



ภาษาไทย

หนังสือ

- ชัยยงค์ พรหมวงศ์ และคณะ. ระบบสื่อการสอน. คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- นิพนธ์ คู่ขประดี. นวัตกรรมเทคโนโลยีทางการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน, 2519.
- เปรี๊ยะ อุกุท. "การจัดการเรียนการสอนรายบุคคล." ศรีนครินทรวิโรฒ. 18 (เมษายน 2525) : 10.
- พันทิพา อุทัยล้อย. "การสอนซ่อมเสริม." ใน เอกสารชุดวิชาการระบบการเรียนการสอน หน่วยที่ 11-15, หน้า 7-25. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2523.
- ยุพิน พิพิธกุล. การเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : บริษัทพิพิธการพิมพ์ จำกัด, 2523.
- ยุพิน พิพิธกุล. "วิธีการสอนคณิตศาสตร์." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตศาสตร์ หน่วยที่ 1-7, หน้า 194, 253. มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2525.
- \_\_\_\_\_ . เพลงประกอบบทเรียนคณิตศาสตร์ ม.1-ม.3. กรุงเทพมหานคร : บริษัทพิพิธการพิมพ์ จำกัด, 2526.
- \_\_\_\_\_ . การนิเทศการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร, 2527.
- \_\_\_\_\_ . คำประพันธ์ประเภทร้อยกรองเสริมบทเรียนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษาตอนต้น. กรุงเทพมหานคร, 2528.

- คำรียา นิยมธรรม และประภัสร์ นิยมธรรม. การสอนเพื่อบรรดิกการ. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์อักษรป๊อริกิต, 2520.
- คำร์ลุดา จรียากุล. เอกสารการสอนชุดวิชาะบบการเรียนการสอนหน่วยที่ 11-15. สาขาศึกษาค่าส์ตร้ มหาวิทยาลัยสุโยทัยธรรมาธรราย, กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ป๊อริกิตสำรมวลชนจำกิต, 2523.
- ศีกษาธการ, ทรทรวง. ทรมวียาการ. คู่มือการใ้หลักสูตรประถมศีกษา พุทธศักราช 2521. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จงเจธธการพิมพ์ 2521.
- \_\_\_\_. คู่มือการสอนซ่อมเสัรม. กรุงเทพมหานคร : ทรมวียาการ ทรทรวงศีกษาธการ, 2524.
- ศีกษาธการ, ทรทรวง. ทรมวียาการ. การสอนซ่อมเสัรม. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ไอเด็บนลัธธร้, 2524.
- \_\_\_\_. คู่มือการบริหารการใ้หลักสูตรมัธมศีกษาตอนปลาย พุทธศักราช 2524. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จงเจธธการพิมพ์, 2524. .
- ลุ่มนทพิมพ์ บุลลุ่มนัตติ. "ลัษณะและความต้องการของผู้เรียนระดับมัธมศีกษา." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาพถดการสรสอนมัธมศีกษา หน่วยที่ 1-5, หน้า 63. มหาวิทยาลัยสุโยทัยธรรมาธรราย, 2524.
- ลู่วัฒนา อุทัยธธน้. "ลัษณะภาพของครุคณิตค่าส์ตร้." ใน เอกสารการสอนชุดวิชาการสอนคณิตค่าส์ตร้ หน่วยที่ 1-7, หน้า 113-114, 122 มหาวิทยาลัยสุโยทัยธรรมาธรราย, 2525.
- ลุ่มคักดี ลินธุระเวชญ์. "การสอนซ่อมเสัรม." ใน หลักสูตรและแบบเรียนมัธมศีกษา, หน้า 92-95. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์ไทยวัตฒนาพณิข, 2525.

อัญชลี แจ่มเจริญ และสุภัฏญา ธารีวรรณ. หลักการสอนและการเตรียมประสบการณ์  
ภาคปฏิบัติ. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เฉลิมชัยการพิมพ์, 2523.

บทความ

กร สักาว. "สื่อการเรียนการสอนด้วยตนเอง." คุรุปริทัศน์. 9 (เมษายน 2527)  
: 40.

ฉลอง หับศิริ. "ชุดการเรียนการสอน" ศึกษาคำศัพท์สาร 2 (มิถุนายน 2521) :  
55.

ชัยยงค์ พรหมวงศ์. "การปรับปรุงการสอนในระดับมหาวิทยาลัยด้วยระบบสื่อการสอน"  
ศิรินครินทร์วิโรฒ 11 (กันยายน 2518) : 4-44.

\_\_\_\_\_. "ศูนย์การเรียนชุมชน : แนวโน้มการศึกษาศึกษาเพื่อมวลชนในอนาคต."  
วารสารครูคำศัพท์ ฉบับพิเศษ (ตุลาคม 2518) : 5.

บุญส่ง หันตานนท์ และคณะ. "รูปแบบการสัลดอนซ่อมเสริมในโรงเรียนมัธยมศึกษา."  
วารสารวิจัยสันเทศ. 6 (ธันวาคม 2528) : 13.

ประภาเพ็ญ สุวรรณ. "การสอนโดยใช้ Module." วารสารสู่ศึกษา. 5 (กรกฎาคม-  
กันยายน 2525) : 5.

เลขา ปิยอัศจรรย์ะ . "การสอนตามเอกัตภาพ." วารสารครูคำศัพท์. 4 (กุมภาพันธ์-  
พฤษภาคม 2517), 18.

ล่ำลัดดี เรืองฉาย. "ผลการวิเคราะห์ปัญหาการเลือกอาชีพของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษา  
ปีที่ 3" วารสารแนะแนว 43 (กุมภาพันธ์-มีนาคม 2520) : 62-68.

สายใจ ทองเนียม. "การสอนซ่อมเสริมเป้าหมายที่ไม่ควรมอดย้าม." วารสารสารพัฒนา  
หลักสูตร. 33 (ธันวาคม 2527) : 39, 40.

- ลู่กัน เทียนทอง. "การล่อนซ่อมเสริมเพื่อให้อ่านเกอส์." ประชาศึกษา. 7 (เมษายน 2528) : 22-23.
- ลู่ภากร ราชากรกิจ. "การล่อนซ่อมเสริมวิชาภาษาไทยในชั้นประถมศึกษาตอนปลายและชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น." วารสารครูคำล่ตร. 14 (เมษายน-มิถุนายน 2529) : 110-112, 115-117.
- อรสา ดิลลัระ. "การล่อนเป็นรายบุคคล." ครุครินทร์สาร 1 (มิถุนายน-กันยายน 2517), 5,9.
- อ่ำไพ ลู่จรัตกุล. "การล่อนเพื่อซ่อมเสริม." วารสารครูคำล่ตร 1 (มิถุนายน-กันยายน 2514) : 141.
- อารณั ชาติปุรุช. "การเรียนเป็นรายบุคคล." วารสารครูคำล่ตร. 4 (กุมภาพันธ์-พฤษภาคม 2517) : 14.
- อัจฉรา ประไพตระกูล และลู่จรัต เทียรชอบ. ประมวลบทความเกี่ยวกับหลักสูตรและการเรียนการสอนระดับมัธยม. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.

#### เอกสารอื่น ๆ

- สิราพร ประยูรวงษ์. "สภาพและปัญหาการล่อนซ่อมเสริมวิชาคณิตคำล่ตรตอนต้นเขตการศึกษา 5." วิทยานิพนธ์ปริญญาามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์บางเขน, 2527.
- นุพรรณ จาริพานิช. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน ในวิชาคณิตคำล่ตร 4 ของนักศึกษาคณะศึกษาศาสตร์แบบเบ็ดเสร็จ ระดับที่ 4 ที่เรียนโดยใช้บทเรียนโปรแกรมกับการล่อนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษาามหาบัณฑิต แผนการการศึกษาผู้ใหญ่ มหาวิทยาลัยครุครินทร์วิโรฒ ประสานมิตร, 2528.

บุญช่วย ดาศรี. "การทดลองเปรียบเทียบผลการสอน เรื่อง อสมการ ระดับประกาศนียบัตร  
 วิชาการศึกษาชั้นสูง โดยใช้หน่วยการเรียนการสอนกับการสอนแบบปกติ."   
 วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต บัณฑิตวิทยาลัย มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์บางเขน,  
 2524.

บุญสืบ พันธุ์ดี. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์วิชาวิทยาศาสตร์ทั่วไประดับประกาศนียบัตร  
 วิชาการศึกษาระหว่างวิธีสอนโดยใช้ชุดการสอนและการบรรยาย." วิทยานิพนธ์  
 ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,  
 2518.

ประเสริฐ ภูเงิน. "เปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ในการเรียนคณิตศาสตร์ เรื่อง "เส้นตรง"  
 โดยใช้ศูนย์การเรียนกับการเรียนเป็นอันปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต  
 ภาควิชามัธยมศึกษา จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

ปรียา เนาวีเป็นผล. "การทดลองเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์  
 เรื่อง ระบบจำนวนเชิงซ้อน ของนักศึกษาชั้น ป.กศ.สูง วิชาเอกคณิตศาสตร์  
 โดยใช้บทเรียนสำเร็จรูปกับการสอนปกติ." วิทยานิพนธ์ปริญญา การศึกษามหาบัณฑิต  
 แผนกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.

เป็รื่อง ภูมท. "นวัตกรรมการศึกษา." เอกสารประกอบการบรรยายการประชุมทาง  
 วิชาการ คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2517. (อัดสำเนา)

ผ่องศรี คุ่มจอหอ. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการวิชาสถิติโดยวิธีสอนแบบบรรยาย  
 กับวิธีสอนโดยใช้บทเรียนแบบโปรแกรมประกอบการอภิปรายในระดับวิชาชีพเกษตร."   
 วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์  
 มหาวิทยาลัย, 2522.

ระวีวรรณ เทนอิสสระ. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เรื่องเวกเตอร์ ซึ่งสอนโดยใช้หน่วยการเรียนรู้การเคลื่อนที่." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2522.

ศึกษาริการ, กระทรวง. กรมวิชาการ. "ระเบียบกระทรวงศึกษาธิการว่าด้วยการประเมินผลการเรียนตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 พ.ศ. 2529." กรุงเทพมหานคร : กระทรวงศึกษาธิการ, 2529. (อัดสำเนา).

สำธร แก่นมณี. "การศึกษาเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนที่ค้นคิดที่มีต่อวิชาเรียนและความสนใจในวิชาเรียนจากการสอนซ่อมเสริม 3 วิธีในกระบวนการเรียนเพื่อรอบรู้ (Mastery Learning)." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.

สุกัน เทียมทอง. "การศึกษามผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์ เรื่อง ทศนิยมของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 ที่สอนโดยครู กลุ่มเพื่อนและศึกษาด้วยตนเอง." วิทยานิพนธ์ปริญญาการศึกษามหาบัณฑิต แผนกคณิตศาสตร์ มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2527.

สุนันท์ ปัทมาคม. "ชุดการสอน" เอกสารประกอบคำบรรยาย วิชา Principle of Media-Based Individualized Instruction ภาควิชาโลดที่ค้นศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2516.

\_\_\_\_\_. "ชุดการสอน" แผนกวิชาโลดที่ค้นศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518. (อัดสำเนา)

\_\_\_\_\_. "ชุดการสอนรายบุคคล" เอกสารประกอบการประชุมเชิงปฏิบัติการสำหรับคณาจารย์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523. (อัดสำเนา)

- โล่พร โดยสมบูรณ์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง การแยกตัวประกอบของโพลีโนเมียล สำหรับระดับมัธยมศึกษาตอนต้น" วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.
- ลุ่มคิด วงศ์นำถ. "การเปรียบเทียบผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ตรรกศาสตร์ สัญลักษณ์ โดยใช้ชุดการสอนตามเอกัตภาพกับการสอนแบบบรรยายระดับประกาศนียบัตร วิชาการศึกษาชั้นสูง." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2522.
- ลุ่มเขาวี เนตรประเสริฐ. "การสร้างชุดการสอน" เอกสารประกอบการประชุมปฏิบัติการ สำหรับคณาจารย์ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย 2523. (อัตล้าเนา)
- อัจฉราพรรณ เกิดแก้ว. "การเปรียบเทียบการสอนมนโนทัศน์พื้นฐานทางคณิตศาสตร์ด้วยชุดสื่อการสอนและการบรรยาย สำหรับนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 2." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาประถมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.

### ภาษาต่างประเทศ

#### หนังสือ

- B, Rita and Johnson, Stewart R., Toward Individualized Learning : A Developer's Guide to Self-Instruction, California : Addison-Wesley Publishing Co, 1975.
- Beggs, Donald L. and Lewis, Ernest L. Measurement and Evaluation in the School. Boston : Houghton Mifflin Co., 1975.
- Bishop, Lloyd K., Individualizing Educational System, New York : Harper & O.W. Publication, 1971.

- Blair, Glenn Myers. Diagnostic and Remedial Teaching : A Guide to Practice in Elementary and Secondary School. New York : Macmillan Company, 1956.
- Blake, Howard E. and McPherson, Ann W. Individualized Instruction Programs and Materials. New Jersey : Educational Technology Publications, Inc., 1973.
- Brown, James W., AV Instruction Technology Media and Methods, New York : McGraw-Hill Book Co., 1977.
- Dunn, Rita and Dunn, Stefford. Practical Approach Individualizing Instruction : Contracts and Other Effective Teaching Strategies. New York : Parker, 1972.
- Duan, James E., Individualized Instruction-Programs and Material, Englewood Cliffs, New Jersey : Educational Technology Publication, 1973.
- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education. New York : McGraw-Hill Book Co., 1981.
- Good, Carter V., Dictionary of Education, New York : McGraw-Hill Book Co., 1973.
- Gordon, Lawrence, Module on Module O-A, Florida : Florida Department of Education, 1973.
- Harris, Albert J. How to Increase Reading Ability. 4th ed. New York : David McKay Co., 1966.

- Houston, Robert W. and Other. Developing Instructional Modules-A Modular System for Writing Modules. Texas : College of Education of Houston, 1972.
- Kapfer, Phillip and Kapfer, Miriam, "Introduction of Learning Package" Learning Package in American Education, New Jersey : Educational Technology Publication, 1972.
- Kochevar, Deloise E. Individualized Remedial Reading Techniques for the Classroom Teacher. New York : Parker Publishing Company, 1975.
- Krulik, Stephen, and Weise, Ingrid B. Teaching Secondary School Mathematics. Philadelphia : W.B. Saunders Company, 1974.
- Lawrence, Gordon . Module on Module, Florida : University of Florida, 1973.
- Mehrens, William A. and Lehmann, Irvin J. Standardized Tests in Education. 2d ed. New York : Holt, Rinehart and Winston, 1975.
- Ostle, Bernard. Statistics in Research : Basic Concepts and Techniques for Research Workers. 2d ed. Calcuta : The IOWA State University Press, 1966.
- Otto, Wayne, Richard A. McMenemy and Richard J. Smith. Corrective and Remedial Teaching. 2d. ed. Boston : Houghton Mifflin Co, 1973.

Runyon, Richard P. and Harber Audrey. Fundamentals of Behavioral Statistics. 3 rd : Addison Wesley Publishing Co., 1977.

Staff of Research and Education Association. The Statistics Problem Solver. New York : Research and Education Association, 1985.

บทความ

Chaplin, Miraim T. "Down with Remediation." The Education Digest. 44 (May 1979) : 12-15.

เอกสารอื่น ๆ

Arlin, Marshall and Ian, Westbury. "The Leveling Effect of Teaching Pacing on Science Content Mastery." Journal of Research in Science Teaching 13 (May 1976) : 213.

Conroy, David E. "The Effects of Age and Sex Upon a Comparison Between Achievement Gains in Programmed Instruction and Conventional Instruction in Remedial Algebra I at Nortan Virginia Community College." Dissertation Abstracts International 32 (March 1972) : 5102-A.

Holcomb and Craine, Louis. "The Effects of Individualized Multimedia Instructional material on Cognitive Achievement in the collegiate Principles Accounting." Dissertation Abstracts International 36 (February 1976) : 4973A-4974A.

Meeks, Elija Bruce. "Learning Packages Versus Conventional Methods of Instruction." Dissertation Abstracts International. 32(1972) 8 : 492-A.

Stone, James Lenious. "The Effect of Individualized Learning Activity Packages in Mathematics on the Academic Achievement of Seven and Eight Grade Student in the Demopolis City School." Dissertation Abstracts International 36(August 1975) : 690-A.

White, Carles Colven. "The Use of Programmed Test for Remedial Mathematics Instruction in College." Dissertation Abstracts International 35 (Febuary 1970) : 3373-A.

הנאמרת

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิพิจารณาชุดการเรียนการสอนรายบุคคล บันทึกการสอนและ  
แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง ลมการและอสมการ กับเรื่อง  
อัตราส่วนและร้อยละ

- |                                      |   |
|--------------------------------------|---|
| 1. รองศาสตราจารย์ ดร.วีรย์ บุรณสิงห์ | รองศาสตราจารย์ประจำคณะ<br>ศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัย<br>รามคำแหง                     |
| 2. อาจารย์กมลรัตน์ วิชิตนาถ          | รองหัวหน้าหมวดวิชาคณิตศาสตร์<br>โรงเรียนวัดนวลนรดิศ                               |
| 3. อาจารย์บัวรุฒิ โขติกาญจนวัฒน์     | หัวหน้าระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2<br>สายวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียน<br>ศึกษานารีวิทยา |

ภาคผนวก ข

ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล

- เรื่อง สัมการและอสัมการ
- เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

บันทึกการสอน

- เรื่อง สัมการและอสัมการ
- เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ชุดการเรียนรู้การล่อนรายบุคคล

หน่วยที่ 1

เรื่อง            ล่มการและอล่มการ

ระดับชั้น       มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ            1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์

                      2. คำตอบของล่มการและอล่มการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของล่มการหรืออล่มการได้

โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้อ่านตรวจสอบการอ่านต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรกิจกรรม, บัตรเฉลยกิจกรรม และบทเรียนแบบโปรแกรมชุดที่ 1
  - 1.2 บัตรเนื้อหา
  - 1.3 บัตรแบบฝึกหัด และบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.4 บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

บัตรกิจกรรม

<u>เรื่อง</u>	สัมภาระและอสัมภาระ
<u>ระดับชั้น</u>	มัธยมศึกษาปีที่ 2
<u>หัวข้อ</u>	1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ 2. คำตอบของสัมภาระและอสัมภาระ
<u>จุดประสงค์การเรียนรู้</u>	นักเรียนสามารถหาคำตอบของสัมภาระหรืออสัมภาระได้ โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง
<u>กิจกรรม</u>	ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 1 ถึง 4 และศึกษาจากบทเรียนแบบโปรแกรมชุดที่ 1

บัตรคำสั่งกิจกรรมที่ 1

1. ให้นักเรียนจับคู่ระหว่างจำนวน และบัตรสัญลักษณ์แทนจำนวนที่มีความหมายตรงกัน โดยนำบัตรสัญลักษณ์แทนจำนวนมาวางในช่องว่างทางขวามือของจำนวน
2. หลังจากนั้น นักเรียนตรวจเฉลยจากบัตรเฉลยกิจกรรม

บัตรกิจกรรมที่ 1

จำนวน	สัญลักษณ์
1. สามเท่าของ $b$	
2. สองในห้าของ $x$	
3. จำนวนซึ่งน้อยกว่า $m$ อยู่ 8	
4. ผลรวมของ $b$ กับ 2	
5. ลบเจ็ดบวกกับ $a$	
6. ผลต่างของแปดกับจำนวนหนึ่ง ๆ	
7. จำนวนซึ่งมากกว่า 4 อยู่ $x$	

บัตรคำสั่งกิจกรรมที่ 2

1. ให้นักเรียนจับคู่ระหว่างสัญลักษณ์แทนจำนวน และบัตรคำอ่านสัญลักษณ์แทนจำนวน โดยนำคำอ่านสัญลักษณ์แทนจำนวนมาวางในช่องว่างทางขวาของบัตรสัญลักษณ์แทนจำนวน
2. หลังจากนั้นนักเรียนตรวจเฉลย จากบัตรเฉลยกิจกรรม

บัตรกิจกรรมที่ 2

สัญลักษณ์แทนจำนวน	อ่านว่า
1. $x - 5$	
2. $6 + y$	
3. $10b$	
4. $(-9) + m$	
5. $4x - 3$	
6. $\frac{8}{x}$	
7. $\frac{1}{2}x + 6$	

บัตรคำสั่งกิจกรรมที่ 3

1. ให้นักเรียนจับคู่บัตรประโยคภาษา กับบัตรประโยคสัญลักษณ์ที่มีความหมายตรงกัน นำบัตรประโยคสัญลักษณ์มาวางในช่องว่างทางขวาของบัตรประโยคภาษา
2. หลังจากนั้น นักเรียนตรวจเฉลยจากบัตรเฉลยกิจกรรม

บัตรกิจกรรมที่ 3

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. สามบวกเจ็ดเท่ากับสิบ	
2. หนึ่งน้อยกว่าเก้า	
3. สิบหักออกเสียสองเหลือแปด	
4. ครึ่งหนึ่งของสิบมากกว่าสอง	
5. สี่เท่าของเก้า เท่ากับสามสิบหก	
6. หนึ่งในแปดของยี่สิบสี่เท่ากับสาม	
7. สามเท่าของเจ็ดน้อยกว่ายี่สิบห้า	



บัตรคำสั่ง

กิจกรรมที่ 4

1. ให้นักเรียนจับคู่ระหว่างบัตรประโยคภาษาและบัตรประโยคสัญลักษณ์ที่มีความหมายตรงกัน โดยนำบัตรประโยคสัญลักษณ์มาวางในช่องว่างทางขวาของบัตรประโยคภาษา
2. หลังจากนั้น นักเรียนตรวจเฉลยจากบัตรเฉลยกิจกรรม

บัตรกิจกรรมที่ 4

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ห้าบวกจำนวน ๗ หนึ่งได้แปด	
2. ล่องเท้าของจำนวน ๗ หนึ่งมีค่ามากกว่าเก้า	
3. ผลต่างของจำนวน ๗ หนึ่งกับสี่น้อยกว่าสิบ	
4. เศษหนึ่งส่วนสามของจำนวน ๗ หนึ่งเท่ากับหก	
5. ผลคูณของเจ็ดกับจำนวน ๗ หนึ่งไม่เท่ากับยี่สิบ	
6. สี่เท้าของเศษหนึ่งในจำนวน ๗ หนึ่งมากกว่าหรือเท่ากับสิบสอง	

เฉลยปตรกกรรมที่ 1

จำนวน	สัญลักษณ์
1. สามเท่าของ $y$	$3y$
2. ล่องในห้าของ $x$	$\frac{2}{5}x$
3. จำนวนซึ่งน้อยกว่า $m$ อยู่ 8	$m - 8$
4. ผลรวมของ $b$ กับ 2	$b + 2$
5. ลบเจ็ดบวกกับ $a$	$(-7) + a$
6. ผลต่างของแปดกับจำนวน ๆ หนึ่ง	$8 - x$
7. จำนวนซึ่งมากกว่า 4 อยู่ $x$	$4 + x$

เฉลยปตรกกรรมที่ 2

สัญลักษณ์แทนจำนวน	อ่านว่า
1. $x - 5$	ผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งกับห้า
2. $6 + y$	ผลรวมของหกกับจำนวน ๆ หนึ่ง
3. $10b$	สิบเท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง
4. $(-9) + m$	ผลรวมของลบเก้ากับจำนวน ๆ หนึ่ง
5. $4x - 3$	ผลต่างของสี่เท่าของจำนวน ๆ หนึ่งกับสาม
6. $\frac{8}{x}$	แปดเท่าของเศษหนึ่งในจำนวน ๆ หนึ่ง
7. $\frac{1}{2}x + 6$	ผลรวมของหนึ่งในล่องของจำนวน ๆ หนึ่งกับหก

เฉลยปตรกักรรรมที่ 3

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. สามบวกเจ็ดเท่ากับสิบ	$3 + 7 = 10$
2. นึ่งน้อยกว่าเก้า	$1 < 9$
3. สิบหักออกเสี้ยวสองเหลือแปด	$10 - 2 = 8$
4. ครึ่งหนึ่งของสิบมากกว่าสอง	$\frac{1}{2}(10) > 2$
5. สี่เท่าของเก้าเท่ากับสามสิบหก	$4(9) = 36$
6. นึ่งในแปดของยี่สิบสี่เท่ากับสาม	$\frac{1}{8}(24) = 3$
7. สามเท่าของเจ็ดน้อยกว่ายี่สิบห้า	$3(7) < 25$

เฉลยปตรกักรรรมที่ 4

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ห้าบวกกับจำนวน ๆ นึ่งได้แปด	$5 + x = 8$
2. สองเท่าของจำนวน ๆ นึ่งที่มีค่ามากกว่าเก้า	$2y > 9$
3. ผลต่างของจำนวน ๆ นึ่งกับสี่น้อยกว่าสิบ	$x - 4 < 10$
4. เศษหนึ่งส่วนสามของจำนวน ๆ นึ่งเท่ากับหก	$\frac{1}{3}m = 6$
5. ผลคูณของเจ็ดกับจำนวน ๆ นึ่งไม่เท่ากับยี่สิบ	$7 \times y \neq 20$
6. สี่เท่าของเศษหนึ่งส่วนสามในจำนวน ๆ นึ่งมากกว่าหรือเท่ากับการสอง	$\frac{4}{x} \geq 12$

คำแนะนำในการใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

1. อ่านวัตถุประสงค์ของบทเรียนก่อน เพื่อนักเรียนจะได้รู้ว่าเมื่อจบบทเรียนแล้ว นักเรียนสามารถทำอะไรได้บ้าง
2. บทเรียนนี้เล่นเป็นส่วนย่อย ๆ บรรจุลงในตารางสี่เหลี่ยมที่เรียกว่า กรอบ ต่อเนื่องกันไป
3. ใช้กระดาษวางปิดคำตอบที่อยู่ในช่องซ้ายของกรอบเสียก่อน
4. เริ่มอ่านกรอบที่ 1 แล้วตอบคำถามโดยเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์
5. ตรวจสอบคำตอบของนักเรียนด้วยการเลื่อนกระดาษลงไปปิดกรอบถัดไป นักเรียนจะพบเฉลยคำตอบของกรอบแรกอยู่ทางซ้ายมือของกรอบถัดไป
  - 5.1 ถ้านักเรียน ตอบถูก ในกรอบแรก ให้นักเรียนอ่านกรอบถัดไปได้ และดำเนินเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ :
  - 5.2 ถ้านักเรียน ตอบผิด ให้ย้อนกลับไปอ่านกรอบที่ผ่านมาให้เข้าใจ แล้วคิดใหม่
6. ทั่วไปทีละกรอบตามลำดับ โดยไม่ข้ามกรอบหนึ่งกรอบใด ข้อความในทุกกรอบจะเป็นความรู้ที่ต่อเนื่องกัน ถ้าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งอาจจะทำให้นักเรียนไม่เข้าใจ
7. ยอให้นักเรียนฮือสัสต์ยัตตตนเอง อย่าลอกคำตอบ เพราะบทเรียนที่นักเรียนกำลังทำอยู่ มิใช่ใช้แบบทดลอง แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้

## บทเรียนแบบโปรแกรม

## ชุดที่ 1

ก. 1

เขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้

จำนวน	สัญลักษณ์
1. สามเท่าของผลรวมของ $y$ กับ 5	$3(y + 5)$
2. เศษสี่ส่วนเจ็ดของ $x$	$\frac{4}{7}x$
3. จำนวนซึ่งมากกว่า $t$ อยู่ 11	.....
4. ผลรวมของสองเท่าของ $b$ กับ $(-5)$	.....
5. จำนวนซึ่งน้อยกว่า $s$ อยู่ 9	.....
6. ผลต่างของลบแปดกับจำนวน $n$ หนึ่ง	.....

ก.2

อ่านสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้ (อ่านตัวแปรว่า จำนวน  $n$  หนึ่ง)

3.  $t + 11$

4.  $2b + (-5)$

5.  $s - 9$

6.  $(-8) + x$

สัญลักษณ์	อ่านว่า
1. $\frac{2}{3}x$	สองในสามของจำนวน $n$ หนึ่ง
2. $m - (-8)$	ผลต่างของจำนวน $n$ หนึ่งกับลบแปด
3. $7x - 2$	.....
4. $t + (-9)$	.....
5. $4 + \frac{1}{3}x$	.....
6. $\frac{15}{x}$	.....

3. ผลต่างของ  
เจ็ดเท่าของจำนวน  $n$   
หนึ่งกับ 2
4. ผลรวมของ  
จำนวน  $n$  หนึ่งกับ  
(- 9)
5. ผลรวมของ 4 กับ  
หนึ่งในสามของจำนวน  $n$   
หนึ่ง
6. 15 เท่าของหนึ่ง  
ในจำนวน  $n$  หนึ่ง

ก. 3

เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ยี่สิบยกกำลังสองไม่เท่ากับสี่สิบ	$20^2 \neq 40$
2. ลบสิบน้อยกว่าหนึ่ง	$-10 < 1$
3. สามในเจ็ดของยี่สิบเอ็ดเท่ากับเก้า	.....
4. ครึ่งหนึ่งของสิบหกน้อยกว่าสิบ	.....
5. ผลรวมของลบสี่กับสิบเอ็ดเท่ากับเจ็ด	.....
6. ผลต่างของห้ากับลบสามน้อยกว่าสอง	.....

3.  $\frac{3}{7}(21) = 9$
4.  $\frac{1}{2}(16) < 10$
5.  $(-4) + 11 = 7$
6.  $5 - (-3) < 2$

ก. 4

เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. ห้าสิบเท่าของจำนวน $n$ หนึ่งมากกว่าหรือเท่ากับ สามร้อย	$50x \geq 300$
2. ผลต่างของลบแปดหนึ่งส่วนสองกับจำนวน $n$ หนึ่ง เท่ากับเก้า	$(-\frac{1}{2}) - y = 9$
3. จำนวน $n$ หนึ่งหารด้วยเจ็ดไม่เท่ากับสิบสาม	.....
4. ผลรวมของลบสิบกับจำนวน $n$ หนึ่งมากกว่าห้า	.....
5. หกในเจ็ดของจำนวน $n$ หนึ่งเท่ากับสี่สิบ	.....
6. หกเท่าของแปดหนึ่งในจำนวน $n$ หนึ่งน้อยกว่า หรือเท่ากับสามสิบ	.....

จากกรอบที่ 3 และกรอบนี้ จะพบว่าประโยคสัญลักษณ์นั้นอาจจะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้

3.  $\frac{x}{7} \neq 13$

4.  $(-10) + y > 5$

5.  $\frac{6}{7}m = 40$

6.  $\frac{6}{x} \leq 30$

ก. 5

เขียนประโยคสัญลักษณ์แทนประโยคภาษาต่อไปนี้

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์	ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1. เค้กหนึ่งส่วนห้าของจำนวน ๆ หนึ่งเท่ากับสามสิบ	$\frac{1}{5}y = 30$	1. ห้าเท่าของนักเรียนห้องหนึ่งมากกว่าสี่สิบ	$5x > 40$
2. ล่องในสามของอายุของพ่อเท่ากับสี่สิบสอง	$\frac{2}{3}x = 42$	2. ครึ่งหนึ่งของอายุของแม่ไม่เกินสามสิบห้า	$\frac{1}{2}m \leq 35$
3. สี่เท่าของจำนวน ๆ หนึ่ง ลบด้วยเก้าเท่ากับเค้กหนึ่งส่วนสามของจำนวนนั้น	.....	3. เจ็ดเท่าของจำนวน ๆ หนึ่งบวกกับแปดไม่เท่ากับศูนย์	.....
4. สามเท่าของเงินที่ฉันมีอยู่เท่ากับหกสิบ	.....	4. ฉันมีเงินไม่ถึง 15 บาท	.....
5. จำนวน ๆ หนึ่งน้อยกว่าห้าอยู่สิบ	.....	5. ผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งกับสิบสามน้อยกว่าหรือเท่ากับสิบเก้า	.....

ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึง ความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์

" = " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน เรียกว่า สมการ

ประโยคสัญลักษณ์ที่กล่าวถึง ความสัมพันธ์ของจำนวนโดยมีสัญลักษณ์

" < , > , ≤ , ≥ , ≠ " บอกความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนเรียก

อสมการ

3.  $4x - 9 = \frac{1}{3}x$

$7x + 8 \neq 0$

4.  $3y = 60$

$y < 15$

5.  $m - 5 = 10$

$m - 13 \leq 19$

ก. 6

เติมข้อความลงในช่องว่างดังตัวอย่างต่อไปนี้

สมการ	แทนค่า x	ผลลัพธ์	ค่าความจริง		คำตอบของสมการ
			จริง	เท็จ	
1. $x + 6 = 9$	1	$1 + 6 = 9$	-	✓	3
	2	$2 + 6 = 9$	-	✓	
	3	$3 + 6 = 9$	✓	-	
2. $2(x - 3) = 8$	5	$2(5 - 3) = 8$	-	✓	7
	6	$2(6 - 3) = 8$	-	✓	
	7	$2(7 - 3) = 8$	✓	-	
3. $x + 1 = -4$	-7	$(-7) + 1 = -4$	...	...	.....
	-6	.....	...	...	.....
	-5	.....	...	...	.....
4. $\frac{x}{8} = 1$	7	.....	...	...	.....
	8	.....	...	...	.....
	9	.....	...	...	.....
5. $3x = -9$	-1	.....	...	...	.....
	-2	.....	...	...	.....
	-3	.....	...	...	.....
6. $5x + \frac{1}{2} = 0$	$\frac{1}{10}$	.....	...	...	.....
	0	.....	...	...	.....
	$-\frac{1}{10}$	.....	...	...	.....

ค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง เรียกว่า คำตอบของสมการ

ดังนั้นคำตอบของสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในสมการแล้ว

ทำให้สมการเป็นจริง และกล่าวว่าเป็นจำนวนนั้นสอดคล้องกับสมการ

ก. 7

เติมข้อความลงในช่องว่างดังตัวอย่างต่อไปนี้

3. เห็น

$$(-6) + 1 = 4$$

เห็น

$$(-5) + 1 = -4$$

จริง ค่าตอบของ

สมการคือ -5

$$4. \frac{7}{8} = 1 \text{ เห็น}$$

$$\frac{8}{8} = 1 \text{ จริง}$$

$$\frac{9}{8} = 1 \text{ เห็น}$$

ค่าตอบของสมการ

คือ 8

$$5. 3(-1) = -9$$

เห็น

$$3(-2) = -9$$

เห็น

$$3(-3) = -9$$

จริง

ค่าตอบของสมการ

คือ -3

$$6. 5\left(\frac{1}{10}\right) + \frac{1}{2} = 6$$

เห็น

$$5(0) + \frac{1}{2} = 0$$

เห็น

$$5\left(\frac{-1}{10}\right) + \frac{1}{2} = 0$$

จริง

ค่าตอบของสมการ

$$\text{คือ } \frac{-1}{10}$$

อสมการ	แทนค่า x		ค่าความจริง		คำตอบของอสมการ
			จริง	เท็จ	
1. $x - 5 < 1$	6	$6 - 5 < 1$	-	✓	5, 4, -2 จำนวนทุกจำนวน ที่น้อยกว่า 6
	5	$5 - 5 < 1$	✓	-	
	4	$4 - 5 < 1$	✓	-	
	-2	$-2 - 5 < 1$	✓	-	
2. $x + 3 \leq -5$	-6	$(-6) + 3 \leq -5$	-	✓	-8, -9 จำนวนทุกจำนวน ที่น้อยกว่าหรือ เท่ากับ -8
	-7	$(-7) + 3 \leq -5$	-	✓	
	-8	$(-8) + 3 \leq -5$	✓	-	
	-9	$(-9) + 3 \leq -5$	✓	-	
3. $-4x \neq 12$	4	.....	...	...	..... จำนวนทุกจำนวน ที่ .....
	0	.....	...	...	
	-3	.....	...	...	
	-5	.....	...	...	
4. $\frac{(x - 1)}{2} > 6$	12	.....	...	...	..... จำนวนทุกจำนวน ที่ .....
	13	.....	...	...	
	14	.....	...	...	
	15	.....	...	...	
5. $\frac{2}{5}x \geq -4$	-11	.....	...	...	..... จำนวนทุกจำนวน ที่ .....
	-10	.....	...	...	
	-9	.....	...	...	
	5	.....	...	...	

ค่าของตัวแปรที่ทำให้สมการเป็นจริง คือ ค่าตอบของอสมการ

ดังนั้นคำตอบของอสมการที่มีตัวแปร คือ จำนวนที่แทนตัวแปรในอสมการ

แล้วทำให้สมการเป็นจริง

$$3. (-4)(4) \neq 12$$

จริง

$$(-4)(0) \neq 12$$

จริง

$$(-4)(-3) \neq 12$$

เท็จ

$$(-4)(-5) \neq 12$$

จริง

คำตอบของอสมการ

คือ 4, 0, -5

จำนวนทุกจำนวนที่

ไม่เท่ากับ -3

$$4. \frac{(12 - 1)}{2} > 6$$

เท็จ

$$\frac{(13 - 1)}{2} > 6$$

เท็จ

$$\frac{(14 - 1)}{2} > 6$$

จริง

$$\frac{(15 - 1)}{2} > 6$$

จริง

คำตอบของอสมการ

คือ 14, 15

จำนวนทุกจำนวน

ที่มากกว่า 13

$$5. \frac{2(-11)}{5} \gg -4$$

เท็จ

$$\frac{2(-10)}{5} \gg -4$$

จริง

$$\frac{2(-9)}{5} \gg -4$$

จริง

ก. 8

$$\frac{2(5)}{5} - 4$$

จริง

คำตอบของอสมการ

คือ  $-10, -9, 5$

จำนวนทุกจำนวนที่

มากกว่าหรือเท่ากับ

$-10$

บัตรเนื้อหา

เรื่อง                      สัมการและอสมการ

ระดับชั้น                มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ                    1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์  
2. คำตอบของสัมการและอสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสัมการหรืออสมการได้

โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา                    1. จงเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้

จำนวน	สัญลักษณ์
ศักดิ์อายุ $x$ ปี จงหาอายุปัจจุบันของ	
1) มาลีอายุแก่กว่าศักดิ์ 7 ปี	$x + 7$
2) ธาณีอายุอ่อนกว่าศักดิ์ 5 ปี	$x - 5$
3) พ่อมีอายุสอง เท่าของศักดิ์	$2x$
4) วิไลมีอายุเท่ากับศักดิ์ในอีก 10 ปีข้างหน้า	$x + 10$
5) เมื่อสามปีที่แล้ว บุทธิมีอายุเท่ากับอายุปัจจุบันของศักดิ์	$x + 3$

## 2. จากประโยคภาษาต่อไปนี้ จงเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) ล่องในลำน้ำของสิบสอง เท่ากับแปด	$\frac{2}{3} (12) = 8$
2) ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่ง เท่ากับหก	$\frac{1}{2} (x) = 6$
3) แปดถูกหักออกเสียสี่เหลือสี่	$8 - 4 = 4$
4) สิบสองรวมกับจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสามเท่าของจำนวนนั้น	$-2 + x = 3x$
5) สันนิเงินครึ่งหนึ่งของพ่อ แต่เมื่อรวมกันแล้วนับได้ 50 บาทพอดี	$x + \frac{1}{2}x = 50$

## 3. จากประโยคภาษาต่อไปนี้ จงเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) จำนวน ๆ หนึ่ง รวมกับ 5 แล้วยังมีค่าน้อยกว่า 10	$x + 5 < 10$
2) ฮึก 7 ปี แมวมีอายุไม่เกิน 15 ขวบ	$m + 7 \leq 15$
3) แม่ค้าคนหนึ่งขายนกไป 9 ตัว ยังเหลือนกอย่างน้อย 6 ตัว	$t - 9 > 6$
4) สันนิเงินจำนวนหนึ่ง เมื่อกินขนมไป 3 บาทแล้วยังเหลือเงินไม่ถึง 10 บาท	$y - 3 < 10$
5) ผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 8 มีค่าไม่เท่ากับสี่เท่าของจำนวนนั้น	$n - 8 \neq 4n$

4. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยการแทนค่าตัวแปร

สมการ	แทนค่า x	ผลลัพธ์	ทำให้สมการ		คำตอบของสมการ
			จริง	เท็จ	
1) $\frac{t}{2} = 32$	60	$\frac{60}{2} = 32$	-	✓	64
	64	$\frac{64}{2} = 32$	✓	-	
2) $3 - m = 3$	1	$3 - 1 = 3$	-	✓	0
	0	$3 - 0 = 3$	✓	-	
3) $x^3 = 1,000$	10	$10^3 = 1,000$	✓	-	10
	100	$100^3 = 1,000$	-	✓	
4) $-7k + 1 = -13$	2	$(-7)(2) + 1 = -13$	✓	-	2
	3	$(-7)(3) + 1 = -13$	-	✓	
5) $\frac{(8-x)}{2} = 1$	5	$\frac{(8-5)}{2} = 1$	-	✓	6
	6	$\frac{(8-6)}{2} = 1$	✓	-	

## 5. จงหาคำตอบของอสมการต่อไปนี้ โดยวิธีการแทนค่าตัวแปร

อสมการ	แทนค่า x	ผลลัพธ์	ทำให้อสมการ		คำตอบของอสมการ
			จริง	เท็จ	
1) $5 < x - 4$	9	$5 < 9 - 4$	-	✓	9, 5, 11
	9.5	$5 < 9.5 - 4$	✓	-	จำนวนทุกจำนวน
	11	$5 < 11 - 4$	✓	-	ที่มากกว่า 9
2) $\frac{3t}{10} \neq 6$	10	$\frac{3(10)}{10} \neq 6$	✓	-	10, 30
	20	$\frac{3(20)}{10} \neq 6$	-	✓	จำนวนทุกจำนวน
	30	$\frac{3(30)}{10} \neq 6$	✓	-	ที่ไม่เท่ากับ 20
3) $-1 + 3y \geq 5$	1	$-1 + 3(1) \geq 5$	-	✓	2, 3
	2	$-1 + 3(2) \geq 5$	✓	-	จำนวนทุกจำนวน
	3	$-1 + 3(3) \geq 5$	✓	-	ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 2
4) $\frac{1}{2}(x + 1) > 4$	7	$\frac{1}{2}(7 + 1) > 4$	-	✓	8, 9
	8	$\frac{1}{2}(8 + 1) > 4$	✓	-	จำนวนทุกจำนวน
	9	$\frac{1}{2}(9 + 1) > 4$	✓	-	ที่มากกว่า 7
5) $x - \frac{1}{3}x \leq 8$	13	$13 - \frac{1}{3}(13) \leq 8$	-	✓	12, 9
	12	$12 - \frac{1}{3}(12) \leq 8$	✓	-	จำนวนทุกจำนวน
	9	$9 - \frac{1}{3}(9) \leq 8$	✓	-	ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 12



บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง

ลุ่มการและอลุ่มการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
2. คำตอบของลุ่มการและอลุ่มการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของลุ่มการและอลุ่มการได้ โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด

1. จงเขียนประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) จำนวน ๆ หนึ่งรวมกับสองเท่าของจำนวนนั้นมีค่าเท่ากับ 20	.....
2) ในการล่องวิหาหนึ่งมีนักเรียนเข้าลอบจำนวนหนึ่ง ลอบไม่ผ่าน 13 คน แต่ลอบผ่านไม่ถึง 40 คน	.....
3) พ่อค้าซื้อลุ่มตมาเพิ่ม 6 โหล เมื่อรวมกับของเดิมแล้วไม่เกิน 10 โหล	.....
4) เมื่อ 3 ปีที่แล้ว ฉันมีอายุ 21 ปี	.....
5) หนึ่งในสี่ของจำนวน ๆ หนึ่งมีค่าไม่เท่ากับ 80	.....

## 2. จงเติมค่าลงในช่องว่าง

	แทนค่า x	ผลลัพธ์	x เป็นคำตอบ	
			เป็น	ไม่เป็น
1) $-x + 9 = \frac{1}{5}$	$\frac{11}{2}$	.....	...	...
2) $\frac{3}{4}x \leq 18$	24	.....	...	...
3) $7 - 2x > 6$	6	.....	...	...
4) $\frac{4}{5} < x - 1$	10	.....	...	...

## 3. จงหาคำตอบของสมการหรืออสมการต่อไปนี้ โดยวิธีการแทนค่าตัวแปร

	คำตอบ
1) $n - 7 \neq 3$	.....
2) $\frac{18}{x} \leq 3$	.....
3) $1 - 2k = 9$	.....
4) $5m + 3 > 18$	.....
5) $\frac{6}{y} < 3$	.....

บัตร เฉลยแบบฝึกหัดเรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
2. คำตอบของสมการและอสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการและอสมการได้ โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1.
  - 1)  $x + 2x = 20$
  - 2)  $x - 13 < 40$
  - 3)  $x + 6 \leq 10$
  - 4)  $x - 3 = 21$
  - 5)  $\frac{1}{4}x \neq 80$
2.
  - 1)  $-\frac{11}{2} + 9 = \frac{1}{5}$       ไม่ใช่
  - 2)  $\frac{3}{4}(24) \leq 18$       เป็น
  - 3)  $7 - 2(6) > 6$       ไม่ใช่
  - 4)  $\frac{4}{5} < 10 - 1$       เป็น
3.
  - 1)  $n \neq 10$
  - 2)  $x > 6$
  - 3)  $k = -4$
  - 4)  $m > 3$
  - 5)  $y > 2$

บัตรทดสอบ

เรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
2. คำตอบของสมการและอสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการและอสมการได้ โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

ข้อทดสอบ

1. จงเติมคำลงในช่องว่าง

	แทนค่า x	ผลลัพธ์	x เป็นคำตอบ	
			เป็น	ไม่เป็น
1) $2(x + 5) = 6$	4	.....	...	...
2) $\frac{1 + 5x}{4} \leq 4$	-3	.....	.....	...
3) $4(x - 3) < 11$	9	.....	...	...
4) $9 \neq 3(2x - 1)$	3	.....	...	...
5) $\frac{4(x - 1)}{0.12} \gg 3$	0.1	.....	...	...

2. จงเขียนประโยคสัญลักษณ์ และหาคำตอบของสมการหรืออสมการ โดยวิธีการแทนค่าตัวแปร

	ประโยคสัญลักษณ์	คำตอบ
1) สี่เท่าของจำนวน $x$ หนึ่งมากกว่า - 16	.....	.....
2) ผลบวกของจำนวน $x$ หนึ่งกับ 9 เท่า ของจำนวนนั้นมีค่าเท่ากับ 100	.....	.....
3) หนึ่งในสามของจำนวนนักเรียนในห้อง เรียนหนึ่งไม่เกิน 45	.....	.....
4) ผลต่างของจำนวน $x$ หนึ่งกับ - 6 มีค่าไม่เท่ากับ 12	.....	.....
5) เศษส่วนสี่ส่วนเจ็ดของ $w$ ไม่ถึง 21	.....	.....

บัตร เฉลยแบบทดสอบเรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
2. คำตอบของสมการหรืออสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการและอสมการได้  
โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบทดสอบ

1.
  - 1)  $2(4 + 5) = 6$       ไม่ใช่
  - 2)  $\frac{1 + 5(-3)}{4} \leq 4$       เป็น
  - 3)  $4(9 - 3) < 11$       ไม่ใช่
  - 4)  $9 \neq 3 [(2)(3) - 1]$  เป็น
  - 5)  $\frac{4(0.1 - 1)}{0.12} \geq 3$       เป็น
2.
  - 1)  $4x > -16$   
 $x > -4$
  - 2)  $x + 9x = 100$   
 $x = 10$
  - 3)  $\frac{1}{3}x \leq 45$   
 $x \leq 135$
  - 4)  $x = (-6) \neq 12$   
 $x \neq 6$
  - 5)  $\frac{3}{7}w < 21$   
 $w < 49$

ชุดการเรียนรู้รายบุคคล

หน่วยที่ 2

เรื่อง สัมการและอสมการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของ  
สัมการและอสมการให้ได้อย่างถูกต้อง

บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสื่อการเรียนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรกิจกรรม, บัตรเฉลยกิจกรรม และบทเรียนแบบโปรแกรมชุดที่ 2
  - 1.2 บัตรเนื้อหา
  - 1.3 บัตรแบบฝึกหัด และบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.4 บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

บัตรกิจกรรม

เรื่อง            ส่งการและอสมการ

ระดับชั้น        มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ            กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของ  
ส่งการและอสมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม        ให้นักเรียนศึกษาจากบทเรียนแบบโปรแกรม ชุดที่ 2

คำแนะนำในการใช้บทเรียนแบบโปรแกรม

1. อ่านวัตถุประสงค์ของบทเรียนก่อน เพื่อนักเรียนจะได้รู้ว่าเมื่อจบบทเรียนแล้ว นักเรียนสามารถทำอะไรได้บ้าง
2. บทเรียนนี้เล่นเป็นส่วนย่อย ๆ บรรจุลงในตารางสี่เหลี่ยมที่เรียกว่า กรอบ ต่อเนื่องกันไป
3. ใช้กระดาษวางปิดคำตอบที่อยู่ในช่องซ้ายของกรอบเสียก่อน
4. เริ่มอ่านกรอบที่ 1 แล้วตอบคำถามโดยเติมข้อความลงในช่องว่างให้สมบูรณ์
5. ตรวจสอบคำตอบของนักเรียนด้วยการเลื่อนกระดาษลงไปปิดกรอบถัดไป นักเรียนจะพบเฉลยคำตอบของกรอบแรกอยู่ทางซ้ายมือของกรอบถัดไป
  - 5.1 ถ้านักเรียน ตอบถูก ในกรอบแรก ให้นักเรียนอ่านกรอบถัดไปได้ และดำเนินเช่นนี้ต่อไปเรื่อย ๆ
  - 5.2 ถ้านักเรียน ตอบผิด ให้ย้อนกลับไปอ่านกรอบที่ผ่านมาให้เข้าใจ แล้วคิดใหม่
6. ทำไปที่ละกรอบตามลำดับ โดยไม่ข้ามกรอบหนึ่งกรอบใด ข้อความในทุกกรอบจะเป็นความรู้ที่ต่อเนื่องกัน ถ้าข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งอาจจะทำให้นักเรียนไม่เข้าใจ
7. ขอให้นักเรียนชื่อสัตย์ต่อตนเอง อย่าลอกคำตอบ เพราะบทเรียนที่นักเรียนกำลังทำอยู่นี้ไม่ใช่แบบทดสอบ แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้

## บทเรียนแบบโปรแกรม

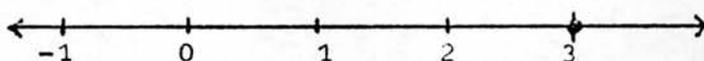
## ชุดที่ 2

ก. 1

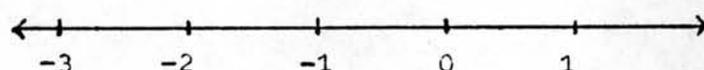
จำนวนเต็มได้แก่ จำนวนเต็มบวก, .....

ซึ่งเป็นจำนวนจริง และจำนวนจริงใด ๆ สามารถแสดงได้โดยใช้เส้นจำนวน

ดังนั้น กราฟแสดงจำนวน 3 เขียนได้ดังนี้

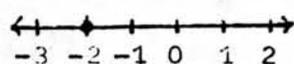


กราฟแสดงจำนวน - 2 เขียนได้ดังนี้



จำนวนเต็มลบ,

ศูนย์

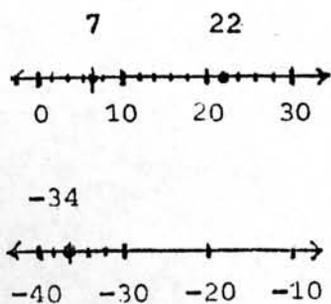
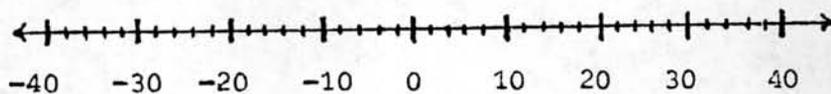


ก. 2

กราฟ	แสดงจำนวน
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

1. -2
2. 8
3. -35
4. 6

ก. 3 เขียนกราฟแสดงจำนวน 22, -10, -34, 7



ก. 4

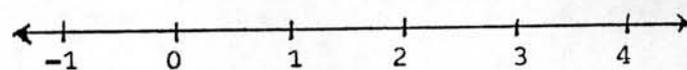
1. กราฟแสดงจำนวน  $1\frac{2}{3}$  เขียนได้ดังนี้



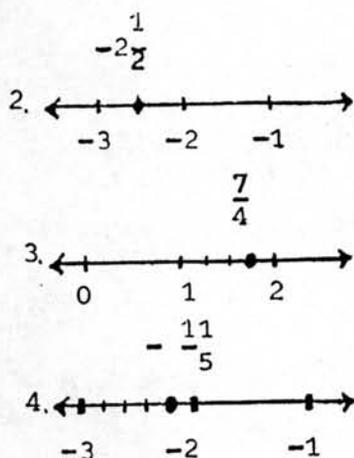
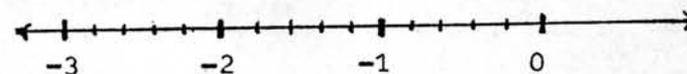
2. กราฟแสดงจำนวน  $-2\frac{1}{2}$  เขียนได้ดังนี้



3. กราฟแสดงจำนวน  $\frac{7}{4}$  เขียนได้ดังนี้



4. กราฟแสดงจำนวน  $-\frac{11}{5}$  เขียนได้ดังนี้



ก. 5

กราฟ	แสดงจำนวน
1.	.....
2.	.....
3.	.....
4.	.....

1.  $5\frac{1}{2}$

2.  $-12\frac{1}{2}$

3.  $4\frac{1}{2}$

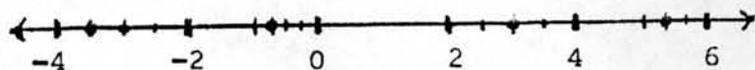
4.  $-\frac{1}{4}$

ก. 6 กราฟแสดงจำนวน  $3, -2\frac{3}{4}, -5, \frac{9}{2}$



- 5 -  $2\frac{3}{4}$

ก. 7



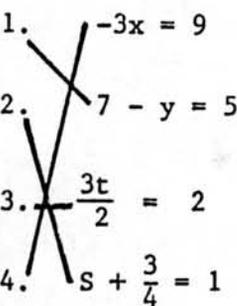
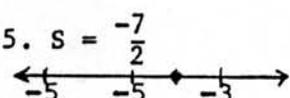
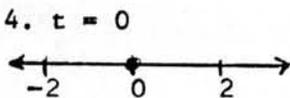
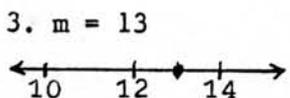
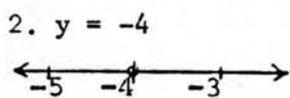
จากรูปเป็นกราฟแสดงจำนวน ..., ..., ..., ...

-  $3\frac{1}{2}, -3, -\frac{3}{4},$

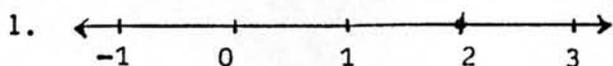
3,  $5\frac{1}{3}$

ก. 8

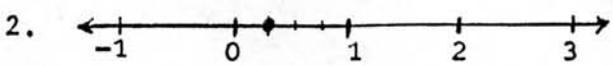
สมการ	คำตอบ ของสมการ	กราฟแสดงคำตอบ
1. $x + 2 = 5$	$x = 3$	<p>A horizontal number line with arrows at both ends. Tick marks are labeled at 0, 1, 2, and 3. A small vertical bar is drawn at the tick mark for 3.</p>
2. $y - 4 = -8$	$y = -4$	<p>A horizontal number line with arrows at both ends. Tick marks are labeled at -5, -4, -3, -2, and -1. A small vertical bar is drawn at the tick mark for -4.</p>
3. $12 - m = -1$	$m = \dots$	<p>A horizontal number line with arrows at both ends. Tick marks are labeled at 10, 12, 14, 16, and 18. A small vertical bar is drawn at the tick mark for 13.</p>
4. $\frac{3}{10}t = 0$	$t = \dots$	<p>A horizontal number line with arrows at both ends. Tick marks are labeled at -2, -1, 0, 1, and 2. A small vertical bar is drawn at the tick mark for 0.</p>
5. $s + \frac{7}{2} = 0$	$s = \dots$	<p>A horizontal number line with arrows at both ends. Tick marks are labeled at -5, -4, -3, -2, and -1. A small vertical bar is drawn at the midpoint between -4 and -3.</p>



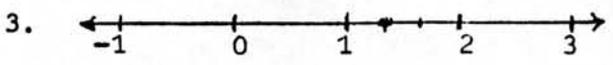
ก. 9 ให้โยงกราฟแสดงคำตอบไปยังสมการที่สอดคล้อง



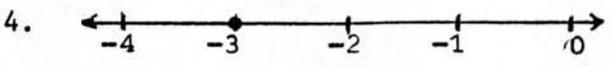
1.  $-3x = 9$



2.  $7 - y = 5$



3.  $\frac{3t}{2} = 2$



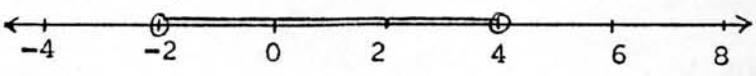
4.  $s + \frac{3}{4} = 1$

ก. 10

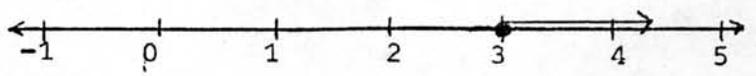
จากกรอบที่ 1 - 8 จะเห็นได้ว่าจุดใด ๆ จุดหนึ่งบนเส้นจำนวน จะแทนจำนวนได้เพียงจำนวนเดียว ในทางกลับกันจำนวนใด ๆ หนึ่งจำนวน จะแทนได้ด้วยจุดเพียงจุดเดียวบนเส้นจำนวน

แต่ถ้ามีจำนวนมากกว่าหนึ่งจำนวน ก็สามารถแสดงบนเส้นจำนวน ได้ดังนี้

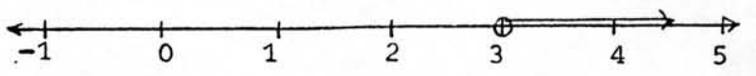
1. จำนวนทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง -2 และ 4



2. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ 3

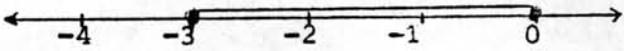
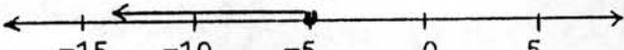
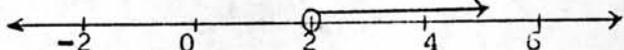
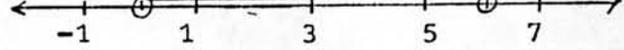
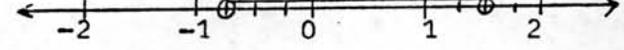
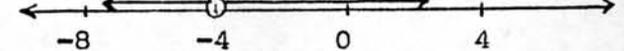


3. แต่ถ้า เป็นจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3



เนื่องจากจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 3 นี้ไม่รวม 3 ด้วย จึงเขียนวงกลมเล็ก ๆ ล้อมรอบจุดที่แทน 3 ไว้เพื่อแสดงว่ากราฟไม่รวมจุดที่แทนด้วย 3

ก. 11

กราฟ	แสดงจำนวน
1. 	..... .....
2. 	..... .....
3. 	..... .....
4. 	..... .....
5. 	..... .....
6. 	..... .....

1. จำนวนทุกจำนวน  
ตั้งแต่ -3 ถึง 0

2. จำนวนทุกจำนวน  
ที่น้อยกว่าหรือ  
เท่ากับ -5

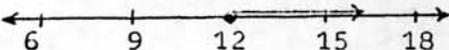
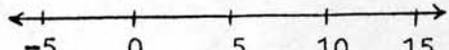
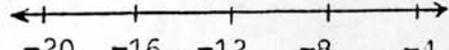
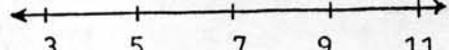
3. จำนวนทุกจำนวน  
ที่มากกว่า 2

4. จำนวนทุกจำนวน  
ที่มากกว่า 0 แต่  
น้อยกว่า 6

5. จำนวนทุกจำนวน  
ที่มากกว่า  $-\frac{3}{4}$  แต่  
ไม่ถึง  $1\frac{1}{2}$

6. จำนวนทุกจำนวนที่  
ไม่เท่ากับ -4

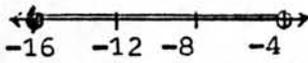
ก. 12

จำนวน	กราฟ
1. จำนวนทุกจำนวนที่มากกว่าหรือ เท่ากับ 12	
2. จำนวนทุกจำนวนตั้งแต่ -5 ถึง 10	
3. จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า -4 แต่ไม่น้อยกว่า -16	
4. จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เกิน $\frac{15}{2}$	

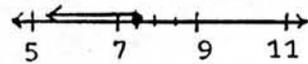
2.



3.



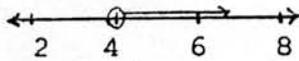
4.



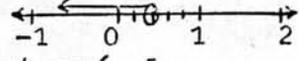
น. 13

อสมการ	คำตอบของอสมการ	กราฟแสดงคำตอบ
1. $a - 7 < 4$	$a < 11$	
2. $4x > 16$	$x > 4$	
3. $\frac{2}{5} - m > 0$	.....	
4. $-3t \leq 15$	.....	
5. $y^2 \neq 64$	.....	

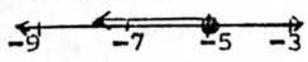
2.  $x > 4$



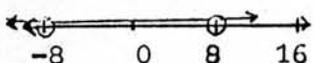
3.  $m < \frac{2}{5}$



4.  $t \leq -5$

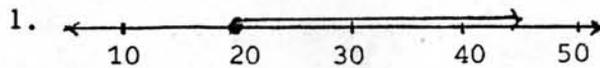


5.  $y \neq \pm 8$

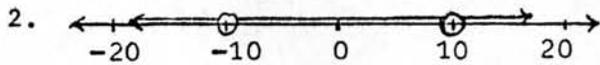


น. 14

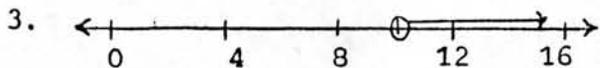
ให้โยงกราฟแสดงคำตอบไปยังอสมการที่สอดคล้อง



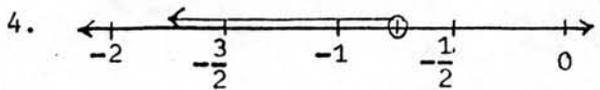
1.  $y - 8 > 2$



2.  $-6c \leq 30$



3.  $\frac{w}{2} \geq 10$



4.  $x + \frac{1}{4} < 0$



5.  $z^2 \neq 100$

1.  $y - 8 > 2$

2.  $-6c \leq 30$

3.  $\frac{w}{2} \geq 10$

4.  $x + \frac{1}{4} < 0$

5.  $z^2 \neq 100$

น. 15

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง

สัมภาคและอสมภาค

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสัมภาคและอสมภาคที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด

1. จากรูปเป็นกราฟแสดงจำนวนอะไร

	กราฟ	แสดงจำนวน
1.		.....
2.		.....
3.		.....
4.		.....
5.		.....

2. จงเขียนกราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้

2.1 จำนวน  $-3, 1, 4$



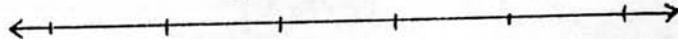
2.2 ทุก ๆ จำนวนที่อยู่ระหว่าง  $-10$  ถึง  $35$



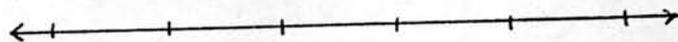
2.3 ทุก ๆ จำนวนที่น้อยกว่า  $9$  แต่ไม่น้อยกว่า  $3$



2.4 จำนวนที่ไม่เท่ากับ  $\frac{2}{3}$



2.5 ทุก ๆ จำนวนที่ไม่เกิน  $-1$



3. ให้โยงกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการไปยังสมการหรืออสมการที่สอดคล้อง

3.1 1)  $\frac{r}{3} - 2 < 4$

A horizontal number line with arrows at both ends. There are five tick marks labeled  $0, 1, 2, 3, 4$ . A shaded region starts at a solid dot at  $2.5$  and ends at an open circle at  $4$ .

3.2 2)  $3(x + 1) = 12$

A horizontal number line with arrows at both ends. There are five tick marks labeled  $0, 2, 4, 6, 8$ . A shaded region starts at an open circle at  $1$  and ends at an open circle at  $7$ .

3.3 3)  $\frac{2}{4}y - 1 \geq 0$

A horizontal number line with arrows at both ends. There are five tick marks labeled  $0, 6, 12, 18, 24$ . A shaded region starts at a solid dot at  $6$  and ends at an open circle at  $18$ .

3.4 4)  $1 + 2t \neq 9$

A horizontal number line with arrows at both ends. There are five tick marks labeled  $-1, 0, 1, 2, 3$ . A shaded region covers the entire number line except for a small open circle at  $3$ .

4. ลงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการหรือสมการต่อไปนี้

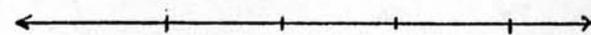
4.1  $\frac{18}{m} = 9$



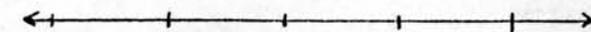
4.2  $3t - 1 \neq 5$



4.3  $0.3y \leq 0.9$



4.4  $2x > 0$



บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

กราฟแสดงคำตอบ

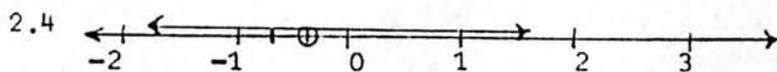
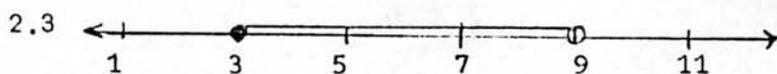
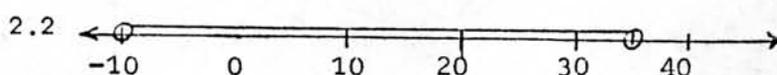
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 1.1 จำนวนที่น้อยกว่า 10
- 1.2 จำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $\frac{1}{2}$
- 1.3 จำนวนที่มากกว่า  $-1\frac{2}{3}$
- 1.4 จำนวนที่มีค่าเท่ากับ  $2\frac{1}{2}$
- 1.5 จำนวนที่ไม่เท่ากับ 25

2.



3.

$$3.1 \quad 1) \quad \frac{r}{3} - 2 < 4$$

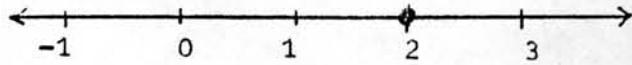
$$3.2 \quad 2) \quad 3(x + 1) = 12$$

$$3.3 \quad 3) \quad \frac{2}{5}y - 1 \gg 0$$

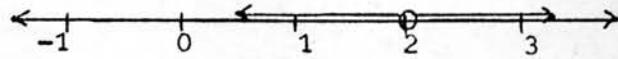
$$3.4 \quad 4) \quad 1 + 2t \neq 9$$

4.

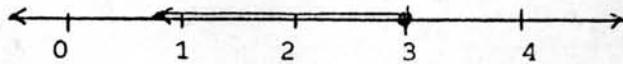
$$4.1 \quad m = 2$$



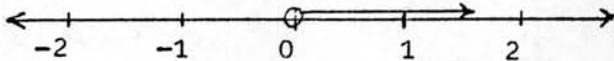
$$4.2 \quad t \neq 2$$



$$4.3 \quad y \leq 3$$



$$4.4 \quad x > 0$$



บัตรทดสอบเรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

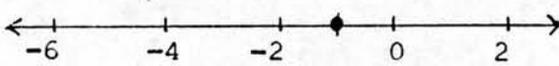
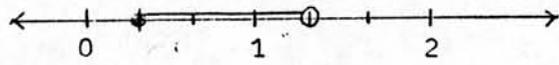
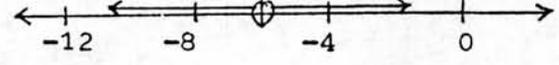
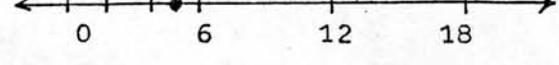
กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถ เขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

ข้อทดสอบ

1. จากรูปเป็นกราฟแสดงจำนวนอะไร

กราฟ	แสดงจำนวน
1. 	.....
2. 	.....
3. 	.....
4. 	.....

2. จงเขียนกราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้

2.1 จำนวนที่ไม่รวม -5



2.2 ทุก ๆ จำนวนที่ไม่น้อยกว่า 7 แต่ไม่มากกว่า 21



2.3 ทุก ๆ จำนวนที่ไม่ถึง -4



3. ให้โยงกราฟคำตอบของสมการหรืออสมการไปยังสมการหรืออสมการที่สอดคล้อง

3.1 1)  $\frac{3}{4} = n - \frac{1}{2}$

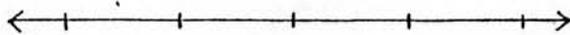
3.2 2)  $\frac{1}{5} - z \geq -\frac{2}{5}$

3.3 3)  $\frac{4}{9} y \geq 0$

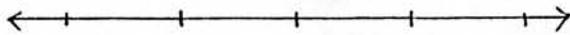
4)  $\frac{4x - 1}{3} = 0$

4. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการหรืออสมการต่อไปนี้

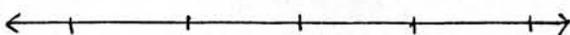
4.1  $2(m + 10) \neq 0$



4.2  $z - 3.7 \leq 8.2$



4.3  $\frac{15}{x} = 5$



บัตรเฉลยแบบทดสอบเรื่อง

สมการและอสมการ

ระดับชั้น

มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ

กราฟแสดงคำตอบ

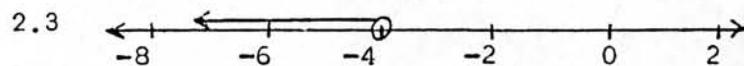
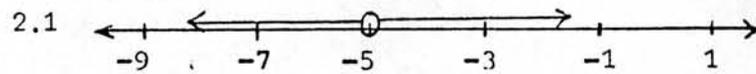
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบทดสอบ

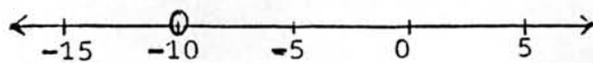
1. 1.1 จำนวนที่มีค่าเท่ากับ -1
- 1.2 ทุก ๆ จำนวนที่น้อยกว่า  $\frac{4}{3}$  แต่ไม่น้อยกว่า  $\frac{1}{3}$
- 1.3 ทุก ๆ จำนวนที่ไม่เท่ากับ -6
- 1.4 ทุก ๆ จำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $4\frac{1}{2}$

2.

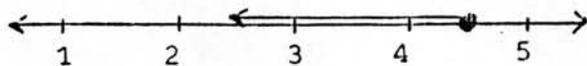


3. 3.1 1)  $\frac{3}{4} = n - \frac{1}{2}$
- 3.2 2)  $\frac{1}{5} - z \geq -\frac{2}{5}$
- 3.3 3)  $\frac{4}{9}y \geq 0$
- 4)  $\frac{4x - 1}{3} = 0$

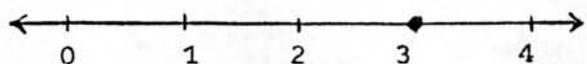
4. 4.1  $m \neq -10$



4.2  $z \leq 4.5$



4.3  $x = 3$



ชุดการเรียนรู้รายบุคคล

หน่วยที่ 3

เรื่อง สัมการและอสัมการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ การแก้สัมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สัมการ

ได้อย่างถูกต้อง

### บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรกิจกรรมที่ 1-4 และบัตรเฉลยกิจกรรม
  - 1.2 เอกสารแนะแนวทางชุดที่ 1 และเฉลยเอกสารแนะแนวทาง
  - 1.3 บัตรเนื้อหา
  - 1.4 บัตรแบบฝึกหัดและบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.5 บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่งถ้าไม่เข้าใจหลังจากทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

### บัตรกิจกรรม

เรื่อง สัมการและอสัมการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ การแก้สัมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สัมการได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 1-4 และศึกษาจากเอกสารแนะแนวทางชุดที่ 1

บัตรคำสั่ง

กิจกรรมที่ 1

1. ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 1 พร้อมทั้งตอบคำถาม
2. ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยกิจกรรมที่ 1

บัตรกิจกรรมที่ 1

กิจกรรม ให้นักเรียนทำกิจกรรมและเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. จากสื่อการเรียนรู้การสอนที่กำหนดให้ ลองเอา  $a$

หับ  $b$  จะเห็นว่า  $a$  หับ  $b$  สนิท

ดังนั้น  $a = L$

ลองเอา  $a$  และ  $b$  ใส่ในช่องดังรูป

$a$	$b$
-----	-----

แล้วยก  $a$  และ  $b$  สลับที่

$a$	$b$
-----	-----

จะเห็นว่าใส่ได้เช่นเดียวกัน แสดงว่า  $L = a$

2. จากข้อ 1 จะเห็นว่า ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = a$
3. สรุปได้ว่า

ให้  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $b = \dots\dots$

คุณสมบัตินี้เรียกว่า คุณสมบัติสลับมาตร

4. ถ้า  $y = 5$  แล้ว  $5 = \dots\dots\dots$
5. ถ้า  $x + 1 = 3x$  แล้ว  $3x = \dots\dots\dots$
6. ถ้า  $\frac{t}{2} = 11$  แล้ว  $11 = \dots\dots\dots$
7. ถ้า  $z^3 = 1,000$  แล้ว  $1,000 = \dots\dots\dots$
8. ถ้า  $3 - y = \frac{y}{2}$  แล้ว  $\frac{y}{2} = \dots\dots\dots$

บัตรคำสั่ง

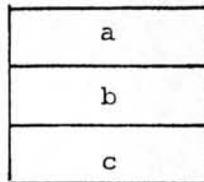
กิจกรรมที่ 2

1. ให้ฝึกเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 2 พร้อมทั้งตอบคำถาม
2. ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยกิจกรรมที่ 2

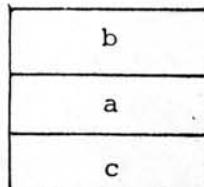
บัตรกิจกรรมที่ 2

กิจกรรม ให้ฝึกเรียนทำกิจกรรมและเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. นำรูป   และ  วางลงในช่องว่างของกระดาษตามลำดับ ดังรูป



2. สลับรูป  และ

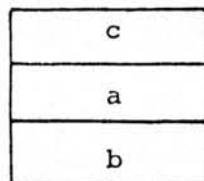


จะเห็นได้ว่า  และ

วางลงในช่องได้สนิท

แสดงว่า  =

3. สลับรูป  และ



จะเห็นได้ว่า  และ

วางลงในช่องว่างได้สนิท

แสดงว่า  =

4. จากข้อ 2 และข้อ 3

$$\boxed{a} = \boxed{b}$$

และ  $\boxed{b} = \boxed{c}$

ดังนั้น  $\boxed{a} = \boxed{c}$

5. สรุปได้ว่า

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a = b$  และ  $b = c$  แล้ว  $a = \dots\dots\dots$

คุณสมบัตินี้เรียกว่า คุณสมบัตการถ่ายทอด

6. ถ้า  $a = 1$  และ  $b = 1$  แล้ว  $a = \dots\dots\dots$

7. ถ้า  $a = 9$  และ  $a = x + y$  แล้ว  $9 = \dots\dots\dots$

8. ถ้า  $k$  มีเงินเท่ากับ  $y$  และ  $y$  มีเงิน 35 บาท แล้ว  $k$  มีเงิน  $\dots\dots\dots$  บาท

9. ถ้า  $2x = -10$  และ  $-10 = 2 \times (-5)$  แล้ว  $2x = \dots\dots\dots$

10. ถ้า  $-3a - 5a = (-3-5)a$  และ  $(-3-5)a = -3a$  แล้ว  $-3a - 5a$   
 $= \dots\dots\dots$

บัตรคำสั่ง

กิจกรรมที่ 3

1. ให้ฝึกเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 3 พร้อมทั้งตอบคำถาม
2. ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยกิจกรรมที่ 3

บัตรกิจกรรมที่ 3

กิจกรรม ให้ฝึกเรียนทำกิจกรรมและเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. นำรูป  กับรูป  ถ้ารูป  กับรูป  สนิท  
แสดงว่า  =
2. นำรูป  มา 1 รูป เอารูป  กับ  ใส่ในช่องที่กำหนดให้  

a	c
---	---
3. ยกรูป  ออก เอารูป  ใส่ลงไปแทนที่  

b	c
---	---

จะเห็นว่ารูป  และ  ใส่ในช่องว่างพอดี
4. จากข้อ 2 และข้อ 3  
จะได้ว่า  $a + c = b + c$
5. สรุปได้ว่า

ถ้าให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c = \dots\dots\dots$

คุณสมบัตินี้ เรียกว่า คุณสมบัติการบวก

ซึ่งกล่าวไว้ว่า "ถ้ามีจำนวนสองจำนวนเท่ากัน นำจำนวน

อีกจำนวนหนึ่งมาบวกแต่ละจำนวนที่เท่ากันนั้น ผลลัพธ์

จะเท่ากัน"

- |  |  |
|--|--|
| <p>6.1 ถ้า <math>2 + 7 = 9</math> เป็นจริงแล้ว</p> <p><math>(2 + 7) + 1 = 9 + 1</math></p> <p>เป็น.....(จริง/เท็จ)</p> | <p>6.1 ถ้า <math>2 + 7 = 9</math> เป็นจริงแล้ว</p> <p><math>(2 + 7) + (-1) = 9 + (-1)</math></p> <p>เป็น.....(จริง/เท็จ)</p> |
|--|--|

6.2 ถ้า  $x = 10$  เป็นจริงแล้ว

$$x + 4 = 10 + 4$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.3 ถ้า  $p + 2 = 6$  เป็นจริงแล้ว

$$(p + 2) + 3 = 6 + 3$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.4 ถ้า  $5y = \frac{1}{4}$  เป็นจริงแล้ว

$$5y + \frac{3}{7} = \frac{1}{4} + \frac{3}{7}$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.5 ถ้า  $\frac{9}{y} = 2$  เป็นจริงแล้ว

$$\frac{9}{y} + y = 2 + y$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.2 ถ้า  $x = 10$  เป็นจริงแล้ว

$$x + (-4) = 10 + (-4)$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.3 ถ้า  $p + 2 = 6$  เป็นจริงแล้ว

$$(p + 2) + (-3) = 6 + (-3)$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.4 ถ้า  $5y = \frac{1}{4}$  เป็นจริงแล้ว

$$5y + (-\frac{3}{7}) = \frac{1}{4} + (-\frac{3}{7})$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

6.5 ถ้า  $\frac{9}{y} = 2$  เป็นจริงแล้ว

$$\frac{9}{y} - y = 2 - y$$

เป็น.....(จริง/เท็จ)

บัตรคำสั่ง

กิจกรรมที่ 4

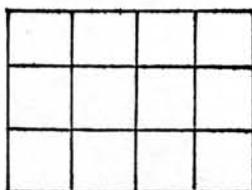
1. ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 4 พร้อมทั้งตอบคำถาม
2. ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยกิจกรรมที่ 4

บัตรกิจกรรมที่ 4

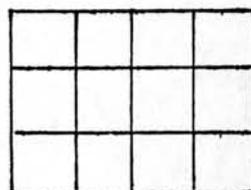
กิจกรรม ให้นักเรียนทำกิจกรรมและเติมข้อความลงในช่องว่าง

1. นำรูป  ที่มีขนาดเท่ากับสี่เหลี่ยมในช่อง  2 รูป

ดังในรูป

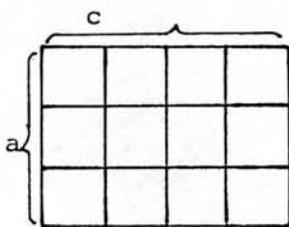


รูปที่ 1

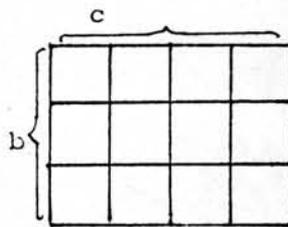


รูปที่ 2

2. รูปที่ 1 และรูปที่ 2 มีพื้นที่..... ตารางหน่วย
3. กำหนดความยาวของด้านของรูปที่ 1 และรูปที่ 2



รูปที่ 1



รูปที่ 2

จะเห็นว่า  $a = b$  และค่า  $c$  ของรูปที่ 1 และรูปที่ 2 จะเท่ากัน

4. จากรูปที่ 1  $a$  เท่ากับ 3 หน่วย  $c$  เท่ากับ ..... หน่วย  
จากรูปที่ 2  $b$  เท่ากับ 3 หน่วย  $c$  เท่ากับ ..... หน่วย  
พื้นที่ของรูปที่ 1 เท่ากับ  $a \times c = 3 \times 4 = \dots\dots$  ตารางหน่วย  
พื้นที่ของรูปที่ 2 เท่ากับ  $b \times c = 3 \times 4 = \dots\dots$  ตารางหน่วย

## 5. สรุปได้ว่า

ถ้าให้  $a$ ,  $b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $ac = \dots\dots\dots$

เรียกคุณสมบัตินี้ว่า คุณสมบัติการคูณ ซึ่งกล่าวว่า

"ถ้ามีจำนวนสองจำนวนที่เท่ากัน นำจำนวนอีกจำนวนหนึ่ง

คูณกับแต่ละจำนวนที่เท่ากัน ผลลัพธ์จะเท่ากัน

6. ถ้า  $a = 5$  แล้ว  $2a = \dots\dots\dots$
7. ถ้า  $m = n$  แล้ว  $-3m = \dots\dots\dots$
8. ถ้า  $x = y$  แล้ว  $\frac{1}{6}x = \dots\dots\dots$
9. ถ้า  $(x + 1) = 3y$  แล้ว  $-4(x + 1) = \dots\dots\dots$
10. ถ้า  $2(y - 4) = x$  แล้ว  $-\frac{2}{5}(y - 4) = \dots\dots\dots$
11. ถ้า  $v = \frac{5}{t}$  และ  $t \neq 0$  แล้ว  $7vt = \dots\dots\dots$
12. จากคำตอบของแต่ละข้อ จำนวนที่นำมาคูณกับจำนวนสองจำนวนที่เท่ากันคือ  
 $\dots\dots\dots$  ซึ่งอาจจะเป็นจำนวน  
 $\dots\dots\dots$  หรือจำนวน  $\dots\dots\dots$  หรือจำนวน  
 $\dots\dots\dots$
13. จากข้อ 8 และข้อ 10 จะเห็นว่า คุณสมบัติการคูณสามารถเขียนในรูป  
 การหารได้ นั่นคือ สามารถนำจำนวนที่ไม่เท่ากับศูนย์หารทั้งสองข้าง  
 ของสมการ แล้วผลลัพธ์ยังคงเท่ากัน

นั่นคือ

ถ้า  $x = y$  และ  $m \neq 0$

ดังนั้น  $\frac{1}{m}x = \dots\dots\dots$

หรือ  $\frac{x}{m} = \dots\dots\dots$

## เอกลาร์แนะแนวทาง



## ชุดที่ 1

1. ให้ฝึกเรียนอ่านข้อความต่อไปนี้ แล้วพิจารณาว่าข้อสรุปในแต่ละข้อใช้คุณสมบัติของการเท่ากัน  
ในข้อใด

ข้อความ	คุณสมบัติ
1) ถ้า $a + b + c = d$ แล้ว $x = a + b + c$ แล้ว $d = x$	.....
2) ถ้า $2m = 2n$ แล้ว $m = n$	.....
3) ถ้า $x + x = (1 + 1)x$ แล้ว $(x + x) + (-1) = (1 + 1)x + (-1)$	.....
4) ถ้า $p = s \times t$ แล้ว $s \times t = R$	.....

2. ให้ฝึกเรียนเติมคำลงในช่องว่างให้สมบูรณ์

ใช้คุณสมบัติการบวก		ใช้คุณสมบัติการคูณ	
ให้ $x - 3 = 4$	ให้ $x + 3 = 4$	ให้ $\frac{x}{5} = 10$	ให้ $5x = 10$
$x - 3 + 3 = 4 + 3$	$x + 3 + (-3) = 4 + (-3)$	$\frac{x}{5} \times 5 = \dots\dots$	$5x \times \frac{1}{5} = \dots\dots$
$x = 7$	$x = 1$	$x = \dots\dots$	$x = \dots\dots$
<u>ตรวจสอบ</u>	<u>ตรวจสอบ</u>	<u>ตรวจสอบ</u>	<u>ตรวจสอบ</u>
$x - 3 = 4$	$x + 3 = 4$	$\frac{x}{5} = 10$	$5x = 10$
$7 - 3 = 4$	$1 + 3 = 4$	.....	.....
$4 = 4$	.....	.....	.....
ดังนั้นคำตอบของ	ดังนั้นคำตอบของสมการ	ดังนั้นคำตอบของ	ดังนั้นคำตอบของ
สมการคือ 7	คือ.....	สมการคือ.....	สมการคือ.....

## 3. ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้

3.1 ให้  $\frac{3}{4}x - 6 = 3$  เป็นสมการที่กำหนดให้

(1) เมื่อนำ 6 มาบวกทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{3}{4}x - 6 + 6 = 3 + 6 \text{ (ใช้คุณสมบัติ ..... )}$$

$$\frac{3}{4}x = 9$$

(2) เมื่อนำ 4 มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$\frac{3}{4}x \times 4 = 9 \times 4 \text{ (ใช้คุณสมบัติ ..... )}$$

$$3x = 36$$

(3) เมื่อนำ  $\frac{1}{3}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการจะได้

$$3x \times \frac{1}{3} = 36 \times \frac{1}{3} \text{ (ใช้คุณสมบัติ ..... )}$$

$$x = 12$$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย.....ในสมการ  $\frac{3}{4}x - 6 = 3$  จะได้

$$\frac{3 \times \dots}{4} - 6 = 3$$

$$\dots = 3 \text{ ซึ่งเป็น ..... (จริง/เท็จ)}$$

ดังนั้น.....เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{3}{4}x - 6 = 3$ 3.2 กำหนดสมการ  $5(2 - t) = 4$ (1) นำ  $\frac{1}{5}$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$5(2 - t) \times \dots = 4 \times \dots$$

$$2 - t = \dots$$

(2) นำ.....มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$2 - t + (\dots) = \dots$$

$$-t = \dots$$

(3) นำ.....มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$(-t) \times \dots = \dots$$

$$t = \dots$$

ตรวจสอบ แทน t ด้วย.....ในสมการ  $5(2 - t) = 4$  จะได้

$$5(2 - \dots) = 4 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น.....เป็นคำตอบของสมการ  $5(2 - t) = 4$

$$3.3 \text{ กำหนดสมการ } 10x + 5(x - 1) = 0$$

$$10x + 5x - 5 = 0$$

$$(10 + 5)x - 5 = 0$$

(1) นำ..... มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$15x - 5 + \dots = 0 + \dots$$

$$15x = \dots$$

(2) นำ..... มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$15x \times \dots = \dots$$

$$x = \dots$$

ตรวจสอบ  $10(\dots) + 5(\dots - 1) = 0$

$$\dots = 0$$

$$\dots = 0 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น..... เป็นคำตอบของสมการ  $10x + 5(x - 1) = 0$

$$3.4 \text{ กำหนดให้ } -\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}$$

$$(1) \left(-\frac{2}{3} - \frac{1}{6}\right)x = \frac{1}{2}$$

$$\dots x = \frac{1}{2}$$

$$\dots x = \frac{1}{2}$$

(2) นำ..... มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(-\frac{5}{6}x\right) \times \dots = \frac{1}{2} \times (\dots)$$

$$x = \dots$$

ตรวจสอบ  $-\frac{2}{3}(\dots) - \frac{1}{6}(\dots) = \frac{1}{2}$

$$\dots = \frac{1}{2}$$

$$\dots = \frac{1}{2}$$

$$\dots = \frac{1}{2} \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น..... เป็นคำตอบของสมการ  $-\frac{2}{3}x - \frac{1}{6}x = \frac{1}{2}$

3.5 กำหนดสมการ  $10y - 9 = 8y + 3$

(1) นำ ..... มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$10y - 9 + \dots\dots\dots = 8y + 3 + \dots\dots\dots$$

$$10y = 8y + \dots\dots\dots$$

(2) นำ ..... มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$10y + \dots\dots\dots = 8y + \dots\dots\dots + \dots\dots\dots$$

$$(10 + \dots\dots\dots)y = 12$$

$$\dots\dots\dots y = 12$$

(3) นำ ..... มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\dots\dots\dots y \times \dots\dots\dots = 12 \times \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ  $10(\dots\dots\dots) - 9 = 8(\dots\dots\dots) + 3$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น ..... เป็นคำตอบของสมการ  $10y - 9 = 8y + 3$

3.6 กำหนดสมการ  $y + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}y - \frac{1}{2}$

(1) นำ ..... มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$y + \frac{1}{6} + \dots\dots\dots = \frac{2}{3}y - \frac{1}{2} + \dots\dots\dots$$

$$y = \frac{2}{3}y + \left(-\frac{1}{2} - \dots\dots\dots\right)$$

$$= \frac{2}{3}y + (\dots\dots\dots)$$

(2) นำ ..... มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$y + (\dots\dots\dots) = \frac{2}{3}y + (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)$$

$$(1 - \dots\dots\dots)y = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots y = \dots\dots\dots$$

(3) นำ ..... มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\dots\dots\dots y \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots$$

$$y = \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ  $(\dots) + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}(\dots) - \frac{1}{2}$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น  $\dots$  เป็นคำตอบของสมการ  $y + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}y - \frac{1}{2}$

3.7 กำหนดสมการ  $\frac{1}{4}x + 7 = 6 - \frac{1}{2}x$

(1) นำ  $\dots$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{4}x + 7 + (\dots) = 6 - \frac{1}{2}x + (\dots)$$

$$\frac{1}{4}x = -\frac{1}{2}x + 6 + (\dots)$$

$$\frac{5}{4}x = -\frac{1}{2}x + (\dots)$$

(2) นำ  $\dots$  มาบวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{5}{4}x + \dots = -\frac{1}{2}x + \dots + \dots$$

$$\left(\frac{5}{4} + \dots\right)x = \dots$$

$$(\dots)x = \dots$$

$$\dots x = \dots$$

(3) นำ  $\dots$  มาคูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\dots x \times \dots = \dots \times \dots$$

$$x = \dots$$

ตรวจสอบ  $\frac{1}{4}(\dots) + 7 = 6 - \frac{1}{2}(\dots)$

$$\dots = \dots$$

$$\dots = \dots \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น  $\dots$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{1}{4}x + 7 = 6 - \frac{1}{2}x$



เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 1

3.  $b = a$
4.  $5 = y$
5.  $3x = x + 1$
6.  $11 = \frac{t}{2}$
7.  $1,000 = z^3$
8.  $\frac{y}{2} = 8 - y$

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 2

5.  $a = c$
6.  $a = b$
7.  $9 = x + y$
8. 35
9.  $2x = 2(-5)$
10.  $-3a - 5a = -8a$

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 3

5. จริ่ง  $b + c$  ตารางหน่วย
- 6.1 - 6.5 จริ่ง

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 4

- |                      |  |
|----------------------|--|
| 2. 24 ตารางหน่วย     | 8. $\frac{1}{6}y$                            |
| 4. c เท่ากับ 4 หน่วย | 9. $-4(3y)$                                  |
| c เท่ากับ 4 หน่วย    | 10. $\frac{x}{5}$                            |
| 12 ตารางหน่วย        | 11. $7s$                                     |
| 12 ตารางหน่วย        | 12. $2, -3, \frac{1}{6}, -4, \frac{1}{5}, 7$ |
| 5. $ac = bc$         | จำนวนเต็มบวก, จำนวนเต็มลบ, จำนวนเศษส่วน      |
| 6. $2(5)$            | 13. $\frac{1}{m}y$                           |
| 7. $-3n$             | $\frac{y}{m}$                                |

เฉลยเอกสารแนะแนวทางชุดที่ 1

1. 1) การถ่ายทอด
  - 2) การคูณ
  - 3) การบวก
  - 4) การลบ
2. (2)  $4 = 4$
- 1
- (3)  $\frac{x}{5} \times 5 = 10 \times 5$
- $x = 50$
- $\frac{50}{5} = 10$
- $10 = 10$
- 50

$$(4) \quad 5x \times \frac{1}{5} = 10 \times \frac{1}{5}$$

$$x = 2$$

$$5(2) = 10$$

$$10 = 10$$

2

3. 3.1 (1) การบวก

(2) การคูณ

(3) การคูณ

ตรวจสอบ 12 , 12 , 3 , 45 , 12

3.2 (1)  $\frac{1}{5} , \frac{1}{5}$

$\frac{4}{5}$

(2) (-2)

$(-2) , \frac{4}{5} + (-2)$

$-\frac{6}{5}$

(3) (-1)

$(-1) , (-\frac{6}{5}) \times (-1)$

ตรวจสอบ  $\frac{6}{5} , \frac{6}{5} , \frac{6}{5}$ 

3.3 (1) 5

5 , 5

5

(2)  $\frac{1}{15}$ 

$\frac{1}{15} , 5 \times \frac{1}{15}$

$\frac{1}{3}$

ตรวจสอบ  $\frac{1}{3} , \frac{1}{3} , \frac{10}{3} + 5(-\frac{2}{3}) = 0$

$\frac{10}{3} - \frac{10}{3} = 0$

$\frac{1}{3}$

$$3.4 \quad (1) \quad \frac{-4 - 1}{6}$$

$$- \frac{5}{6}$$

$$(2) \quad - \frac{6}{5}$$

$$- \frac{6}{5}, \quad (- \frac{6}{5})$$

$$- \frac{3}{5}$$

$$\text{ตรวจสอบ} \quad - \frac{3}{5}, \quad - \frac{3}{5}$$

$$\frac{6}{15} + \frac{3}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{12 + 3}{30} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{15}{30} = \frac{1}{2}$$

$$- \frac{3}{5}$$

$$3.5 \quad (1) \quad 9$$

$$9$$

$$12$$

$$(2) \quad -8y$$

$$(-8y) = 8y + (-8y) + 12$$

$$(-8)$$

$$2y = 12$$

$$(3) \quad \frac{1}{2}$$

$$2y \times \frac{1}{2} = 12 \times \frac{1}{2}$$

$$y = 6$$

$$\text{ตรวจสอบ} \quad 6, \quad 6$$

$$51 = 51$$

$$6$$

$$3.6 \quad (1) \quad -\frac{1}{6}$$

$$\left(-\frac{1}{6}\right), \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$\frac{1}{6}$$

$$\frac{-3 - 1}{6} = -\frac{4}{6}$$

$$(2) \quad -\frac{2}{3}y$$

$$y + \left(-\frac{2}{3}y\right) = \frac{2}{3}y + \left(-\frac{2}{3}y\right) + \left(-\frac{4}{6}\right)$$

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right)y = -\frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{3}y = -\frac{4}{6}$$

$$(3) \quad 3$$

$$\frac{1}{3}y \times 3 = -\frac{4}{6} \times 3$$

$$y = -2$$

ตรวจสอบ  $-2, -2$

$$\frac{-12 + 1}{6} = -\frac{4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{11}{6} = \frac{-8 - 3}{6}$$

$$-2$$

$$3.7 \quad (1) \quad -7$$

$$(-7), (-7)$$

$$(-7)$$

$$(-1)$$

$$(2) \quad \frac{1}{2}x$$

$$\frac{5}{4}x + \frac{1}{2}x = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x + (-1)$$

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\right)x = -1$$

$$\left(\frac{5 + 2}{4}\right)x = -1$$

$$\frac{7}{4}x = -1$$

$$(3) \frac{4}{7}$$

$$\frac{7}{4}x \times \frac{4}{7} = (-1) \times \frac{4}{7}$$

$$x = -\frac{4}{7}$$

ตรวจสอบ  $(-\frac{4}{7}), (-\frac{4}{7})$

$$\frac{5}{4}(-\frac{4}{7}) + 7 = 6 - \frac{1}{2}(-\frac{4}{7})$$

$$-\frac{5}{7} + 7 = 6 + \frac{2}{7}$$

$$\frac{-5 + 49}{7} = \frac{42 + 2}{7}$$

$$\frac{44}{7} = \frac{44}{7}$$

$$(-\frac{4}{7})$$

3.8 (1)  $(x + 1), (x)$

$$7x + 4$$

(2)  $x(x + 1)$

$$x(x + 1), x(x + 1)$$

$$0$$

(3)  $-4$

$$7x + 4 + (-4) = 0 + (-4)$$

$$7x = -4$$

(4)  $\frac{1}{7}$

$$7x \times \frac{1}{7} = -4 \times \frac{1}{7}$$

$$x = -\frac{4}{7}$$

ตรวจสอบ  $\frac{4}{(-\frac{4}{7})} + (-\frac{4}{7} + 1) = 0$

$$-\frac{(4 \times 7)}{4} + \frac{3}{(-4 + 7)} = 0$$

$$-7 + \frac{3}{\frac{3}{7}} = 0$$

$$-7 + \left(\frac{3 \times 7}{3}\right) = 0$$

$$-7 + 7 = 0$$

$$\frac{-4}{7}$$

บัตรเนื้อหาเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้สมการจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถไขข้อสงสัยของความเท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่าง จงแก้สมการ  $10x + 5(x - 1)$ 

วิธีทำ  $10x + 5(x - 1) = 0$

$10x + 5x - 5 = 0$

$(10 + 5)x - 5 = 0$

นำ 5 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$15x - 5 + 5 = 0 + 5$

$15x = 5$

นำ  $\frac{1}{15}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$(15x) \times \left(\frac{1}{15}\right) = 5 \times \frac{1}{15}$

$x = \frac{1}{3}$

ตรวจสอบ  $10\left(\frac{1}{3}\right) + 5\left(\frac{1}{3} - 1\right) = 0$

$\frac{10}{3} + 5\left(\frac{-2}{3}\right) = 0$  ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น  $\frac{1}{3}$  เป็นคำตอบของสมการ  $10x + 5(x - 1) = 0$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $\frac{-4x}{5} - \frac{7x}{10} = \frac{3}{5}$

วิธีทำ  $\frac{-4x}{5} - \frac{7x}{10} = \frac{3}{5}$

$$\left(\frac{-4}{5} - \frac{7}{10}\right) x = \frac{3}{5}$$

$$\left(\frac{-8}{10} - \frac{7}{10}\right) x = \frac{3}{5}$$

$$\frac{-15}{10} x = \frac{3}{5}$$

นำ  $\frac{10}{15}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{-15x}{10}\right) \times \frac{10}{15} = \frac{3}{5} \times \frac{10}{15}$$

$$-x = \frac{30}{75}$$

นำ  $-1$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$(-x) \times (-1) = \frac{30}{75} \times (-1)$$

$$x = \frac{30}{75} = -\frac{2}{5}$$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $x + \frac{1}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$

วิธีทำ  $x + \frac{1}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$

นำ  $-\frac{1}{6}$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x + \frac{1}{6} + \left(-\frac{1}{6}\right) = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2} + \left(-\frac{1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} + \left(\frac{-3}{6} - \frac{1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} - \frac{4}{6}$$

นำ  $-\frac{2}{3}x$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x + \left(-\frac{2}{3}x\right) = \frac{2}{3}x + \left(-\frac{2}{3}x\right) - \frac{4}{6}$$

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right)x = -\frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{3}x = -\frac{4}{6}$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{1}{3}x\right) \times (3) = -\frac{4}{6} \times 3$$

$$x = -2$$

ตรวจสอบ  $(-2) + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}(-2) - \frac{1}{2}$

$$\frac{-12 + 1}{6} = \frac{-4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$\frac{-11}{6} = \frac{-8 - 3}{6} \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $1\frac{1}{4}y + 7 = 6 - \frac{1}{2}y$

วิธีทำ  $1\frac{1}{4}y + 7 = 6 - \frac{1}{2}y$

นำ -7 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$1\frac{1}{4}y + 7 + (-7) = 6 - \frac{1}{2}y + (-7)$$

$$1\frac{1}{4}y = -\frac{1}{2}y + 6 + (-7)$$

$$\frac{5}{4}y = -\frac{1}{2}y + (-1)$$

นำ  $\frac{1}{2}y$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{5}{4}y + \frac{1}{2}y = -\frac{1}{2}y + \frac{1}{2}y - 1$$

$$\left(\frac{5}{4} + \frac{1}{2}\right)y = -1$$

$$\left(\frac{5+2}{4}\right)y = -1$$

$$\frac{7}{4}y = -1$$

นำ  $\frac{4}{7}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{7}{4}y\right) \times \left(\frac{4}{7}\right) = (-1) \times \left(\frac{4}{7}\right)$$

$$y = -\frac{4}{7}$$

ตรวจสอบ  $1\frac{1}{4}y + 7 = 6 - \frac{1}{2}y$

$$\frac{5}{4}\left(-\frac{4}{7}\right) + 7 = 6 - \frac{1}{2}\left(-\frac{4}{7}\right)$$

$$\frac{5}{7} + 7 = 6 + \frac{2}{7}$$

$$\frac{-5 + 49}{7} = \frac{42 + 2}{7}$$

$$\frac{44}{7} = \frac{44}{7}$$

ดังนั้น  $-\frac{4}{7}$  เป็นคำตอบของสมการ  $1\frac{1}{4}y + 7 = 6 - \frac{1}{2}y$

ตัวอย่าง      จงแก้สมการ  $\frac{4}{x} + \frac{6}{x+1} = 0$

วิธีทำ             $\frac{4}{x} + \frac{6}{x+1} = 0$

หา ค.ร.น.

$$\frac{4(x+1) + 6(x)}{x(x+1)} = 0$$

นำ  $x(x+1)$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left[ \frac{4(x+1) + 6x}{x(x+1)} \right] \times \left[ x(x+1) \right] = 0 \times \left[ x(x+1) \right]$$

$$4(x+1) + 6x = 0$$

$$4x + 4 + 6x = 0$$

$$(4+6)x + 4 = 0$$

นำ 4 ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$10x + 4 - 4 = -4$$

$$10x = -4$$

นำ  $\frac{1}{10}$  คูณตลอดทั้งสองข้างของสมการ

$$(10x) \times \left(\frac{1}{10}\right) = -4 \times \frac{1}{10}$$

$$x = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$$

ตรวจสอบ       $\frac{4}{\left(-\frac{2}{5}\right)} + \frac{6}{\left(-\frac{2}{5} + 1\right)} = 0$

$$-\left(\frac{4 \times 5}{2}\right) + \frac{6}{\left(\frac{3}{5}\right)} = 0$$

$$-10 + \left(\frac{6 \times 5}{3}\right) = 0 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น  $-\frac{2}{5}$  เป็นคำตอบของสมการ  $\frac{4}{x} + \frac{6}{x+1} = 0$

บัตรแบบฝึกหัดเรื่อง                      สมการและอสมการระดับชั้น                      มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ                        การแก้สมการจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สมการได้

แบบฝึกหัด

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

$$1.1 \quad \frac{-y}{3} + 2(5 - 3y) = -9$$

$$\frac{-y}{3} + 10 - 6y = -9$$

$$(\dots\dots\dots)y + 10 = -9$$

$$\dots\dots y + 10 = -9$$

นำ ..... ลบทั้งสองข้างของสมการ

$$\dots\dots y + 10 - \dots\dots = -9 - \dots\dots$$

$$\dots\dots y = \dots\dots$$

นำ ..... คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$(\dots\dots y) \times (\dots) = (\dots) \times (\dots)$$

$$\therefore y = \dots\dots$$

$$\text{ตรวจสอบ } \frac{-(\dots\dots)}{3} + 2 [ 5 - (3 \times \dots\dots) ] = -9$$

$$\dots\dots\dots\dots = -9 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น ..... เป็นคำตอบของสมการ

$$\frac{-y}{3} + 2(5 - 3y) = -9$$

$$1.2 \quad \frac{(p - 2)}{6} + \frac{(4p - 7)}{4} = \frac{6}{24}$$

$$\dots(p - 2) + \dots(4p - 7) = \frac{6}{24}$$



2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบ
1) $\frac{1 + 5x}{4} = 4$	x = .....
2) $\frac{2(m + 5)}{3} = 6$	m = .....
3) $\frac{4y - 1}{0.12} = 3$	y = .....
4) $\frac{2}{3}y - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$	y = .....
5) $-\frac{t}{3} + \frac{1}{4} = -5 + 2t$	t = .....

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง    สมการและอสมการ

ระดับชั้น                                        มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ    การแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

$$1. \quad 1.1 \quad \left(\frac{-1}{3} - 6\right)$$

$$\left(\frac{-1 - 18}{3}\right)$$

$$10$$

$$\frac{-19}{3}, \quad 10, \quad 10$$

$$\frac{-19}{3}, \quad -19$$

$$\left(\frac{-3}{19}\right)$$

$$\frac{-19}{3}, \quad \frac{-3}{19}, \quad -19, \quad \frac{-3}{19}$$

$$3$$

$$3, \quad 3$$

$$-\left(\frac{3}{3}\right) + 2 [5 - (3 \times 3)] = -9$$

$$-1 + 2(5 - 9) = -9$$

$$3$$

$$1.2 \quad 4, 6$$

$$24$$

$$4, 6, 24, 24$$

$$8, 24$$

$$(4 + 24), 8$$

$$28p - 50$$

$$50$$

$$28p - 50 + 50 = 6 + 50$$

$$28p = 56$$

$$\frac{1}{28}$$

$$28p \times \frac{1}{28} = 56 \times \frac{1}{28}$$

$$p = 2$$

$$2, 2$$

$$\left(\frac{2-2}{6}\right) + \left[\frac{(4 \times 2) - 7}{4}\right] = \frac{6}{24}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{6}{24}$$

$$2$$

$$1.3 \quad 3x - 6 = \frac{x}{2} + \frac{1}{3}$$

นำ  $\frac{x}{2}$  ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$3x - 6 - \frac{x}{2} = \frac{x}{2} + \frac{1}{3} - \frac{x}{2}$$

$$\left(3 - \frac{1}{2}\right)x - 6 = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5}{2}x - 6 = \frac{1}{3}$$

นำ 6 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{5}{2}x - 6 + 6 = \frac{1}{3} + 6$$

$$\frac{5x}{2} = \frac{19}{3}$$

นำ  $\frac{2}{5}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(\frac{5}{2}x\right) \times \left(\frac{2}{5}\right) = \frac{19}{3} \times \frac{2}{5}$$

$$x = \frac{38}{15}$$

ตรวจสอบ  $3\left(\frac{38}{15}\right) - 6 = \frac{38}{\frac{15}{2}} + \frac{1}{3}$

$$\frac{38}{5} - 6 = \left(\frac{38}{15} \times \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{3}$$

$$\frac{38 - 30}{5} = \frac{38}{30} + \frac{1}{3}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{38 + 10}{30}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{48}{30}$$

$$\frac{8}{5} = \frac{8}{5} \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

2. 1)  $x = 3$

2)  $m = 4$

3)  $y = 0.34$

4)  $y = \frac{3}{2}$

5)  $t = \frac{9}{4}$

บัตรทบทวน

เรื่อง : สัมการและอสมการ

ระดับชั้น : มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ : การแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

ข้อทบทวน

1. จงแก้สมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

$$1.1 \quad -10 = \frac{2m}{15} - \frac{m}{5}$$

$$-10 = \frac{2m - \dots m}{15}$$

$$-10 = \frac{(2 - \dots) m}{15}$$

$$-10 = \dots m$$

นำ...คูณตลอดทั้งสองข้างของสมการ

$$-10 \times \dots = \dots m \times \dots$$

$$\dots = m$$

ตรวจสอบ  $-10 = \frac{2(\dots)}{15} - \frac{(\dots)}{5}$

$$-10 = \dots - \dots$$

$$-10 = \dots \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

$$1.2 \quad 7(y - 5) = 8(y - 3)$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$1.3 \quad -x - \frac{1}{3} = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบ
1. $-x + 2\frac{1}{2} = 9$	$x = \dots\dots\dots$
2. $7 = \frac{1}{3}(6 - 5k)$	$k = \dots\dots\dots$
3. $-\frac{m}{3} + \frac{m}{5} = 6$	$m = \dots\dots\dots$
4. $8(y - \frac{1}{2}) = \frac{1}{5}(2 - 4y)$	$y = \dots\dots\dots$
5. $s = 3\frac{1}{2}(5 - s)$	$s = \dots\dots\dots$

บัตรเฉลยแบบทดสอบ

เรื่อง สัมการและอสมการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ การแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัตินของความเท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบทดสอบ

1. 1.1 3

3

$-\frac{1}{15}$

-15

-15,  $-\frac{1}{15}$ , -15

150

150, 150

20 - 30

-10

$$1.2 \quad 7(y - 5) = 8(y - 3)$$

$$7y - 35 = 8y - 24$$

นำ 7y ลบออกทั้งสองข้างของสมการ

$$7y - 35 - 7y = 8y - 24 - 7y$$

$$-35 = y - 24$$

นำ 24 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$-35 + 24 = y - 24 + 24$$

$$-11 = y$$

$$\text{ตรวจสอบ } 7(-11 - 5) = 8(-11 - 3)$$

$$7(-16) = 8(-14)$$

$$-112 = -112 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น  $-11$  เป็นคำตอบของสมการนี้

$$1.3 \quad -x - \frac{1}{3} = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{3}$$

นำ  $\frac{2}{5}x$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$-x - \frac{1}{3} + \frac{2}{5}x = -\frac{2}{5}x + \frac{2}{3} + \frac{2}{5}x$$

$$\left(-1 + \frac{2}{5}\right)x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

$$-\frac{3}{5}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

นำ  $\frac{1}{3}$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$-\frac{3}{5}x - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} = \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$$

$$-\frac{3}{5}x = 1$$

นำ  $-\frac{5}{3}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\left(-\frac{3}{5}x\right) \left(-\frac{5}{3}\right) = 1 \times \left(-\frac{5}{3}\right)$$

$$x = -\frac{5}{3}$$

$$\text{ตรวจสอบ } -\left(-\frac{5}{3}\right) - \frac{1}{3} = -\frac{2}{5}\left(-\frac{5}{3}\right) + \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{3} - \frac{1}{3} = \frac{10}{15} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{10 + 10}{15}$$

$$\frac{4}{3} = \frac{20}{15} \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

$$2. \quad 1) \quad x = -\frac{13}{2}$$

$$4) \quad y = \frac{1}{2}$$

$$2) \quad k = -3$$

$$5) \quad s = \frac{55}{9}$$

$$3) \quad m = -45$$

ชุดการเรียนรู้รายบุคคล

หน่วยที่ 4

เรื่อง ล้มการและอล้มการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ โจทย์ล้มการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์ล้มการ

ได้อย่างถูกต้อง

### บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรกิจกรรม, สุ่มกิจกรรม และบัตรเฉลยกิจกรรม
  - 1.2 บัตรเนื้อหา
  - 1.3 บัตรแบบฝึกหัด และบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.4 บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

### บัตรกิจกรรม

เรื่อง สัมการและอสมการ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ โจทย์สัมการ

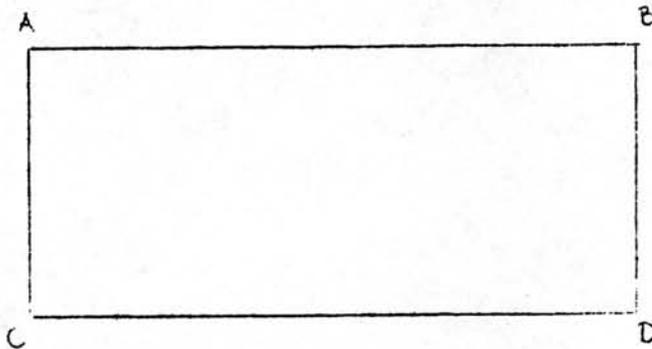
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สัมการได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม ให้นักเรียนศึกษาจากสมุดกิจกรรม

- โจทย์
1. ด้านทั้งสี่ของสี่เหลี่ยมผืนผ้ารวมกันยาว 24 นิ้ว ถ้าด้านยาวยาวเป็น 5 เท่าของด้านกว้าง จงหาว่าสี่เหลี่ยมผืนผ้ารูปนี้จะมีด้านยาวและด้านกว้างด้านละเท่าไร

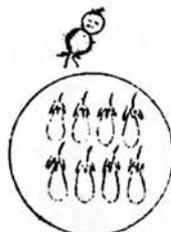
กิจกรรม จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมข้อความลงในช่องว่าง



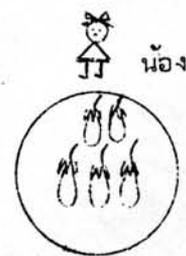
- 1.1 โจทย์กำหนดให้  $AB + \dots + \dots + \dots = \dots$  นิ้ว
- 1.2 ด้าน AB ซึ่งเป็นด้านยาวยาวเป็น.....เท่าของด้าน.....  
หรือ.....
- 1.3 ถ้าให้ AD ยาวเท่ากับ  $x$  นิ้ว  
ด้าน AB ยาวเท่ากับ.....นิ้ว
- 1.4 ความยาวรอบรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า ABCD  
 $= AB + \dots + \dots + \dots$   
 $= 5x + \dots + \dots + \dots$   
 $= \dots$
- 1.5 จากผลข้อ 1.1 และ 1.4 จะได้ว่า  
 $\dots \cdot x = 24$   
 $x = \dots$

โจทย์ 2. พี่น้องสองคนช่วยกันเก็บมะเขือยาวในสวนรวมกันได้ 90 ลูก คนพี่กองมะเขือยาวของตนไว้กองละ 8 ลูก คนน้องกองมะเขือยาวไว้กองละ 5 ลูก นับกองมะเขือยาวได้ 15 กอง จงหาจำนวนมะเขือยาวที่แต่ละคนเก็บได้

กิจกรรม จากรูปที่กำหนดให้ จงเติมข้อความลงในช่องว่าง



$x$  กอง



$(15-x)$  กอง

- 2.1 โจทย์กำหนดให้พี่น้องสองคนเก็บมะเขือยาวได้.....ลูก
- 2.2 คนพี่กองมะเขือยาวไว้กองละ.....ลูก  
คนน้องกองมะเขือยาวไว้กองละ.....ลูก
- 2.3 นับกองมะเขือยาวได้.....กอง
- 2.4 ถ้าคนพี่กองมะเขือยาวได้ x กอง  
คนน้องกองมะเขือยาวได้.....กอง
- 2.5 คนพี่เก็บมะเขือยาวได้ 8x ลูก  
คนน้องเก็บมะเขือยาวได้.....ลูก
- 2.6 พี่น้องสองคนเก็บมะเขือยาวได้ 8x + ..... ลูก
- 2.7 จากผลข้อ 2.1 และ 2.6 จะได้

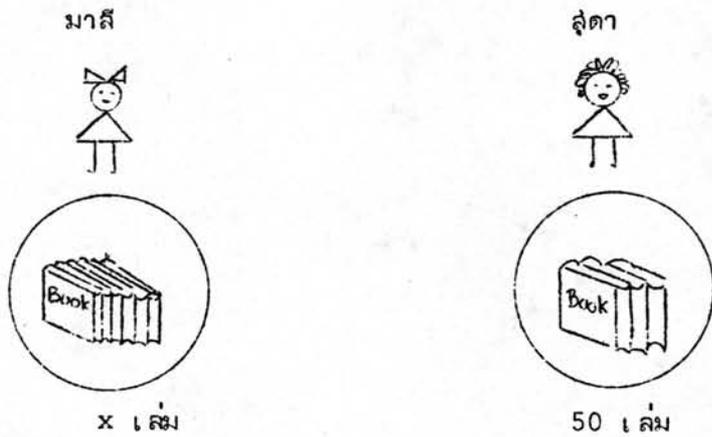
$$8x + 5 (\dots\dots\dots) = 90$$

$$\dots\dots\dots x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

โจทย์ 3. ลูตามีหนังสือ 50 เล่ม เมื่อนำมาเทียบกับจำนวนหนังสือของมาลีปรากฏว่า  
สามในห้าของจำนวนหนังสือของมาลีมากกว่าจำนวนหนังสือของลูตาอยู่ 10 เล่ม  
จงหาจำนวนหนังสือของมาลี

กิจกรรม จากโจทย์ และรูปที่กำหนดให้ จงสร้างสมการ

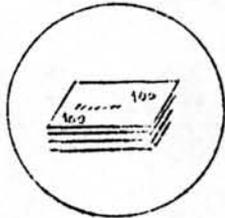


สมการที่ได้.....

โจทย์ 4. ปรีชามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง ส่องในสามของผลต่างของเงินปรีชากับเงินของปรีดา เท่ากับ 30 บาท ถ้าปรีดามีเงินอยู่ 70 บาท ปรีชามีเงินอยู่เท่าใด

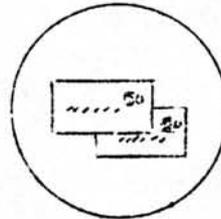
กิจกรรม จากโจทย์และรูปที่กำหนดให้ จงสร้างสมการ

ปรีชา



x บาท

ปรีดา



70 บาท

ดังนั้น สมการที่ได้คือ .....

โจทย์ 5. สนามฟุตบอลมีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 4 เมตร ถ้าด้านยาวยาว 200 เมตร ด้านกว้างจะยาวเท่าไร  
สมการที่ได้คือ  $200 - 2x = 4$

กิจกรรม จากโจทย์ และสมการที่กำหนดให้ จงเขียนรูปภาพประกอบ

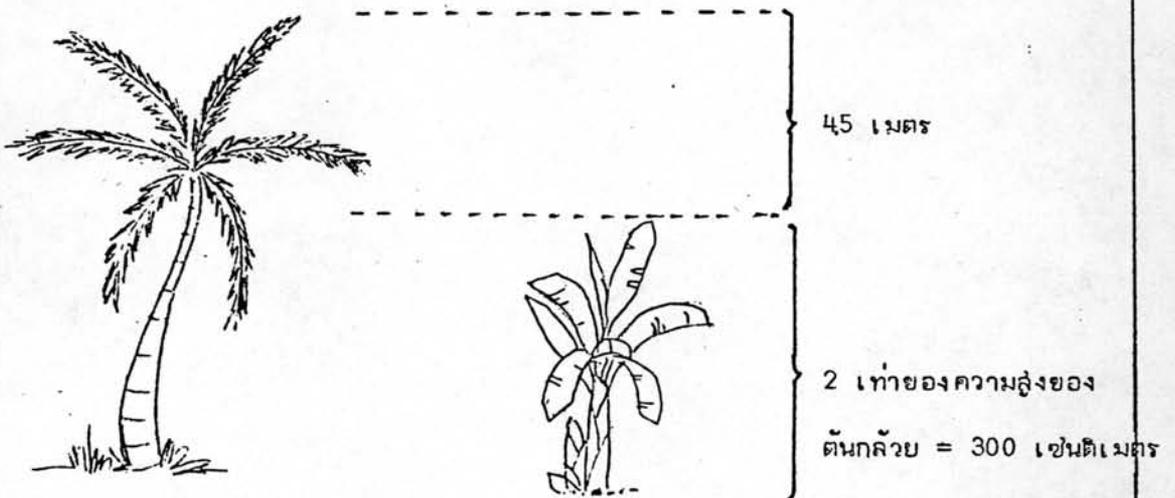
โจทย์ 6. ส้มเขียวหวานมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง ส้มในสีของเงินจำนวนนั้นน้อยกว่า 500 อยู่ 200  
จงหาว่าส้มเขียวหวานมีเงินอยู่เท่าใด สมการที่ได้คือ  $500 - \frac{3}{4}x = 200$

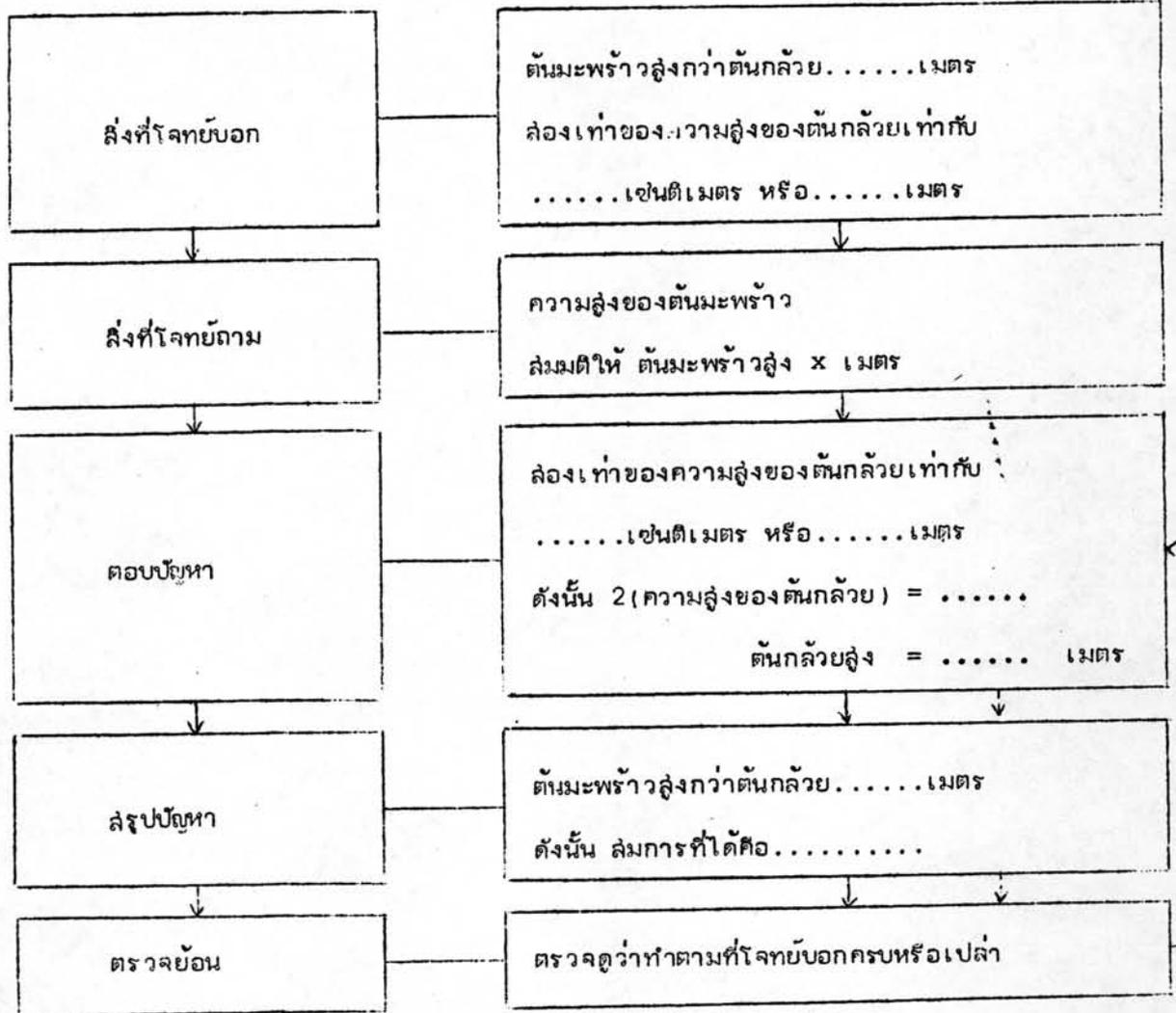
กิจกรรม จากโจทย์ที่กำหนดให้ จงเขียนรูปภาพประกอบ



โจทย์ 7. ต้นมะพร้าวสูงกว่าต้นกล้วย 4.5 เมตร ถ้าส่องเท่าของความสูงของต้นกล้วยเท่ากับ  
300 เซนติเมตร ถ้ามว่าต้นมะพร้าวจะสูงเท่าใด

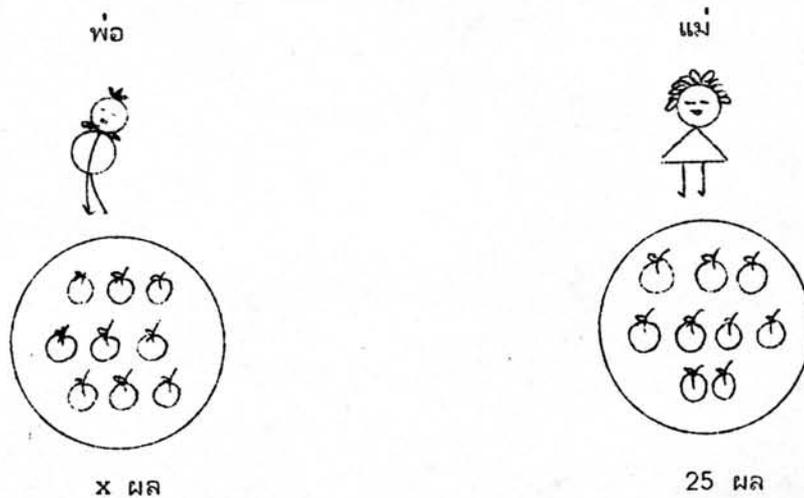
กิจกรรม ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

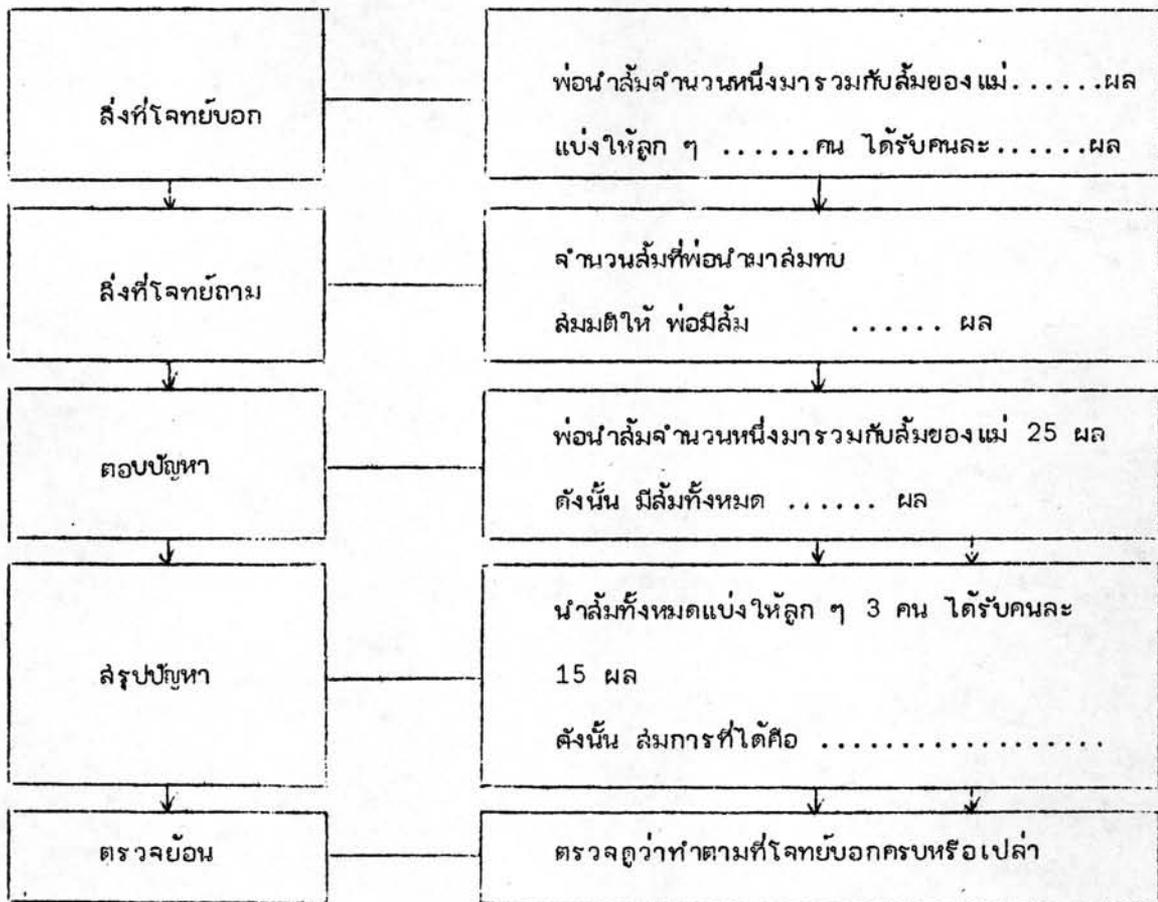




**โจทย์** 8. พ่อนำส้มจำนวนหนึ่งมารวมกับส้มของแม่ 25 ผล แล้วแบ่งให้ลูก ๆ 3 คน ทำให้ลูก ๆ ได้รับส้มคนละ 15 ผล จงหาจำนวนส้มที่พ่อนำมาสันทบ

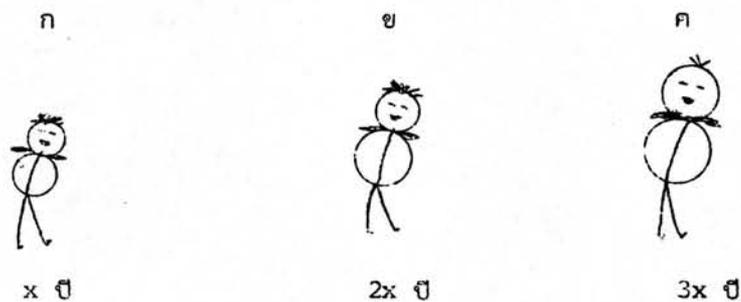
**กิจกรรม** ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้





โจทย์ 9. ก มีอายุ  $x$  ปี ข มีอายุเป็น 2 เท่าของ ก และ ค มีอายุเป็น 3 เท่าของ ก  
แต่ทั้งสามคนมีอายุรวมกันได้ 120 ปี จงหาว่าแต่ละคนมีอายุเท่าใด

กิจกรรม ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้



วิธีทำ

ส่งมอบให้ ก มีอายุ	..... ปี
ข มีอายุเป็นสองเท่าของ ก	..... ปี
ค มีอายุเป็นสามเท่าของ ก	..... ปี
ทั้งสามคนมีอายุรวมกันได้	..... ปี
ดังนั้น ส้มการที่ได้คือ	..... = .....
	..... = .....
∴	$x = \dots\dots\dots$

ตรวจสอบ แทนค่า  $x$  ในสมการ .....

จะได้..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น ก มีอายุ ..... ปี

ข มีอายุ ..... ปี

ค มีอายุ ..... ปี

โจทย์ 10. เมื่อ 6 ปีที่แล้ว สองเท่าของอายุของเบิร์ตเท่ากับ 54 ปี ปัจจุบันเบิร์ตอายุเท่าไร

กิจกรรม ให้นักเรียนเติมค่าลงในช่องว่างต่อไปนี้

เมื่อ 6 ปีที่แล้ว



..... ปี

ปัจจุบัน



$x$  ปี

วิธีทำ สมมติให้ ปัจจุบันเบิร์ตอายุ ..... ปี

เมื่อ 6 ปีที่แล้วเบิร์ตมีอายุ ..... ปี

เมื่อ 6 ปีที่แล้วสองเท่าของอายุของเบิร์ต ..... ปี

ดังนั้น สมการที่ได้คือ ..... = .....

$x$  = .....

ตรวจสอบ แทนค่า  $x$  ในสมการ .....

จะได้..... ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น เบิร์ตมีอายุ ..... ปี

โจทย์ 11. จำนวน ๆ หนึ่ง เมื่อบวกด้วย 4 แล้วคูณด้วย 5 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับเมื่อคูณจำนวนนั้นด้วย 4 แล้วบวกด้วย 15 จงหาจำนวน ๆ นั้น

กิจกรรม ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตรวจล่องคำตอบ

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

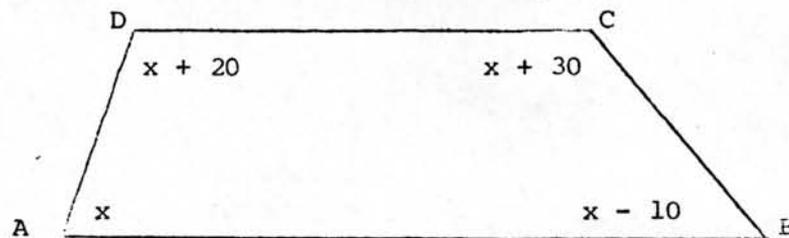
.....

.....

.....

.....

โจทย์ 12. จงเขียนสมการเพื่อหาขนาดของมุมทั้งสี่ของรูปสี่เหลี่ยม ABCD



กิจกรรม ให้นักเรียนแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตรวจล่องคำตอบ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

เฉลยสมการ

1.1  $BC + CD + DA$

1.2 5 เท่า

ด้าน AB หรือด้าน CD

1.3  $5x$

1.4  $BC + CD + DA$

$x + 5x + x$

$12x$

1.5  $12, x = 2$

2.1 90 ลูก

2.2 8 ลูก

5 ลูก

2.3 15 กอง

2.4  $15 - x$  กอง

2.5  $5(15 - x)$  กอง

2.6  $5(15 - x)$

2.7  $(15 - x)$

$3x = 15$

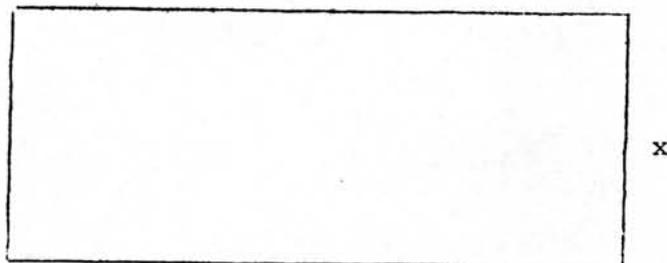
$x = 15$

3.  $\frac{3}{5}x - 50 = 10$

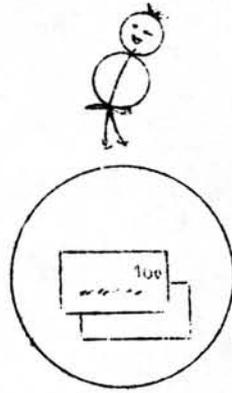
4.  $\frac{2}{3}(x - 70) = 30$

5.

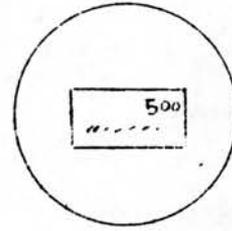
200 เมตร



6.



ส้มเก็บยี่สิบเงิน  $x$  บาท



500 บาท

7. 4.5 , 300 , 3

300 , 3 , 3 , 1.5

$$4.5 , x - 1.5 = 4.5$$

8. 25, 3, 15

x

$$x + 25$$

$$\frac{x + 25}{3} = 15$$

9. x, 2x, 3x

$$x + 2x + 3x = 120 , 6x = 120$$

$$x = 20$$

$$6x = 120$$

$$6(20) = 120$$

20, 40, 60

10. x, x - 6, 54

$$2(x - 6) = 54$$

$$x = 33$$

$$2(x - 6) = 54$$

$$2(33 - 6) = 54$$

33

11. สมมติให้ จำนวน ๆ หนึ่งคือ  $x$

จำนวน ๆ หนึ่งเมื่อบวกด้วย 4 แล้วคูณด้วย 5 จะได้  $(x + 4) \times 5$

คูณจำนวนนั้นด้วย 4 แล้วบวกด้วย 15 จะได้  $4x + 15$

ผลลัพธ์จะเท่ากัน

$$\text{สมการที่ได้คือ} \quad (x + 4) \times 5 = 4x + 15$$

$$5x + 20 = 4x + 15$$

$$5x - 4x = 15 - 20$$

$$x = -5$$

ตรวจสอบ แทนค่า  $x$  ในสมการ  $(x + 4) \times 5 = 4x + 15$

$$\text{จะได้} \quad (-5 + 4) \times 5 = 4(-5) + 15$$

$$-5 = -5 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น จำนวน ๆ นี้คือ  $-5$

12. มุมภายในของรูปสี่เหลี่ยมใด ๆ รวมกันเท่ากับ  $360^\circ$

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{DAB} + \widehat{ABC} + \widehat{BCD} + \widehat{ADC} = 360^\circ$$

$$\text{สมการที่ได้คือ} \quad x + (x - 10) + (x + 30) + (x + 20) = 360$$

$$4x + 40 = 360$$

$$x = \frac{320}{4}$$

$$= 80$$

ตรวจสอบ แทนค่า  $x$  ในสมการ  $x(x - 10) + (x + 30) + (x + 20) = 360$

$$\text{จะได้} \quad 80 + (80 - 10) + (80 + 30) + (80 + 20) = 360$$

$$80 + 70 + 110 + 100 = 360 \quad \text{ซึ่งเป็นจริง}$$

$$\text{ดังนั้น} \quad \widehat{DAB} = 80^\circ$$

$$\widehat{ABC} = 70^\circ$$

$$\widehat{BCD} = 110^\circ$$

$$\widehat{ADC} = 100^\circ$$

### บัตรเนื้อหา

เรื่อง     สมการและอสมการ

ระดับชั้น   มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ     โจทย์สมการ

### จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สมการได้อย่างถูกต้อง

### เนื้อหา

ตัวอย่าง    ลูตามีหนังสือ 50 เล่ม เมื่อนำมาเทียบกับจำนวนหนังสือของมาลี ปรากฏว่าสามเิน  
ของจำนวนหนังสือของมาลีมากกว่าจำนวนหนังสือของลูตาอยู่ 10 เล่ม จงหาจำนวนหนังสือ  
ของมาลี

วิธีทำ     สมมติให้ มาลีมีหนังสือ

x เล่ม

ลูตามีหนังสือ

50 เล่ม

สามเินห้าของจำนวนหนังสือของมาลี

$\frac{3}{5}x$  เล่ม

สามเินห้าของจำนวนหนังสือของมาลีมากกว่าจำนวนหนังสือของลูตาอยู่ 10 เล่ม

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $\frac{3}{5}x - 50 = 10$

$$\frac{3x - 250}{5} = 10$$

$$3x - 250 = 50$$

$$3x - 250 + 250 = 50 + 250$$

$$3x = 300$$

$$x = \frac{300}{3}$$

$$x = 100$$

ตรวจสอบ แทน x ด้วย 100 ในสมการ  $\frac{3}{5}x - 50 = 10$

$$\text{จะได้ } \frac{3}{5}(100) - 50 = 10 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น มาลีมีหนังสือ 100 เล่ม

ตัวอย่าง มานพมีอายุมากกว่าสำนิตย์ 3 ปี ถ้า  $\frac{4}{5}$  ของอายุของสำนิตย์เท่ากับ 32 ปี มานพมีอายุเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ มานพมีอายุ  $x$  ปี  
 ถ้า  $\frac{4}{5}$  ของอายุของสำนิตย์เท่ากับ 32 ปี  
 ดังนั้น สำนิตย์มีอายุ  $32 \times \frac{5}{4} = 40$  ปี

(ตรวจสอบ  $\frac{4}{5} (40) = 32$  เป็นจริง)

มานพมีอายุมากกว่าสำนิตย์ 3 ปี

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $x - 40 = 3$

$$x - 40 + 40 = 3 + 40$$

$$\therefore x = 43$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 43 ในสมการ  $x - 40 = 3$

จะได้  $43 - 40 = 3$  ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น มานพมีอายุ 43 ปี

ตัวอย่าง สองเท่าของจำนวนหนึ่งร่วมกับ 3 ได้ผลลัพธ์เป็น 19 จงหาจำนวนนั้น ๆ

วิธีทำ สมมติให้  $x$  แทนจำนวนที่ต้องการ

สองเท่าของ  $x$  ร่วมกับ 3 ได้ผลลัพธ์เป็น 19

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $2x + 3 = 19$

$$2x + 3 - 3 = 19 - 3$$

$$2x = 16$$

$$\therefore x = \frac{16}{2} = 8$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 8 ในสมการ  $2x + 3 = 19$

จะได้  $2(8) + 3 = 19$  ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น จำนวนที่ต้องการคือ 8

ตัวอย่าง สนามฟุตบอลมีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 4 เมตร ถ้าด้านยาวยาว 200 เมตร ด้านกว้างจะยาวเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ ด้านกว้างของสนามฟุตบอลยาว  $x$  เมตร  
 ด้านยาวยาว 200 เมตร  
 ด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 5 เมตร

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น สมการที่ได้คือ} \quad 200 - 2x &= 4 \\ 200 - 2x - 200 &= 4 - 200 \\ -2x &= -196 \\ 2x &= 196 \\ \therefore x &= 98 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 98 ในสมการ  $200 - 2x = 4$

$$\text{จะได้ } 200 - 2(98) = 4 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น สนามฟุตบอลกว้าง 98 เมตร

ตัวอย่าง ปรีชามีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง สองในสามของผลต่างของเงินปรีชากับเงินของปรีดาเท่ากับ 30 บาท ถ้าปรีดามีเงินอยู่ 70 บาท ปรีชามีเงินอยู่เท่าใด

วิธีทำ สมมติให้ ปรีชามีเงิน  $x$  บาท  
 ปรีดามีเงิน 70 บาท  
 สองในสามของผลต่างของเงินปรีชากับปรีดาเท่ากับ 30 บาท

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น สมการที่ได้คือ} \quad \frac{2}{3}(x - 70) &= 30 \\ x - 70 &= 30 \times \frac{3}{2} \\ x - 70 &= \frac{90}{2} \\ x &= \frac{90}{2} + 70 \\ &= \frac{90 + 140}{2} \\ &= 115 \end{aligned}$$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 115 ในสมการ  $\frac{2}{3}(x - 70) = 30$

$$\text{จะได้ } \frac{2}{3}(115 - 70) = 30 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น ปรีชามีเงินอยู่ 115 บาท

บัตร แบบฝึกหัดเรื่อง สัมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ โจทย์สัมการจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สัมการได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด 1. จงเติมค่าลงในช่องว่างจากโจทย์ต่อไปนี้

จำนวนนักเรียนชายห้องหนึ่งน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนหญิงของ  
ห้องนั้นอยู่ 5 คน ถ้านักเรียนชายมี 18 คน นักเรียนหญิงจะมีเท่าใด

วิธีทำ สัมมติให้จำนวนนักเรียนหญิงมี  $x$  คน

นักเรียนชายมี .....

ครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนหญิง .....

จำนวนนักเรียนชายน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนนักเรียนหญิงอยู่ 5 คน

เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น .....

คำตอบของสัมการ .....

2. จงหาคำตอบของสัมการต่อไปนี้

แบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้เด็ก 4 คน ปรากฏว่าเด็กได้รับเงินคนละ 45 บาท

จำนวนเงินนั้นเป็นเท่าใด

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

## 3. จงหาคำตอบจากกลุ่มการต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบของกลุ่มการ
3.1 เศษส่วนส่วนหัวของเลขจำนวนหนึ่งมีค่าเป็น $\frac{1}{5}$	.....
3.2 นิภา มีเงินน้อยกว่าครึ่งหนึ่งของเงินของราตรีอยู่ 35 บาท ถ้า นิภา มีเงิน 160 บาท ราตรีจะมีเงินกี่บาท	.....
3.3 กระดาษสี่เหลี่ยมผืนผ้าผืนหนึ่งด้านยาวยาวเป็น 2 เท่าของด้านกว้าง ถ้าความยาวของขอบกระดาษทั้งสี่ด้านยาวรวมกัน 48 นิ้ว จงหาความยาวของด้านกว้าง	.....
3.4 เจริญมีเงินอยู่จำนวนหนึ่ง $\frac{3}{5}$ ของเงินจำนวนนี้มากกว่า 245 อยู่ 40 เจริญมีเงินอยู่เท่าไร	.....

บัตรเฉลยแบบฝึกหัดเรื่อง ส้มการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ โจทย์สมการจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สมการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 18

$\frac{1}{2}x$

$\frac{1}{2}x - 18 = 5, \quad x = 46$

2. ให้เงินจำนวนนั้น  $x$  บาท

แบ่งให้เด็ก  $4$  คน

ปรากฏว่าได้รับคนละ  $45$  บาท

เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น  $\frac{x}{4} = 45$

คำตอบของสมการคือ  $x = 180$

3. 3.1  $x = \frac{1}{3}$

3.2  $x = 390$

3.3  $x = 8$

3.4  $x = 455$

บัตรทล่อบเรื่อง สม่การและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ โจทย์สมการจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สมการได้อย่างถูกต้อง

ข้อทล่อบ

1. จงเติมค้าลงในช่องว่าง

หญิงคนหนึ่งซื้อส้มมาจำนวนหนึ่ง เพื่อแบ่งให้เด็ก 15 คน ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่พอดี  
จึงไปซื้อมาเพิ่มอีก 10 ผล เมื่อแบ่งส้มใหม่ปรากฏว่าได้รับคนละ 4 ผล  
จงหาจำนวนส้มที่ซื้อมาครั้งแรก

<u>วิธีทำ</u>	ให้จำนวนส้มที่ซื้อมาครั้งแรก	x ผล
	แบ่งให้เด็กจำนวน	..... คน
	ปรากฏว่าแบ่งได้ไม่พอดีจึงไปซื้อมาเพิ่มอีก	..... ผล
	รวมมีส้มทั้งหมด	..... ผล
	เมื่อแบ่งส้มใหม่ปรากฏว่าได้รับคนละ	..... ผล
	ดังนั้น เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้ .....	
	คำตอบของสมการคือ	x = .....

2. จงหาคำตอบของสมการจากโจทย์ต่อไปนี้

ครึ่งหนึ่งของจำนวน ๆ หนึ่งมากกว่า 33 อยู่ 79 จงหาจำนวนนั้น

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

## 3. จงหาคำตอบจากลํการต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบของลํการ
3.1 เศษหนึ่งส่วนสองของผลต่างของเลขจำนวนหนึ่งกับ 4 เป็น 8 จงหาเลขจำนวนนั้น	.....
3.2 เมื่อ 3 ปีที่แล้ว พ่ออายุ 47 ปี ปัจจุบันพ่อมีอายุเท่าไร	.....
3.3 สามเหลี่ยมหน้าจั่วรูปหนึ่งมีด้านประกอบมุมยอดยาว $x$ เซนติเมตร ฐานยาว 12 เซนติเมตร. และมีความยาวรอบรูปเป็น 42 เซนติเมตร จงหาความยาวของด้านประกอบมุมฉาก	.....
3.4 แบ่งนักเรียนชั้นหนึ่งออกเป็นหมู่ ๆ ละ 5 คน ปรากฏว่าต้องคัดนักเรียนออก 4 คน จึงจะแบ่งได้ 9 หมู่พอดี อยากทราบว่านักเรียนกี่คน	.....

บัตร เฉลยแบบทดสอบเรื่อง ส้มการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ โจทย์สมการจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สมการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบทดสอบ

1. 15 คน

10 ผล

 $x + 10$  ผล

4 ผล

$$\frac{x + 10}{15} = 4, x = 50$$

2. ให้จำนวนหนึ่ง  $x$ ครึ่งหนึ่งของจำนวนนั้น  $\frac{1}{2} x$ 

ครึ่งหนึ่งของจำนวนนั้นมากกว่า 33 อยู่ 79

$$\text{เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น } \frac{1}{2} x - 33 = 79$$

คำตอบของสมการคือ  $x = 224$ 3. 3.1  $x = 20$ 3.2  $x = 50$ 3.3  $x = 15$ 3.4  $x = 49$

ชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล

หน่วยที่ 5

เรื่อง            สัมการและอสัมการ  
ระดับชั้น        มัธยมศึกษาปีที่ 2  
หัวข้อ            การแก้อสัมการอย่างง่าย  
จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัตินี้ของความไม่เท่ากันแก้อสัมการ  
ได้อย่างถูกต้อง

บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรกิจกรรม, สุ่มกิจกรรม และบัตรเฉลยกิจกรรม
  - 1.2 บัตรเนื้อหา
  - 1.3 บัตรแบบฝึกหัด และบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.4 บัตรทดสอบ และบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

บัตรกิจกรรม

เรื่อง      สุ่มการและอสุ่มการ

ระดับชั้น    มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ      การแก้อสมการอย่างง่าย

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความไม่เท่ากันแก้อสมการได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม    ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 1, 2 และสุ่มกิจกรรม

บัตรคำสั่ง

1. ให้นักเรียนศึกษาจากบัตรกิจกรรมที่ 1, 2 พร้อมทั้งตอบคำถาม
2. ตรวจสอบคำตอบจากบัตรเฉลยกิจกรรมที่ 1, 2

บัตรกิจกรรมที่ 1

กิจกรรม ให้นักเรียนทำกิจกรรมและเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. นำรูป  และรูป  ใส่ลงในช่องว่างดังรูป
  2. ยกรูป  ออก แล้วเอารูป  ไปวางใส่ช่อง   
    จะเห็นได้ว่าใส่ไม่เต็มช่อง
  3. ยกรูป  ออกไปใส่ที่เต็ม และยกรูป  ใส่ตามเต็ม แล้วใส่เครื่องหมาย
  4. หากรูป  มา 2 รูป และให้นักเรียนยกทับกัน  
 จะเห็นว่ารูป  ทั้งสองทับกันสนิท แสดงว่ารูป  ทั้งสองเท่ากัน
  5. เอารูป  และ  ใส่ในช่องว่างที่ทำขึ้นใหม่
  6. เอารูป  ใส่ในช่องว่างที่เหลือ แล้วใส่เครื่องหมาย
- แสดงว่า  $a + c < b + c$
- สรุปได้ว่า
- ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a < b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$
7. ถ้า  $1 < 5$  แล้ว  $1 + 9 \dots 5 + 9$
  8. ถ้า  $1 < 5$  แล้ว  $1 + (-9) \dots 6 + (-9)$
  9. ถ้า  $2m < n$  แล้ว  $2m + k \dots n + k$

10. ถ้า  $2m < n$  แล้ว  $2m + (-k) \dots n + (-k)$

11. จากคุณสมบัติการเท่ากันของการบวก

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$

12. จากข้อ 6 และ 11 สามารถเขียนใหม่ได้เป็น

สรุปได้ว่า

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a \leq b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$

13. ถ้า  $\frac{m}{4} \leq n$  แล้ว  $\frac{m}{4} + 7 \dots n + 7$

14. ถ้า  $\frac{m}{4} \leq n$  แล้ว  $\frac{m}{4} + (-7) \dots n + (-7)$

### บัตรกิจกรรมที่ 2

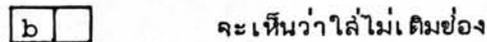
กิจกรรม ให้นักเรียนทำกิจกรรมและเติมข้อความลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. นำรูป  $\boxed{a}$  และรูป  $\boxed{b}$  ใสลงในช่องว่าง

ดังรูป

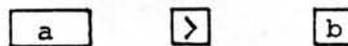


2. ยกรูป  $\boxed{a}$  ออก และเอารูป  $\boxed{b}$  ไปวางในช่อง  $\boxed{a}$



3. ยกรูป  $\boxed{b}$  ออก ไปใส่ไว้ที่เต็ม และยกรูป  $\boxed{a}$  ใสตามเต็ม

แล้วใส่เครื่องหมาย  $\boxed{>}$



4. ยกรูป  $\boxed{c}$  มา 2 รูป และให้นักเรียนยกทับกัน จะเห็นว่ารูป  $\boxed{c}$

ทับกันสนิท แสดงว่ารูป  $\boxed{c}$  ทั้งสองเท่ากัน

5. เอารูป  $\boxed{a}$  และ  $\boxed{b}$  ใสในช่องที่ทำขึ้นใหม่

a b

6. เอารูป  $\boxed{c}$  ใสในช่องว่าง แล้วใส่เครื่องหมาย



แสดงว่า  $a + c$   $b + c$

สรุปได้ว่า

ให้ $a, b$ และ $c$ แทนจำนวนใด ๆ ถ้า $a$ $b$ แล้ว $a + c$ ...
---

7. ถ้า  $6 > 2$  แล้ว  $6 + 3 \dots 2 + 3$
8. ถ้า  $6 > 2$  แล้ว  $6 + (-3) \dots 2 + (-3)$
9. ถ้า  $t > s$  แล้ว  $t + r \dots s + r$
10. ถ้า  $t > s$  แล้ว  $t + (-r) \dots s + (-r)$
11. จากคุณสมบัติของความเท่ากันของการบวก  
ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$

10. ถ้า  $2m > n$  แล้ว  $2m + (-k) \dots n + (-k)$

11. จากคุณสมบัติการเท่ากันของการบวก

ถ้า  $a = b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$

12. ดังนั้นจากข้อ 6 และ 11 เขียนได้ใหม่เป็น

สรุปได้ว่า

ให้  $a, b$  และ  $c$  แทนจำนวนใด ๆ

ถ้า  $a \geq b$  แล้ว  $a + c \dots b + c$

13. ถ้า  $p \geq q$  ดังนั้น  $p + 4 \dots q + 4$

14. ถ้า  $p \geq q$  ดังนั้น  $p + (-4) \dots q + (-4)$

กิจกรรม ให้นักเรียนเติมค่าลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1. กำหนดอสมการ  $x + 6 > 11$

วิธีทำ นำ  $-6$  ไปบวกทั้งสองข้างของอสมการ

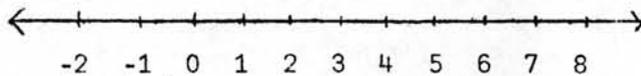
$$x + 6 + (-6) > 11 + (-6)$$

$$\dots\dots\dots > \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 5 เช่น  $5\frac{1}{3}$ , 6 ไปแทน  $x$  ในอสมการ

$$x + 6 > 11 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น คำตอบของอสมการ  $x + 6 > 11$  คือจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า 5 ดังแสดงด้วยกราฟข้างล่างนี้



2. กำหนดอสมการ  $n + \frac{7}{8} \leq 5$

วิธีทำ นำ.....บวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$n + \frac{7}{8} + \dots\dots\dots \leq 5 + \dots\dots\dots$$

$$n \leq \dots\dots\dots$$

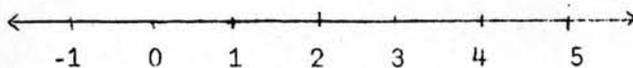
$$n \leq \dots\dots\dots$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ .....

$$\text{เช่น } \frac{30}{8} \text{ ไปแทน } n \text{ ใน } n + \frac{7}{8} \leq 5 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ.....เป็นคำตอบของอสมการ

$$n + \frac{7}{8} \leq 5 \text{ แสดงกราฟของคำตอบดังนี้}$$



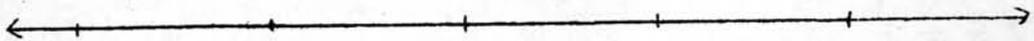
3. กำหนดอสมการ  $\frac{5}{6} \leq t - \frac{2}{3}$

วิธีทำ

.....  
 .....  
 .....  
 .....

ตรวจสอบ

.....  
 .....  
 .....  
 .....

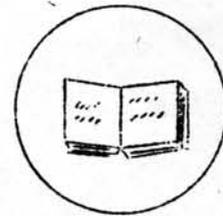
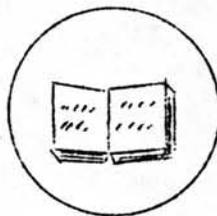


โจทย์

4. เมื่อวันพุธ ต้อมอ่านหนังสือที่ครูสั่งได้อีก 11 หน้า แต่เมื่อรวมทั้งหมดเขาอ่านได้ไม่เกิน 60 หน้า ก่อนถึงวันพุธ เขาอ่านไปได้อย่างมากที่สุดกี่หน้า

ก่อนวันพุธ

วันพุธ



ต้อม

x หน้า

11 หน้า

4.1 โจทย์กำหนดให้ ต้อมอ่านหนังสือในวันพุธได้ ..... หน้า

4.2 ต้อมอ่านหนังสือจนถึงวันพุธได้ไม่เกิน ..... หน้า

4.3 ถ้าให้ก่อนถึง วันพุธ ต่อมอ่านหนังสือได้  $x$  หน้า

ถึงวันพุธต่อมอ่านหนังสือได้  $x + \dots$  หน้า

4.4 จากผลข้อ 4.2 และข้อ 4.3 จะได้ว่า

$$x + \dots \leq 60$$

$$x \leq \dots$$

4.5 ดังนั้น ต่อมอ่านหนังสือได้อย่างมากที่สุด  $\dots$  หน้า

โจทย์

5. เต๋ยและตองมีเงินเท่ากัน หลังจากที่เคยซื้ออุปกรณ์วาดเขียน 1 ชุด ราคา 45 บาท และตองซื้อปากกาสีราคา 35 บาท เขาก็ทั้งสองเหลือเงินรวมกันอย่างน้อย 30 บาท เต๋ยและตองมีเงินคนละเท่าไร

กิจกรรม จากโจทย์และรูปภาพต่อไปนี้ จงสร้างสมการ

เต๋ยมีเงิน  $y$  บาท



เหลือเงิน  $y - 45$

ตองมีเงิน  $y$  บาท

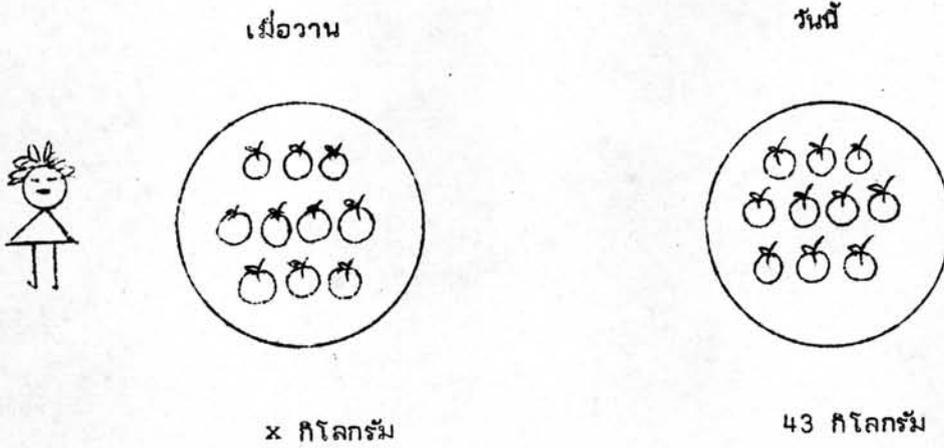


เหลือเงิน  $y - 35$

ดังนั้นสมการที่ได้คือ .....

โจทย์

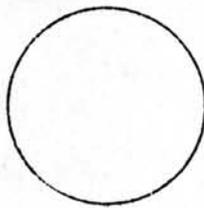
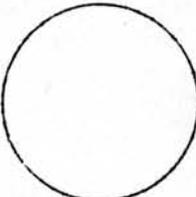
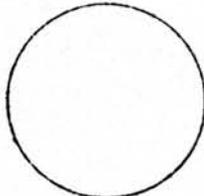
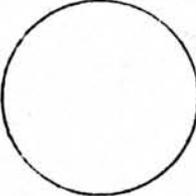
6. เมื่อวานนี้แม่ค้าขายส้มได้จำนวนหนึ่งซึ่งน้อยกว่าวันนี้ซึ่งขายได้ 43 กิโลกรัม แต่เมื่อนับรวมกันแล้วแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 80 กิโลกรัม อยากทราบว่า เมื่อวานนี้แม่ค้าขายส้มได้เท่าไร



ดังนั้น สัมการที่ได้คือ .....

โจทย์ 7. ปัจจุบันพ่ออายุมากกว่าแม่ 6 ปี เมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุของพ่อและอายุของแม่นับรวมกันได้ไม่ถึง 90 ปี อยากทราบว่าปัจจุบันพ่อและแม่อายุเท่าใด  
 สัมการที่ได้คือ  $2x - 10 < 90$  หรือ  $2x + 2 < 90$

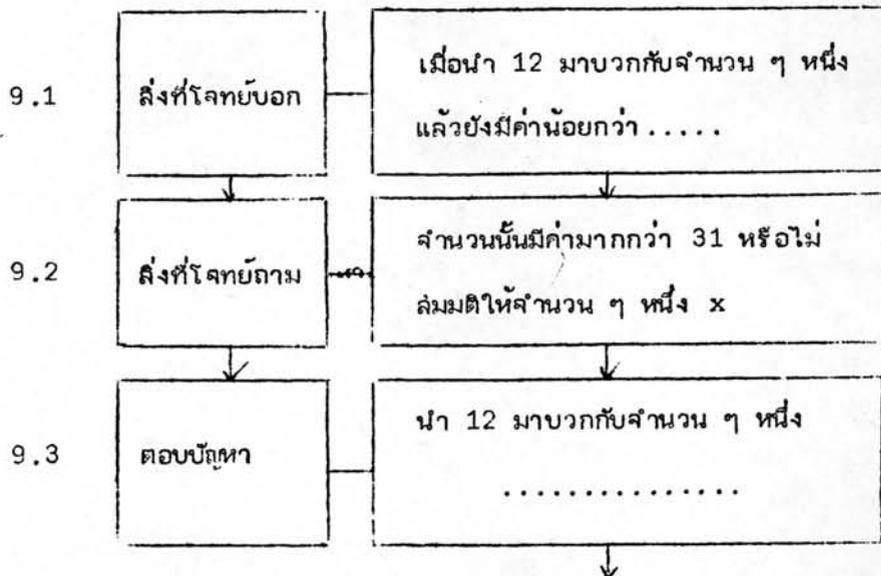
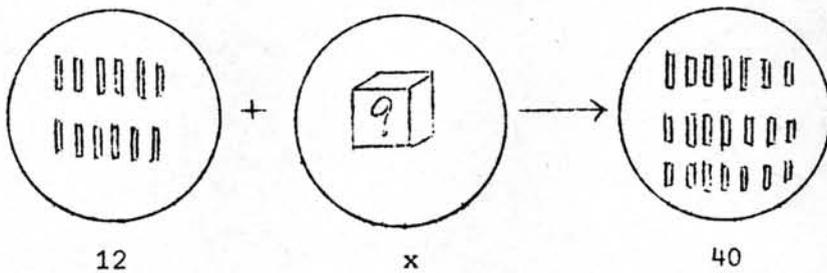
กิจกรรม จากโจทย์ และสัมการที่กำหนดให้ จงวาดรูปประกอบ

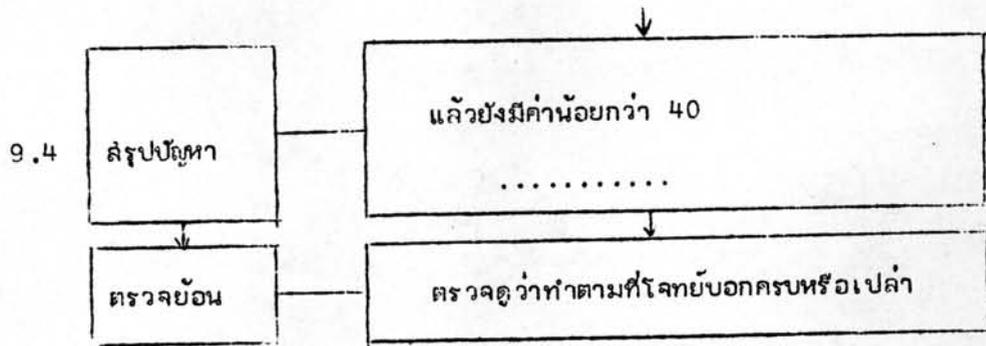
ปัจจุบัน		
	.....	.....
เมื่อ 2 ปีที่แล้ว		
	.....	.....

โจทย์ 8. สระว่ายนํ้ารูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่งมีด้านยาวยาวกว่าด้านกว้าง 25 เมตร  
 รัศรอบขอบสระนํ้าได้ไม่น้อยกว่า 250 เมตร จงหาว่าสระนํ้าแห่งนี้มีขนาดเท่าใด  
 สมการที่ได้คือ  $4x - 50 \geq 250$  หรือ  $4x + 50 \geq 250$

กิจกรรม จากโจทย์ และสมการที่กำหนดให้ จงวาดรูปประกอบ

โจทย์ 9. เมื่อนํ้า 12 มาบวกกับจำนวน ๆ หนึ่งแล้วยังมีค่าน้อยกว่า 40 อยากทราบว่า  
 จำนวน ๆ นั้นมีค่ามากกว่า 31 หรือไม่





โจทย์ 10. จากโจทย์ข้อ 9. สามารถแสดงวิธีทำได้ดังนี้

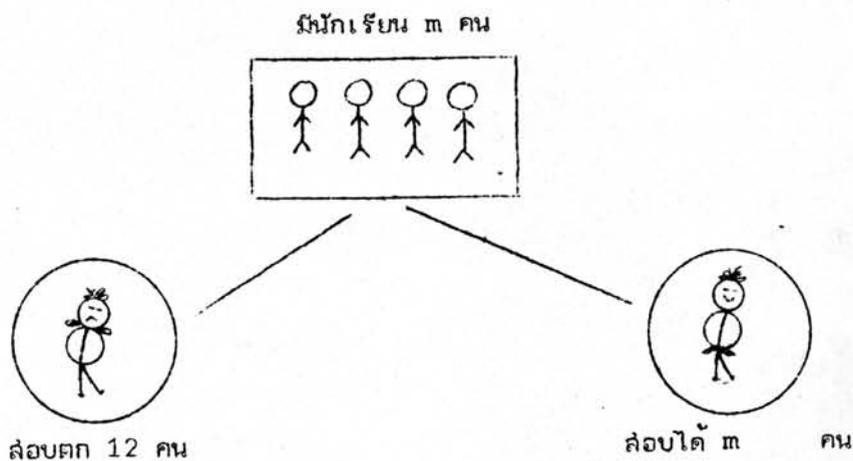
วิธีทำ สมมติให้ จำนวน  $x$  หนึ่งมีค่าเท่ากับ  $x$   
 นำ 12 มาบวกกับจำนวน  $x$  หนึ่งมีค่าน้อยกว่า .....  
 เขียนประโยคสัญลักษณ์ .....  
 .....  
 $x$  .....

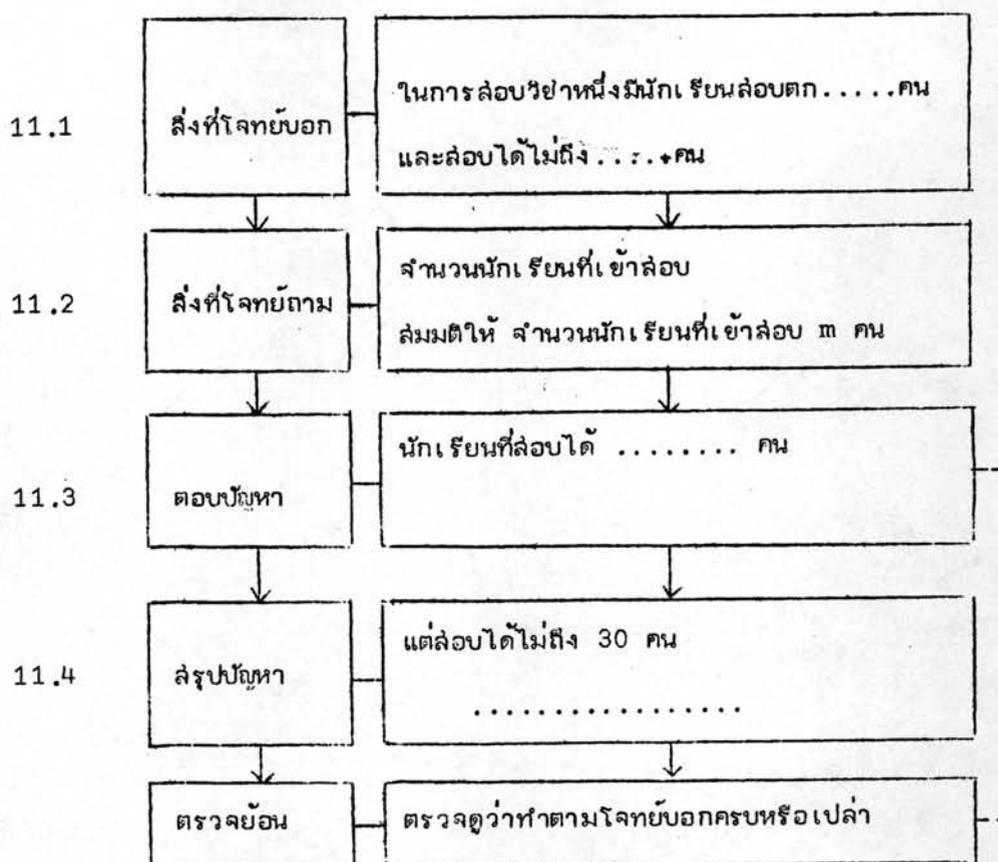
ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่า .....  
 เช่น ..... ไปแทน  $x$  ใน  $12 + x < 40$   
 จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น ทุกจำนวนที่น้อยกว่า ..... เป็นคำตอบของอสมการ  $12 + x < 40$

สรุป จำนวนดังกล่าวมีค่า ..... กว่า 31

โจทย์ 11. ในการสอบวิชาหนึ่งมีนักเรียนห้องหนึ่งสอบตก 12 คน และสอบได้ไม่ถึง 30 คน  
 จงหาจำนวนนักเรียนที่เข้าสอบวิชานี้





โจทย์ 12. จากโจทย์ข้อ 11. สามารถแสดงวิธีทำได้ดังนี้

<u>วิธีทำ</u>	สมมติให้ นักเรียนเข้าสอบวิชานี้	$m$	คน
	นักเรียนสอบตก	12	คน
	∴ มีนักเรียนสอบได้	.....	คน
	แต่มีนักเรียนสอบได้ไม่ถึง	30	คน
	เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์		

.....  
.....

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่า .....

เช่น ..... ไปแทน  $m$  ใน  $m - 12 < 30$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น จำนวนนักเรียนที่เข้าสอบไม่ถึง ..... คน



เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 1

$6 - 10 <$

$11 =$

$12 - 14 \ll$

เฉลยบัตรกิจกรรมที่ 2

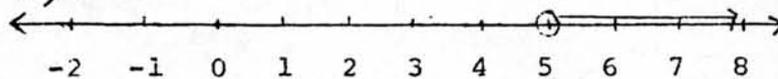
$6 - 10 >$

$11 =$

$12 - 14 \gg$

เฉลยสมุดกิจกรรม

1.  $x > 5$



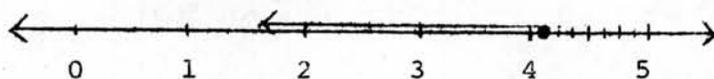
$$2. \quad -\frac{7}{8}$$

$$n + \frac{7}{8} + (-\frac{7}{8}) \leq 5 + (-\frac{7}{8})$$

$$n \leq \frac{40 - 7}{8}$$

$$n \leq \frac{33}{8}$$

$$\frac{33}{8}, \frac{33}{8} = 4\frac{1}{8}$$



$$3. \quad \frac{5}{6} \leq t - \frac{2}{3}$$

$$\frac{5}{6} + \frac{2}{3} \leq t - \frac{2}{3} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{5 + 4}{6} \leq t$$

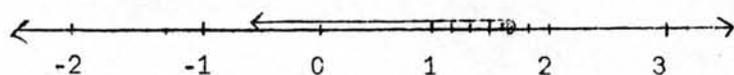
$$\frac{10}{6} = 1\frac{4}{6} \leq t$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $1\frac{4}{6}$  เช่น 2 ไปแทน  $t$

ในอสมการ  $\frac{4}{9} \leq t - \frac{2}{3}$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น คำตอบของอสมการ  $\frac{4}{9} \leq t - \frac{2}{3}$  คือจำนวนทุกจำนวนที่มากกว่า

หรือเท่ากับ  $1\frac{4}{6}$  แสดงกราฟคำตอบดังนี้



$$4. \quad 4.1 \quad 11$$

$$4.2 \quad 60$$

$$4.3 \quad x + 11$$

$$4.4 \quad x + 11 \leq 60$$

$$x \leq 49$$

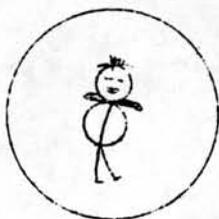
$$4.5 \quad 49$$

5.  $2y - 80 \gg 30$

6.  $x + 43 > 80$

7.

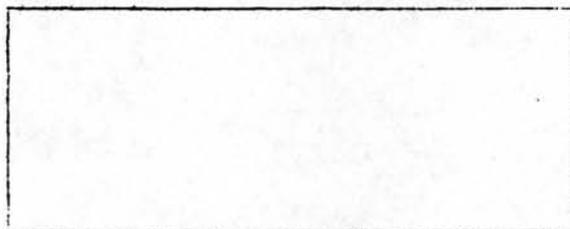
ปัจจุบัน

 $x$  หรือ  $x + 6$  $x - 6$  หรือ  $x$ 

เมื่อ 2 ปีที่แล้ว

 $x - 2$  หรือ  $x + 4$  $x - 8$  หรือ  $x - 2$ 

8.

 $x$  หรือ  $x - 25$  $x + 25$  หรือ  $x$ 

9. 9.1 40

9.3  $12 + x$

9.4  $12 + x < 40$

10. 40

$$12 + x < 40$$

$$12 + x - 12 < 40 - 12$$

$$x < 28$$

28 เช่น 2a

28

จำนวนดังมีค่าไม่มากกว่า 31

11.  $m - 12$ 

11.1  $12, 30$

11.3  $m - 12$

11.4  $m - 12 < 30$

12.  $m - 12$ 

$$m - 12 < 30$$

$$m - 12 + 12 < 30 + 12$$

$$m < 42$$

42 เช่น 41

42

13. สมมติให้ วารุณีมีอายุ  $x$  ปีถ้านำ 17 ไปลบออกจากอายุของวารุณีจะได้  $x - 17$ 

และจะเหลืออย่างน้อย 35 ปี

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $x - 17 \geq 35$ 

$$x \geq 52$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 52 เช่น 52 ไปแทน  $x$ ในสมการ  $x - 17 \geq 35$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น วารุณีมีอายุอย่างน้อย 52 ปี

บัตรเนื้อหาเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้สมการอย่างง่ายจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความไม่เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่าง จงแก้สมการ  $t - \frac{2}{3} \geq \frac{4}{9}$ วิธีทำ นำ  $\frac{2}{3}$  บวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$t - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \geq \frac{4}{9} + \frac{2}{3}$$

$$t \geq \frac{4 + 6}{9}$$

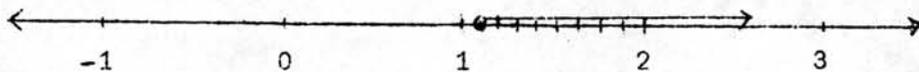
$$\therefore t \geq \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า  $1\frac{1}{9}$  เช่น 2,  $1\frac{5}{9}$  ไปแทน  $t$  ใน

$$t - \frac{2}{3} \geq \frac{4}{9} \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $1\frac{1}{9}$  เป็นคำตอบของอสมการ

$$t - \frac{2}{3} \geq \frac{4}{9} \text{ แสดงกราฟของคำตอบได้ดังนี้}$$

ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $8(3 - y) < 7$ วิธีทำ นำ  $\frac{1}{8}$  คูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$8(3 - y) \times \frac{1}{8} < 7 \times \frac{1}{8}$$

$$3 - y < \frac{7}{8}$$

นำ 3 ลบทั้งสองข้างของอสมการ

$$\begin{aligned} 3 - y - 3 &< \frac{7}{8} - 3 \\ -y &< \frac{7 - 24}{8} \\ -y &< \frac{-17}{8} \end{aligned}$$

นำ -1 คูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\begin{aligned} (-y) \times (-1) &< \left(\frac{-17}{8}\right) \times (-1) \\ y &> \frac{17}{8} = 2\frac{1}{8} \end{aligned}$$

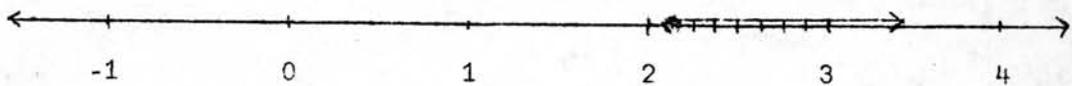
(ถ้านำจำนวนลบมาคูณเครื่องหมายของอสมการจะเปลี่ยนเป็นตรงกันข้ามเสมอ)

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า  $2\frac{1}{8}$  เช่น  $2\frac{3}{8}$ , 4 ไปแทน  $y$  ใน

$$8(3 - y) < 7 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่มากกว่า  $2\frac{1}{8}$  เป็นคำตอบของอสมการ  $8(3 - y) < 7$

แสดงกราฟของคำตอบได้ดังนี้



ตัวอย่าง จงแก้สมการ  $-\frac{7}{10}x \leq \frac{3}{20}x + \frac{1}{5}$

วิธีทำ นำ  $\frac{3}{20}x$  ลบออกทั้งสองข้างของอสมการ

$$-\frac{7}{10}x - \frac{3}{20}x \leq \frac{3}{20}x + \frac{1}{5} - \frac{3}{20}x$$

$$-\frac{7}{10}x - \frac{3}{20}x \leq \frac{1}{5}$$

$$\frac{-14x - 3x}{20} \leq \frac{1}{5}$$

$$\frac{(-14 - 3)x}{20} \leq \frac{1}{5}$$

$$-\frac{17}{20}x \leq \frac{1}{5}$$

นำ  $\frac{20}{17}$  คูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\begin{aligned} \left(-\frac{17}{20}x\right) \times \left(\frac{20}{17}\right) &\leq \frac{1}{5} \times \frac{20}{17} \\ -x &\leq \frac{4}{17} \end{aligned}$$

นำ -1 คูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\begin{aligned} (-x)(-1) &\leq \frac{4}{17} \times (-1) \\ x &> -\frac{4}{17} \end{aligned}$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $-\frac{4}{17}$  เช่น  $-\frac{3}{17}$ , -1 ไปแทน

$$x \text{ ใน } -\frac{7}{10}x \leq \frac{3}{20}x + \frac{1}{5} \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $-\frac{4}{17}$  เป็นคำตอบของอสมการ

$$-\frac{7}{10}x \leq \frac{3}{20}x + \frac{1}{5}$$

ตัวอย่าง เตี้ยกับตองมีเงินเท่ากัน หลังจากที่เคยซื้ออุปกรณ์วาดเขียน 1 ชุด ราคา 45 บาท และตองซื้อปากกาทราคา 35 บาท เขาททั้งสองเหลือเงินรวมกันอย่างน้อย 30 บาท เตี้ยเตี้ยและตองมีเงินคนละเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	สมมติให้ เตี้ยและตองมีเงินคนละ	y	บาท
	ดังนั้น เตี้ยและตองมีเงินรวมกัน	2y	บาท
	เตี้ยซื้ออุปกรณ์วาดเขียน 1 ชุด ราคา	45	บาท
	ตองซื้อปากกาทราคา	35	บาท
	∴ ทั้งสองคนเหลือเงินรวมกัน	2y - 45 - 35	บาท
	แต่ทั้งสองคนเหลือเงินรวมกันอย่างน้อย	30	บาท
	ดังนั้น สมการที่ได้คือ	2y - 45 - 35 ≥ 30	
		2y - 80 ≥ 30	
		2y - 80 + 80 ≥ 30 + 80	
		2y ≥ 110	
		y ≥ 55	

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่าหรือเท่ากับ 55 เช่น 55, 57 ไปแทน  $y$   
ใน  $y - 80 \geq 30$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น เตี้ยและตอจะมีเงินอย่างน้อยคนละ 55 บาท

ตัวอย่าง เมื่อวานแม่ค้าขายส้มได้จำนวนหนึ่ง ซึ่งน้อยกว่าวันนี้ซึ่งขายได้ 43 กิโลกรัม แต่เมื่อหน้า  
รวมกันแล้วแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 80 กิโลกรัม อยากทราบว่าเมื่อวานนี้แม่ค้าขายส้ม  
ได้เท่าไร

วิธีทำ

สมมติให้ เมื่อวานแม่ค้าขายส้มได้	$x$	กิโลกรัม
วันนี้ขายส้มได้	43	กิโลกรัม
เมื่อหน้ารวมกันแล้วแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า	80	กิโลกรัม

ดังนั้น สมการที่ได้คือ

$$x + 43 > 80$$

$$x + 43 - 43 > 80 - 43$$

$$x > 37$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 37 เช่น 36 ไปแทน  $x$  ใน  
 $x + 43 > 80$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น เมื่อวานแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 37 กิโลกรัม แต่ไม่มากกว่า 43 กิโลกรัม

ตัวอย่าง ปัจจุบันพ่ออายุมากกว่าแม่ 6 ปี เมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุของพ่อและอายุของแม่หน้ารวมกันได้  
ไม่ถึง 90 ปี อยากทราบว่าปัจจุบันพ่อและแม่อายุเท่าไร

วิธีที่ 1

สมมติให้ ปัจจุบันพ่อมีอายุ	$x$	ปี
และปัจจุบันพ่อมีอายุมากกว่าแม่	6	ปี

ดังนั้น ปัจจุบันแม่มีอายุ

$$x - 6 \quad \text{ปี}$$

เมื่อ 2 ปีที่แล้วพ่อมีอายุ

$$x - 2 \quad \text{ปี}$$

เมื่อ 2 ปีที่แล้วแม่มีอายุ

$$x - 6 - 2 = x - 8 \quad \text{ปี}$$

เมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุของพ่อและอายุของแม่หน้ารวมกันได้ไม่ถึง 90 ปี

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $(x - 2) + (x - 8) < 90$

$$2x - 10 < 90$$

$$2x < 90 + 10$$

$$2x < 100$$

$$x < \frac{100}{2}$$

$$x < 50$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่า 50 เช่น 49 ไปแทน  $x$  ใน

$$(x - 2) + (x - 8) < 90 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น บัจุบันพ่อมีอายุน้อยกว่า 50 ปี

และแม่มีอายุน้อยกว่า  $50 - 6 = 44$  ปี

วิธีที่ 2 สมมติให้ บัจุบันแม่มีอายุ  $x$  ปี

และบัจุบันพ่อมีอายุมากกว่าแม่ 6 ปี

ดังนั้นบัจุบันพ่อมีอายุ  $x + 6$  ปี

เมื่อ 2 ปีที่แล้ว แม่มีอายุ  $x - 2$  ปี

เมื่อ 2 ปีที่แล้ว พ่อมีอายุ  $x + 6 - 2 = x + 4$  ปี

เมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุของพ่อและอายุของแม่บวกรวมกันได้ไม่ถึง 90 ปี

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $(x - 2) + (x + 4) < 90$

$$2x + 2 < 90$$

$$2x < 90 - 2$$

$$x < \frac{88}{2}$$

$$x < 44$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนที่น้อยกว่า 44 เช่น 43 ไปแทน  $x$  ใน

$$(x - 2) + (x + 4) < 90 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น บัจุบันแม่มีอายุน้อยกว่า 44 ปี

และพ่อมีอายุน้อยกว่า  $44 + 6 = 50$  ปี

บัตรแบบฝึกหัดเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้อสมการอย่างง่ายจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความไม่เท่ากันแก้อสมการได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด 1. ลงเติมค่าลงในช่องว่างให้  $5 > 2t - 3$  เป็นอสมการที่หาค่าตอบ

นำ ..... บวกทั้งสองข้างของอสมการ

$$5 + \dots > 2t - 3 + \dots$$

$$\dots > 2t$$

นำ ..... คูณทั้งสองข้างของอสมการ

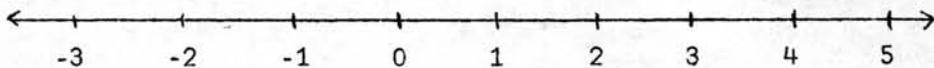
$$\dots > 2t \times \dots$$

$$\dots > t \dots$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่า ..... เช่น ..... ไปแทน  $t$  ใน

$$5 > 2t - 3 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

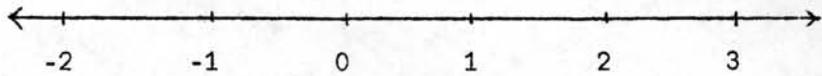
ดังนั้น จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า .....

จะเป็นคำตอบของอสมการ  $5 > 2t + 3$  แสดงกราฟคำตอบได้ดังนี้

2. จงแก้สมการ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบและเขียนกราฟแสดงคำตอบ

กำหนดสมการ  $\frac{1}{2}(6 + 2k) \leq 3$

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



3. จงเติมคำลงในช่องว่าง

โจทย์ เดือนมกราคม ส้มข่อยถูกหักเงินเดือน  $\frac{1}{10}$  ของเงินเดือน แต่เมื่อถึงสิ้นเดือน ส้มข่อยได้รับเงินเดือนไม่ถึง 3,600 บาท อยากทราบว่า ส้มข่อยได้รับเงินเดือนเดือนละเท่าไร

<u>วิธีทำ</u>	สมมติให้ ส้มข่อยได้รับเงินเดือนเดือนละ	m	บาท
	เดือนมกราคม ส้มข่อยถูกหักเงินเดือน	$\frac{1}{10}$	ของเงินเดือน
	∴ ส้มข่อยถูกหักเงินเดือน	.....	บาท
	∴ เดือนมกราคม ส้มข่อยได้รับเงินเดือน	.....	บาท
	แต่ได้รับไม่ถึง	3,600	บาท

เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น .....

.....

.....

.....

.....

.....

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนทุก ๆ จำนวนที่ ..... เช่น .....

ไปแทน  $m$  ในอสมการ ..... จะทำให้ประโยค

ที่ได้เป็นจริง

ดังนั้น สมชายได้รับเงินเดือน .....

4. จงแสดงวิธีทำ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบด้วย

โจทย์ เมื่อจำนวน  $x$  หนึ่งถูกหักไป  $\frac{2}{7}$  แล้วยังมีค่ามากกว่า  $\frac{21}{49}$  อยากทราบว่าจำนวน  $x$  นั้น  
เป็นเท่าใด

วิธีทำ

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

บัตร เฉลยแบบฝึกหัดเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้สมการอย่างง่ายจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความไม่เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 3

$$5 + 3 > 2t - 3 + 3$$

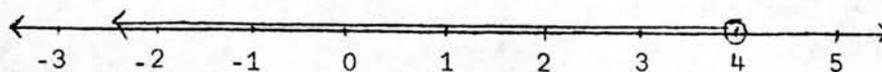
$$8 > 2t$$

$$\frac{1}{2}$$

$$8 \times \frac{1}{2} > 2t \times \frac{1}{2}$$

$$4 > t$$

4 เช่น 0, -3



2.  $\frac{1}{2}(6 + 2k) \leq 3$

นำ 2 คูณทั้งสองข้างของอสมการ

$$\frac{1}{2}(6 + 2k) \times 2 \leq 3 \times 2$$

นำ 6 ลบออกทั้งสองข้างของอสมการ

$$6 + 2k - 6 \leq 6 - 6$$

$$2k \leq 0$$

นำ  $\frac{1}{2}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$2k \times \frac{1}{2} \leq 0 \times \frac{1}{2}$$

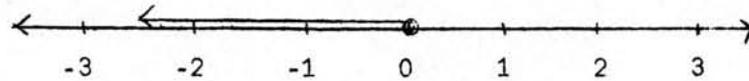
$$k \leq 0$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 เช่น 0, -1 ไปแทน

$$k \text{ ใน } \frac{1}{2}(6 + 2k) \leq 3 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 0 คือคำตอบของสมการ

$$\frac{1}{2}(6 + 2k) \leq 3 \text{ แสดงกราฟคำตอบได้ดังนี้}$$



3.  $\frac{1}{10} m$

$$m - \frac{1}{10} m$$

$$m - \frac{1}{10} m < 3,600$$

$$\left(1 - \frac{1}{10}\right) m < 3,600$$

$$\left(\frac{10 - 1}{10}\right) m < 3,600$$

$$\frac{9}{10} m < 3,600$$

$$\frac{9}{10} m \times \frac{10}{9} < 3,600 \times \frac{10}{9}$$

$$\therefore m < 4,000$$

น้อยกว่า 4,000 เช่น 3,500

$$m - \frac{1}{10} m < 3,600$$

อย่างน้อยเดือนละ 4,000 บาท

4. สมมติให้  $x$  เป็นจำนวน ๆ หนึ่ง

ถูกหักออกไป

$$\frac{2}{7}$$

$\therefore$  จำนวนนั้นคงเหลือ

$$x - \frac{2}{7}$$

แต่ยังมีค่ามากกว่า

$$\frac{21}{49}$$

เขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

$$x - \frac{2}{7} > \frac{21}{49}$$

$$x - \frac{2}{7} + \frac{2}{7} > \frac{21}{49} + \frac{2}{7}$$

$$x > \frac{21 + 14}{49}$$

$$x > \frac{35}{49}$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า  $\frac{35}{49}$  เช่น  $\frac{30}{49}$  ไปแทน  $x$  ใน

$$x - \frac{2}{7} > \frac{21}{49} \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น จำนวนนั้นมากกว่า  $\frac{35}{49}$

บัตรทดสอบเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้สมการอย่างง่ายจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความไม่เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

ข้อทดสอบ 1. จงแก้สมการต่อไปนี้

1.1  $\frac{2}{3}k + 4 \neq 10 - k$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

1.2  $5(x - 3) > \frac{1}{2}(x + 6)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....



## 4. จงหาคำตอบจากโจทย์ต่อไปนี้

โจทย์	คำตอบ
1) แสดงมีเงินจำนวนหนึ่ง หลังจากที ้นำไปซื้อกางเกงราคา 58 บาท และซื้อเสื้อราคา 61 บาท ปรากฏว่า มีเงินเหลือไม่ถึง 40 บาท เดิม แสดงมีเงินเท่าไร	..... ..... ..... .....
2) ลูกมีอายุ $\frac{1}{3}$ เท่าของพ่อ แต่เมื่อ รวมอายุทั้งสองคนแล้วน้อยกว่า 80 ปี อยากทราบว่า พ่อและลูกมีอายุเท่าใด	..... ..... .....

บัตรเฉลยแบบทดสอบเรื่อง สมการและอสมการระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ การแก้สมการอย่างง่ายจุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถแก้สมการได้อย่างแม่นยำ และรวดเร็วโดยใช้คุณสมบัติการบวก  
ของความไม่เท่ากัน และสามารถแก้โจทย์สมการได้

เฉลยแบบทดสอบ

$$1. \quad 1.1 \quad \frac{2}{3}k + 4 \neq 10 - k$$

$$\frac{2}{3}k + 4 + k \neq 10 - k + k$$

$$\left(\frac{2}{3} + 1\right)k + 4 - 4 \neq 10 - 4$$

$$\frac{5k}{3} \neq 6$$

$$k \neq 6 \times \frac{3}{5}$$

$$k \neq \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

$$1.2 \quad 5(x - 3) > \frac{1}{2}(x + 6)$$

$$5x - 15 > \frac{1}{2}x + 3$$

$$5x - 15 - \frac{1}{2}x > \frac{1}{2}x + 3 - \frac{1}{2}x$$

$$\left(5 - \frac{1}{2}\right)x - 15 + 15 > 3 + 15$$

$$\frac{9}{2}x > 18$$

$$x > 18 \times \frac{2}{9}$$

$$x > 4$$

$$2. \quad 1) \quad x \neq -6$$

$$2) \quad m > \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$3) \quad t \gg -5$$

$$4) \quad y \leq 0.32$$

3. สุ่มมาให้ นักเรียนที่เข้าสอบแข่งขันมี	$y$	คน
มีนักเรียนที่สอบไม่ผ่าน	35	คน
∴ นักเรียนที่สอบผ่าน	$y - 35$	คน
แต่สอบได้ไม่เกิน	96	คน
เขียนประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น	$y - 35 \leq 96$	
	$y - 35 + 35 \leq 96 + 35$	
	$y \leq 131$	

ตรวจสอบ หมายความว่าจำนวนทุก ๆ จำนวนที่น้อยกว่าหรือเท่ากับ 131 เช่น 131, 129

ไปแทน  $y$  ใน  $y - 35 \leq 96$  จะได้ประโยคที่เป็นจริง

ดังนั้น มีนักเรียนที่เข้าสอบไม่เกิน 131 คน

4. 1) แดงมีเงินอยู่ไม่ถึง 159 บาท  
 2) พ่อมีอายุไม่ถึง 60 ปี  
 ลูกมีอายุไม่ถึง 20 ปี

ชุดการเรียนรู้การล่อนรายบุคคล

หน่วยที่ 1

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนได้อย่างถูกต้อง

### บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรคำสั่ง
  - 1.2 บัตรกิจกรรม, เอกสารแนะแนวทาง และบัตรเฉลยกิจกรรม
  - 1.3 บัตรเนื้อหา
  - 1.4 บัตรแบบฝึกหัดและบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.5 บัตรทดสอบและบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

### บัตรกิจกรรม

<u>เรื่อง</u>	อัตราส่วนและร้อยละ
<u>ระดับชั้น</u>	มัธยมศึกษาปีที่ 2
<u>หัวข้อ</u>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. อัตราส่วน และอัตราส่วนที่เท่ากัน</li> <li>2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน</li> </ol>

จุดประสงค์การเรียนรู้

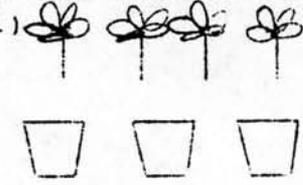
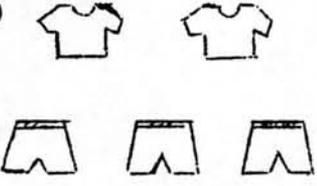
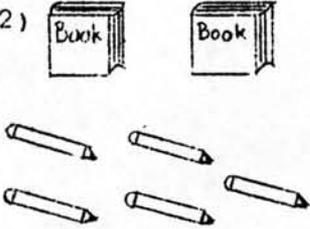
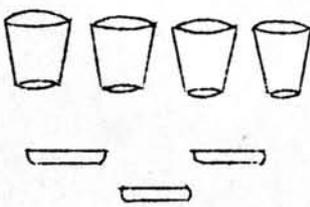
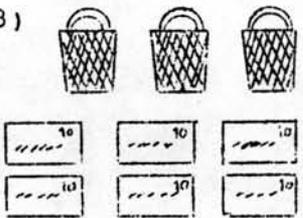
นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม

ให้นักเรียนศึกษาจากเอกสารแนะแนวทางชุดที่ 1

ชุดที่ 1

กิจกรรม 1. ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

หน่วยวัดเหมือนกัน		หน่วยต่างกัน	
อัตรา	อัตราส่วน	อัตรา	อัตราส่วน
1) 	จำนวนรูปสี่เหลี่ยมต่อ จำนวนรูปวงกลม = 4 : 5 หรือ $\frac{4}{5}$	1) 	จำนวนดอกไม้เป็นดอก ต่อจำนวนกระถางเป็นใบ = 4 : 3 หรือ $\frac{4}{3}$
2) 	จำนวนเสื้อต่อจำนวน กางเกง = ..... หรือ .....	2) 	จำนวนหนังสือเป็นเล่ม ต่อจำนวนดินสอเป็นแท่ง = ..... หรือ .....
3) 	จำนวนแก้วต่อจำนวน จานรองแก้ว = ..... หรือ .....	3) 	จำนวนกระเป๋าเป็นใบ ต่อจำนวนเงินเป็นฉบับ = ..... หรือ .....
4) มาลีหนัก 43 กิโลกรัม ลูดาหนัก 51 กิโลกรัม	น้ำหนักของมาลีต่อ น้ำหนักของลูดา = 43 : 51 หรือ $\frac{43}{51}$	4) ส้มขายหนัก 60 กิโลกรัม ส้มศักดิ์หนัก 150 ปอนด์	น้ำหนักของส้มขายเป็น กิโลกรัมต่อน้ำหนักของ ส้มศักดิ์ = 60 : 150 หรือ $\frac{60}{150}$
5) พ่อมีเงิน 100 บาท แม่มีเงิน 200 บาท	จำนวนเงินของพ่อต่อ จำนวนเงินของแม่ = ..... หรือ .....	5) แมงก้านขายมะม่วง ในราคา 4 ผล 10 บาท	จำนวนมะม่วงเป็นผลต่อ จำนวนเงินเป็นบาท = ..... หรือ .....
6) กนกสูง 170 เซนติเมตร วัดมิ่งสูง 165 เซนติเมตร	ความสูงของกนกต่อ ความสูงของวัดมิ่ง = ..... หรือ .....	6) กนกสูง 170 เซนติเมตร วัดมิ่งสูง 1.65 เมตร	ความสูงของกนกเป็น เซนติเมตรต่อความสูงของ วัดมิ่งเป็นเมตร = ..... หรือ .....

หน่วยวัดเหมือนกัน		หน่วยต่างกัน	
อัตรา	อัตราส่วน	อัตรา	อัตราส่วน
7) นักเรียนห้องหนึ่งเป็น นักเรียนชาย 17 คน นักเรียนหญิง 32 คน	จำนวนนักเรียนชายต่อ จำนวนนักเรียนหญิง = .... หรือ .... จำนวนนักเรียนหญิงต่อ จำนวนนักเรียนชาย = .... หรือ ....	7) เงินดอลลาร์สหรัฐ 1 เหรียญต่อเงินไทย 27 บาท	จำนวนเงินสหรัฐเป็น เหรียญต่อจำนวนเงิน ไทยเป็นบาท = .... หรือ .... จำนวนเงินไทยเป็นบาท ต่อจำนวนเงินสหรัฐเป็น เหรียญ = .... หรือ ....

2. จากข้อ 1) ถึงข้อ 7). สามารถเขียนอัตราส่วนแทนอัตราและแทนการเปรียบเทียบได้

อัตราส่วน a ต่อ b เขียนแทนด้วย ..... หรือ .....

เรียก a ว่า จำนวนแรกหรือจำนวนที่หนึ่ง

เรียก b ว่า จำนวนหลังหรือจำนวนที่สอง

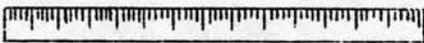
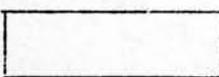
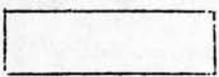
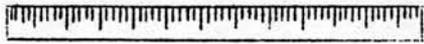
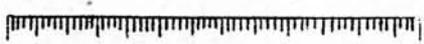
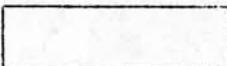
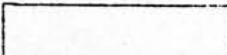
และโดยทั่วไปอัตราส่วน  $a : b$  และ  $b : a$  เป็น .....

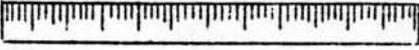
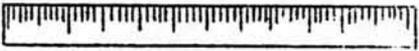
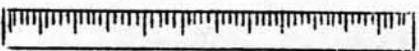
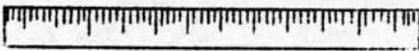
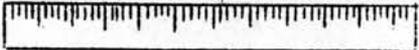
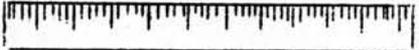
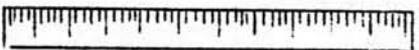
(อัตราส่วนเดียวกัน/คนละอัตราส่วน)

3. จากข้อ 1) ถึง 7) อัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบปริมาณสิ่งของที่มีหน่วยต่างกันจะเขียนหน่วยกำกับไว้

4. ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนจากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้



	 	1 : 2 หรือ $\frac{1}{2}$
 	 	..... หรือ .....

	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..... หรือ .....
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	..... หรือ .....
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	
	<input type="text"/>	<input type="text"/>	

อัตราส่วนข้างต้นเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน เพราะแต่ละอัตราส่วนเป็นการเปรียบเทียบ

ไม้บรรทัดทุก ๆ 1 อัน กับยางลบ .... ก้อน

$$\text{จากรูปอัตราส่วน } \frac{1}{2} = \dots\dots = \dots\dots = \dots\dots$$

5. จากข้อ 4 สามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากันได้ ดังนี้

การคูณ	การหาร
1) $\frac{1}{2} \times \frac{2}{2} = \frac{2}{4}$ หรือ $\frac{1}{2} = \frac{2}{4}$	1) $\frac{15}{60} \div \frac{3}{3} = \frac{5}{20}$ หรือ $\frac{15}{60} = \frac{5}{20}$
$\frac{1}{2} \times \frac{3}{3} = \frac{3}{6}$ หรือ $\frac{1}{2} = \dots\dots$	$\frac{15}{60} \div \frac{5}{5} = \frac{3}{12}$ หรือ $\frac{15}{60} = \dots\dots$
2) $\frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \dots\dots$ หรือ .....	2) $\frac{18}{54} \div \frac{2}{2} = \frac{9}{27}$ หรือ .....
$\frac{3}{5} \times \frac{4}{4} = \dots\dots$ หรือ .....	$\frac{18}{54} \div \frac{9}{9} = \dots\dots$ หรือ .....
3) $\frac{11}{15} \times \frac{3}{3} = \dots\dots$ หรือ .....	3) $\frac{40}{100} \div \frac{4}{4} = \dots\dots$ หรือ .....
$\frac{11}{15} \times \frac{5}{5} = \dots\dots$ หรือ .....	$\frac{40}{100} \div \frac{10}{10} = \dots\dots$ หรือ .....

จากข้อ 1). ถึงข้อ 3). เมื่อกำหนดอัตราส่วนให้สามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ได้ โดยใช้หลักการต่อไปนี้

หลักการคูณ เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูป เศษส่วนและนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้ง เศษ และส่วนแล้ว อัตราส่วนที่เกิดขึ้นใหม่จะ ..... (เท่ากัน / ไม่เท่ากัน)  
อัตราส่วนเดิม

หลักการหาร เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูป เศษส่วนและนำจำนวนที่เท่ากันมาหารทั้ง เศษ และส่วนแล้ว อัตราส่วนที่เกิดขึ้นใหม่จะ ..... (เท่ากัน / ไม่เท่ากัน)  
อัตราส่วนเดิม

6. ให้นักเรียนพิจารณาอัตราส่วนต่อไปนี้

$$6.1 \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{6}$$

ต้องการทำให้ส่วนหมดไปเอา 2 คูณตลอด

$$\frac{1}{2} \times 2 = \frac{3}{6} \times 2$$

$$1 = \frac{3 \times 2}{6}$$

เอา 6 คูณตลอด

$$1 \times 6 = \frac{3 \times 2}{6} \times 6$$

$$1 \times 6 = 3 \times 2$$

คิดวิธีลัด

$$\frac{1}{2} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{3}{6}$$

$$1 \times 6 = 3 \times 2$$

$$6.2 \quad \frac{5}{7} = \frac{30}{42}$$

ต้องการทำให้ส่วนให้หมดไป เอา ..... คูณตลอด

$$\frac{5}{7} \times \dots = \frac{30}{42} \times \dots$$

$$5 = \dots$$

เอา ..... คูณตลอด

$$5 \times \dots = \frac{30 \times 7}{42} \times \dots$$

$$\dots = \dots$$

คิดวิธีลัด  $\frac{5}{7} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{30}{42}$

$$\dots = \dots$$

$$6.3 \quad \frac{10}{45} \neq \frac{20}{60}$$

คิดวิธีตัด  $\frac{10}{45} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{20}{60}$

$$10 \times 60 \dots\dots\dots 45 \times 20$$

$$6.4 \quad \frac{6}{11} \neq \frac{18}{30}$$

คิดวิธีตัด  $\frac{6}{11} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{18}{30}$

$$6 \times 30 \dots\dots\dots 11 \times 18$$

7. จากข้อ 6.1 ถึงข้อ 6.2 จะพบว่าสามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนใด ๆ ก็ได้ โดยใช้การคูณไขว้

พิจารณาผลคูณไขว้ของอัตราส่วน  $\frac{a}{b}$  กับ  $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \begin{array}{l} \swarrow \searrow \\ \nwarrow \swarrow \end{array} \frac{c}{d}$$

- |  |
|--|
| <p>1) ถ้า <math>ad = bc</math> แล้ว <math>\frac{a}{b} \dots\dots\dots \frac{c}{d}</math></p> <p>2) ถ้า <math>ad \neq bc</math> แล้ว <math>\frac{a}{b} \dots\dots\dots \frac{c}{d}</math></p> |
|--|

8. ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

อัตราส่วนที่เท่ากัน	เขียนลูกศรแสดงการคูณไขว้	ผลลัพธ์
1). $\frac{1}{5} = \frac{10}{50}$	$\frac{1}{5} \begin{matrix} \swarrow & \searrow \\ \nwarrow & \swarrow \end{matrix} \frac{10}{50}$	$1 \times 50 = 5 \times 10$
2). $\frac{3}{7} = \frac{21}{49}$	.....	.....
3). $\frac{18}{32} = \frac{9}{16}$	.....	.....
4). $\frac{1}{2} \neq \frac{4}{10}$	.....	.....
5). $\frac{35}{60} \neq \frac{7}{10}$	.....	.....

9. จากข้อ 1) ถึงข้อ 5) จะพบว่า สามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนใด ๆ ได้โดยใช้การคูณไขว้

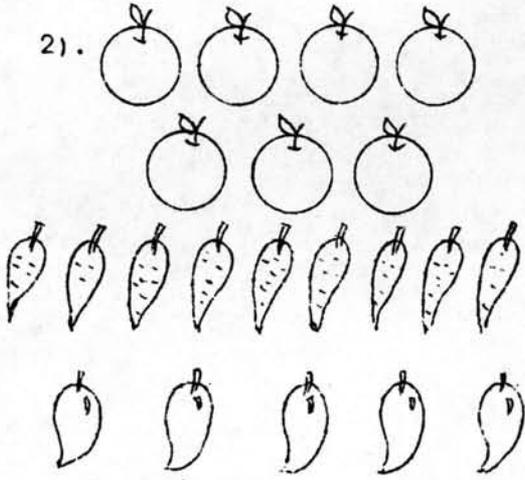
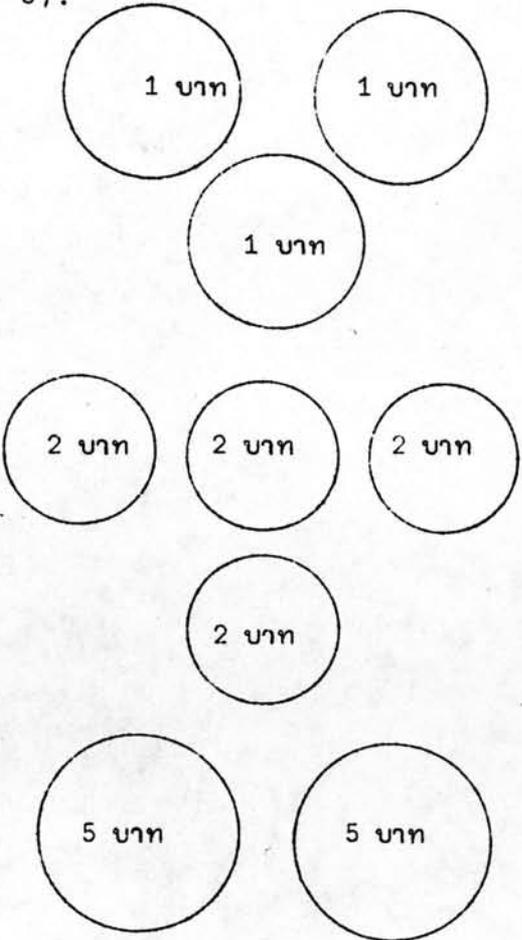
พิจารณาผลคูณไขว้ของอัตราส่วน  $\frac{a}{b}$  กับ  $\frac{c}{d}$

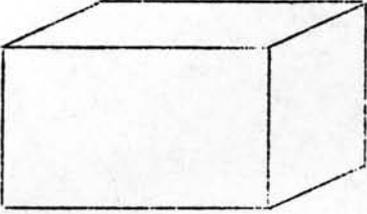
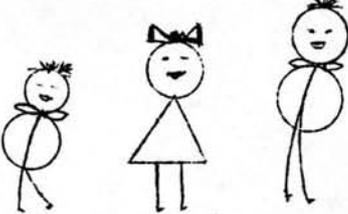


- |  |
|--|
| 1) ถ้า $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ แล้ว $ad$ ..... $bc$    |
| 2) ถ้า $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$ แล้ว $ad$ ..... $bc$ |

10. ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

	อัตราส่วน
1). 	จำนวนไอศกรีมเป็นแท่งต่อจำนวนท็อปปิ้งเป็นก้อน = 5 : 4 หรือ $\frac{5}{4}$
	จำนวนท็อปปิ้งเป็นก้อนต่อจำนวนขนมล่อได้เป็นห่อ = 4 : 3 หรือ $\frac{4}{3}$
	จำนวนไอศกรีมเป็นแท่งต่อจำนวนท็อปปิ้งเป็นก้อนต่อ จำนวนขนมล่อได้เป็นห่อ = 5 : 4 : 3

	อัตราส่วน
<p>2).</p> 	<p>จำนวนส้มเป็นผลต่อจำนวนแครอทเป็นหัว            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนแครอทเป็นหัวต่อจำนวนมะม่วงเป็นผล            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนส้มเป็นผลต่อจำนวนแครอทเป็นหัวต่อจำนวน            มะม่วงเป็นผล            = .....</p>
<p>3).</p> 	<p>จำนวนเหรียญหนึ่งบาทต่อจำนวนเหรียญสองบาท            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนเหรียญสองบาทต่อเหรียญห้าบาท            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนเหรียญหนึ่งบาทต่อจำนวนเหรียญสองบาทต่อ            จำนวนเหรียญห้าบาท            = .....</p> <p>จำนวนเหรียญหนึ่งบาทต่อจำนวนเหรียญห้าบาท            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนเหรียญห้าบาทต่อจำนวนเหรียญสองบาท            = ..... หรือ .....</p> <p>จำนวนเหรียญหนึ่งบาทต่อจำนวนเหรียญห้าบาทต่อจำนวน            เหรียญสองบาท            = .....</p>

	อัตราส่วน
<p>4).</p>  <p>ความกว้างต่อความยาว = 3 : 4</p> <p>ความยาวต่อความสูง = 5 : 6</p>	<p>ความกว้างต่อความยาว = 3 : 4 หรือ <math>\frac{3}{4}</math></p> <p><math>\frac{3}{4} = \frac{3}{4}</math>    <math>\frac{5}{5} = \frac{15}{20}</math> หรือ 15 : 20</p> <p>ความยาวต่อความสูง = 5 : 6 หรือ <math>\frac{5}{6}</math></p> <p><math>\frac{5}{6} = \frac{5}{6}</math>    <math>\frac{4}{4} = \frac{20}{24}</math> หรือ 20 : 24</p> <p>ความกว้างต่อความยาวต่อความสูง = .....</p> <p>ความยาวต่อความสูงต่อความกว้าง = .....</p>
<p>5).</p>  <p>ก                      ข                      ค</p> <p>อายุของ ก ต่ออายุของ ข = 7 : 9</p> <p>อายุของ ข ต่ออายุของ ค = 3 : 5</p>	<p>อายุของ ก ต่ออายุของ ข = .....</p> <p>อายุของ ข ต่ออายุของ ค = ..... หรือ .....</p> <p><math>\frac{3}{5}</math>    <math>\frac{3}{5}</math>    <math>\frac{3}{3} =</math> ..... หรือ .....</p> <p>อายุของ ก ต่ออายุของ ข ต่ออายุของ ค = .....</p> <p>อายุของ ข ต่ออายุของ ก ต่ออายุของ ค = .....</p>

11. จากข้อ 1). ถึงข้อ 5). จะพบว่าเมื่อกำหนดอัตราส่วนสองอัตราส่วนใด ๆ ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งสามสิ่งเป็นคู่ ๆ สามารถเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวนจากสองอัตราส่วนนั้น โดยทำปริมาณของสิ่งที่เป็นตัวร่วมของสองอัตราส่วนให้เป็นปริมาณที่เท่ากัน โดยใช้หลักการหาอัตราส่วนที่เท่ากัน
- และจากข้อ 3). ถึงข้อ 5). จะเห็นได้ว่า การเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน ตำแหน่งของจำนวนก็มีความสำคัญเช่นเดียวกันกับการเขียนอัตราส่วนของจำนวนสองจำนวน

ผลบัพัตริยกรรม

1. 2)  $2 : 3$  หรือ  $\frac{2}{3}$  ,  $2 : 5$  หรือ  $\frac{2}{5}$   
 3)  $4 : 3$  หรือ  $\frac{4}{3}$  ,  $3 : 6$  หรือ  $\frac{3}{6}$   
 5)  $100 : 200$  หรือ  $\frac{100}{200}$  ,  $4 : 10$  หรือ  $\frac{4}{10}$   
 6)  $170 : 165$  หรือ  $\frac{170}{165}$  ,  $170 : 1.65$  หรือ  $\frac{170}{1.65}$

7)  $17 : 32$  หรือ  $\frac{17}{32}$  ,  $1 : 27$  หรือ  $\frac{1}{27}$   
 $32 : 17$  หรือ  $\frac{32}{17}$      $27 : 1$  หรือ  $\frac{27}{1}$

2.  $a : b$  หรือ  $\frac{a}{b}$

คนละอัตราส่วน

4.  $2 : 4$  หรือ  $\frac{2}{4}$  ,  $3 : 6$  หรือ  $\frac{3}{6}$  ,  $4 : 8$  หรือ  $\frac{4}{8}$

$$\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8}$$

5. 1).  $\frac{3}{6}$  ,  $\frac{3}{12}$

2).  $\frac{6}{10}$  หรือ  $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$  ,  $\frac{18}{54} = \frac{9}{27}$

$\frac{12}{20}$  หรือ  $\frac{3}{5} = \frac{12}{20}$      $\frac{2}{7}$  หรือ  $\frac{18}{54} = \frac{2}{7}$

3).  $\frac{33}{45}$  หรือ  $\frac{11}{15} = \frac{33}{45}$  ,  $\frac{10}{25}$  หรือ  $\frac{40}{100} = \frac{10}{25}$

$\frac{55}{75}$  หรือ  $\frac{11}{15} = \frac{55}{75}$  ,  $\frac{4}{10}$  หรือ  $\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$

เท่ากัน, เท่ากัน

6. 6.2  $7, 7, 7$

$$5 = \frac{30}{42} \times 7$$

$42, 42, 42$

$$5 \times 42 = \frac{30 \times 7}{42} \times 42$$

$$5 \times 42 = 30 \times 7$$

$$5 \times 42 = 30 \times 7$$

6.3  $\neq$

6.4  $\neq$

7. 1) =

2)  $\neq$

8. 2)  $\frac{3}{7} \neq \frac{21}{49}$

$3 \times 49 = 7 \times 21$

3)  $\frac{13}{32} \neq \frac{9}{16}$

$18 \times 16 = 32 \times 9$

4)  $\frac{1}{2} \neq \frac{4}{10}$

$1 \times 10 \neq 2 \times 4$

5)  $\frac{35}{60} \neq \frac{7}{10}$

$35 \times 10 \neq 60 \times 7$

9. = ,  $\neq$

10. 2) 7 : 9 หรือ  $\frac{7}{9}$

9 : 6 หรือ  $\frac{9}{6}$

7 : 9 : 6

3) 3 : 4 หรือ  $\frac{3}{4}$

4 : 2 หรือ  $\frac{4}{2}$

3 : 4 : 2

3 : 2 หรือ  $\frac{3}{2}$

2 : 4 หรือ  $\frac{2}{4}$

3 : 2 : 4

4) 15 : 20 : 24

20 : 24 : 15

5) 7 : 9

$\frac{9}{15}$  หรือ 9 : 15

7 : 9 : 15

9 : 7 : 15

### บัตรเนื้อหา

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ 1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน

2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

#### จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามโจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

#### เนื้อหา

1. สามารถเขียนอัตราส่วนแทนอัตราได้ดังนี้

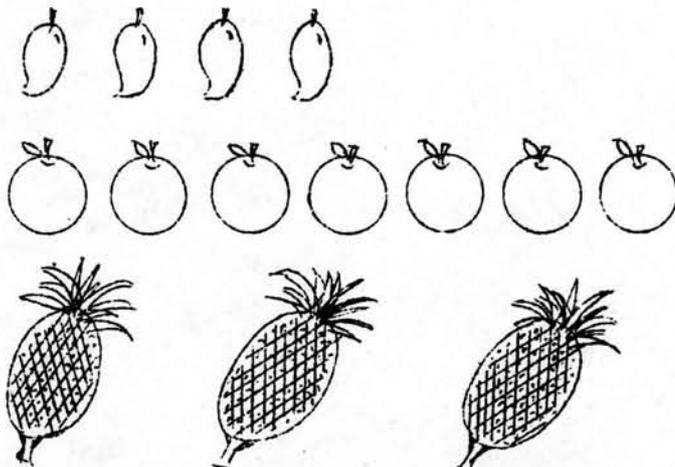
เช่น มะพร้าว 3 ลูก 10 บาท

ดังนั้น จำนวนมะพร้าวต่อจำนวนเงินเป็น  $3 : 10$  หรือ  $\frac{3}{10}$

ส้มตเล่มละ 6 บาท

ดังนั้น จำนวนส้มตต่อจำนวนเงินเป็น  $1 : 6$  หรือ  $\frac{1}{6}$

2.



จากรูปสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบได้ดังนี้

1) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนส้มเป็น  $4 : 7$  หรือ  $\frac{4}{7}$

2) จำนวนส้มต่อจำนวนส้ปะรดเป็น  $7 : 3$  หรือ  $\frac{7}{3}$

3) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนส้ปะรดเป็น  $4 : 3$  หรือ  $\frac{4}{3}$

4) จำนวนส้ปะรดต่อจำนวนส้มเป็น  $3 : 7$  หรือ  $\frac{3}{7}$

5) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนส้มต่อจำนวนส้ปะรดเป็น  $4 : 7 : 3$

6) จำนวนส้ม ต่อ จำนวนส้ปะรดต่อจำนวนมะม่วงเป็น  $7 : 3 : 4$

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

เมื่อกำหนดอัตราส่วนให้ สามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

โดยใช้หลักการต่อไปนี้

หลักการคูณ เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน และนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้งเศษและส่วนแล้ว อัตราส่วนใหม่ที่เกิดขึ้นจะ เท่ากับอัตราส่วนเดิม

หลักการหาร เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน และนำจำนวนที่เท่ากันมาหารทั้งเศษและส่วนแล้ว อัตราส่วนใหม่ที่เกิดขึ้นจะ เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่าง จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{2}{3}$  มาอีก 2 อัตราส่วน โดยใช้หลักการคูณ

วิธีทำ  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$  หรือ  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

$$\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{9} \text{ หรือ } \frac{2}{3} = \frac{6}{9}$$

ดังนั้น  $\frac{4}{6}$  และ  $\frac{6}{9}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{2}{3}$

ตัวอย่าง จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{45}{15}$  มาอีก 2 อัตราส่วน โดยใช้หลักการหาร

วิธีทำ  $\frac{45}{15} = \frac{45}{15} \div \frac{15}{15} = \frac{3}{1}$  หรือ  $\frac{45}{15} = \frac{3}{1}$

$$\frac{45}{15} = \frac{45}{15} \div \frac{5}{5} = \frac{9}{3} \text{ หรือ } \frac{45}{15} = \frac{9}{3}$$

ดังนั้น  $\frac{3}{1}$  และ  $\frac{9}{3}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับ  $\frac{45}{15}$

การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนใด ๆ

สามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วนใด ๆ ได้ โดยใช้การคูณไขว้

ดังนี้

พิจารณาผลคูณไขว้ของอัตราส่วน  $\frac{a}{b}$  กับ  $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{c} \swarrow \quad \searrow \\ \quad \quad \quad \end{array} \quad \frac{c}{d}$$

- 1) ถ้า  $ad = bc$  แล้ว  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- 2) ถ้า  $ad \neq bc$  แล้ว  $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$
- 3) ถ้า  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  แล้ว  $ad = bc$
- 4) ถ้า  $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$  แล้ว  $ad \neq bc$

ตัวอย่าง อัตราส่วน  $\frac{6}{9}$  และ  $\frac{18}{27}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

วิธีทำ พิจารณาผลคูณไขว้  $\frac{6}{9}$        $\frac{18}{27}$

$$\text{จะได้ } 6 \times 27 = 162 \text{ และ } 9 \times 18 = 162$$

$$\text{ฉะนั้น } 6 \times 27 = 9 \times 18$$

ดังนั้น  $\frac{6}{9}$  และ  $\frac{18}{27}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่าง กำหนดให้  $\frac{3}{10}$  และ  $\frac{m}{50}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

จงหาค่าของ  $m$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\frac{3}{10}$  และ  $\frac{m}{50}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

$$\text{ดังนั้น } 3 \times 50 = m \times 10$$

$$m = \frac{3 \times 50}{10}$$

$$= 15$$

$$\text{นั่นคือ } m = 15$$

3. เมื่อมีอัตราส่วนสองอัตราส่วนใด ๆ ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งสามสิ่งเป็นคู่ ๆ สามารถเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวนจากสองอัตราส่วนนั้นโดยทำปริมาณของสิ่งที่เป็นตัวร่วมของสองอัตราส่วนให้เป็นปริมาณที่เท่ากันโดยใช้การหา อัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่าง นักหนักของผิดต่อนักหนักของน้อยเป็น 3 : 5 และนักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อยเป็น 6 : 7 จงเขียนอัตราส่วนของนักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อย

วิธีทำ นักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยเป็น 3 : 5 หรือ  $\frac{3}{5}$

นักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อยเป็น 6 : 7 หรือ  $\frac{6}{7}$

นักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยเป็น  $\frac{3}{5}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{30}$$

น้ำหนักของหน้อยต่อน้ำหนักของน้อยเป็น  $\frac{6}{7}$

$$\frac{6}{7} = \frac{6}{7} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{35}$$

น้ำหนักของนิคต่อน้ำหนักของหน้อยเขียนใหม่ได้เป็น 18 ; 30 หรือ  $\frac{18}{30}$

น้ำหนักของหน้อยต่อน้ำหนักของน้อยเขียนใหม่ได้เป็น 30 ; 35 หรือ  $\frac{30}{35}$

ดังนั้น น้ำหนักของนิคต่อน้ำหนักของหน้อยต่อน้ำหนักของน้อยเป็น 18 : 30 : 35

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

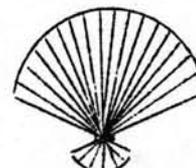
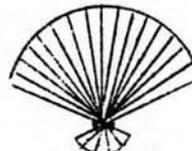
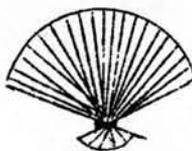
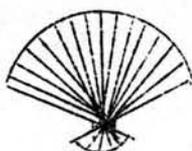
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด 1. จงเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบต่อไปนี้



- 1.1 จำนวนหมวกต่อจำนวนพัดเป็น ..... หรือ .....
- 1.2 จำนวนพัดต่อจำนวนดอกไม้เป็น ..... หรือ .....
- 1.3 จำนวนหมวกต่อจำนวนดอกไม้เป็น ..... หรือ .....
- 1.4 จำนวนดอกไม้ต่อจำนวนพัดเป็น ..... หรือ .....
- 1.5 จำนวนหมวกต่อจำนวนดอกไม้ต่อจำนวนพัดเป็น ..... หรือ .....
- 1.6 จำนวนดอกไม้ต่อจำนวนหมวกต่อจำนวนพัดเป็น ..... หรือ .....

2. จงเขียนอัตราส่วนแทนอัตราต่อไปนี้ ข้อละ 2 อัตราส่วน

- 2.1 รถเมล์คันหนึ่งแล่นได้ทาง 3 กิโลเมตร ใช้น้ำมัน 2 ลิตร  
จำนวนกิโลเมตรต่อจำนวนเมตรเป็น ..... และ .....
- 2.2 นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีนักเรียนหญิง 7 คน ต่อนักเรียนชายทุก ๆ 5 คน  
จำนวนนักเรียนชายต่อจำนวนนักเรียนหญิงเป็น ..... และ .....
- 2.3 หัวใจของนักเรียนเต้น 6 ครั้งทุก ๆ 5 วินาที  
จำนวนหัวใจเต้นต่อจำนวนเวลาเป็น ..... และ .....

3. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากันต่อไปนี้อีกข้อละ 3 อัตราส่วน

3.1  $\frac{5}{6}$  , ..... , ..... , .....

3.2  $\frac{7}{9}$  ,  $\frac{14}{18}$  , ..... , ..... , .....

3.3  $\frac{72}{36}$  ,  $\frac{36}{18}$  ,  $\frac{24}{12}$  , ..... , ..... , .....

4. จงหาค่าอัตราส่วนที่กำหนดให้ในวงเล็บ อัตราส่วนใดบ้างที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ

4.1  $\frac{2}{3}$  ( $\frac{4}{5}$  ,  $\frac{6}{7}$  ,  $\frac{8}{12}$  ,  $\frac{10}{15}$ )

.....

4.2  $\frac{6}{3}$  ( $\frac{18}{9}$  ,  $\frac{15}{5}$  ,  $\frac{24}{18}$  ,  $\frac{12}{8}$ )

.....

4.3 120 : 80 (60 : 40 , 30 : 20 , 20 : 10)

.....

5. อัตราส่วนที่กำหนดให้ต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

จงหาจำนวนแทนตัวอักษรในแต่ละข้อ

5.1  $\frac{3}{4}$  ,  $\frac{6}{8}$  ,  $\frac{a}{12}$

a = .....

5.2  $\frac{8}{11}$  ,  $\frac{a}{22}$  ,  $\frac{24}{b}$

a = ..... b = .....

6. ต้องการให้ค่าจ้าง ก, ย และ ค โดยให้อัตราส่วนของค่าจ้างที่แต่ละคนได้รับเป็น

3 : 7 : 10

6.1 อัตราส่วนของค่าจ้างที่ ก ได้รับต่อค่าจ้างที่ ย ได้รับเป็น .....

6.2 อัตราส่วนของค่าจ้างที่ ย ได้รับต่อค่าจ้างที่ ค ได้รับเป็น .....

6.3 อัตราส่วนของค่าจ้างที่ ค ได้รับต่อค่าจ้างที่ ก ได้รับเป็น .....

6.4 อัตราส่วนของค่าจ้างที่ ย ได้รับต่อค่าจ้างที่ ค ได้รับ

ต่อค่าจ้างที่ ก ได้รับเป็น .....

6.5 ค ได้รับค่าจ้างเป็นเศษส่วน ..... ของค่าจ้างทั้งหมด

7. ส่วนสูงของแก่งต่อส่วนสูงของแก่นเป็น 4 : 7 ส่วนสูงของแก่นต่อส่วนสูงของ  
แก้วเป็น 8 : 9

7.1 อัตราส่วนของส่วนสูงของแก่งต่อส่วนสูงของแก่นต่อส่วนสูงของแก้ว  
เป็น .....

7.2 อัตราส่วนของส่วนสูงแก้วต่อส่วนสูงของแก่น เป็น .....

7.3 อัตราส่วนของส่วนสูงของแก่งต่อส่วนสูงของแก้ว เป็น .....

7.4 อัตราส่วนของส่วนสูงของแก้วต่อส่วนสูงของแก่งต่อส่วนสูงของแก่น  
เป็น .....

บัตรเฉลยแบบฝึกหัดเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 1.1  $3 : 4$  ,  $\frac{3}{4}$   
 1.2  $4 : 7$  ,  $\frac{4}{7}$   
 1.3  $3 : 7$  ,  $\frac{3}{7}$   
 1.4  $7 : 4$  ,  $\frac{7}{4}$   
 1.5  $3 : 7 : 4$   
 1.6  $7 : 3 : 4$
2. 2.1  $3 : 2$  ,  $6 : 4$  หรือ  $9 : 6$  , .....  
 2.2  $5 : 7$  ,  $10 : 4$  หรือ  $15 : 21$  , .....  
 2.3  $6 : 5$  ,  $12 : 10$  หรือ  $18 : 15$  , .....
3. 3.1  $\frac{10}{12}$  ,  $\frac{15}{18}$  ,  $\frac{20}{24}$  , .....  
 3.2  $\frac{21}{27}$  ,  $\frac{28}{36}$  ,  $\frac{35}{45}$  , .....  
 3.3  $\frac{12}{6}$  ,  $\frac{6}{3}$  ,  $\frac{2}{1}$  , .....
4. 4.1  $\frac{8}{12}$  และ  $\frac{10}{15}$   
 4.2  $\frac{18}{9}$  และ  $\frac{24}{13}$   
 4.3  $60 : 40$  และ  $30 : 20$
5. 5.1  $a = 9$   
 5.2  $a = 16$  ,  $b = 33$

บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามโจทย์ที่ต้องการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบฝึกหัด

1. 1.1  $3 : 4$  ,  $\frac{3}{4}$   
 1.2  $4 : 7$  ,  $\frac{4}{7}$   
 1.3  $3 : 7$  ,  $\frac{3}{7}$   
 1.4  $7 : 4$  ,  $\frac{7}{4}$   
 1.5  $3 : 7 : 4$   
 1.6  $7 : 3 : 4$
2. 2.1  $3 : 2$  ,  $6 : 4$  หรือ  $9 : 6$  , .....  
 2.2  $5 : 7$  ,  $10 : 4$  หรือ  $15 : 21$  , .....  
 2.3  $6 : 5$  ,  $12 : 10$  หรือ  $18 : 15$  , .....
3. 3.1  $\frac{10}{12}$  ,  $\frac{15}{18}$  ,  $\frac{20}{24}$  , .....  
 3.2  $\frac{21}{27}$  ,  $\frac{28}{36}$  ,  $\frac{35}{45}$  , .....  
 3.3  $\frac{12}{6}$  ,  $\frac{6}{3}$  ,  $\frac{2}{1}$  , .....
4. 4.1  $\frac{8}{12}$  และ  $\frac{10}{15}$   
 4.2  $\frac{18}{9}$  และ  $\frac{24}{13}$   
 4.3  $60 : 40$  และ  $30 : 20$
5. 5.1  $a = 9$   
 5.2  $a = 16$  ,  $b = 33$

6. 6.1  $3 : 7$

6.2  $7 : 10$

6.3  $10 : 3$

6.4  $7 : 10 : 3$

6.5  $\frac{1}{2}$

7. 7.1  $32 : 56 : 63$

7.2  $63 : 56$

7.3  $32 : 63$

7.4  $63 : 32 : 56$

บัตรแบบทดสอบ

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

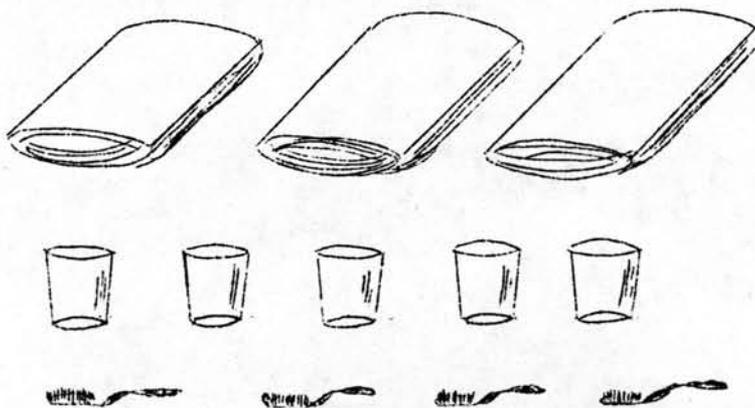
ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

ข้อทดสอบ



1. จากรูปจงเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบต่อไปนี้
  - 1.1 จำนวนแปรงสีฟันต่อจำนวนแก้ว เป็น .....
  - 1.2 จำนวนแก้วต่อจำนวนผ้าเช็ดตัวต่อจำนวนแปรงสีฟัน  
เป็น .....
  - 1.3 จำนวนแปรงสีฟันต่อจำนวนผ้าเช็ดตัวต่อจำนวนแก้ว  
เป็น .....
2. จงหาอัตราส่วนต่อไปนี้อีก 3 อัตราส่วน
  - 2.1  $\frac{9}{10}$  , ..... , ..... , .....
  - 2.2  $\frac{100}{20}$  , ..... , ..... , .....
3. ในการลုပ်วียาหนึ่ง อัตราส่วนของคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ข เป็น 3 : 5 และอัตราส่วนของคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ค เป็น 7 : 6
  - 3.1 อัตราส่วนของคะแนนของ ข ต่อคะแนนของ ก เป็น .....

หรือ .....

3.2 อัตราส่วนของคะแนน ข ต่อคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ค หาได้โดย

อัตราส่วนของคะแนนของ ข ต่อคะแนนของ ก เป็น

เป็น  $\frac{5}{3} = \frac{5}{3}$  ..... = ..... หรือ ..... : .....

อัตราส่วนของคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ค

เป็น  $\frac{7}{6} = \frac{7}{6}$  ..... = ..... หรือ ..... : .....

ดังนั้น อัตราส่วนของคะแนนของ ข ต่อคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ค

เป็น .....

3.3 อัตราส่วนคะแนนของ ก ต่อคะแนนของ ข ต่อคะแนนของ ค

เป็น .....

บัตรเฉลยแบบทดสอบเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

- หัวข้อ
1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
  2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามที่โจทย์ต้องการได้อย่างถูกต้อง

เฉลยแบบทดสอบ

1. 1.1  $4 : 5$
- 1.2  $5 : 3 : 4$
- 1.3  $4 : 3 : 5$
2. 2.1  $\frac{18}{20}, \frac{27}{30}, \frac{36}{40}, \dots$
- 2.2  $\frac{5}{1}, \frac{25}{5}, \frac{20}{4}$
3. 3.1  $5 : 3 \quad \frac{5}{3}$
- 3.2  $\frac{7}{7}, \frac{35}{21}, 35 : 21$   
 $\frac{3}{3}, \frac{21}{18}, 21 : 18$   
 $35 : 21 : 18$
- 3.3  $21 : 35 : 18$



ชุดการเรียนการสอนรายบุคคล

หน่วยที่ 2

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิชาคณิตศาสตร์ และชีวิตประจำวัน

และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

### บัตรคำผัง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรคำสั่ง
  - 1.2 บัตรกิจกรรม, เอกสารแนะแนวทางและบัตรเฉลยกิจกรรม
  - 1.3 บัตรเนื้อหา
  - 1.4 บัตรแบบฝึกหัดและบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.5 บัตรทดสอบและบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลยกิจกรรม
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบพร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

### บัตรกิจกรรม

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิทยาศาสตร์และในชีวิตประจำวัน

และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

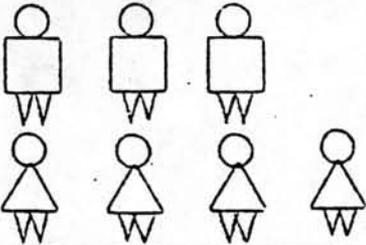
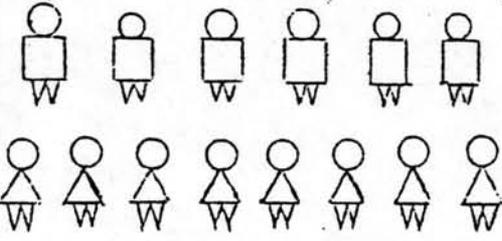
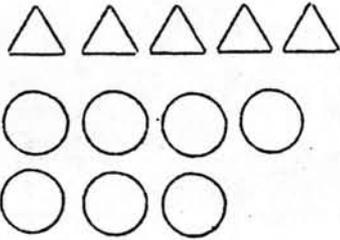
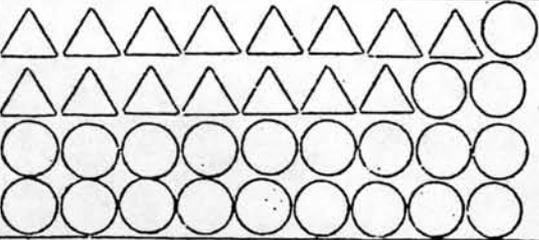
กิจกรรม

ให้นักเรียนศึกษาจากเอกสารแนะแนวทางชุดที่ 2

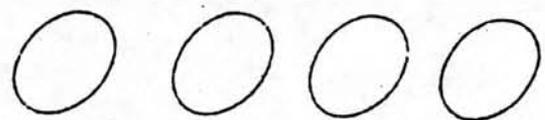
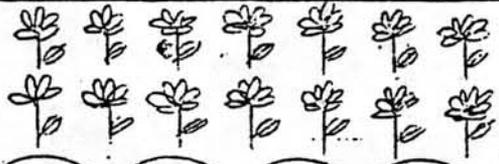
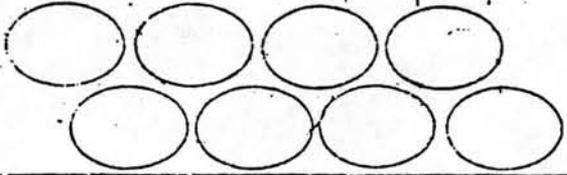
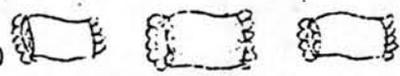
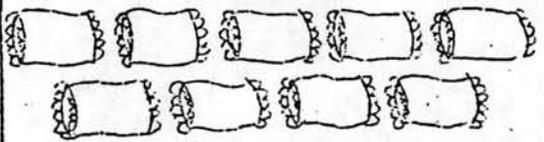
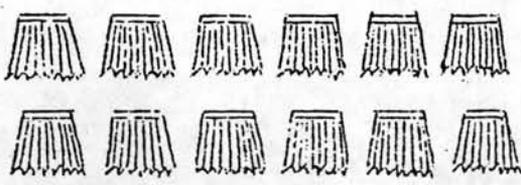
## เอกสารและแนวทาง

## ชุดที่ 2

## กิจกรรม 1. ให้นักเรียน ตีมูลค่าลงในช่องว่าง

หน่วยวัดเหมือนกัน		
อัตรา	อัตราส่วน	สัดส่วน
1) 	จำนวนผู้ชายต่อจำนวนผู้หญิง เป็น $3 : 4$ หรือ $\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$
	จำนวนผู้ชายต่อจำนวนผู้หญิง เป็น $6 : 8$ หรือ $\frac{6}{8}$	
2) 	จำนวนรูปสามเหลี่ยมต่อจำนวน รูปสี่เหลี่ยม เป็น ..... หรือ .....	.....
	จำนวนรูปสามเหลี่ยมต่อจำนวน รูปสี่เหลี่ยม เป็น .... หรือ.....	
3) ส่วนหนึ่งหมื่นมีต้นมะพร้าว 40 ต้น ต้นมะนาว 60 ต้น	ต้นมะพร้าวต่อต้นมะนาว เป็น .... หรือ ....	.....
ถ้าส่วนหนึ่งหมื่นมีต้นมะนาว 240 ต้น จะมีต้นมะพร้าว 160 ต้น	ต้นมะพร้าวต่อต้นมะนาว เป็น .... หรือ ....	

## 2. ให้เด็กเขียนเติมคำลงในช่องว่าง

หน่วยวัดต่างกัน		
อัตรา	อัตราส่วน	สัดส่วน :
1)  	จำนวนดอกไม้เป็นดอกต่อจำนวน รูปวงรีเป็นรูปเท่ากับ 7 : 4 หรือ ....	
 	จำนวนดอกไม้เป็นดอกต่อจำนวน รูปวงรีเป็นรูปเท่ากับ .... หรือ ....	.....
2)  	จำนวนหมอนเป็นใบต่อจำนวน กระโปรงเป็นตัวเท่ากับ .... หรือ ....	
 	จำนวนหมอนเป็นใบต่อจำนวน กระโปรงเป็นตัวเท่ากับ .... หรือ ....	.....
3) ไข่ไก่ 10 ฟอง ราคา 15 บาท .	จำนวนไข่ไก่เป็นฟอง ต่อจำนวน เงินเป็นบาทเท่ากับ ... หรือ ...	
ไข่ไก่ 50 ฟอง ราคา 75 บาท	จำนวนไข่ไก่เป็นฟอง ต่อ จำนวน เงินเป็นบาทเท่ากับ ... หรือ ...	.....

หน่วยวัดต่างกัน		
อัตรา	อัตราส่วน	สัดส่วน
4) รถไฟขบวนหนึ่งแล่นได้ระยะทาง 180 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง	ระยะทางที่รถไฟวิ่งเป็นกิโลเมตร ต่อระยะเวลาเป็นชั่วโมง เท่ากับ ..... หรือ .....	.....
ถ้ารถไฟขบวนนี้แล่นในเวลา 6 ชั่วโมง จะได้ระยะทางทั้งหมด 540 กิโลเมตร	ระยะทางเป็นกิโลเมตร ต่อระยะเวลาเป็นชั่วโมง เท่ากับ ..... หรือ .....	
5) โรงเรียนแห่งหนึ่งมีครู 120 คน มีห้องเรียน 50 ห้อง	จำนวนครูเป็นคน ต่อ จำนวนห้องเรียนเป็นห้อง เท่ากับ ..... หรือ .....	.....
ถ้าโรงเรียนแห่งนี้มีห้องเรียนทั้งหมด 150 ห้อง จะมีครู x คน	จำนวนครูเป็นคนต่อ จำนวนห้องเรียนเป็นห้อง เท่ากับ ..... หรือ .....	

โจทย์ 3. จงหาค่า  $c$  ในสัดส่วน  $\frac{4}{5} = \frac{c}{30}$  และ  $\frac{27}{54} = \frac{3}{c}$

กิจกรรม ให้นักเรียนเติมข้อความลงในช่องว่าง

$$3.1 \quad \frac{4}{5} = \frac{c}{30}$$

$$5 \times c = 4 \times 30$$

$$c = \frac{4 \times 30}{5}$$

$$c = \dots$$

$$3.2 \quad \frac{27}{54} = \frac{3}{c}$$

$$27 \times c = 54 \times 3$$

$$c = \frac{54 \times 3}{27}$$

$$c = \dots\dots$$

3.3

สัดส่วน	ผลคูณไขว้	ค่าของตัวแปร
1) $\frac{1}{5} = \frac{m}{30}$	$5 \times m = 1 \times 30$	$m = \frac{1 \times 30}{5} = \dots$
2) $\frac{36}{9} = \frac{4}{a}$	$36 \times a = \dots\dots$	$a = \dots\dots = \dots$
3) $\frac{x}{45} = \frac{3}{9}$	$\dots\dots = \dots\dots$	$x = \dots\dots = \dots$
4) $\frac{18}{y} = \frac{9}{4}$	$\dots\dots = \dots\dots$	$y = \dots\dots = \dots$

3.4 เมื่ออัตราส่วนสองอัตราส่วนเท่ากันผลคูณไขว้จะ ..... และ  
จากข้อ 3.1 , 3.2 และ 3.3 การหาค่าแทนตัวแปรในแต่ละ  
สัดส่วนจะสามารถหาได้โดยอาศัย ..... และการแก้สมการ

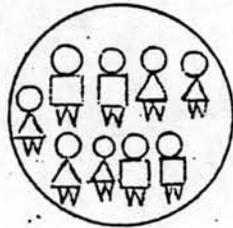
4. ที่ศาลแห่งหนึ่ง อัตราส่วนของจำนวนผู้ใหญ่ต่อจำนวนเด็กเป็น 9 : 4  
ถ้ามีผู้ใหญ่ 270 คน จะมีเด็กกี่คน

กิจกรรม

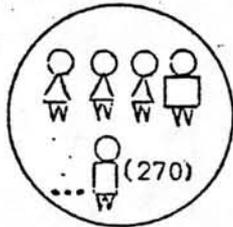
ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งเติมคำลงในช่องว่าง

แนวคิด

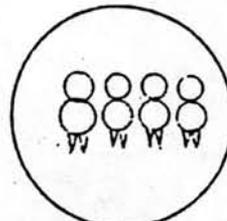
ผู้ใหญ่ 9 คน



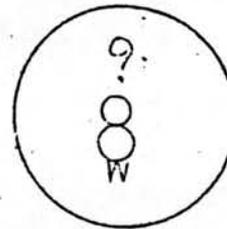
ผู้ใหญ่ 270 คน



เด็ก 4 คน



เด็ก x คน



4.1

สิ่งที่โจทย์กำหนด

อัตราส่วนของจำนวนผู้ใหญ่ต่อจำนวนเด็ก  
เป็น ..... จำนวนผู้ใหญ่ ..... คน

สิ่งที่โจทย์ถาม

จำนวนเด็กกี่คน  
ให้ จำนวนเด็กมี x คน

4.2

ตอบปัญหา

หาอัตราส่วนใหม่ที่ ทำกับ 9 : 4  
เมื่อจำนวนแรกของอัตราส่วนเป็น 270  
จำนวนที่สองของอัตราส่วนเป็น x  
เขียนอัตราส่วนใหม่ได้เป็น ..... : .....  
หรือ .....

4.3

สรุปปัญหา

เขียน เป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{\text{จำนวนผู้ใหญ่}}{9}{4} = \frac{\dots}{\dots}$$

↑ จำนวนเด็ก

4.4 จากข้อ 4.3 จะได้  $\frac{9}{4} = \dots\dots\dots$

ดังนั้น  $9 \times \dots = 4 \times \dots$

$$x = \frac{4 \times \dots}{9}$$

$x = \dots\dots\dots$

4.5 ดังนั้นจำนวนเด็กในตำบลนี้มี  $\dots\dots\dots$  คน

### วิธีทำ

1) อัตราส่วนของจำนวนผู้ใหญ่ ต่อ จำนวนเด็ก เป็น  $\dots\dots$

ถ้ามีผู้ใหญ่ 270 คน ให้จำนวนเด็กมี  $x$  คน

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

2) จะได้  $\frac{9}{4} = \dots\dots\dots$

3) ดังนั้น  $9 \times x = \dots\dots\dots$

4)  $x = \dots\dots\dots$

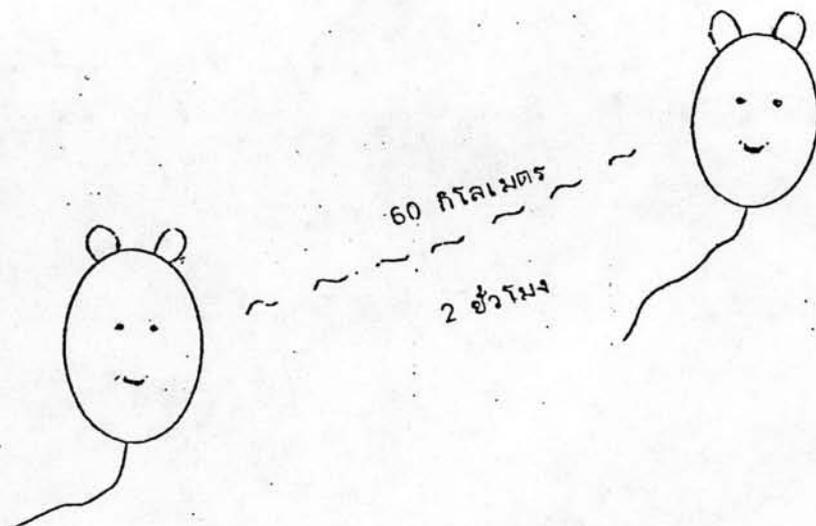
5)  $x = \dots\dots\dots$

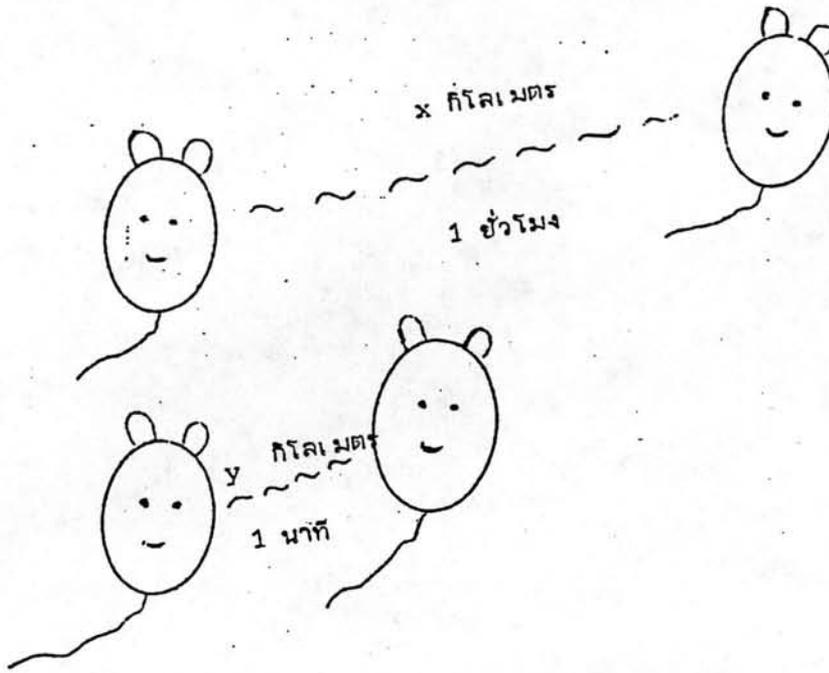
6) ดังนั้น จำนวนเด็กในตำบลนี้มี  $\dots\dots\dots$  คน

โจทย์ 5. ลูกโป่งใบหนึ่งลอยไปในอากาศได้ไกล 60 กิโลเมตร ในเวลา 2 ชั่วโมง  
 อยากรทราบว่าลูกโป่งลอยไปด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละเท่าไร และในเวลา 1 นาที  
 ลูกโป่งจะลอยไปได้ไกลเท่าใด

กิจกรรม ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งเติมค่าลงในช่องว่าง

แนวคิด





5.1

สิ่งที่โจทย์กำหนดให้

ลูกโป่งลอยไปในอากาศได้ไกล ..... กม.  
 ในเวลา ..... ชม.  
 เขียนเป็นอัตราส่วนของจำนวนระยะทาง ต่อ  
 เวลาได้เป็น ..... หรือ .....

สิ่งที่โจทย์ถาม

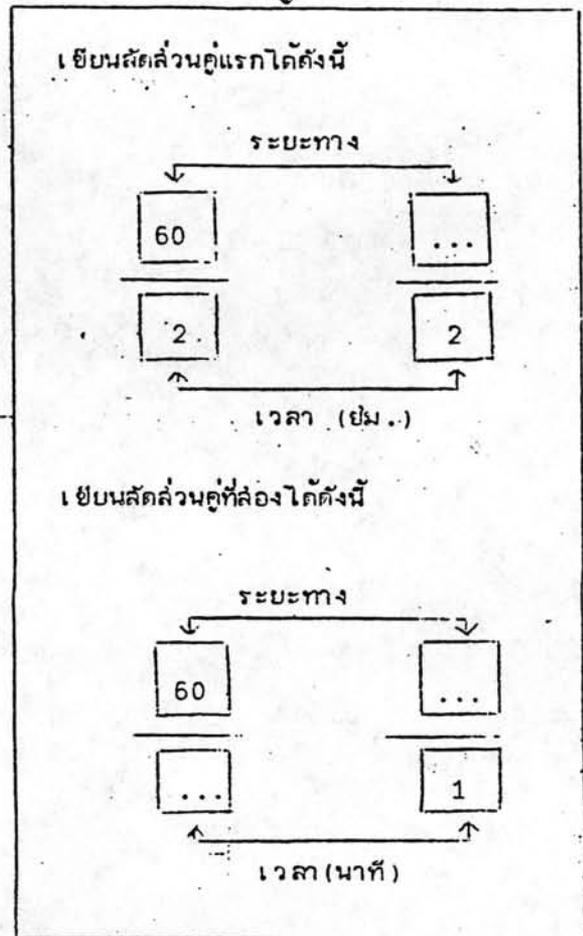
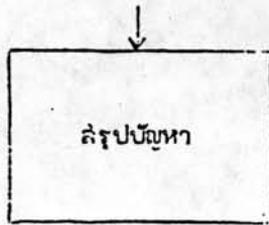
ลูกโป่งลอยไปด้วยอัตราเร็ว ชั่วโมงละเท่าไร  
 และในเวลา 1 นาทีลูกโป่งลอยไปได้ไกลเท่าใด  
 ให้ลูกโป่งลอยไปได้ระยะทาง x กม.  
 ในเวลา 1 ชม.  
 ลูกโป่งลอยไปได้ระยะทาง y กม.  
 ในเวลา 1 นาที

5.2

ตอบปัญหา

หาอัตราส่วนใหม่ที่เท่ากับ  $60 : 2$   
อัตราส่วนตัวที่ 1  
 เมื่อจำนวนที่สองของอัตราส่วนเป็น 1 ชม.  
 จำนวนแรกของอัตราส่วนเป็น ..... กม.  
 เขียนอัตราส่วนได้เป็น ..... หรือ .....  
อัตราส่วนตัวที่ 2  
 เมื่อจำนวนที่สองของอัตราส่วนเป็น 1 นาที  
 จำนวนแรกของอัตราส่วนเป็น ..... กม.  
 เขียนอัตราส่วนได้เป็น ..... หรือ .....

5.3



5.4 จากข้อ 5.3 จะได้อัตราส่วนคู่แรก

$$\frac{60}{2} = \dots\dots$$

ดังนั้น  $2 \times x = 60 \times \dots$

$$x = \frac{60 \times \dots}{2}$$
$$x = \dots\dots$$

ดังนั้นรถไปง่ลอบไปในอากาศด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละ ..... กิโลเมตร

5.5 จากข้อ 5.3 จะได้อัตราส่วนคู่ที่สาม

$$\frac{60}{120} = \dots\dots$$

ดังนั้น  $120 \times \dots = 60 \times \dots$

$$y = \frac{60 \times \dots}{120}$$
$$y = \dots\dots$$

ดังนั้นรถไปง่ลอบไปในอากาศในเวลา 1 นาทีไปได้ไกล ..... กิโลเมตร

วิธีทำ

ลูกโป่งใบหนึ่งลอยไปในอากาศได้ไกล 60 กิโลเมตรในเวลา 2 ชั่วโมง

เขียนอัตราส่วนระยะทางเป็นกิโลเมตรต่อเวลาเป็นชั่วโมง ได้เป็น 60 : 2

ให้ลูกโป่งลอยไปในอากาศได้ระยะทาง  $x$  กิโลเมตร ใน 1 ชั่วโมง

ให้ลูกโป่งลอยไปในอากาศได้ระยะทาง  $y$  กิโลเมตร ในเวลา 1 นาที

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

1) จะได้  $\frac{60}{2} = \dots\dots\dots$

2) ฉะนั้น  $2 \times x = \dots\dots\dots$

3)  $x = \dots\dots\dots$

4)  $x = \dots\dots\dots$

5) ดังนั้น ลูกโป่งลอยไปในอากาศได้ไกล ..... กิโลเมตร ใน 1 ชั่วโมง

หรือ ลูกโป่งลอยในอากาศด้วยอัตราเร็วชั่วโมงละ ..... กิโลเมตร

6) เขียนอัตราส่วนระยะทางเป็นกิโลเมตร ต่อเวลา เป็นนาทีได้เป็น 60 : .....

7) เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

จะได้  $\frac{60}{120} = \dots\dots\dots$

8) ฉะนั้น  $120 \times y = \dots\dots\dots$

9)  $y = \dots\dots\dots$

10) ดังนั้น ในเวลา 1 นาที ลูกโป่งลอยไปได้ไกล .... กิโลเมตร

6. จากโจทย์ข้อ 4 และข้อ 5 สามารถสรุปวิธีแก้โจทย์ปัญหาได้ดังนี้

1) อ่านโจทย์ให้เข้าใจ.

2) เขียนสิ่งที่โจทย์กำหนดให้

3) ให้  $x$  เป็นจำนวนที่ต้องการหา

4) เขียนสัดส่วนแสดงอัตราส่วนที่กำหนดให้สองอัตราส่วน โดยให้ลำดับของสิ่งที่

เปรียบเทียบกับกัน ในแต่ละอัตราส่วนเป็นลำดับเดียวกัน

ดังนี้

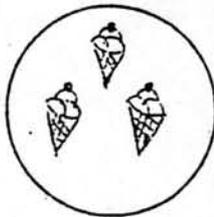
$$\begin{array}{ccc} & \text{จำนวนแรก (หน่วยเหมือนกัน)} & \\ & \overbrace{\hspace{10em}} & \\ \square & & \square \\ \hline \square & = & \square \\ \hline & \underbrace{\hspace{10em}} & \\ & \text{จำนวนที่สอง (หน่วยเหมือนกัน)} & \end{array}$$

การเขียนสัดส่วนในแต่ละอัตราส่วนเป็นลำดับเดียวกัน หมายถึง  
จะต้องมีหน่วยเหมือนกัน ถ้าจำนวนทั้งสองจำนวนมีหน่วยเหมือนกันให้  
พิจารณาตำแหน่ง

5) หาค่าของ  $x$  โดยใช้ผลคูณไขว้ และการแก้สมการ

โจทย์ 7. แดง เขียว ขาว ช่วยกันขายไอศกรีมในงานโรงเรียนแห่งหนึ่ง ขายได้ใน  
อัตราส่วน 3 : 5 : 2 รวมขายได้ 110 แท่ง อยากทราบว่า แดง ขาย  
ไอศกรีมได้กี่แท่ง

กิจกรรม ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งเติมศาลงในช่องว่าง



แดงขายได้ 3 ส่วน



เขียวขายได้ 5 ส่วน



ขาวขายได้ 2 ส่วน

วิธีทำ อัตราส่วนของจำนวนไอศกรีมที่แดง เขียว ขาว ขายได้เป็น 3 : 5 : 2

1) ดังนั้น ถ้ารวมอัตราส่วนทั้งหมดจะได้เท่ากับ  $3 + 5 + 2 = \dots\dots$

2) ขายไอศกรีมได้ทั้งหมด  $\dots\dots\dots$  แท่ง

3) ดังนั้น อัตราส่วนทั้งหมด ต่อจำนวนไอศกรีมที่ขายได้

เท่ากับ  $\dots\dots$  หรือ  $\dots\dots$

ถ้าแดงขายไอศกรีมได้อัตราส่วนเป็น 3 แดงจะขายไอศกรีม

ได้  $x$  แท่ง

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

4) จะได้  $\frac{10}{110} = \dots\dots$

5) ฉะนั้น  $10 \times \dots\dots = 110 \times \dots\dots$

6)  $x = \dots\dots\dots$

7) นั่นคือ แดงขายไอศกรีมได้  $\dots\dots\dots$  แท่ง

- โจทย์ 8. ปิยะ แบ่งเงินที่แม่ให้ไว้ในแต่ละวันออกเป็น 3 ส่วน คือ ค่าอาหาร ค่าขนม และเก็บสะสมไว้ โดยคิดเป็นอัตราส่วนดังนี้ ค่าขนม : ค่าอาหาร 2 : 3  
 ค่าอาหาร : เก็บสะสม 6 : 1 อยากทราบว่า ถ้าในแต่ละวันปิยะจ่ายค่าขนม  
 ..... 8 บาท ปิยะ จะเก็บสะสมเงินไว้เท่าใด

กิจกรรม ให้ฝึกเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหา พร้อมทั้งเติมคำลงในช่องว่าง

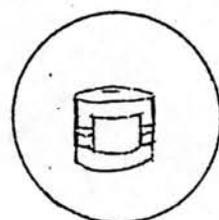
ค่าอาหาร



ค่าขนม



เก็บสะสม



- วิธีทำ
- 1) ค่าขนม ต่อ ค่าอาหาร เป็น ... : ... หรือ ...
  - 2) ค่าอาหาร ต่อ เก็บสะสม เป็น ... : ... หรือ ...
  - 3) ดังนั้น ค่าขนม ต่อ ค่าอาหาร เป็น  $\frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \dots\dots$
  - 4) ค่าขนม ต่อ ค่าอาหาร เป็น ... : ...
  - 5) ค่าอาหาร ต่อ เก็บสะสม เป็น ... : ...
  - 6) นั่นคือ ค่าขนม ต่อ เก็บสะสม เป็น ... : ...
- ถ้า ค่าขนม 8 บาท ให้เก็บสะสมเท่ากับ x บาท

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

- 7) จะได้  $\frac{4}{1} = \dots\dots$
- 8) ฉะนั้น  $\dots \times x = \dots\dots$
- 9)  $x = \dots\dots$
- 10) นั่นคือ ปิยะเก็บสะสมเงินไว้วันละ ..... บาท



เฉลยเอกสารแนะแนวทาง

ชุดที่ 2

1. 2)  $5 : 7$  หรือ  $\frac{5}{7}$  ,  $\frac{5}{7} = \frac{15}{21}$   
 $15 : 21$  หรือ  $\frac{15}{21}$
- 3)  $40 : 60$  หรือ  $\frac{40}{60}$  ,  $\frac{40}{60} = \frac{160}{240}$   
 $160 : 240$  หรือ  $\frac{160}{240}$
2. 1)  $\frac{7}{4}$  ,  $\frac{7}{4} = \frac{14}{8}$   
 $14 : 8$  หรือ  $\frac{14}{8}$
- 2)  $3 : 4$  หรือ  $\frac{3}{4}$  ,  $\frac{3}{4} = \frac{9}{12}$   
 $9 : 12$  หรือ  $\frac{9}{12}$
- 3)  $10 : 15$  หรือ  $\frac{10}{15}$  ,  $\frac{10}{15} = \frac{50}{75}$   
 $50 : 75$  หรือ  $\frac{50}{75}$
- 4)  $180 : 2$  หรือ  $\frac{180}{2}$  ,  $\frac{180}{2} = \frac{540}{6}$   
 $540 : 6$  หรือ  $\frac{540}{6}$
- 5)  $120 : 50$  หรือ  $\frac{120}{50}$  ,  $\frac{120}{50} = \frac{150}{x}$   
 $150 : x$  หรือ  $\frac{150}{x}$
3. 3.1 24
- 3.2 6
- 3.3 1) 6
- 2)  $9 \quad 4$  ,  $a = \frac{9 \times 4}{36} = 1$
- 3)  $9 \quad x$  ,  $x = \frac{45 \times 3}{9} = 15$
- 4)  $9 \quad y$  ,  $y = \frac{18 \times 4}{9} = 8$
- 3.4 เท่ากัน , ผิดดูไขว้

4. 4.1  $9 : 4, 270$

4.2  $270 : x$  หรือ  $\frac{270}{x}$

4.3  $\frac{9}{4} = \frac{270}{x}$

4.4  $\frac{9}{4} = \frac{270}{x}$

$$9 \quad x = 4 \times 270$$

$$x = \frac{4 \times 270}{9}$$

$$x = 120$$

4.5 120

1)  $9 : 4$

2)  $\frac{9}{4} = \frac{270}{x}$

3)  $9 \times x = 4 \times 270$

4)  $x = \frac{4 \times 270}{9}$

5)  $x = 120$

6) 120

5. 5.1  $60, 2, 60 : 2$  หรือ  $60 : 2$

5.2  $x, x : 1$  หรือ  $\frac{x}{1}$

$y, y :$  หรือ  $\frac{y}{1}$

5.3  $\frac{60}{2} = \frac{x}{1}$

$$\frac{60}{120} = \frac{y}{1}$$

5.4  $\frac{60}{20} = \frac{x}{1}$

$$2 \quad x = 60 \times 1$$

$$x = \frac{60 \times 1}{2}$$

$$x = 30$$

$$30$$

$$5.5 \quad \frac{60}{120} = \frac{y}{1}$$

$$120 \quad y = 60 \times 1$$

$$y = \frac{60 \times 1}{120}$$

$$y = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$1) \quad \frac{60}{2} = \frac{x}{1}$$

$$2) \quad 2 \times x = 60 \times 1$$

$$3) \quad x = \frac{60 \times 1}{2}$$

$$4) \quad x = 30$$

$$5) \quad 30, 30$$

$$6) \quad 60 : 120$$

$$7) \quad \frac{60}{120} = \frac{y}{1}$$

$$8) \quad 120 \times y = 60 \times 1$$

$$9) \quad y = \frac{60 \times 1}{120}$$

$$10) \quad \frac{1}{2}$$

$$7. \quad 1) \quad 3 + 5 + 2 = 10$$

$$2) \quad 110$$

$$3) \quad 10 : 110 \text{ หรือ } \frac{10}{110}$$

$$4) \quad \frac{10}{110} = \frac{3}{x}$$

$$5) \quad 10 \times x = 110 \times 3$$

$$6) \quad x = \frac{110 \times 3}{10} = 33$$

$$7) \quad 33$$

8. 1)  $2 : 3$  หรือ  $\frac{2}{3}$

2)  $6 : 1$  หรือ  $\frac{6}{1}$

3)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$

4)  $4 : 6$

5)  $6 : 1$

6)  $4 : 1$

7)  $\frac{4}{1} = \frac{3}{x}$

8)  $4 \times x = 3 \times 1$

9)  $x = \frac{3 \times 1}{4} = 2$

10) 2

9. อัตราส่วนการทำงานของจیبต่อจ้อยเป็น 4 : 5

อัตราส่วนการทำงานของจันต่อจ้อยเป็น 3 : 10

ดังนั้นอัตราส่วนการทำงานของจ้อยต่อจันเป็น 10 : 3

ดังนั้นอัตราส่วนการทำงานของจیبต่อจ้อย 4 : 5 หรือ  $\frac{4}{5}$ 

หรือ  $\frac{4}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{8}{10}$

ดังนั้นอัตราส่วนการทำงานของจیبต่อจ้อยต่อจันเป็น 8 : 10 : 3

อัตราส่วนรวมของการทำงานทั้งหมดเท่ากับ  $8 + 10 + 3 = 21$ 

ถ้าสนามหญ้าแห่งนี้มีพื้นที่ 420 ตารางเมตร

อัตราส่วนรวมของการทำงานทั้งหมดต่อพื้นที่ของสนามหญ้า

เท่ากับ 21 : 420 หรือ  $\frac{21}{420}$ อัตราส่วนการทำงานของจ้อยเป็น 10 ให้จ้อยตัดสนามหญ้าได้  $x$  ตารางเมตรเขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{21}{420} = \frac{10}{x}$ 

$$21 \times x = 420 \times 10$$

$$x = \frac{420 \times 10}{21}$$

$$x = 200$$

ดังนั้น จ้อยตัดหญ้าในสนามได้ 200 ตารางเมตร

บัตรเนื้อหา

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน



จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิทยาศาสตร์และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

ตัวอย่าง รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง 90 กิโลเมตรในเวลา 3 ชั่วโมง  
รถจักรยานคันที่สองแล่นได้ระยะทาง 400 เมตรในเวลา 1 นาที  
รถจักรยานคันไหนจะแล่นได้ไกลกว่า

วิธีทำ รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ทาง 90 กิโลเมตรในเวลา 3 ชั่วโมง  
เขียนเป็นอัตราส่วนระยะทางเป็นกิโลเมตร ต่อเวลาเป็นชั่วโมง ได้เป็น  
 $90 : 3$  หรือ  $\frac{90}{3}$   
เขียนอัตราส่วนระยะทางเป็นเมตร ต่อเวลาเป็นนาที ได้เป็น  $90,000 : 180$   
ให้รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง  $x$  เมตรใน 1 นาที

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{90,000}{180} = \frac{x}{1}$$

จะได้  $180 \times x = 90,000 \times 1$

$$x = \frac{90,000}{180}$$

$$= 500$$

นั่นคือรถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง 500 เมตร ใน 1 นาที

รถจักรยานคันที่สองแล่นได้ทาง 400 เมตร ใน 1 นาที

ดังนั้น รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ไกลกว่า

ตัวอย่าง อัตราส่วนของความยาวกับความกว้างของสระน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง เป็น 4 : 3 ถ้าด้านกว้างของสระน้ำกว้าง 18 เมตร ความยาวรอบสระน้ำจะยาวกี่เมตร

วิธีทำ อัตราส่วนของความยาวกับความกว้างของสระน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า เป็น 4 : 3 หรือ  $\frac{4}{3}$   
 ดังนั้น ถ้าให้ความยาวของสระน้ำเท่ากับ  $x$  เมตร  
 ความกว้างของสระน้ำเท่ากับ 18 เมตร

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{18}$$

$$\text{จะได้ } 3 \times x = 4 \times 18$$

$$x = \frac{4 \times 18}{3}$$

$$= 24$$

นั่นคือความยาวของสระน้ำเท่ากับ 24 เมตร

$$\begin{aligned} \text{ความยาวรอบสระน้ำ} &= 2(\text{ความกว้าง}) + 2(\text{ความยาว}) \\ &= 2(18) + 2(24) \\ &= 36 + 48 \\ &= 84 \text{ เมตร} \end{aligned}$$

นั่นคือความยาวรอบสระน้ำแห่งนี้เท่ากับ 84 เมตร

ตัวอย่าง ทองเหลืองเป็นโลหะผสมระหว่างทองแดงกับสังกะสี ในอัตราส่วน 3 : 1 โดยน้ำหนัก ถ้าเอียงเทียบทองเหลืองหนัก 240 กรัม จะมี ส่วนผสมของทองแดงและสังกะสีอยู่อย่างละกี่กรัม

วิธีทำ อัตราส่วนของทองแดงต่อสังกะสีเป็น 3 : 1 โดยน้ำหนัก

$$\text{อัตราส่วนรวมของทองแดงกับสังกะสีโดยน้ำหนักเท่ากับ } 3 + 1 = 4$$

$$\text{เอียงเทียบทองเหลืองหนัก } 240 \text{ กรัม}$$

$$\text{ดังนั้นอัตราส่วนของโลหะผสม ต่อน้ำหนักของเอียงเทียบเท่ากับ } 4 : 240 \text{ หรือ } \frac{4}{240}$$

ถ้าเอียงเทียบทองเหลืองมีทองแดง 3 ส่วนให้น้ำหนักของทองแดงเท่ากับ  $x$  กรัม

$$\text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้} \quad \frac{4}{240} = \frac{3}{x}$$

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad 4 \times x &= 240 \times 3 \\ x &= \frac{240 \times 3}{4} \\ x &= 180 \end{aligned}$$

นั่นคือมีทองแดงอยู่ 180 กรัม

ถ้าเขียนทองเหลืองมีสังกะสี 1 ส่วน ให้นำหนักของสังกะสีเท่ากับ  $y$  กรัม

$$\begin{aligned} \text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้} \quad \frac{4}{240} &= \frac{2}{y} \\ \text{จะได้} \quad 4 \times y &= 240 \times 1 \\ y &= \frac{240 \times 1}{4} \\ y &= 60 \end{aligned}$$

นั่นคือ มีสังกะสีอยู่ 60 กรัม

### ตัวอย่าง

แม่ค้าซื้อแตงโม ทุเรียนและลิ้มโอ มาขายในอัตราส่วน 4 : 5 : 3

ถ้าซื้อมาทั้งหมด 480 ลูก อยากทราบว่า ซื้อแตงโมมาเท่าไร

### วิธีทำ

อัตราส่วนของแตงโมต่อทุเรียน ต่อลิ้มโอ เป็น 4 : 5 : 3

อัตราส่วนรวมของผลไม้ทั้งหมดเท่ากับ  $4 + 5 + 3 = 12$

แม่ค้าซื้อผลไม้มาทั้งหมด 480 ลูก

ดังนั้น อัตราส่วนรวมของผลไม้ทั้งหมดต่อจำนวนผลไม้เท่ากับ  $12:480$  หรือ  $\frac{12}{480}$

ถ้าแม่ค้าซื้อแตงโมมา 4 ส่วน ให้แตงโมที่ซื้อมาเท่ากับ  $x$  ลูก

$$\begin{aligned} \text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้} \quad \frac{12}{480} &= \frac{4}{x} \\ \text{จะได้} \quad 12 \times x &= 4 \times 480 \\ x &= \frac{4 \times 480}{12} \\ x &= 160 \end{aligned}$$

นั่นคือ แม่ค้าซื้อแตงโมมา 160 ลูก

ตัวอย่าง

ในการสอบกลางภาค อัตราส่วนที่ ก. สอบวิชาคณิตศาสตร์ ต่อ วิชาศาสตร์ เป็น 5 : 3 และวิชาภาษาอังกฤษ ต่อ วิชาวิทยาศาสตร์ เป็น 1 : 4 ถ้า ก. สอบทั้งสามวิชาได้คะแนนรวม 350 คะแนน ก จะสอบวิชาวิทยาศาสตร์ ได้กี่คะแนน

วิธีทำ

วิชาคณิตศาสตร์ ต่อวิชาวิทยาศาสตร์ เป็น 5 : 3 หรือ  $\frac{5}{3}$

วิชาภาษาอังกฤษ ต่อ วิชาวิทยาศาสตร์ เป็น 1 : 4 หรือ  $\frac{1}{4}$

ดังนั้น วิชาวิทยาศาสตร์ ต่อวิชาภาษาอังกฤษเป็น 4 : 1 หรือ  $\frac{4}{1}$

วิชาคณิตศาสตร์ ต่อวิชาวิทยาศาสตร์เป็น  $\frac{5}{3}$  หรือ  $\frac{5}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{12}$

วิชาวิทยาศาสตร์ ต่อวิชาภาษาอังกฤษเป็น  $\frac{4}{1}$  หรือ  $\frac{4}{1} \times \frac{3}{3} = \frac{12}{3}$

นั่นคือ วิชาคณิตศาสตร์ ต่อ วิชาวิทยาศาสตร์ ต่อ วิชาภาษาอังกฤษ

เท่ากับ 20 : 12 : 3

อัตราส่วนรวมทั้งสามวิชาเท่ากับ  $20 + 12 + 3 = 35$

ก. สอบทั้งสามวิชาได้ 350 คะแนน

ถ้า ก. สอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ 12 ส่วน ให้ x คือ คะแนนสอบของวิชาวิทยาศาสตร์

$$\text{เขียนสัดส่วนได้ดังนี้} \quad \frac{35}{350} = \frac{12}{x}$$

$$\text{จะได้} \quad 35 \times x = 12 \times 350$$

$$x = \frac{12 \times 350}{35}$$

$$x = 120$$

นั่นคือ ก. สอบวิชาวิทยาศาสตร์ได้ 120 คะแนน

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิทยาศาสตร์และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้

1. ในการแข่งขันว่ายน้ำ นักกีฬาคนหนึ่งว่ายได้ระยะทาง 240 เมตร ในเวลา 2 นาที จงหาว่าเขาว่ายน้ำด้วยความเร็วเฉลี่ยอย่างน้อยวินาทีละเท่าไร

วิธีทำ นักกีฬาว่ายน้ำได้ระยะทาง 240 เมตรในเวลา 2 นาที

เขียนอัตราส่วนของระยะทางเป็นเมตรต่อเวลาเป็นนาทีได้เป็น  $240 : \dots$

เขียนอัตราส่วนของระยะทางเป็นเมตรต่อเวลาเป็นวินาทีได้เป็น  $240 : \dots$

ให้ระยะทางที่ว่ายน้ำได้  $\times$  เมตรในเวลา 1 วินาที

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{240}{\dots} = \frac{x}{1}$$

จะได้  $\dots \times x = 240 \times 1$

$$x = \dots$$

$$x = \dots$$

นั่นคือ นักกีฬาว่ายน้ำด้วยความเร็วเฉลี่ยอย่างน้อยวินาทีละ  $\dots$  เมตร

2. เรือสำเภาหนึ่ง ถ้ำแล่นด้วยความเร็ว 80 กิโลเมตร ในเวลา 1 ชั่วโมง

จะใช้น้ำมัน 30 ลิตร อยากรหาว่าอัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงใน 1 นาที

เป็นเท่าใด

วิธีทำ เรือสำเภาหนึ่ง ถ้ำแล่นใน 1 ชั่วโมง จะใช้น้ำมัน  $\dots$  ลิตร

ดังนั้น อัตราส่วนของเวลาเป็นชั่วโมงต่อปริมาณน้ำมันเป็นลิตร เป็น  $1 : \dots$

อัตราส่วนของเวลา เป็นนาทีต่อปริมาณน้ำส้มเป็นลิตรเป็น ..... : 30

ถ้าเรือแล่นใน 1 นาที ให้  $x$  เป็นระยะทางที่เรือแล่นได้

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\text{จะได้} \quad \frac{60}{30} = \dots\dots$$

$$60 \times x = \dots\dots$$

$$x = \dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots$$

ดังนั้น อัตราการเผาไหม้ของเชื้อเพลิงใน 1 นาทีต่อ .....

3. ในการแบ่งส้มโอจำนวน 560 ผล ให้ไปขาย 3 คน จำนวนส้มตกลงกันดังนี้  
ต่อต่อตั้งเป็น 4 : 3 และต่อต่อตั้งเป็น 9 : 7 จำนวนส้มโอที่ต่อต่อตั้งต่าง  
จากต่อตั้ง เป็นเท่าใด

#### วิธีทำ

อัตราส่วนการขายส้มโอของต่อต่อตั้งเป็น .....

อัตราส่วนการขายส้มโอของต่อต่อตั้งเป็น .....

อัตราส่วนการขายส้มโอของต่อต่อตั้ง เขียนใหม่ได้เป็น

$$4 : 3 \text{ หรือ } \frac{4}{3} = \frac{4}{3} \times \dots\dots = \dots\dots$$

อัตราส่วนการขายส้มโอของต่อต่อตั้งต่อตั้งเป็น .....

อัตราส่วนรวมของการขายส้มโอทั้งสามคนเท่ากับ  $12 + 9 + 7 = 28$

ขายส้มโอทั้งหมด ..... ผล

ดังนั้น อัตราส่วนรวมของการขายส้มโอต่อจำนวนส้มโอเป็น ..... หรือ .....

อัตราส่วนการขายส้มโอของต่อตั้งเป็น ..... ส่วน ให้  $x$  เป็นจำนวนส้มโอที่

ต่อขายได้

$$\text{เขียนเป็นสัดส่วนได้เป็น} \quad \frac{28}{560} = \dots\dots$$

$$28 \times x = \dots\dots$$

$$x = \dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots$$

ดังนั้น จำนวนส้มโอที่ต่อขายได้เท่ากับ ..... ผล





บัตรเฉลยแบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิชาคณิตศาสตร์ และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

เฉลย

1.  $240 : 2$

$$240 : 120$$

$$\frac{240}{120} = \frac{x}{1}$$

$$120 \times x = 240 \times 1$$

$$x = \frac{240 \times 1}{120}$$

$$x = 2$$

2 เมตร

2.  $30$  ลิตร

$$1 : 30$$

$$60 : 30$$

$$\frac{60}{30} = \frac{1}{x}$$

$$60 \times x = 30 \times 1$$

$$x = \frac{30 \times 1}{60}$$

$$x = \frac{1}{2}$$

1 นาทีต่อ  $\frac{1}{2}$  ลิตร

ดังนั้น ม้าตัวที่ล่องวิ่งด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อ 1 วินาที

ดังนั้น ม้าตัวแรกวิ่งได้เร็วกว่า

ม้าตัวแรกวิ่งด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อ 1 วินาที

เขียนอัตราส่วนได้เป็น  $50 : 1$  หรือ  $\frac{50}{1}$

ถ้าวิ่งระยะทาง 800 เมตร ให้  $x$  เป็นเวลาที่ม้าตัวแรกทำได้

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{50}{1} = \frac{800}{x}$

$$50 \times x = 800 \times 1$$

$$x = \frac{800 \times 1}{50}$$

$$x = 16$$

ดังนั้นม้าตัวแรกใช้เวลาได้ 16 วินาที

ม้าตัวที่ล่องวิ่งด้วยความเร็ว 40 เมตรต่อ 1 วินาที

เขียนอัตราส่วนได้เป็น  $40 : 1$  หรือ  $\frac{40}{1}$

ถ้าวิ่งระยะทาง 800 เมตร ให้  $y$  เป็นเวลาที่ม้าตัวที่ล่องทำได้

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{40}{1} = \frac{800}{y}$

$$40 \times y = 800 \times 1$$

$$y = \frac{800 \times 1}{40}$$

$$y = 20$$

ดังนั้นม้าตัวที่ล่องใช้เวลาได้ 20 วินาที

ดังนั้นม้าตัวที่ล่องใช้เวลาห่างจากม้าตัวแรกเท่ากับ  $20 - 16 = 4$  วินาที

$$3. \quad 4 : 3$$

$$9 : 7$$

$$\frac{4}{3} \times \frac{3}{3} = \frac{12}{9}$$

$$12 : 9 : 7$$

560 ผล

$$28 : 560 \text{ หรือ } \frac{28}{560}$$

12 ส่วน

$$\frac{28}{560} = \frac{12}{x}$$

$$28 \times x = 560 \times 12$$

$$x = \frac{560 \times 12}{28}$$

$$x = 240$$

240 ผล

7 ส่วน

$$\frac{28}{560} = \frac{7}{y}$$

$$28 \times y = 560 \times 7$$

$$y = \frac{560 \times 7}{28}$$

$$y = 140$$

140 ผล

$$240 - 140 = 100 \text{ ผล}$$

4. ม้าตัวแรกวิ่งด้วยความเร็ว 50 เมตรต่อวินาที

ม้าตัวที่สองวิ่งด้วยความเร็ว 160 เมตรต่อ 4 วินาที

ดังนั้น อัตราส่วนระยะทางเป็นเมตรต่อเวลาเป็นวินาทีของม้าตัวที่สองเป็น

$$160 : 4 \text{ หรือ } \frac{160}{4}$$

ถ้าม้าตัวที่สองวิ่งได้  $x$  เมตรใน 1 วินาที

$$\text{เขียนเป็นสัดส่วนได้เป็น } \frac{160}{4} = \frac{x}{1}$$

$$4 \times x = 160 \times 1$$

$$x = \frac{160 \times 1}{4}$$

$$x = 40$$

บัตรทดสอบ

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิชาคณิตศาสตร์และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

ข้อทดสอบ ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

1. ในการผสมน้ำยากำจัดแมลง มีอัตราส่วนดังนี้

ปริมาณน้ำต่อปริมาณยาเป็น 20 : 3 ถ้าใช้ยา 5.7 ลิตร ต้องใช้น้ำเท่าใด

วิธีทำ อัตราส่วนของปริมาณน้ำต่อปริมาณยาเป็น ..... หรือ .....

ถ้า  $x$  เป็นปริมาณน้ำ เมื่อผสมยา ..... ลิตร

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{20}{3} = \dots\dots\dots$

$$3 \times x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ต้องใช้น้ำ ..... ลิตร

2. ในส่วนแห่งหนึ่งมีต้นเงาะ 5 แถวต่อทุก ๆ 2 แถวของต้นมังคุด ถ้ามีต้นเงาะมากกว่าต้นมังคุด 3 แถว ในส่วนแห่งนี้จะมีต้นไม้กี่แถว

วิธีทำ อัตราส่วนของต้นเงาะต่อต้นมังคุดเป็น  $5:2$  หรือ .....

ต้นเงาะมีมากกว่าต้นมังคุด ..... แถว

ถ้าให้ต้นมังคุดมี  $x$  แถว

จะมีต้นเงาะ ..... แถว

ดังนั้น อัตราส่วนของต้นเงาะต่อต้นมังคุดเป็น ..... หรือ .....

เขียนสัดส่วนได้เป็น  $\frac{5}{2} = \dots\dots\dots$

$$5x = 2(\dots\dots\dots)$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots\dots$$

ถังนั้น มีตันม้งกุด	.....	แกว
มีตันเงาะ	.....	แกว
รวมมีตันไม้ทั้งหมด	.....	แกว

3. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความยาวของด้านเป็นอัตราส่วนดังนี้

$a : b : c = 5 : 4 : 3$  จากการวัดความยาวของด้านทั้งสามรวมกันจะยาว  
48 เซนติเมตร ความยาวของด้าน  $c$  เป็นเท่าไร

วิธีทำ

อัตราส่วนของด้าน  $a : b : c = \dots\dots\dots$

ความยาวของด้านทั้งสามเท่ากับ  $\dots\dots\dots$  เซนติเมตร

อัตราส่วนรวมของด้านทั้งสามเท่ากับ  $5 + 4 + 3 = \dots\dots\dots$  ส่วน

ดังนั้น ความยาวของด้านทั้งสามเป็นเซนติเมตรต่ออัตราส่วนรวมของด้านทั้งสาม

เป็น  $\dots\dots\dots$  หรือ  $\dots\dots\dots$

ให้  $x$  เป็นความยาวของด้าน  $c$  อัตราส่วนของด้าน  $c$  เท่ากับ  $\dots\dots\dots$  ส่วน

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{48}{12} = \dots\dots\dots$

$$12 \times x = \dots\dots\dots$$

$$x = \dots\dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots\dots$$

ดังนั้น ด้าน  $c$  ยาว  $\dots\dots\dots$  เซนติเมตร

4. น้ำส้มมีส่วนผสมดังนี้ น้ำตาลต่อน้ำเป็น  $3 : 5$  และน้ำตาลต่อน้ำส้มคั้นเป็น

$12 : 17$  อัตราส่วนของน้ำตาลต่อน้ำส้มคั้นเป็นเท่าใด และถ้าใช้น้ำ 4 แก้ว

จะต้องใช้น้ำส้มคั้นเท่าใด

วิธีทำ

.....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....  
 .....

เฉลยบัตรทดสอบ

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิทยาศาสตร์และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

เฉลย 1.  $20 : 3$  หรือ  $\frac{20}{3}$

5.7 ลิตร

$$\frac{20}{3} = \frac{x}{5.7}$$

$$3 \times x = 20 \times 5.7$$

$$x = \frac{20 \times 5.7}{3}$$

$$x = 38$$

38 ลิตร

2.  $5 : 2$  หรือ  $\frac{5}{2}$

3 แกว

$x + 3$  แกว

$$x + 3 : x \text{ หรือ } \frac{x + 3}{x}$$

$$\frac{5}{2} = \frac{x + 3}{x}$$

$$5x = 2(x + 3)$$

$$5x = 2x + 6$$

$$5x - 2x = 6$$

$$3x = 6$$

$$x = \frac{6}{3} = 2$$

2 แกว

$$2 + 3 = 5 \text{ แกว}$$

7 แกว

3.  $5 : 4 : 3$

48 เซนติเมตร

12 ส่วน

$$48 : 12 \text{ หรือ } \frac{48}{12}$$

3 ส่วน

$$\frac{48}{12} = \frac{x}{3}$$

$$12 \times x = 48 \times 3$$

$$x = \frac{48 \times 3}{12}$$

$$x = 12$$

12 เซนติเมตร

4. อัตราส่วนน้ำตาล ต่อ น้ำ เป็น  $3 : 5$

อัตราส่วนน้ำตาล ต่อ น้ำส้มคั้น เป็น  $12 : 17$

ดังนั้นอัตราส่วนของน้ำตาล ต่อ น้ำตาล เป็น  $5 : 3$

เขียนใหม่ได้เป็น  $5:3$  หรือ  $\frac{5}{3} = \frac{5}{3} \times \frac{4}{4} = \frac{20}{12}$  หรือ  $20 : 12$

ดังนั้นอัตราส่วนของน้ำตาล ต่อ น้ำตาล ต่อ น้ำส้มคั้น เป็น  $20 : 12 : 17$

ดังนั้นอัตราส่วนของน้ำตาล ต่อ น้ำส้มคั้น เป็น  $20 : 17$

ถ้าใช้น้ำ 4 แก้ว ให้น้ำส้มคั้น  $x$  แก้ว

เขียนเป็นสัดส่วนได้เป็น  $\frac{20}{17} = \frac{4}{x}$

$$20 \times x = 17 \times 4$$

$$x = \frac{17 \times 4}{20}$$

$$\therefore x = \frac{17}{5}$$

ดังนั้น ถ้าใช้น้ำ 4 แก้ว จะใช้น้ำส้ม  $\frac{17}{5}$  แก้ว หรือ  $3\frac{2}{5}$

ชุดการเรียนรู้การล่อนรายบุคคล

หน่วยที่ 3

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์  
ตามที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

บัตรคำสั่ง

ให้นักเรียนปฏิบัติตามขั้นตอนต่อไปนี้

1. ให้ตรวจสอบสื่อการสอนต่อไปนี้
  - 1.1 บัตรคำสั่ง
  - 1.2 บัตรกิจกรรม, สุ่มกิจกรรมและบัตรเฉลย
  - 1.3 บัตรเนื้อหา
  - 1.4 บัตรแบบฝึกหัดและบัตรเฉลยแบบฝึกหัด
  - 1.5 บัตรทดสอบและบัตรเฉลยแบบทดสอบ
2. ทำบัตรกิจกรรม พร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลย
3. ศึกษาเนื้อหาจากบัตรเนื้อหาอีกครั้งหนึ่ง ถ้าไม่เข้าใจหลังจากที่ทำบัตรกิจกรรมแล้ว
4. ทำบัตรแบบฝึกหัด พร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทำบัตรทดสอบ พร้อมทั้งตรวจสอบผลงานที่บัตรเฉลยแบบทดสอบ

บัตรกิจกรรม

เรื่อง อัตราส่วน และร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

กิจกรรม ให้นักเรียนศึกษาจากกลุ่มกิจกรรม

ลุ่มดกิจกรรม

กิจกรรม 1. ให้นักเรียนเติมค่าลงในช่องว่างต่อไปนี้

อัตราส่วน	เขียนในรูปร้อยละ	เปอร์เซ็นต์
1) $\frac{8}{10}$	$\frac{8}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{80}{100}$	80 %
2) $\frac{2}{5}$	$\frac{2}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{40}{100}$	-----
3) $\frac{6}{25}$	$\frac{6}{25} \times \text{---} = \text{---}$	-----
4) 7 : 20	$\frac{7}{20} \times \text{---} = \text{---}$	-----
5) 31 : 4	-----	-----

อัตราส่วน	เขียนในรูปร้อยละ	เปอร์เซ็นต์
6) $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} = \frac{1}{12} \times \frac{100}{100} = \frac{100}{12 \times 100} = \frac{100}{1200} = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{2} \%$	$\frac{100}{12} = 8\frac{1}{2} \%$
7) $\frac{3}{22}$	$\frac{3}{22} = \frac{3}{22} \times \frac{100}{100} = \text{-----} = \text{---}$	-----
8) 26 : 9	$\frac{26}{9} = \text{-----} = \text{-----} = \text{---}$	-----
9) 41 : 70	$\frac{41}{70} = \text{-----} = \text{-----} = \text{---}$	-----

จากข้อ 1) ถึง 9) จะพบว่า คำว่าร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ เป็นการแสดงการเปรียบเทียบจำนวนใดจำนวนหนึ่งกับ 100 เช่น  $\frac{80}{100}$  แทนด้วย ร้อยละ 80 หรือ 80 %

ดังนั้น ถ้าจะเขียนอัตราส่วนใดให้อยู่ในรูปร้อยละ จะต้องเขียนอัตราส่วนนั้นให้อยู่

ในรูปที่มีจำนวนหลังของอัตราส่วนเป็น 100

2. ให้ฝึกเขียนเติมค่าลงในช่องว่าง

เมื่อต้องการเขียนร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ให้อยู่ในรูปอัตราส่วนสามารถทำได้ดังนี้

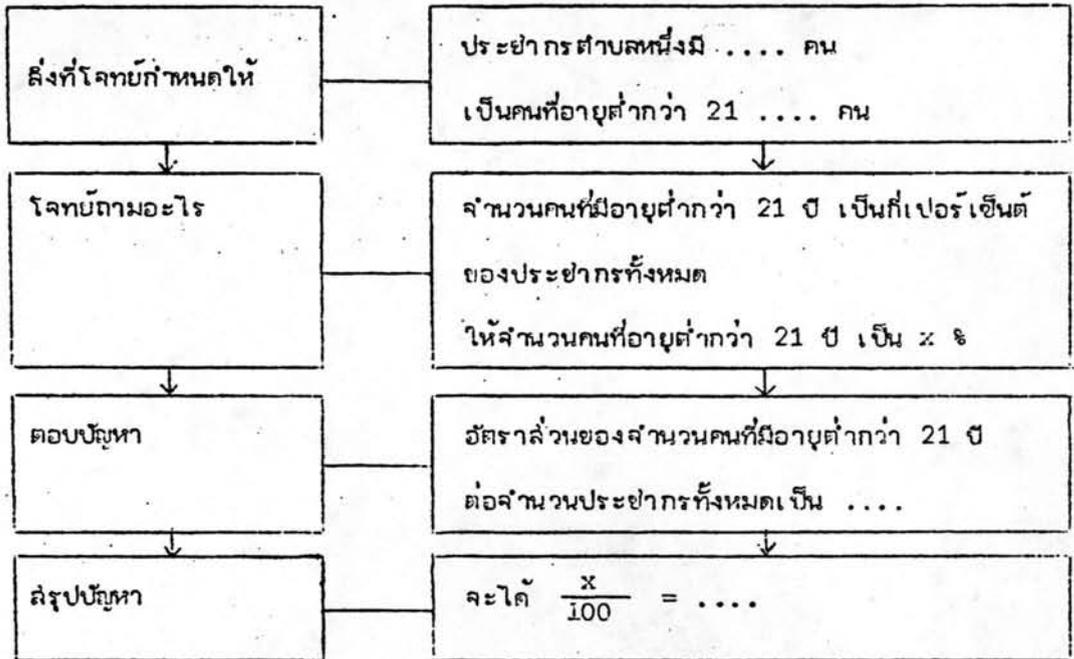
เปอร์เซ็นต์	อัตราส่วน
1) 70 %	$\frac{70}{100}$
2) 45 %	$\frac{45}{100} = \frac{9}{20}$
3) 110 %	---- = ----
4) 250 %	---- = ----
5) $21\frac{2}{3}$ % = $\frac{65}{3}$ %	$\frac{\frac{65}{3}}{100} = \frac{65}{3 \times 100} = \frac{65}{300} = \text{----}$
6) $62\frac{1}{4}$ % = ----	---- = ---- = ---- = ----
7) 0.5 %	$\frac{0.5}{100} = \frac{0.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{5}{1000} = \text{----}$
8) 0.23 %	$\frac{0.23}{100} = \frac{0.23 \times 100}{100 \times 10} = \text{----} = \text{----}$
9) 18.6 %	$\frac{18.6}{100} = \text{----} = \text{----} = \text{----}$
10) 70.75 %	$\frac{70.75}{100} = \text{----} = \text{----} = \text{----}$

กิจกรรม ตั้งแต่ข้อ 3-10 ให้นักเรียนพิจารณาโจทย์ปัญหาและเติมคำลงในช่องว่าง

3. ประชากรของตำบลหนึ่งมี 450 คน เป็นคนที่อายุต่ำกว่า 21 ปี 180 คน

จงหาว่าจำนวนคนที่มีอายุต่ำกว่า 21 ปี เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของประชากรทั้งหมด

แนวคิด



วิธีทำ ให้จำนวนคนที่มีอายุต่ำกว่า 21 ปี เป็น  $x$  %

อัตราส่วนของจำนวนคนที่มีอายุต่ำกว่า 21 ปี ต่อจำนวนประชากรทั้งหมดเป็น.....

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น  $x$  %  $\frac{x}{100}$

จะได้  $\frac{x}{100} = \dots$

$450 \times x = \dots$

$x = \dots$

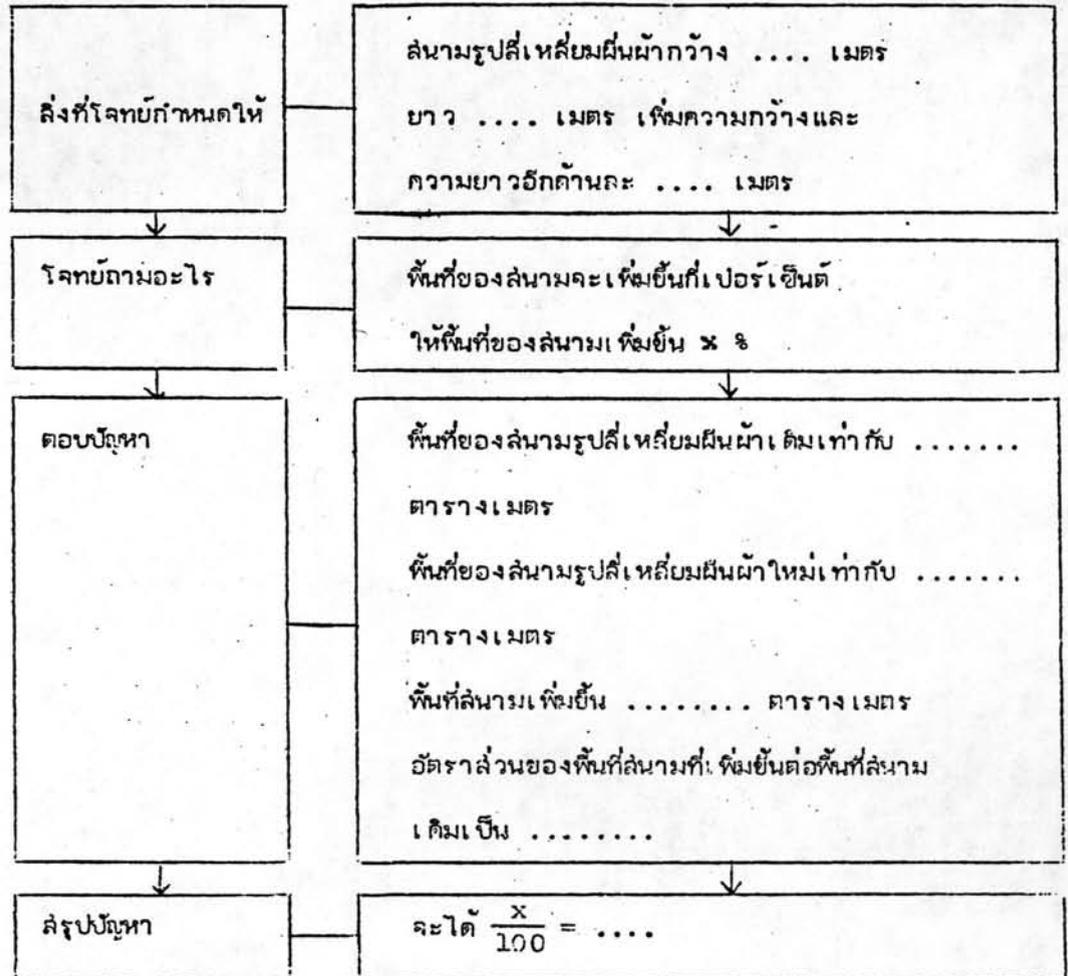
$\therefore x = \dots$

ดังนั้น จำนวนคนที่มีอายุต่ำกว่า 21 ปี คิดเป็น ..... %

ของจำนวนประชากรทั้งหมด

4. สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร ยาว 9 เมตร ถ้าเพิ่มความกว้าง และความยาวอีกด้านละ 3 เมตร พื้นที่ของสนามจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์

แนวคิด



วิธีทำ ให้ พื้นที่สนามเพิ่มขึ้น  $x$  %

พื้นที่สนามเดิมเท่ากับ ..... ตารางเมตร

พื้นที่สนามใหม่เท่ากับ ..... ตารางเมตร

ดังนั้น พื้นที่สนามที่ เพิ่มขึ้นเท่ากับ ..... ตารางเมตร

อัตราส่วนของพื้นที่สนามที่ เพิ่มขึ้นต่อพื้นที่สนามเดิมเป็น .....

อัตราส่วนดังกล่าวคือเป็น  $x$  % หรือ  $\frac{x}{100}$

จะได้  $\frac{x}{100} = \dots$

$54 \times x = \dots$

$x = \dots$

$\therefore x = \dots$

ดังนั้น พื้นที่สนามเพิ่มขึ้น .....%





7. ขายโทรทัศน์หนึ่งเครื่องราคา 5,400 บาท ได้กำไร 20 % ถ้าต้องการกำไรเพียง 15 % ต้องขายโทรทัศน์เครื่องละเท่าไร

วิธีทำ ให้ขายโทรทัศน์เครื่องละ  $x$  บาท

ขายโทรทัศน์ได้กำไร .....

นั่นคือ ถ้าราคาต้นทุนของโทรทัศน์ 100 บาท ราคาขายจะเท่ากับ

..... บาท

อัตราร้อยของต้นทุนต่อราคาขายเป็น .....

แต่ขายโทรทัศน์เครื่องละ ..... บาท

ถ้าให้ราคาต้นทุนของโทรทัศน์เครื่องละ  $y$  บาท

ดังนั้น อัตราร้อยของราคาต้นทุนต่อราคาขายเป็น .....

$$\text{จะได้ } \frac{100}{120} = \dots\dots$$

$$120 \times y = \dots\dots$$

$$y = \dots\dots$$

$$\therefore y = \dots\dots$$

ดังนั้น ราคาต้นทุนของโทรทัศน์เครื่องนี้เท่ากับ ..... บาท

ต้องการขายให้ได้กำไรเพียง ..... บาท

นั่นคือ ราคาต้นทุน 100 บาท ต้องขายในราคา ..... บาท

อัตราร้อยของราคาต้นทุนต่อราคาขายเป็น ..... บาท

ราคาต้นทุนของโทรทัศน์เครื่องนี้เท่ากับ ..... บาท

ดังนั้น อัตราร้อยของราคาต้นทุนต่อราคาขายเป็น ..... บาท

$$\text{จะได้ } \frac{100}{115} = \dots\dots$$

$$100 \times x = \dots\dots$$

$$x = \dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots$$

ดังนั้น ขายโทรทัศน์เครื่องละ ..... บาท

8. มานะฝากเงินไว้กับธนาคารออมสิน 750 บาท ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ 10 ต่อปี เมื่อครบ 6 เดือน มานะมาถอนเงินคืน อยากทราบว่าเขาจะได้รับเงินรวมทั้งสิ้นเท่าไร

วิธีทำ ให้มานะได้รับเงินดอกเบี้ย  $x$  บาท

ธนาคารให้ดอกเบี้ยร้อยละ ..... ต่อปี หรือคิดเป็นอัตราส่วน  
จะได้ .....

มานะฝากเงินไว้กับธนาคารออมสิน .....

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{x}{750} =$

$$100 \times x = \dots\dots$$

$$x = \dots\dots$$

$$\therefore x = \dots\dots$$

ดังนั้น ในเวลา 1 ปี มานะจะได้รับดอกเบี้ย ..... บาท

แต่มานะฝากเงินเพียง ..... เดือน หรือ ..... ปี

ดังนั้น มานะจะได้รับเงินดอกเบี้ยเพียง ..... บาท

ดังนั้น เมื่อมานะมาถอนเงินคืน มานะจะได้รับเงินรวมทั้งสิ้น ..... บาท

9. ประสิทธิภาพเงินประสงค้มา 900 บาท ระยะเวลา 3 ปี เสียดอกเบี้ย 324 บาท  
อยากทราบว่าประสิทธิภาพเสียดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร

วิธีทำ .....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

10. เรวัตทำงานบริษัทแห่งหนึ่งได้รับเงินเดือน ๆ ละ 6,000 บาท เมื่อสิ้นปี  
เรวัตได้รับเงินโบนัสอีก 2 เดือน เรวัตมีภรรยาที่ยังไม่มีรายได้ และมีบุตร 2 คน  
ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ 1 คน เรวัตจะต้องเสียภาษีเงินได้เท่าไร

วิธีทำ รายได้จากเงินเดือนของเรวัตตลอดปีเป็น  $6,000 \times 12 = \dots\dots$  บาท  
เงินได้จากโบนัส 2 เดือนเป็น  $2 \times 6,000 = \dots\dots$  บาท  
ดังนั้น เรวัตมีเงินได้พึงประเมิน  $\dots\dots$  บาท  
หักค่าใช้จ่าย 30 % ของเงินได้พึงประเมินแต่ไม่เกิน 40,000 บาท  
30 % ของเงินได้พึงประเมินเท่ากับ  $\frac{30}{100} \times 84,000 = \dots\dots$  บาท  
ฉะนั้น หักค่าใช้จ่ายได้  $\dots\dots$  บาท  
หักค่าใช้จ่ายแล้วเหลือเงินได้พึงประเมิน  $\dots\dots$  บาท  
หักค่าลดหย่อนส่วนตัว  $13,000$  บาท  
หักค่าลดหย่อนภรรยา  $13,000$  บาท  
หักค่าลดหย่อนบุตร  $6,000 + 8,000 = \dots\dots$  บาท  
ดังนั้น รวมค่าลดหย่อนส่วนตัว ภรรยา และบุตร เท่ากับ  
 $\dots\dots = \dots\dots$  บาท  
ฉะนั้น มีเงินสุทธิ  $\dots\dots$  บาท  
เงินสุทธิไม่เกิน 30,000 บาท เสียภาษี 7 %  
ฉะนั้น เรวัตเสียภาษีเงินได้  $\dots\dots$  บาท

11. นายสมานรับราชการเงิน เดือนละ 7,000 บาท นายสมานมีภรรยา  
ซึ่งรับราชการ เช่นเดียวกันและมีบุตรด้วยกัน 2 คน ซึ่งกำลังศึกษาอยู่ ถ้าใน  
ปีนั้นนายสมานจ่ายเงินประกันชีวิตสำหรับตนเอง 5,000 บาท นายสมานจะต้อง  
เสียภาษีเงินได้เท่าใด

วิธีทำ  $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$   
 $\dots\dots\dots$

เฉลยสมุดกิจกรรม

1. 2) 40 %

3)  $\frac{6}{25} \times \frac{4}{4} = \frac{24}{100}$  , 24 %

4)  $\frac{7}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{35}{100}$  , 35 %

5)  $\frac{31}{4} \times \frac{25}{25} = \frac{775}{100}$  , 775 %

7)  $\frac{300}{22 \times 100} = \frac{300}{22} \times \frac{1}{100} = \frac{300}{22} \%$  =  $13\frac{7}{11} \%$

8)  $\frac{26}{9} = \frac{26}{9} \times \frac{100}{100} = \frac{2,600}{9 \times 100} = \frac{2,600}{9} \times \frac{1}{100} = \frac{2,600}{9} \%$  =  $289\frac{8}{9} \%$

9)  $\frac{41}{70} = \frac{41}{70} \times \frac{100}{100} = \frac{4,100}{70 \times 100} = \frac{4,100}{70} \times \frac{1}{100} = \frac{4,100}{70} \%$  =  $58\frac{4}{7} \%$

2. 3)  $\frac{110}{100} = \frac{11}{10}$

4)  $\frac{250}{100} = \frac{5}{2}$

5)  $\frac{13}{60}$

6)  $\frac{249}{4} \times \frac{100}{100} = \frac{249}{4 \times 100} = \frac{249}{400}$

7)  $\frac{1}{200}$

8)  $\frac{23}{10,000}$

9)  $\frac{18.6}{100} = \frac{18.6 \times 10}{100 \times 10} = \frac{186}{1,000} = \frac{93}{500}$

10)  $\frac{70.75}{100} = \frac{70.75 \times 100}{100 \times 100} = \frac{7075}{10,000} = \frac{283}{400}$

3. 450, 180

$$\frac{180}{450}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{180}{450}$$

$$\frac{x}{100} = \frac{180}{450}$$

$$450 \times x = 180 \times 100$$

$$x = \frac{180 \times 100}{450}$$

$$= 40$$

40 %

4. 6, 9, 3

$$6 \times 9 = 54 \text{ ตารางเมตร}$$

$$9 \times 12 = 108 \text{ ตารางเมตร}$$

$$108 - 54 = 54 \text{ ตารางเมตร}$$

$$\frac{54}{54} = \frac{54}{54}$$

$$6 \times 9 = 54 \text{ ตารางเมตร}$$

$$9 \times 12 = 108 \text{ ตารางเมตร}$$

$$108 - 54 = 54 \text{ ตารางเมตร}$$

$$\frac{54}{54} = \frac{54}{54}$$

$$54 \times x = 54 \times 100$$

$$x = \frac{54 \times 100}{54}$$

$$x = 100$$

100 %

5. 20 % , 320 คน

$$100 \% - 20 \% = 80 \% , \frac{20}{80}$$

$$\frac{x}{320} , \frac{x}{320} = \frac{20}{80}$$

วิธีทำ ให้นักเรียนลบตก  $x$  คน

นักเรียนที่ลบตกคิดเป็น 20 %

ดังนั้น นักเรียนที่ลบบ้างเท่ากับ  $100 \% - 20 \% = 80 \%$

อัตราส่วนของเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนลบตกต่อเปอร์เซ็นต์ของนักเรียนที่ลบบ้าง

เป็น  $\frac{20}{80}$

นักเรียนที่ลบบ้างทั้งหมดมี 320 คน

$$\begin{aligned}
 \text{เขียนเป็นสัดส่วนได้เป็น} \quad \frac{x}{320} &= \frac{20}{80} \\
 80 \times x &= 20 \times 320 \\
 x &= \frac{20 \times 320}{80} \\
 x &= 80
 \end{aligned}$$

ดังนั้น มีนักเรียนสอบตก 80 คน

6. 25 % , 320 เล่ม , 17 บาท

$$320 \times 17 = 5,440 , \frac{25}{100}$$

$$\frac{x}{5,440}$$

$$\frac{x}{5,440} = \frac{25}{100}$$

วิธีทำ ให้โรงเรียนได้ส่วนลดราคาหนังสือ x บาท

โรงเรียนซื้อหนังสือคิดค่าส่ง 320 เล่ม

ราคาเล่มละ 17 บาท

รวมเป็นเงิน  $320 \times 17 = 5,440$  บาท

อัตราส่วนของราคาลดต่อราคาหนังสือเป็น  $\frac{x}{5,440}$

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น 25 % หรือ  $\frac{25}{100}$

$$\text{จะได้} \quad \frac{x}{5,440} = \frac{25}{100}$$

$$100 \times x = 25 \times 5,440$$

$$x = \frac{25 \times 5,440}{100}$$

$$\therefore x = 1,360$$

ดังนั้น โรงเรียนได้ส่วนลดราคาหนังสือ 1,360 บาท

7. 20 %

120 மார்

$$\frac{100}{120}$$

5,400

$$\frac{y}{5,400}$$

$$\frac{100}{120} = \frac{y}{5,400}$$

$$120 \times y = 5,400 \times 100$$

$$y = \frac{5,400 \times 100}{120}$$

$$\therefore y = 4,500$$

4,500

15 %

115 மார்

$$\frac{100}{115}$$

4,500

$$\frac{4,500}{x}$$

$$\frac{100}{115} = \frac{4,500}{x}$$

$$100 \times x = 115 \times 4,500$$

$$x = \frac{115 \times 4,500}{100}$$

$$= 5,175$$

5,175

8. 10

$$\frac{10}{100}$$

750

$$\frac{x}{750} = \frac{10}{100}$$

$$100 \times x = 10 \times 750$$

$$x = \frac{10 \times 750}{100}$$

$$= 75$$

75

6 เดือน หรือ  $\frac{1}{2}$  ปี

$$75 \times \frac{1}{2} = 37.50 \text{ บาท}$$

$$750 + 37.50 = 787.50 \text{ บาท}$$

9. ให้ประสิทธิภาพเสียดอกเบี้ยร้อยละ  $x$ 

ระยะเวลา 3 ปี ประสิทธิภาพเสียดอกเบี้ย 324 บาท

ดังนั้น ใน 1 ปี ประสิทธิภาพเสียดอกเบี้ย  $\frac{324}{3} = 108$  บาทอัตราส่วนของเงินดอกเบี้ยต่อจำนวนเงินที่กู้มาเป็น  $\frac{108}{900}$ เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{x}{100} = \frac{108}{900}$ 

$$900 \times x = 100 \times 108$$

$$x = \frac{100 \times 108}{900}$$

$$x = 12$$

ดังนั้น ประสิทธิภาพเสียดอกเบี้ยร้อยละ 12 ต่อปี

10.  $6,000 \times 12 = 72,000$ 

$$2 \times 6,000 = 12,000$$

$$72,000 + 12,000 = 84,000$$

25,200

25,200

$$84,000 - 25,200 = 58,800$$

$$14,000$$

$$13,000 + 13,000 + 14,000 = 40,000$$

$$58,800 - 40,000 = 18,800$$

$$\frac{7}{100} \times 18,800 = 1,316$$

11. เงินได้พึงประเมิน  $7,000 \times 12 = 84,000$  บาท

หักค่าใช้จ่าย 30 % ของเงินได้พึงประเมิน

ดังนั้น หักค่าใช้จ่าย  $\frac{30}{100} \times 84,000 = 25,200$  บาท

หักค่าใช้จ่ายแล้วเหลือเงินได้พึงประเมิน  $84,000 - 25,200 = 58,800$  บาท

หักค่าลดหย่อนสำหรับตัวเอง  $13,000$  บาท

หักค่าลดหย่อนบุตร 2 คน  $2 \times 4,000 = 8,000$  บาท

หักค่าเบี้ยประกันชีวิต  $5,000$  บาท

ดังนั้น รวมค่าลดหย่อนส่วนตัวและเบี้ยประกันชีวิต

$$13,000 + 8,000 + 5,000 = 26,000 \text{ บาท}$$

ฉะนั้น มีเงินสุทธิ  $58,800 - 26,000 = 32,800$  บาท

เงินสุทธิลำหมื่นบาทแรกเสียภาษี 7 %

ดังนั้น เงินสุทธิ 30,000 บาทแรกของนายสมานเสียภาษี

$$\frac{7}{100} \times 30,000 = 2,100 \text{ บาท}$$

เงินสุทธิส่วนที่เหลือ 30,000 บาท แต่ไม่เกิน 60,000 บาทของนายสมานเท่ากับ

$$32,800 - 30,000 = 2,800 \text{ บาท}$$

เงินสุทธิส่วนนี้เสียภาษี 10 % ซึ่งเท่ากับ  $\frac{10}{100} \times 2,800 = 280$  บาท

รวมภาษีที่นายสมานจะต้องเสีย  $2,100 + 280 = 2,380$  บาท

บัตรเนื้อหาเรื่อง อัตราส่วน และร้อยละระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ ร้อยละจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้ได้  
อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่าง ร้อยละ 15 ของ 200 มากกว่าหรือน้อยกว่าร้อยละ 12 ของ 300 อยู่เท่าไรวิธีทำ ร้อยละ 15 ของ 200เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{15}{100} = \frac{x}{200}$ 

$$100 \times x = 15 \times 200$$

$$x = \frac{15 \times 200}{100}$$

$$\therefore x = 30$$

ร้อยละ 12 ของ 300

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{12}{100} = \frac{y}{300}$ 

$$100 \times y = 12 \times 300$$

$$y = \frac{12 \times 300}{100}$$

$$\therefore y = 36$$

ดังนั้น ร้อยละ 12 ของ 300 มากกว่าร้อยละ 15 ของ 200 อยู่  $36 - 30 = 6$

ตัวอย่าง พลอยและแพรช่วยกันออกเงินซื้อหนังสือเล่มหนึ่งในราคา 50 บาท พลอยช่วยออก 20 บาทที่เหลือแพรออก อยากทราบว่าแพรออกเงินค่าหนังสือคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของราคาหนังสือ

วิธีทำ ให้แพรออกเงินค่าหนังสือ  $x$  %  
 หนังสือราคาเล่มละ 50 บาท  
 พลอยออกเงินค่าหนังสือ 20 บาท  
 ดังนั้น แพรออกเงินค่าหนังสือ  $50 - 20 = 30$  บาท  
 อัตราส่วนของจำนวนเงินที่แพรออกต่อราคาหนังสือเป็น  $\frac{30}{50}$   
 อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น  $x$  % หรือ  $\frac{x}{100}$   
 จะได้  $\frac{x}{100} = \frac{30}{50}$   
 $50 \times x = 100 \times 30$   
 $x = \frac{100 \times 30}{50}$   
 $x = 60$

ดังนั้น แพรออกเงินค่าหนังสือคิดเป็น 60 % ของราคาหนังสือ

ตัวอย่าง แม่ค้าซื้อมะม่วงมาจากสวนหนึ่ง ปรากฏว่านำไปร้อยละ 4 เขาขายที่เหลือไปในราคา 3 ผล 8 บาท ได้เงินทั้งสิ้น 320 บาท อยากทราบว่าแม่ค้าซื้อมะม่วงมาทั้งหมดเท่าใด

วิธีทำ ให้  $x$  คือ จำนวนมะม่วงที่ซื้อมา  
 $y$  คือ จำนวนมะม่วงที่ขายไป  
 แม่ค้าขายมะม่วงในราคา 3 ผล 8 บาท  
 อัตราส่วนของจำนวนมะม่วงเป็นผลต่อราคามะม่วงเป็นบาทเป็น  $\frac{3}{8}$   
 แม่ค้าขายมะม่วงได้เงินทั้งสิ้น 320 บาท  
 อัตราส่วนของจำนวนมะม่วงเป็นผลต่อราคามะม่วงเป็นบาทเป็น  $\frac{y}{320}$   
 เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้  $\frac{y}{320} = \frac{3}{8}$   
 $8 \times y = 3 \times 320$   
 $y = \frac{3 \times 320}{8}$   
 $\therefore y = 120$

ดังนั้น แม่ค้าขายมะม่วงไป 120 ผล

แม่ค้าซื้อมะม่วงมาปรากฏว่าเน่าไปร้อยละ = 4

นั่นคือ ถ้าซื้อมะม่วงมา 100 ผล จะเน่าเสีย 4 ผล

หรือ มีมะม่วงที่จะนำไปขาย  $100 - 4 = 96$  ผล

ดังนั้น อัตราส่วนของจำนวนมะม่วงที่ซื้อมาต่อจำนวนมะม่วงที่ขายไปเป็น  $\frac{100}{96}$

และ อัตราส่วนของจำนวนมะม่วงที่ซื้อมา ต่อจำนวนมะม่วงที่ขายไปจริงเป็น  $\frac{x}{120}$

จะได้  $\frac{100}{96} = \frac{x}{120}$

$$96 \times x = 120 \times 100$$

$$x = \frac{120 \times 100}{96}$$

$$x = 125$$

ดังนั้น แม่ค้าซื้อมะม่วงมา 125 ผล

ตัวอย่าง นายแดงลงทุนซื้อสารเคมีและอุปกรณ์ทำน้ำยาซักแห้งเป็นเงิน 2,500 บาท สามารถบรรจุน้ำยาใส่ขวดได้ 100 ขวด ถ้าเขาต้องการขายน้ำยาให้ได้กำไรทั้งหมด 800 บาท เขาจะต้องขายน้ำยาขวดละเท่าไร และจะมีกำไรกี่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

นายแดงลงทุนซื้อสารเคมีและอุปกรณ์ทำน้ำยาซักแห้งเป็นเงิน	2,500	บาท
ต้องการขายให้ได้กำไรทั้งหมด	800	บาท
ดังนั้น ต้องขายให้ได้เงินทั้งหมด	$2,500 + 800 = 3,300$	บาท
นายแดงบรรจุน้ำยาใส่ขวดได้	100	ขวด
ดังนั้น นายแดงจะต้องขายน้ำยาขวดละ	$\frac{3,300}{100} = 33$	บาท
ให้ นายแดงขายน้ำยาซักแห้งได้กำไร	$x$ %	
อัตราส่วนของกำไรต่อต้นทุนเป็น	$\frac{800}{2,500}$	
อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น $x$ % หรือ $\frac{x}{100}$		

$$\begin{aligned} \text{จะได้} \quad \frac{x}{100} &= \frac{800}{2,500} \\ 2,500 \times x &= 800 \times 100 \\ x &= \frac{800 \times 100}{2,500} \\ \therefore x &= 32 \end{aligned}$$

ดังนั้น นายแดงมีกำไร 32 %

ตัวอย่าง สราวุธมีภรรยาที่ยังไม่มีรายได้อีกและบุตร 1 คน ซึ่งกำลังเรียนอยู่ชั้นประถมศึกษา สราวุธทำงานอยู่ในรัฐวิสาหกิจแห่งหนึ่งได้เงินเดือนเดือนละ 8,000 บาท พอลิ้นปี ได้โบนัสอีก 15,000 บาท สราวุธบริจาคเงินการกุศลให้มูลนิธิแห่งหนึ่งเป็นเงิน 3,000 บาท สราวุธจะต้องเสียภาษีเท่าใด

วิธีทำ

รายได้จากเงินเดือนตลอดปี	8,000 × 12 = 96,000 บาท	
เงินได้จากโบนัส		15,000 บาท
ดังนั้น สราวุธมีเงินได้ทั้งประเมิน	96,000 + 15,000 = 111,000 บาท	
หักค่าใช้จ่าย 30 % ของเงินได้ทั้งประเมิน แต่ไม่เกิน 40,000 บาท		
30 % ของเงินได้ทั้งประเมินเท่ากับ	$\frac{30}{100} \times 111,000 = 33,300$	
หักค่าใช้จ่ายแล้วยังคงเหลือเงินได้ทั้งประเมิน	111,000 - 33,300 = 77,700	
หักค่าลดหย่อนส่วนตัว	13,000 บาท	
หักค่าลดหย่อนภรรยา	13,000 บาท	
หักค่าลดหย่อนบุตร	8,000 บาท	
ดังนั้น รวมค่าลดหย่อนส่วนตัวบุตรและภรรยา		
	13,000 + 13,000 + 8,000 = 34,000 บาท	
นั่นคือ เหลือเงินได้ทั้งประเมินก่อนหักลดหย่อนเงินบริจาค		
	77,700 - 34,000 = 43,700 บาท	
สราวุธมีสิทธิหักลดหย่อนเงินบริจาคได้ตามที่จ่ายจริง แต่ต้องไม่เกิน 10 % ของเงินได้ทั้งประเมินหลังจากหักค่าลดหย่อนส่วนตัวภรรยาและบุตรแล้ว		
สราวุธ บริจาคเงินให้มูลนิธิแห่งหนึ่ง	3,000 บาท	
ดังนั้น เงินสุทธิที่สราวุธต้องนำมาคำนวณภาษีเท่ากับ		
	43,700 - 3,000 = 40,700 บาท	

เงินกู้ยืมส่วนหนึ่งบาทแรกเสียภาษี 7 %

ฉะนั้น เงินได้สุทธิ 30,000 บาทแรกของสำรวจเสียภาษี

$$\frac{7}{100} \times 30,000 = 2,100 \text{ บาท}$$

เงินสุทธิส่วนที่เกิน 30,000 บาท แต่ไม่เกิน 60,000 บาท

ของสำรวจเท่ากับ  $40,700 - 30,000 = 10,700$  บาท

เงินส่วนนี้เสียภาษี 10 % ซึ่งเท่ากับ  $\frac{10}{100} \times 10,700 = 1,070$  บาท

รวมภาษีที่สำรวจจะต้องเสียเท่ากับ  $2,100 + 1,070 = 3,170$  บาท

บัตรแบบฝึกหัด

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละหรือเปอร์เซ็นต์ตามที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

แบบฝึกหัด

1. จากอัตราส่วนที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์

อัตราส่วน	เปอร์เซ็นต์
1) $\frac{1}{4}$	.....
2) $\frac{9}{10}$	.....
3) $\frac{21}{70}$	.....
4) $\frac{48}{1200}$	.....

2. จากเปอร์เซ็นต์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปของอัตราส่วน

เปอร์เซ็นต์	อัตราส่วน
1) 0.1 %	.....
2) 1.5 %	.....
3) 60 %	.....
4) 150 %	.....

## 3. ให้ฝึก เรียงเติมกำลังในช่องว่าง

3.1 ในการสอบครั้งหนึ่งคะแนนเต็ม 30 คะแนน ล้ม เกียรติสอบได้ 24 คะแนน  
คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ได้เท่าใด

วิธีทำให้ล้ม เกียรติสอบได้  $x\%$ จะได้  $\frac{x}{100} = \dots\dots\dots$ นั่นคือ  $30 \times x = \dots\dots\dots$  $x = \dots\dots\dots$  $\therefore x = \dots\dots\dots$ ดังนั้น ล้ม เกียรติ สอบได้  $\dots\dots\dots$ 

3.2 แดงเป็นนายหน้าขายที่ดินแปลงหนึ่ง ได้ค่านายหน้า 5 % ของราคาที่ดิน  
ถ้าแดงได้เงินทั้งหมด 3500 บาท ที่ดินแปลงนี้ราคาเท่าไร

วิธีทำให้ที่ดินแปลงนี้ราคา  $x$  บาทแดงได้เงินค่านายหน้าทั้งหมด  $\dots\dots$  บาทดังนั้น อัตราส่วนของเงินค่านายหน้าที่แดงได้รับต่อราคาที่ดินเป็น  $\dots\dots\dots$ อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น 5 %  $= \dots\dots$ นั่นคือ  $\frac{3500}{x} = \dots\dots$  $5 \times x = \dots\dots$  $x = \dots\dots$  $x = \dots\dots$ ดังนั้น ที่ดินแปลงนี้ราคา  $\dots\dots\dots$  บาท

3.3 ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 100 คะแนน มาณิตย์ สอบได้ 40 คะแนน  
ฉัตรชัยสอบได้คะแนนเป็น 2 เท่าของมาณิตย์ ฉัตรชัยทำข้อสอบไม่ได้คิดเป็น  
ร้อยละเท่าไร

วิธีทำ ในการล่อนวิชาคณิตศาสตร์คะแนนเต็ม ..... คะแนน  
 มาติดขลุ่ยได้ ..... คะแนน  
 ศัตรวยล่อนได้คะแนนเป็น .....  
 นั่นคือ ศัตรวยล่อนได้ ..... คะแนน  
 ดังนั้น ศัตรวยทำขลุ่ยล่อนไม่ได้ ..... คะแนน

เนื่องจากคะแนนล่อนเต็ม 100 คะแนน

ดังนั้น ศัตรวยทำขลุ่ยล่อนไม่ได้คิดเป็นร้อยละ .....

3.4 ปีตรากาลินค้าชนิดหนึ่งไว้ราคา 300 บาท แต่เวลาขายลดให้ 5% ถ้าซื้อสินค้าชนิดนี้  
มาในราคา 250 บาท อยากทราบว่า ขายสินค้าได้กำไรร้อยละเท่าไร

วิธีทำ ให้ลดราคาสินค้าชนิดนี้ ..... บาท  
 สินค้าชนิดนี้ราคา ..... บาท

ดังนั้น อัตราส่วนของราคาสดต่อราคาสินค้าเป็น .....

อัตราส่วนดังกล่าวคือเป็น 5% =  $\frac{5}{100}$

นั่นคือ  $\frac{x}{300} = \dots\dots\dots$

$100 \times x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น เวลาขายลดราคาให้ ..... บาท

ดังนั้น ขายสินค้าชนิดนี้ในราคา ..... บาท

ซื้อสินค้านี้มาในราคา ..... บาท

ขายสินค้าได้กำไร ..... บาท

ให้ขายสินค้าชนิดนี้ได้กำไร y %

จะได้ว่า  $\frac{y}{100} = \dots\dots\dots$

$250 \times y = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ขายสินค้าได้กำไร ร้อยละ .....



เฉลยบัตรแบบฝึกหัดเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ ร้อยละจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหา เกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้ได้  
อย่างถูกต้อง

เฉลย

1. 1) 25 %

2) 90 %

3) 30 %

4) 4 %

2. 1)  $\frac{1}{1000}$

2)  $\frac{3}{200}$

3)  $\frac{3}{5}$

4)  $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

3.1  $\frac{x}{100} = \frac{24}{30}$

$30 \times x = 100 \times 24$

$= \frac{100 \times 24}{30}$

$= 80$

80 %

3.2 3500

$\frac{35000}{x}$

$\times$

$\frac{5}{100}$

$\frac{3500}{x} = \frac{5}{100}$

$$\begin{aligned}
 5 \times x &= 3500 \times 100 \\
 x &= \frac{3500 \times 100}{5} \\
 x &= 70,000 \\
 70,000
 \end{aligned}$$

$$3.3 \quad 100$$

$$40$$

2 เท่าของมาดีย์

$$2(40) = 80$$

$$100 - 80 = 20$$

$$20$$

$$3.4 \quad 300$$

$$\frac{x}{300}$$

$$\frac{5}{100}$$

$$\frac{x}{300} = \frac{5}{100}$$

$$100 \times x = 5 \times 300$$

$$x = \frac{5 \times 300}{100}$$

$$x = 15$$

$$15$$

$$300 - 15 = 285$$

$$250$$

$$285 - 250 = 35$$

$$\frac{y}{100} = \frac{35}{250}$$

$$250 \times y = 35 \times 100$$

$$y = \frac{35 \times 100}{250}$$

$$y = 14$$

$$14$$

$$3.5 \quad 800$$

$$\frac{x}{800}$$

$$\frac{12}{100}$$

$$\frac{x}{800} = \frac{12}{100}$$

$$100 \times x = 12 \times 800$$

$$x = \frac{12 \times 800}{100}$$

$$x = 96$$

$$96$$

$$2\frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

$$96 \times \frac{5}{2} = 240$$

3.6	รายได้จาก เงิน เดือนตลอดปี	$4,300 \times 12 =$	51,600 บาท
	ดังนั้น บริษัทมี เงินได้พึง ประเมิน		51,600 บาท
	หักค่าใช้จ่าย 30% ของ เงินได้พึง ประเมิน		
	ดังนั้น บริษัทหักค่าใช้จ่าย	$\frac{30}{100} \times 51,600 =$	15,480 บาท
	เหลือ เงินได้พึง ประเมิน	$51,600 - 15,480 =$	36,120 บาท
	หักค่าลดหย่อนส่วนตัว		13,000 บาท
	ดังนั้น มี เงินได้สุทธิ	$36,120 - 13,000 =$	23,120 บาท
	เงินได้สุทธิไม่ กินส่วน หักเงิน บาท เสียภาษี 7%		
	ดังนั้น บริษัทต้อง เสียภาษี เงินได้	$\frac{7}{100} \times 23,120 =$	1,618.40 บาท

บัตราคสอบ

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2

หัวข้อ ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

ข้อาคสอบ

1. จากอัตราส่วนที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปของเปอร์เซ็นต์

อัตราส่วน	เปอร์เซ็นต์
1) $\frac{3}{5}$	.....
2) $\frac{7}{20}$	.....
3) $\frac{16}{35}$	.....
4) $\frac{22}{1300}$	.....

2. จากเปอร์เซ็นต์ที่กำหนดให้ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปของอัตราส่วน

อัตราส่วน	เปอร์เซ็นต์
1) 0.5 %	.....
2) 2.8 %	.....
3) 30 %	.....
4) 200 %	.....

## 3. ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

3.1 ข้อสอบปลายภาควิชาคณิตศาสตร์ มีทั้งหมด 80 ข้อ

บรรณาตอบถูก 72 ข้อ บรรณาตอบถูกก็เปอร์เซ็นต์

วิธีทำให้บรรณาตอบข้อสอบได้ถูก  $x$  %

จะได้ .....

นั่นคือ .....

..... = .....

..... = .....

ดังนั้น บรรณาตอบข้อสอบถูก .....

3.2 บริษัทขายเครื่องปรับอากาศแห่งหนึ่ง ประกาศลดราคา 40 %

ถ้านายพลต้องการซื้อเครื่องปรับอากาศ เครื่องหนึ่งซึ่งติดราคาไว้

31,900 บาท เขาจะซื้อได้ในราคาเท่าใด

วิธีทำให้ บริษัทลดราคาเครื่องปรับอากาศ  $x$  บาท

บริษัทติดราคาเครื่องปรับอากาศไว้ .....บาท

ดังนั้น อัตราส่วนของราคาลดต่อราคาที่ยึดไว้เป็น

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น 40 % = .....

นั่นคือ .....

..... = .....

..... = .....

..... = .....

ดังนั้น บริษัทลดราคา เครื่องปรับอากาศ ..... บาท

นั่นคือ นายพลจะซื้อเครื่องปรับอากาศในราคา ..... บาท

3.3 ซื้อผลไม้มา 300 ผล ราคา 750 บาท แบ่งขายไปครึ่งหนึ่ง ราคา

350 บาท จะต้องขายที่เหลือเป็นเงินเท่าใด ซึ่งจะได้กำไรทั้งหมด 9 %

วิธีทำ

ซื้อผลไม้มาราคา ..... บาท  
 แบ่งขายครึ่งหนึ่งราคา ..... บาท  
 ดังนั้น ผลไม้อีกครึ่งหนึ่งราคา ..... บาท  
 ให้ ขายผลไม้ที่เหลือให้ได้กำไร  $x$  บาท  
 ดังนั้น อัตราส่วนของกำไรต่อราคาผลไม้เป็น .....

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น  $9\%$  = .....

นั่นคือ  $\frac{x}{400} = \dots\dots\dots$

$100 \times x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ต้องขายผลไม้ที่เหลือเป็นเงิน ..... บาท

- 3.4 ล้อลงทุนขายไข่เป็ด 300 บาท ได้กำไร 45 บาท  
 จำลงทุนขายดอกไม้ 175 บาท ได้กำไร 56 บาท  
 จำได้กำไรมากกว่าล้อที่เปอร์เซ็นต์

วิธีทำ

ให้ล้อขายไข่ได้กำไร  $x\%$   
 จะได้  $\frac{x}{100} = \dots\dots\dots$

นั่นคือ  $300 \times x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

$x = \dots\dots\dots$

ดังนั้น ล้อขายไข่ได้กำไร .....%

ให้ จำขายดอกไม้ได้กำไร  $y\%$

จะได้  $\frac{y}{100} = \dots\dots\dots$

นั่นคือ  $175 \times y = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

$y = \dots\dots\dots$

ดังนั้น จำขายดอกไม้ได้กำไร .....

นั่นคือ จำขายได้กำไรมากกว่า ล้อ .....



เฉลยแบบทดสอบเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละระดับชั้น มัธยมศึกษาปีที่ 2หัวข้อ ร้อยละจุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้

ได้อย่างถูกต้อง

เฉลย

1. 1) 70 %

2) 35 %

3)  $\frac{320}{7} \% = 45\frac{5}{7} \%$

4)  $\frac{22}{13} \% = 1\frac{9}{13} \%$

2. 1)  $\frac{1}{200}$

2)  $\frac{7}{250}$

3)  $\frac{3}{10}$

4) 2

3.1  $\frac{x}{100} = \frac{72}{80}$

$$80 \times x = 72 \times 100$$

$$x = \frac{72 \times 100}{80}$$

$$x = 90$$

90 %

3.2 31,900

$$\frac{x}{31,900}$$

$$\frac{40}{100}$$

$$\frac{x}{31,900} = \frac{40}{100}$$

$$100 \times x = 400 \times 31,900$$

$$x = \frac{40 \times 31,900}{100}$$

$$x = 12,760$$

$$12,760$$

$$31,900 - 12,760 = 19,140$$

$$3.3 \quad 750$$

$$350$$

$$750 - 350 = 400$$

$$\frac{x}{400}$$

$$\frac{9}{100}$$

$$\frac{x}{400} = \frac{9}{100}$$

$$100 \times x = 9 \times 400$$

$$x = \frac{9 \times 400}{100}$$

$$x = 36$$

$$400 + 36 = 436$$

$$3.4 \quad \frac{x}{100} = \frac{45}{300}$$

$$300 \times x = 45 \times 100$$

$$x = 45 \times 100$$

$$x = \frac{45 \times 100}{300}$$

$$x = 15$$

$$15 \%$$

$$\frac{y}{100} = \frac{56}{175}$$

$$175 \times y = \frac{56 \times 100}{175}$$

$$y = 32$$

$$32 \%$$

$$32 \% - 15 \% = 17 \%$$

$$\begin{aligned}
 3.5 \quad & 336 \\
 & 2 \\
 & \frac{336}{2} = 168 \\
 & \frac{x}{100} = \frac{168}{1200} \\
 1200 \times x &= 168 \times 100 \\
 x &= \frac{168 \times 100}{1200} \\
 x &= 14 \\
 & 14 \text{ ต่อปี}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 3.6 \quad & \text{รายได้จากเงินเดือนตลอดปี} \quad 5,000 \times 12 = 60,000 \text{ บาท} \\
 & \text{รายได้จากค่านายหน้าขายที่ดิน} \quad 40,000 \text{ บาท} \\
 & \text{ดังนั้นนิเทศ์มีรายได้ทั้งหมด} \quad 60,000 + 40,000 = 100,000 \text{ บาท} \\
 & \text{หักค่าใช้จ่าย 30% ของรายได้ทั้งหมด} \\
 & \text{ฉะนั้นหักค่าใช้จ่ายได้} \quad \frac{30}{100} \times 100,000 = 30,000 \text{ บาท} \\
 & \text{หักค่าใช้จ่ายแล้วยังคงเหลือเงินได้ทั้งหมด} \\
 & \quad 100,000 - 30,000 = 70,000 \text{ บาท} \\
 & \text{ได้หักค่าลดหย่อน} \quad 13,000 + 3,000 = 21,000 \text{ บาท} \\
 & \text{ฉะนั้นมีเงินสุทธิ} \quad 70,000 - 21,000 = 49,000 \text{ บาท} \\
 & \text{เงินได้สุทธิส่วนหนึ่งบาทแรกเสียภาษี 7\%} \\
 & \text{ดังนั้น เงินสุทธิ 30,000 บาทแรกของนิเทศ์เสียภาษี} \\
 & \quad \frac{7}{100} \times 30,000 = 21,000 \text{ บาท} \\
 & \text{เงินได้สุทธิส่วนที่เหลือ 30,000 บาท แต่ไม่เกิน 60,000 บาทของนิเทศ์เท่ากับ} \\
 & \quad 49,000 - 30,000 = 19,000 \text{ บาท} \\
 & \text{เงินได้สุทธิส่วนหนึ่งเสียภาษี 10\% ซึ่งเท่ากับ} \quad \frac{10}{100} \times 19,000 = 1,900 \text{ บาท} \\
 & \text{ดังนั้น รวมภาษีที่นิเทศ์ต้องเสีย} \quad 2,100 + 1,900 = 4,000 \text{ บาท}
 \end{aligned}$$

บันทึกการ สอน

## คาบที่ 1

หัวข้อ

1. ประโยคภาษาและสัญลักษณ์
2. คำตอบของสมการและอสมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการหรืออสมการได้  
โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

1. จงเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวนต่อไปนี้

จำนวน	สัญลักษณ์
ศักดิ์อายุ $x$ ปี จงหาอายุปัจจุบันของ	
1) มารดาอายุแก่กว่าศักดิ์ 7 ปี	$x + 7$
2) ราณีอายุอ่อนกว่าศักดิ์ 5 ปี	$x - 5$
3) พ่อมีอายุสองเท่าของศักดิ์	$2x$

2. จากประโยคภาษาต่อไปนี้ จงเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) สองในสามของสิบสองเท่ากับแปด	$\frac{2}{3} (12) = 8$
2) ครึ่งหนึ่งของจำนวนหนึ่งเท่ากับหก	$\frac{1}{2} (x) = 6$
3) แปดถูกหักออกเสียสี่เหลือสี่	$8 - 4 = 4$
4) ลบสองรวมกับจำนวนหนึ่งมีค่าเท่ากับสามเท่าของจำนวนนั้น	$-2 + x = 3x$

3. จากประโยคภาษาต่อไปนี้ จงเขียนเป็นประโยคสัญลักษณ์

ประโยคภาษา	ประโยคสัญลักษณ์
1) จำนวน ๆ หนึ่ง รวมกับ 5 แล้วยังมีค่าน้อยกว่า 10	$x + 5 < 10$
2) ชก 7 ปี แมวมีอายุไม่เกิน 15 ขวบ	$m + 7 \leq 15$
3) แม้ค้าคนหนึ่งขายนกไป 9 ตัว ยังเหลือนกอย่างน้อย 6 ตัว	$t - 9 \geq 6$

4. จงหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ โดยการแทนค่าตัวแปร

สมการ	แทนค่า x	ผลลัพธ์	ทำให้สมการ		คำตอบของสมการ
			จริง	เท็จ	
1) $\frac{t}{2} = 32$	60	$\frac{60}{2} = 32$	-	✓	64
	64	$\frac{64}{2} = 32$	✓	-	
2) $3 - m = 3$	1	$3 - 1 = 3$	-	✓	0
	0	$3 - 0 = 3$	✓	-	



5. ลงหาค่าตอบของอสมการต่อไปนี้ โดยวิธีการแทนค่าตัวแปร

อสมการ	แทนค่า x	ผลลัพธ์	ทำให้อสมการ		คำตอบของอสมการ
			จริง	เท็จ	
1) $5 < x - 4$	9	$5 < 9 - 4$	-	✓	9, 5, 11
	9.5	$5 < 9.5 - 4$	✓	-	จำนวนทุกจำนวน
	11	$5 < 11 - 4$	✓	-	ที่มากกว่า 9
2) $\frac{3x}{10} