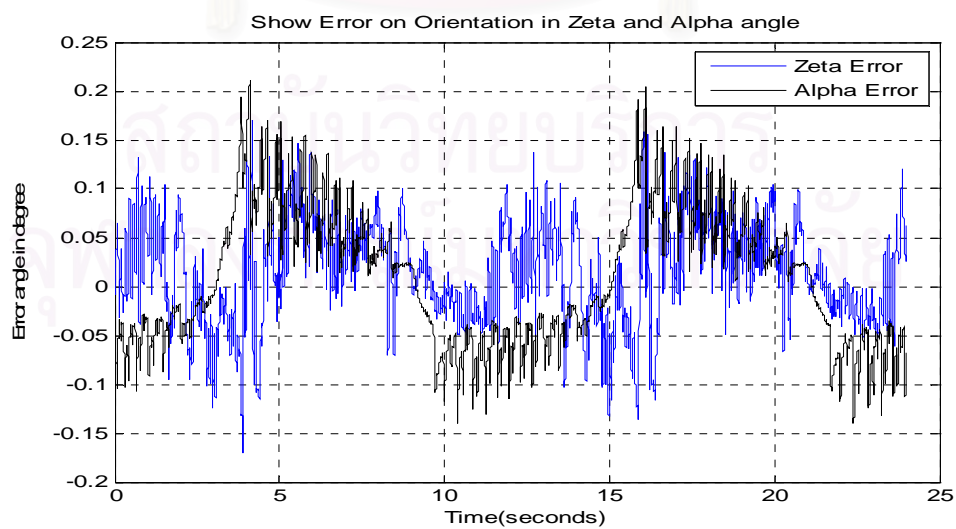
รูปที่ 4.16 แรงที่กระทำบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจากตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)



รูปที่ 4.17 ระยะเวลาที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับระยะเวลาที่ป้อนเข้าบนแกน $X_w Y_w$



รูปที่ 4.18 ทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า



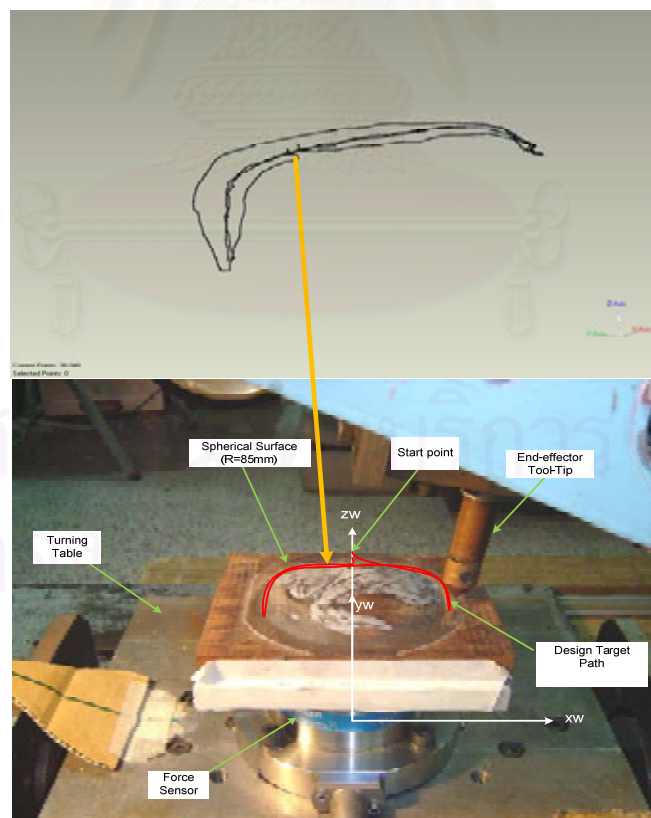
รูปที่ 4.19 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า

จากผลการทดลองที่แสดงในรูป 4.13 - 4.16. รูปที่ 4.13 แสดงตำแหน่งปลายแขนกลจริงที่มีการเคลื่อนที่ตามเส้นทางอ้างอิงรูปวงรี (สีแดง) ซึ่งจะมีการยกตัวขึ้นและเบนออกตามแนวพื้นผิววัตถุทรงกลมที่มากัดขวางเส้นทางการเคลื่อนที่ดังแสดงในรูป 4.14 แนวทางที่เบนออกนี้จะเป็นการเกาะไปตามผิวของชิ้นงานซึ่งก็จะมีลักษณะเป็นรูปวงรีตามเส้นทางอ้างอิง โดยระยะยกตัวสูงสุดอยู่ที่ประมาณ 7 มิลลิเมตร. แรงที่เกิดขึ้นในแนวแกน Z_w มีค่าประมาณ 140 นิวตัน ในขณะที่ระยะเบี่ยงเบนออกตามแนวแกน X_w สูงสุดมีค่า 7.5 มิลลิเมตร แรงที่เกิดในแนวนี้มีขนาดเท่ากับ 50 นิวตัน ส่วนระยะสูงสุดที่เบนออกในแนวแกน Y_w มีค่าประมาณ 3.5 มิลลิเมตร และแรงที่เกิดมีค่าประมาณ 30 นิวตัน ดังนั้นค่าความยืดหยุ่นของระบบอิมพีแดนซ์ใน

แนวแกน X_w, Y_w, Z_w นี้จะมีค่าประมาณ $\frac{50}{7.5} = 6.6, \frac{30}{3.5} = 8.6, \frac{140}{7} = 20$ นิวตันต่อ

มิลลิเมตร ตามลำดับ รูป 4.17 จะ แสดงตำแหน่งที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับเวลา ในขณะที่ทิศทางปลายแขนกลจริงมีค่าใกล้เคียงทิศทางอ้างอิงที่ป้อนเข้า โดยมีค่าผิดพลาดไม่เกิน 0.17 องศาสำหรับมุม θ และ 0.21 องศาสำหรับมุม α ดังแสดงในรูปที่ 4.18-4.19

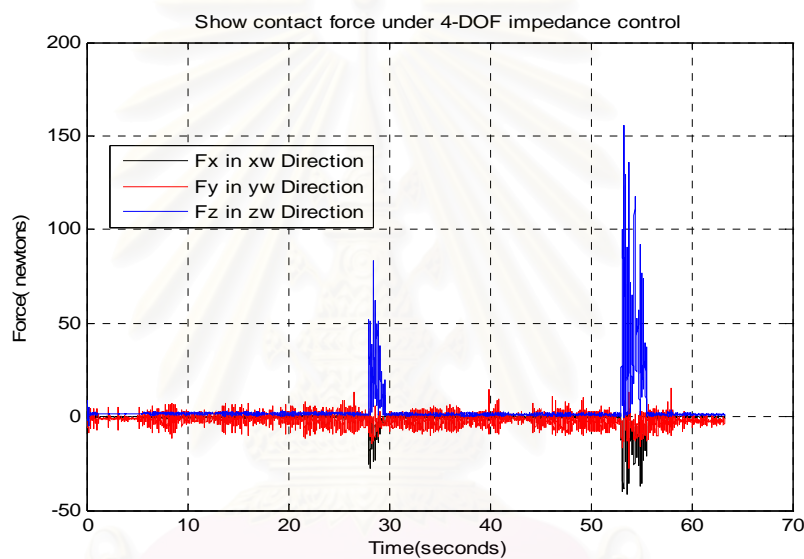
4.2.2 การทดสอบที่ 3 เป็นการทดสอบการควบคุมตำแหน่งและแรง โดยตำแหน่งอ้างอิงที่ใช้ในทดลองจะเป็นค่าของแขนกลแฮปติก (Haptic arm) ที่พัฒนาขึ้นที่ห้องปฏิบัติการ Tawe N.



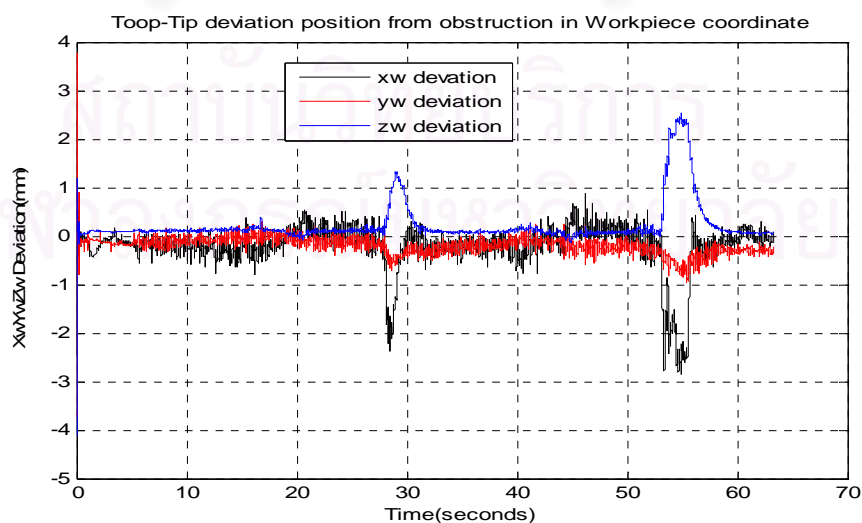
รูปที่ 4.20 ภาพตำแหน่งข้อมูลที่อ่านได้จากแขนกลแฮปติก

ลงบนแขนกล 5 แกน

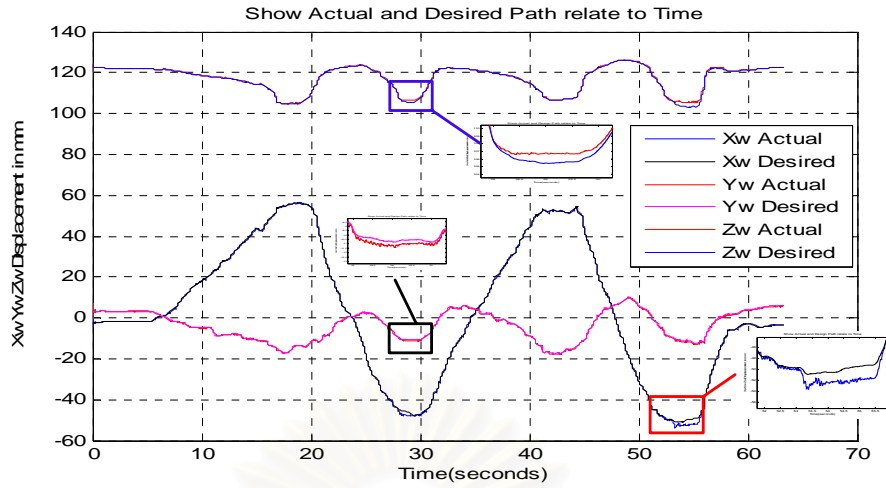
[2007] การทดสอบในกรณีเพื่อจำลองการทำงานของแขนกลในลักษณะ Master-Slave operation โดยแขนกลนำหรือ Master manipulator เป็นแขนกลที่มีโครงสร้างกลไกเป็นแบบขนานและมีคุณสมบัติเป็นแขนกลแบบแอปติคกล่าวคือสามารถสร้างแรงเพื่อกระทำกับมือที่กำลังบังคับตัวแขนกลนี้ ส่วนแขนกล เอช-4 (H4) ที่พัฒนาขึ้นในงานวิจัยนี้จะเป็นแขนกลตามหรือ Slave manipulator รูปที่ 4.20 แสดงเส้นทางที่อ่านได้จากแขนกลแอปติคซึ่งจะใช้เป็นเส้นทางอ้างอิงสำหรับควบคุมตำแหน่งของปลายแขนกลตาม การควบคุมตำแหน่งนี้จะอยู่วงในของระบบควบคุม (inner motion control loop) ส่วนการควบคุมแรงก็เป็นการควบคุมแรงเช่นเดียวกับในกรณีการทดสอบที่ 2 คือเป็นแบบอิมพีแดนซ์ (Impedance) ตามแผนภาพในรูปที่ 4.12 ในการทดสอบนี้ ไม่ได้ใช้ สัญญาณ dither และแบบจำลองความเสียดทาน



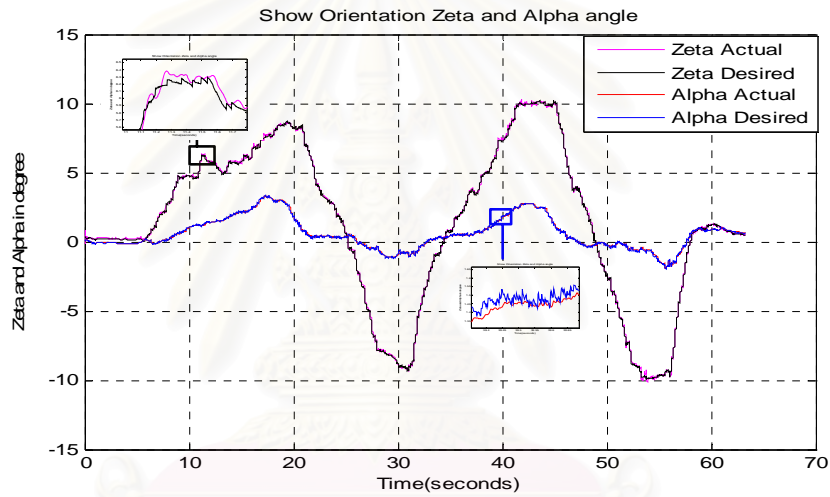
รูปที่ 4.21 แรงที่กระทำบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจากตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)



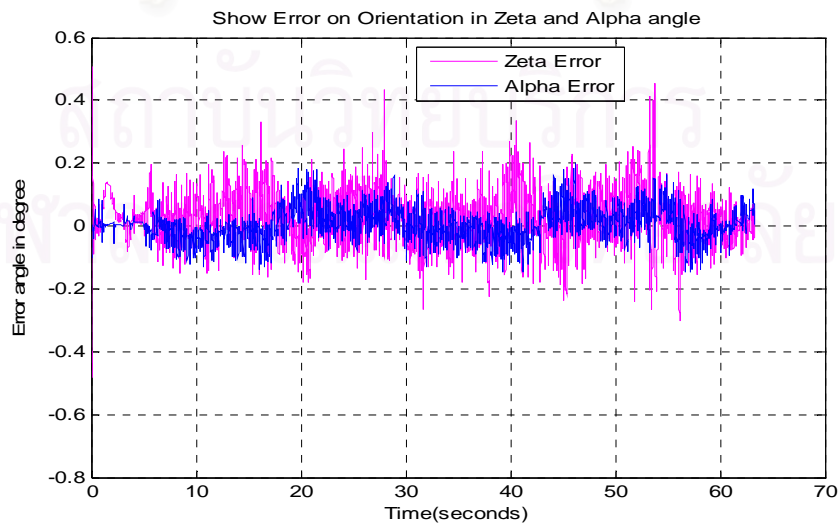
รูปที่ 4.22 ระยะเบี่ยงเบนบนแกน $X_w Y_w Z_w$ เนื่องจากตัวกีดขวางทาง (วัสดุไม่เป็นผิวทรงกลม)



รูปที่ 4.23 ระยะเวลาที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับระยะที่ป้อนเข้าบนแกน $X_w Y_w Z_w$



รูปที่ 4.24 ทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า (องศา)

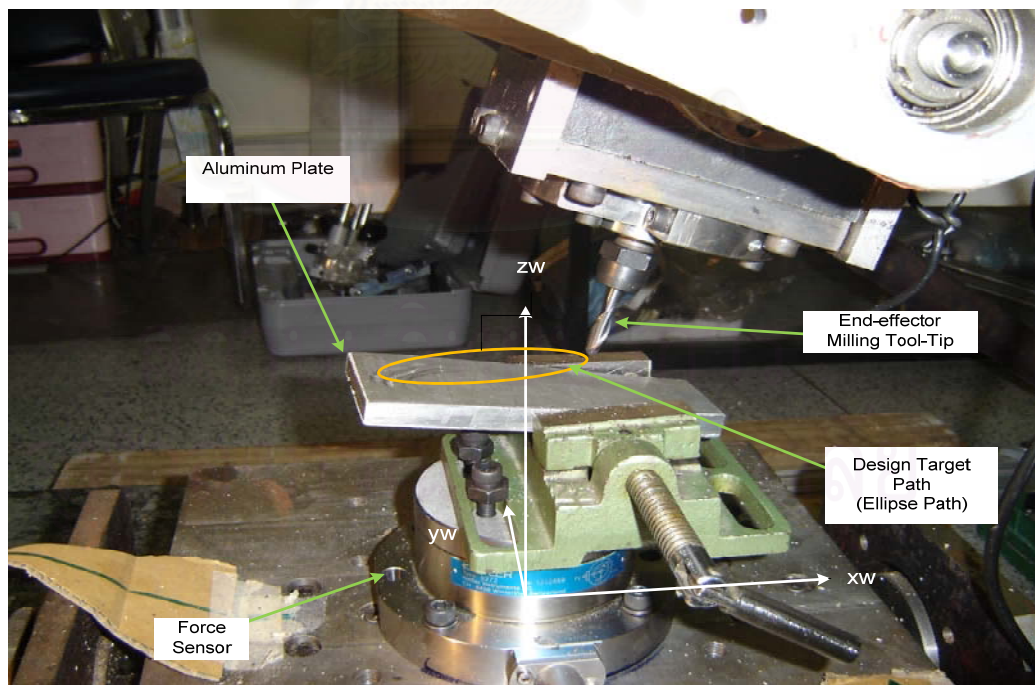


รูปที่ 4.25 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริง
เทียบกับทิศทางที่ป้อนเข้า (องศา)

จากผลการทดลองที่แสดงในรูป 4.21 - 4.25. รูปที่ 4.21 และ 4.22 แสดงแรงกดและระยะเบี่ยงเบนที่เกิดจากปลายแขนสัมผัสกับพื้นผิววัตถุทรงกลมที่เป็นเสมือนมีสิ่งกีดขวางเส้นทางการเคลื่อนที่ โดยแรงที่เกิดขึ้นมีค่าสูงสุดประมาณ 150 นิวตัน ในทิศทาง Z_w ระยะเบี่ยงเบนเท่ากับ 2.5 มิลลิเมตร ในขณะที่แรงในแนวแกน $X_w Y_w$ มีค่าประมาณ 40 นิวตัน และ 20 นิวตัน ตามลำดับ

รูปที่ 4.23 แสดงถึงค่าตำแหน่งของระยะที่เคลื่อนที่จริงเทียบกับระยะที่ป้อนเข้า ซึ่งจะเห็นว่ามีความใกล้เคียงกัน โดยมีค่าผิดพลาดสูงสุดอยู่ที่ประมาณ 1 มิลลิเมตร ตามแนวแกน X_w และในบริเวณที่มีแรงกระทำกับผิวชิ้นงานที่ปลายแขนจะเห็นว่าเส้นทางการเคลื่อนที่ที่มีการเบี่ยงเบนจากแนวทางการเคลื่อนที่อ้างอิง ความผิดพลาดของมุมของปลายแขนและมุมของโต๊ะหมุนแสดงให้เห็นในรูปที่ 4.25 ซึ่งจะมีค่าสูงสุดไม่เกิน 0.5 และ 0.2 องศา ตามลำดับ แต่ถ้าพิจารณาค่าผิดพลาดส่วนใหญ่จะมีค่าประมาณ 0.2 องศา

4.2.3 การทดสอบที่ 4 เป็นการทดสอบการกักชิ้นงานเป็นแผ่นอลูมิเนียม โดยการควบคุมตำแหน่งและแรงจะมีรูปแบบของการทดลองการตั้งแสดงในรูปที่ 4.26 แผ่นอลูมิเนียมจะวางเอียงทำมุมกับระนาบในแนวนอนหรือระนาบ XY เพื่อจะจำลองให้เสมือนมีสิ่งกีดขวางการเคลื่อนที่ของปลายแขนหุ่นยนต์ ค่าตำแหน่งอ้างอิงที่ใช้ในการควบคุมตำแหน่งจะเป็นเส้นทางวงรีในระนาบ XY โดยสามารถคำนวณเส้นทางได้จากสมการวงรี ดังนี้คือ



รูปที่ 4.26 ภาพตำแหน่งข้อมูลเส้นทางรูปวงรีที่ปลายหัวกัทจะต้องเคลื่อนที่ตาม

$$x_{wd} = 10 + 42.1913 \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$y_{wd} = -6.34009 + 22.1913 \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

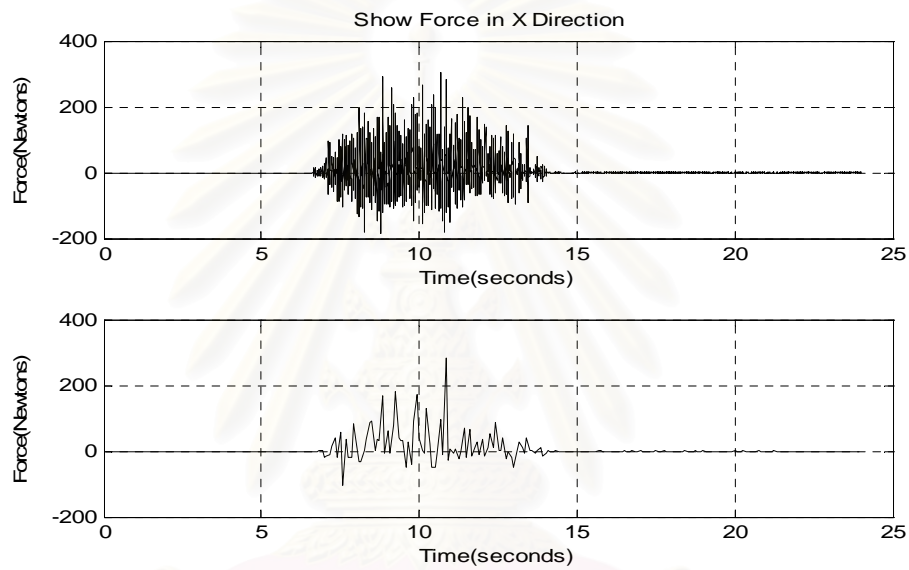
$$z_{wd} = 115.9928$$

หน่วยเป็น มิลลิเมตร

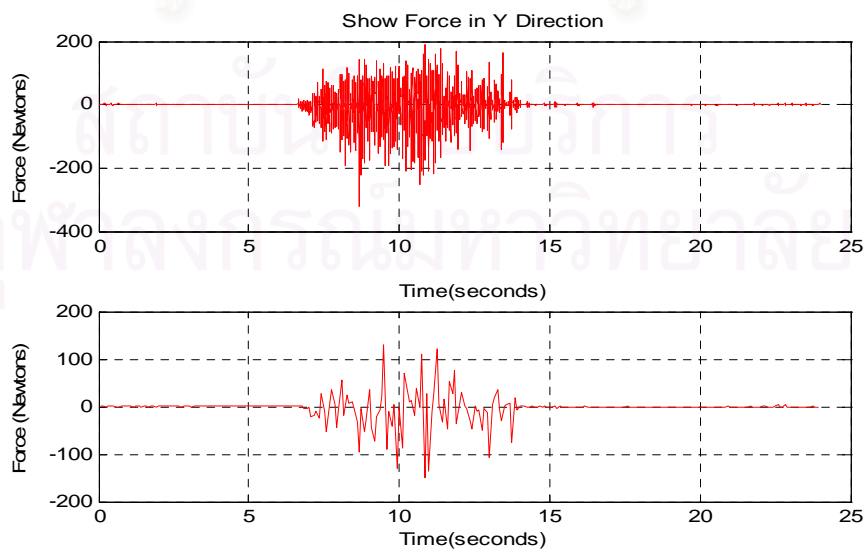
$$\theta_d = \frac{\pi}{18} \cos\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

$$\alpha_d = \frac{\pi}{18} \sin\left(\frac{\pi}{12}t\right)$$

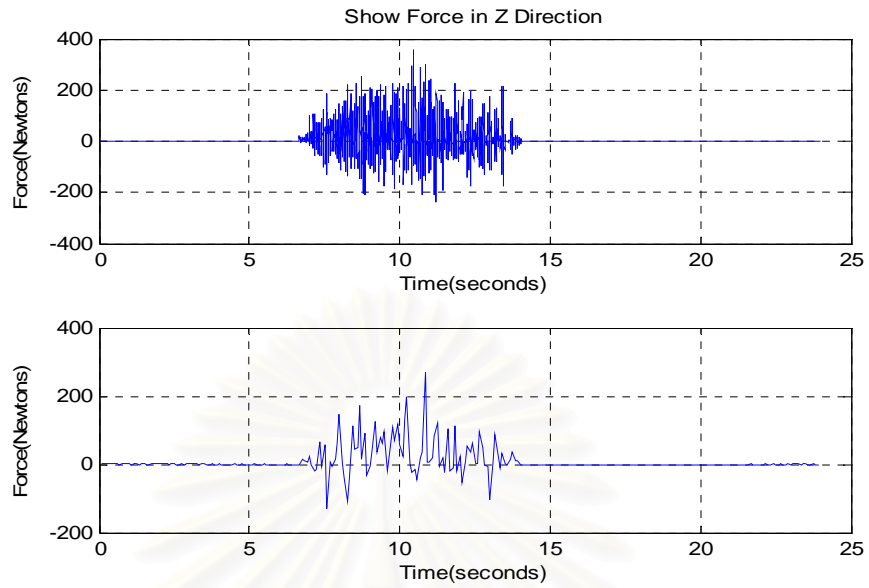
หน่วยเป็น เรเดียน



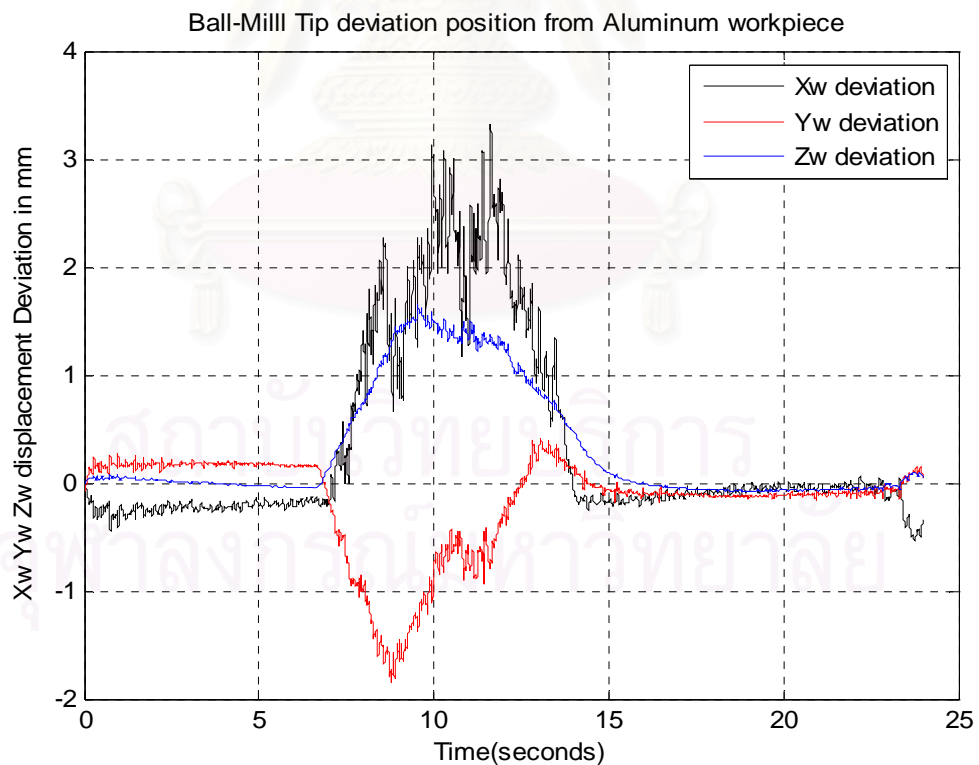
รูปที่ 4.27 แรงที่เกิดขึ้นจากการกักตอลูมิเนียมในแนวแกน X_w



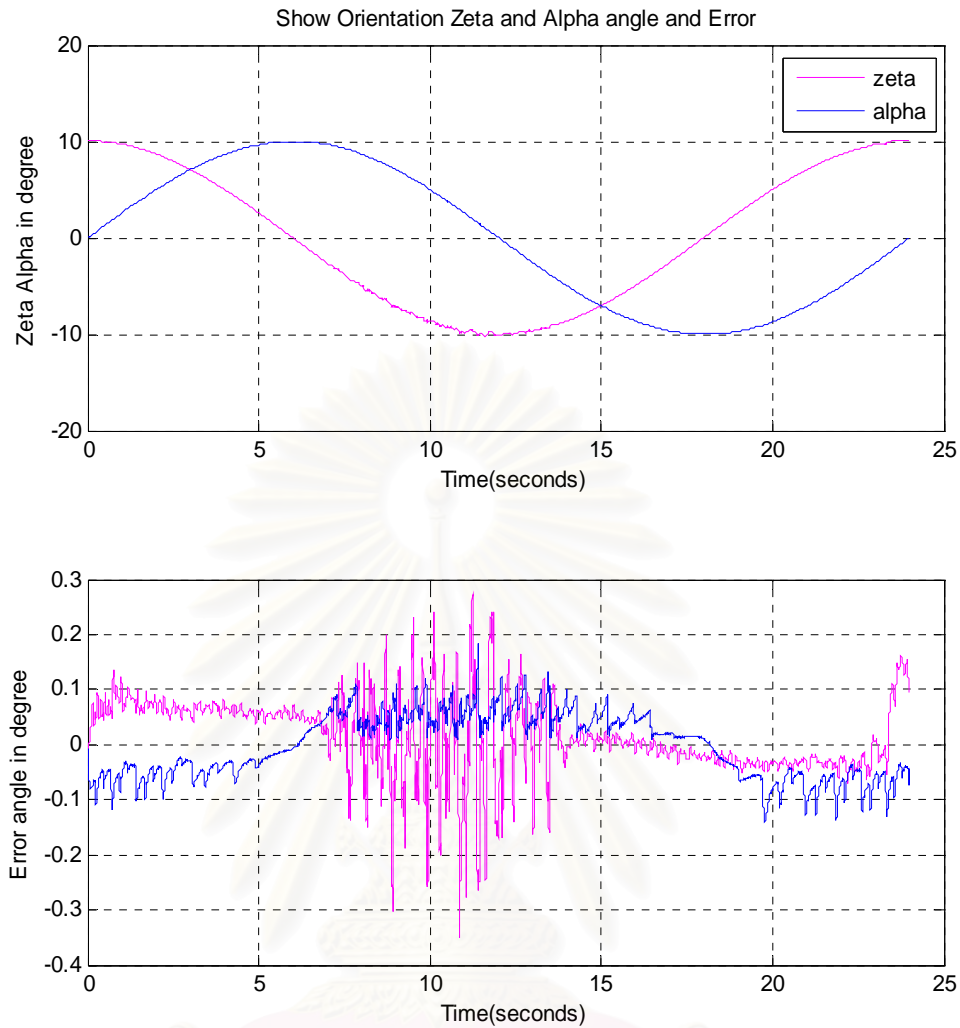
รูปที่ 4.28 แรงที่เกิดขึ้นจากการกักตอลูมิเนียมในแนวแกน Y_w



รูปที่ 4.29 แรงที่เกิดขึ้นจากการกัดอลูมิเนียมในแนวแกน Z_w



รูปที่ 4.30 ตำแหน่งข้อมูลที่เป็นเบี่ยงเบนจากเส้นทางรูปวงรีที่ปลายหัวกัดจะต้องเคลื่อนที่ตาม



รูปที่ 4.31 ค่าผิดพลาดเชิงมุมจากทิศทางปลายแขนจริงเทียบกับ
ทิศทางที่ป้อนเข้า θ, α (องศา)

จากการทดสอบพบว่าเมื่อหัวกั้วว่งชนแผ่นอลูมิเนียม (เสมือนมีสิ่งกีดขวาง) จะเกิดแรงขึ้นตามแนว $X_w Y_w Z_w$ ดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.27-4.30 ทิศของแรงที่เกิดขึ้นจะมีทิศ $+X_w$ และ $+Z_w$ ซึ่งเห็นได้ชัดเจนยิ่งขึ้นจากเส้นกราฟที่ผ่านการกรองสัญญาณแล้ว แรงที่เกิดขึ้นเหล่านี้จะทำให้ปลายแขนกลมีการยกตัวสูงเพิ่มขึ้นในทิศ Z_w จนถึงประมาณ 1.5 มิลลิเมตร พร้อมกับแรงทิศ $+X_w$ ที่เบี่ยงหัวกั้วให้เคลื่อนออกจากแนวที่ต้องการ 3 มิลลิเมตร.

ค่าผิดพลาด θ จะมีค่าแกว่งมากขึ้นในขณะกั้วชนแผ่นอลูมิเนียม ซึ่งเราสามารถเห็นได้จากเส้นกราฟสีชมพูในรูปที่ 4.31 เนื่องจากมีการสั่นของหัวกั้วในแนว θ ซึ่งส่งผลให้ตำแหน่งปลายแขนกลในแนวแกน X_w มีการสั่นเกิดขึ้นด้วย ดังในรูปที่ 4.28

4.3 อภิปรายผลการทดสอบแขนกล

จากผลการทดสอบทั้งหมด สามารถวิเคราะห์ ได้ดังนี้

1. ในการควบคุมตำแหน่ง โดยควบคุมให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่รอบวงกลมนั้น ปลายแขนกลสามารถเคลื่อนตามตำแหน่งและทิศทางได้ดี แต่ยังมีค่าผิดพลาดขนาด 0.35 มิลลิเมตรที่เกิดขึ้นอันเนื่องมาจาก

- ขนาดความเสียหายจากชุดบอลสกรูและข้อต่อยูนิเวอร์แซลที่แปรเปลี่ยนไปในขณะที่มีการเปลี่ยนทิศทางเคลื่อนที่กลับของชุดต่อรางเลื่อนทั้ง 4
- ความผิดพลาดจากความคลาดเคลื่อนทางกลพารามิเตอร์ของรูปร่างในส่วนการสร้างและผลิตตลอดจนการสวมประกอบของชิ้นส่วนแขนกล
- ความแข็งแรงในส่วนของโครงสร้างฐานรากอันได้แก่ ชุดตัวรางเลื่อน ที่ประกอบอยู่บนโครงสร้างอลูมิเนียมซึ่งเป็นส่วนประกอบหลักถึง 70% ยังคงมีการแอ่นตัวขณะที่มีการเคลื่อนที่
- ขนาดของมวลและค่าโมเมนต์ความเฉื่อยของชิ้นส่วนบางชิ้นของแขนกลที่ใช้ในการคำนวณสำหรับส่วนควบคุมไม่ตรงกับค่าความเป็นจริง

2. ในการควบคุมตำแหน่งและแรงแบบอิมพีแดนซ์ โดยควบคุมให้ปลายแขนกลเคลื่อนที่รูปวงรี เมื่อชนกับวัตถุรูปทรงกลมปลายแขนกลสามารถยกและเคลื่อนที่ไปได้เร็วตามพื้นผิวซึ่งงานทรงกลมได้โดยอยู่ในแนวที่ใกล้เคียงกับตำแหน่งที่ต้องการ ขนาดของแรงที่เกิดขึ้นจากการชนในแต่ละแกนจะแปรผันตามค่าระยะเบี่ยงเบนตามแกนนั้นๆ ซึ่งค่าแปรผันนี้สามารถปรับเปลี่ยนไปตามค่าเกณฑ์เราตั้งค่าไว้ของระบบอิมพีแดนซ์บนแกนนั้นๆ แต่อย่างไรก็ตามจะสังเกตว่าเมื่อแรงที่กระทำลดลงจนเกือบเป็นศูนย์ค่าผิดพลาดของการเบี่ยงเบนก็ยังคงมีอยู่และไม่เท่ากับศูนย์ในทันที เห็นได้จากรูปที่ 4.15 และ 4.16 ในระหว่างวินาทีที่ 10 ถึง 12 และ 21 ถึง 24 ค่าของแรงที่อ่านได้ในแนวแกน X_w และ Z_w มีค่าเป็นศูนย์แล้วแต่ระยะเบี่ยงเบนบนแกนทั้ง 2 นั้นยังคงมีอยู่ประมาณ 2 ถึง 3 วินาทีจึงลดลงเป็นศูนย์ ซึ่งเนื่องมาจากในระบบควบคุมส่วนที่จำตำแหน่งที่เริ่มมีแรงมากกระทำ เมื่อเคลื่อนที่จากไปตำแหน่งที่ไม่มีแรงกระทำแล้วมามีแรงกระทำและกลับไปไม่มีแรงกระทำอีก ค่าตำแหน่งอ้างอิงที่ใช้ในการควบคุมกับค่าตำแหน่งจริง หลังจากกลับมาไม่มีแรงกระทำจะมีค่าต่างกันค่อนข้างสูง ตัวควบคุมจะต้องใช้เวลาพอสมควรจึงจะนำให้กลับไปสู่เส้นทางอ้างอิงที่ต้องการ ค่าแรงสูงสุดที่รับได้ของตัวตรวจรู้แรงไม่เกิน 150 นิวตัน

3. ในการควบคุมตำแหน่งและแรงแบบอิมพีแดนซ์ กับการกักชิ้นงานที่เป็นอลูมิเนียมจะพบว่าแรงที่กักจะส่งผลให้เกิดการสั่นบนแกน X มากที่สุดเนื่องจากความแข็งแรงบนแกน

หมุน θ มีค่าน้อยที่สุดเมื่อเทียบกับแกนอื่นๆ และเนื่องจากลักษณะโครงสร้างที่เป็นโครงสร้างอลูมิเนียม วัสดุที่ใช้ในการกักควรเป็น ไม้ หรือวัสดุอ่อนอื่นๆ

4.4 ข้อเสนอแนะ

เนื่องจากความแม่นยำของแกนกลแบบกลไกขนานแบบเอช ในเครื่องกัก 5 แกนที่พัฒนาขึ้นมีความสำคัญมาก เพื่อเป็นการเพิ่มความถูกต้องให้แก่แกนกลนี้ ผู้วิจัยจึงเสนอแนวทางในการปรับปรุงดังนี้

- ทำการตรวจวัดและหาค่าพารามิเตอร์ต่างๆของรูปร่างที่ถูกต้องของแกนกลเอช
- เพื่อให้ง่ายต่อการสอบเทียบค่า (calibration) ควรออกแบบให้ส่วนของแกนในแกนกลสามารถยืดหรือหดเข้าไปได้เพื่อให้แกนทั้งสี่มีความยาวเท่ากัน
- ควรศึกษาออกแบบตำแหน่งตั้งต้นของแกนกลให้มีความถูกต้องแม่นยำทุกครั้ง
- ปรับปรุงโครงสร้างส่วนฐานรากให้มีความแข็งแรงมากขึ้นเพื่อรองรับแกนกลเหล็กหรือไม่ก็ปรับปรุงส่วนของโครงสร้างแกนกลเหล็กให้เบาขึ้นโดยอาจใช้เป็นแกนกลอลูมิเนียมแทน
- ออกแบบระบบคลัทช์ (clutch) และเบรก (brake) สำหรับควบคุมแกนหมุน θ ให้มีความแข็งแรงมากขึ้นเมื่อรับภาระงานที่เกิดจากการกัก
- ปรับปรุงส่วนของรางเลื่อนและระบบขับเคลื่อนเพื่อลดระยะหลวมให้มีค่าน้อยลง
- ทำการออกแบบและพัฒนาแรงโต้กลับในส่วนของมอเตอร์ให้เหมาะกับการควบคุมตำแหน่งและแรงสำหรับระบบอิมพีแดนซ์

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

รายการอ้างอิง

ภาษาไทย

วิทยานิพนธ์

ไพรัช ตั้งพรประเสริฐ. 2539. การควบคุมแรงแขนกลแบบผสมระหว่างแรงและตำแหน่ง.

วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

บวร ปัญญาวรวัจน์ 2542. การควบคุมแบบไฮบริดด้วยแรงแบบอิมพลีซิทสำหรับแขนกล. วิทยา

พนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรมหาบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ณัฐดนัย ตันทวิรุพท์. 2547. การออกแบบและวิเคราะห์แบบใหม่สำหรับแขนกลแบบขนานใน

ตระกูลเอช-4พร้อมด้วยการควบคุมแรง. วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ทวี งามวิไลกร. 2549. การทำงานแบบมาสเตอร์-สเลฟของแขนกลแอบติคหกองศาอิสระแบบ

ใหม่ที่มีโครงสร้างแบบขนานสำหรับงานสร้างชิ้นงานต้นแบบ วิทยานิพนธ์ปริญญาวิศวกรรมศาสตรดุษฎีบัณฑิต. ภาควิชาวิศวกรรมเครื่องกล คณะวิศวกรรมศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย.

ภาษาอังกฤษ

หนังสือ

Bruno Siciliano, Luigi Villani. 1999 Robot Force Control.: Kluwer Academic Publishers.

Erik L.J. Bohez. 1995 Computer Control of Manufacturing I. Industrial Engineering and Management Division : Asian Institute of Technology.

LoRenzo Sciavicco, Bruno Siciliano 1996. Modeling and control of robot manipulators. : The McGraw-Hill Companies, Inc.

Mark W. Spong, M. Vidyasagar. 1989. Robot Dynamics and Control. : John Wiley & Sons.

Yusuf Altintas. 2000. Manufacturing Automation. First published. : The Press Syndicate of The University of Cambridge.

Tsai, L. W. 1999. Robot Analysis The Mechanics of Serial and Parallel Manipulators. : John Wiley & Sons.

บทความในวารสาร

Chiu Y.J., Perng M.H. 2001. Forward Kinematics of a General Fully Parallel Manipulator with Auxiliary Sensors. International Journal of Robotics Research No.5-20 : 401-414.

- Chung-Ching Lee, Jeng-Hong Chiu, Hung-Hui Wu. 2005. Kinematics of a H – Type pure Translational Parallel manipulator. Proceeding of IDETC/CIE 2005 ASME 2005 International Design Engineering Technical Conf.
- Dumitru Olaru, George C. Puiu, Liviu C. Balan, Vasile Puiu. 2005. A New Model to Estimate Friction Torque in a Ball Screw System. Product Engineering Springer Netherlands : 333-346.
- E.L.J. Bohez. 2001. Compensating for systematic errors in 5-axis NC machining. Computer-Aided Design.
- E.L.J. Bohez. 2005. Optimal setup for 5-axis machining. International Journal of Machine Tools & Manufacture.
- Fabrizio Caccavale, Ciro Natale, Bruno Siciliano, and Luigi Villani. 2005. Integration for the Next Generation Embedding Force Control into Industrial Robots, IEEE Robotics & Automation Magazine.
- Gosselin C. M., Angeles J. 1990. Singularity analysis of closed-loop kinematics chains. IEEE Transactions on Robotics and Automation No.3-6 : 281-290.
- L.W. Walsh, G.C. Stamper, R.E. 1996. Kinematics of a novel three DOF translational platform. Proc. IEEE International Conference on Robotics & Automation. : 3447-3451.
- Monsarrat, B., Gosselin, C. M. 2001. Singularity Analysis of a Three-Leg 6 Dof parallel Grassmann Line Geometry. International Journal of Robotics Research. No.4-20 : 312-326.
- Oussama Khatib. 1987. A Unified Approach for Motion and Force Control of Manipulators : The Operational Space Formulation. IEEE Journal of Robotics and Automation. No.1-Ra3.
- Pierrot F. 1999. H4 - a new family of 4-DOF parallel robots. IEEE/ASME Advanced Intelligent Mechatronics Conf. Proc. : 508-513.
- Park, K.W., Lee M.K. 2000. Workspace and singularity analysis of a double parallel manipulator IEEE/ASME Transactions on Mechatronics No. 4-5 : 367-375.
- Pierrot, F., Marquet F. 2001. H4 parallel robot modeling design and preliminary experiments. IEEE Robotics and Automation Conf. Proc. : 3256-3261.
- Raibert M., Craig J.J. 1981. Hybrid positional/force control of manipulators. Journal of Dynamics Systems Measurement and Control. 102 : 126-133.

Sangveraphunsiri V., Tantawiroon N. 2005 Design of the new 4-DOF parallel manipulator with object contact force control. The 19th Conference of Mechanical Engineering Network of Thailand.

Sangveraphunsiri V., Tantawiroon N. 2003. Novel Design of a 4 DOF parallel Robot JSAE Annual Congress Yokohama Japan.

Sangveraphunsiri V., Ngamvilaikorn T. 2005. Design and Analysis of 6 DOF Haptic Device for Teleoperation Using a Singularity-Free Parallel Mechanism, Thammasat International Journal of Science and Technology. No.4-10 : 60-69.

Sangveraphunsiri V., Wongkumchang P. 2001. Design and Control of a Stewart Platform. the 15th National Conference of Mechanical Engineering.

วิทยานิพนธ์

Clavel, R. 1991. Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté. Ph.D. Thesis EPFL Lausanne Switzerland

สื่ออิเล็กทรอนิกส์ แฟ้มข้อมูลและโปรแกรมคอมพิวเตอร์

Robotic Industries Association. 2006. What Makes a Robot Parallel.

<http://www.roboticonline.com/public/articles/details.cfm?id=798> : Ilian Bonev.

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย



ภาคผนวก

สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ก

พอร์ตอินพุตและเอาต์พุตที่ใช้เชื่อมต่อสัญญาณควบคุมแขนกล

ก.1 พอร์ตอินพุตและเอาต์พุตสัญญาณแอนาล็อก

สัญญาณแอนาล็อกที่ใช้ในการเชื่อมต่อสัญญาณแอนาล็อกสำหรับควบคุมแขนกลในงานวิจัยนี้ดังแสดงในตาราง ก.1 ประกอบด้วยสองส่วนคือ

1. สัญญาณแอนาล็อกที่ส่งไปควบคุมตัวขยายเพื่อขับมอเตอร์
2. สัญญาณจากตัวตรวจรู้แรง

รายละเอียดของพอร์ตโปรตดูใน Sensoray Model 626 Instruction Manual PCI Multifunction I/O Board รายละเอียดของตัวขยายสัญญาณ Kollmorgen ดูใน SERVOSTAR S และ SERVOSTAR CD Installation manual 2002 (SDCInstall.pdf)

ตาราง ก.1 พอร์ตที่ใช้เชื่อมต่อสัญญาณแอนาล็อก

ชื่อพอร์ต		อุปกรณ์ที่เชื่อมต่อ	หน้าที่การทำงาน
Input	Output		
		ตัวขยายสัญญาณควบคุมมอเตอร์ Kollmorgen	ส่งไปสัญญาณแอนาล็อกควบคุมตัวขยายเพื่อขับมอเตอร์
	DACH1	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 1	
	DACH2	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 2	
	DACH3	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 3	
	DACH4	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 4	
		ตัวตรวจรู้แรง	รับสัญญาณแรงที่ได้จากตัวตรวจรู้แรงKilter
AD1		ช่อง 1	
AD2		ช่อง 2	
AD3		ช่อง 3	
AD4		ช่อง 4	

สัญญาณที่ได้จากตัวตรวจรู้แรงแต่ละช่องสัญญาณต้องนำมาคูณกับเมตริกซ์สอบเทียบของตัวตรวจรู้แรงเพื่อให้ได้แรงในแต่ละแกนความสัมพันธ์ระหว่างสัญญาณจากตัวตรวจรู้แรงกับแรงที่แท้จริงในแต่ละแกนคือ

$$F = G \bullet S$$

$$G = \begin{bmatrix} 0.016574 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.016574 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.016574 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.016574 \end{bmatrix}$$

โดยที่ F เป็นแรงในแต่แกนหรือ $[F_x \ F_y \ F_z \ M_z]$ และ S คือสัญญาณที่อ่านได้ในแต่และช่องสัญญาณหรือ $[s_1 \ s_2 \ s_3 \ s_4]$

ก.2 พอร์ตรับสัญญาณแอนโคเดอร์

พอร์ตรับสัญญาณแอนโคเดอร์เพื่อวัดตำแหน่งการอุปกรณ์ขับทั้งสิ้นได้แสดงในตาราง ก.2

ตาราง ก.2 พอร์ตรับสัญญาณแอนโคเดอร์

ชื่อพอร์ต	อุปกรณ์ที่เชื่อมต่อ	หน้าที่การทำงาน
	ตัวขยายสัญญาณ ควบคุมมอเตอร์ Kollmorgen	รับสัญญาณแอนโคเดอร์ จากตัวขยายสัญญาณ Kollmorgen เพื่อใช้หา ตำแหน่งของแขนกล
ENCODER1 PHI0(1) PHI90(1) IDX(1)	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 1	
ENCODER2 PHI0(2) PHI90(2)	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 2	
ตาราง ก.2 (ต่อ)		
IDX(2)		
ENCODER3 PHI0(3) PHI90(3) IDX(3)	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 3	

ENCODER4 PHI0(4) PHI90(4) IDX(4)	ตัวขยายอุปกรณ์ขับ 4	
---	---------------------	--



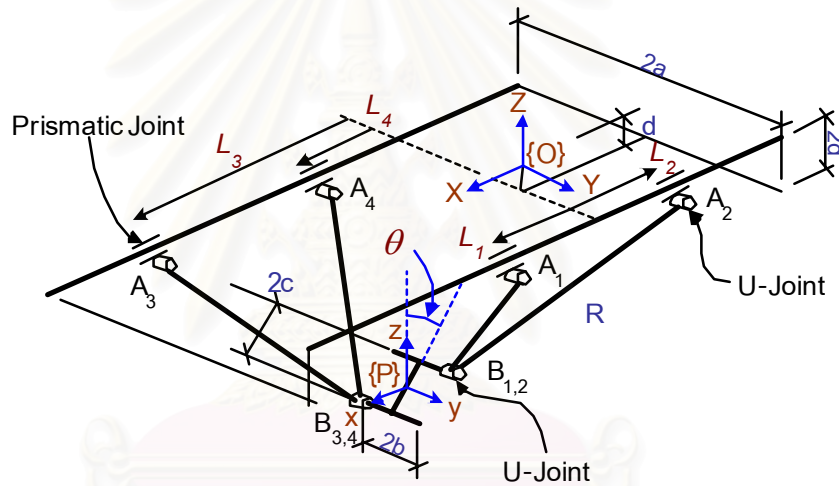
สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

ภาคผนวก ข

ความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์ของตำแหน่งความเร็ว

รูปแบบความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์ที่ใช้อธิบายลักษณะเฉพาะตัวของแขนกลที่ได้สร้างขึ้นนี้สามารถแสดงโดยใช้ความสัมพันธ์พีชคณิต ระบบสมการต่างๆ และเมตริกซ์ ซึ่งได้กล่าวถึงในเนื้อหาวิทยานิพนธ์ ในภาคผนวกนี้จะสรุปความสัมพันธ์ที่ยังไม่ได้กล่าวถึงในข้างต้นอันได้แก่ ความสัมพันธ์เชิงวิเคราะห์เชิงความเร็วของแขนกลนี้ ได้ดังนี้

ความสัมพันธ์เชิงความเร็วหรือ Jacobian ของแขนกล



รูปที่ ข.1 รูปแบบการกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล

Jacobian ของแขนกลเอช 4 แกนอยู่ในรูปของ

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{B}\dot{\mathbf{x}} \quad (\text{ข.1})$$

โดยที่เมตริกซ์ \mathbf{A} \mathbf{B} และ \mathbf{J} แสดงใน (ข.2) ถึง (ข.4)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x + c \cdot \sin(\theta) - l_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & x + c \cdot \sin(\theta) - l_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & x - c \cdot \sin(\theta) - l_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & x - c \cdot \sin(\theta) - l_4 \end{bmatrix} \quad (\text{ข.2})$$

และ

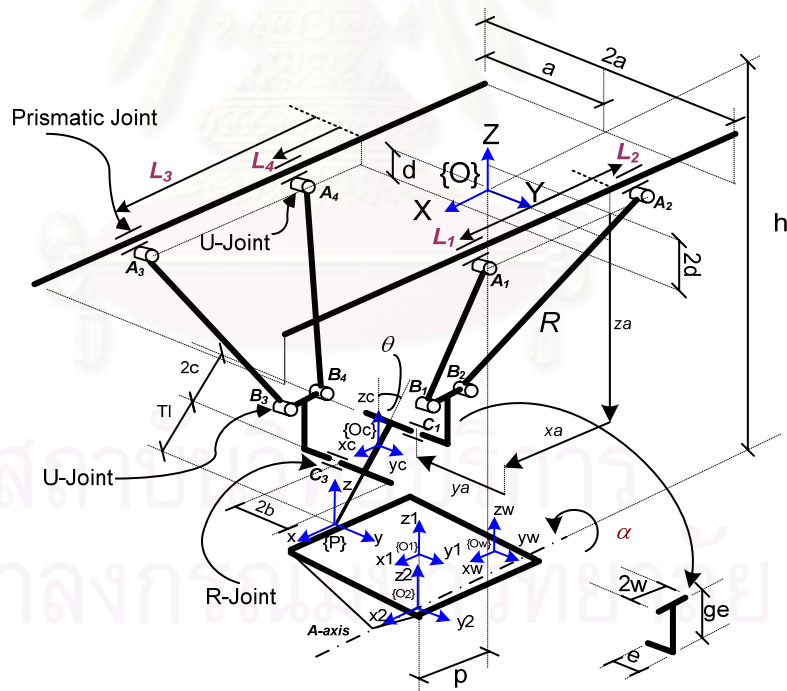
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} x+c \cdot \sin(\theta) - l_1 & y+b-a & z+c \cdot \cos(\theta) - d & c(-(x+c \cdot \sin(\theta) - l_1)\cos(\theta) + (z+c \cdot \cos(\theta) - d)\sin(\theta)) \\ x+c \cdot \sin(\theta) - l_2 & y+b-a & z+c \cdot \cos(\theta) - d & c(-(x+c \cdot \sin(\theta) - l_2)\cos(\theta) + (z+c \cdot \cos(\theta) - d)\sin(\theta)) \\ x-c \cdot \sin(\theta) - l_3 & y-b+a & z-c \cdot \cos(\theta) + d & c((x-c \cdot \sin(\theta) - l_3)\cos(\theta) - (z-c \cdot \cos(\theta) + d)\sin(\theta)) \\ x-c \cdot \sin(\theta) - l_4 & y-b+a & z-c \cdot \cos(\theta) + d & c((x-c \cdot \sin(\theta) - l_4)\cos(\theta) - (z-c \cdot \cos(\theta) + d)\sin(\theta)) \end{bmatrix} \tag{ข.3}$$

และ $\mathbf{J} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B}$

โดยที่

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{y+b-a}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_1} & \frac{z+c \cdot \cos(\theta) - d}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_1} & c \left(-\cos(\theta) + \frac{(z+c \cdot \cos(\theta) - d)\sin(\theta)}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_1} \right) \\ 1 & \frac{y+b-a}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_2} & \frac{z+c \cdot \cos(\theta) - d}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_2} & c \left(-\cos(\theta) + \frac{(z+c \cdot \cos(\theta) - d)\sin(\theta)}{x+c \cdot \sin(\theta) - l_2} \right) \\ 1 & \frac{y-b+a}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_3} & \frac{z-c \cdot \cos(\theta) + d}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_3} & c \left(\cos(\theta) - \frac{(z-c \cdot \cos(\theta) + d)\sin(\theta)}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_3} \right) \\ 1 & \frac{y-b+a}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_4} & \frac{z-c \cdot \cos(\theta) + d}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_4} & c \left(\cos(\theta) - \frac{(z-c \cdot \cos(\theta) + d)\sin(\theta)}{x-c \cdot \sin(\theta) + l_4} \right) \end{bmatrix} \tag{ข.4}$$

พิจารณารูปที่ 2.3 ซึ่งได้นำมาแสดงใหม่เพื่อความสะดวกดังนี้



รูปที่ 2.3 รูปแบบการกำหนดตัวแปรและพารามิเตอร์ต่างๆของแขนกล

Jacobian ของแขนกลเอช 4 แขน เมื่อคิดร่วมกับแกนที่5 จะแสดงอยู่ในรูปดังสมการนี้

หาความเร็วของ Platform จากสมการ $\mathbf{V}_{Bi} = \mathbf{V}_p + \dot{\theta}_j \times \mathbf{PB}_i$ (ข.5)

และจากความสัมพันธ์ของความเร็วที่จุด **B** เทียบกับความเร็วที่จุด **A** ของแต่ละ Link $A_i B_i$ จะได้

$$A_i B_i \bullet V_{A_i} = A_i B_i \bullet V_{B_i} \quad (ข.6)$$

จากสมการ Jacobian ของแขนกล

$$\dot{q} = J\dot{x} \quad \text{โดยที่} \quad J = A^{-1}B$$

จากสมการ(ข.5),(ข.6) จะได้

$$A_i B_i \bullet V_{A_i} = A_i B_i \bullet V_{P/w} - A_i B_i \bullet \alpha \left(\sqrt{y_w^2 + (z_w + Z_{O_1}^{O_2})^2} \right) i + (PB_i \times A_i B_i) \bullet \dot{\theta} j \quad (ข.7)$$

โดยที่

$$A = \begin{bmatrix} A_1 B_1 \bullet i & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 B_2 \bullet i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 B_3 \bullet i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_4 B_4 \bullet i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & i \end{bmatrix}$$

$$\dot{q} = [\dot{i}_1 \quad \dot{i}_2 \quad \dot{i}_3 \quad \dot{i}_4 \quad \dot{\alpha}]^T$$

$$B = \begin{bmatrix} A_1 B_1 \bullet u_{P/w} & (PB_1 \times A_1 B_1) \bullet j & -A_1 B_1 \bullet \left(\sqrt{y_w^2 + (z_w + Z_{O_1}^{O_2})^2} \right) i \\ A_2 B_2 \bullet u_{P/w} & (PB_2 \times A_2 B_2) \bullet j & -A_2 B_2 \bullet \left(\sqrt{y_w^2 + (z_w + Z_{O_1}^{O_2})^2} \right) i \\ A_3 B_3 \bullet u_{P/w} & (PB_3 \times A_3 B_3) \bullet j & -A_3 B_3 \bullet \left(\sqrt{y_w^2 + (z_w + Z_{O_1}^{O_2})^2} \right) i \\ A_4 B_4 \bullet u_{P/w} & (PB_4 \times A_4 B_4) \bullet j & -A_4 B_4 \bullet \left(\sqrt{y_w^2 + (z_w + Z_{O_1}^{O_2})^2} \right) i \\ 0 & 0 & i \end{bmatrix}$$

$$\dot{x}_T^{TP} = [\dot{x}_w \quad \dot{y}_w \quad \dot{z}_w \quad \dot{\theta} \quad \dot{\alpha}]^T$$

ประวัติผู้เขียนวิทยานิพนธ์

นายกรมมันต์ ชูประเสริฐเกิดเมื่อวันที่ 21 พฤศจิกายน ปี พ.ศ.2511 เป็นชาว กรุงเทพมหานคร สำเร็จการศึกษาระดับปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต สาขาวิชา วิศวกรรมเครื่องกล จากมหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์เมื่อปีพ.ศ.2533 จากนั้นได้เข้าทำงานที่ การไฟฟ้าฝ่ายผลิตแห่งประเทศไทย เป็นเวลา 1 ปีและที่ บริษัท RMS Quality จำกัดเป็นเวลา 3 ปี หลังจากนั้นจึงได้เข้ารับราชการที่คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์ และ ทำการศึกษาต่อจนจบปริญญาโทที่สถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย สาขาวิชา Manufacturing Systems Engineering ในปี 2541



สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย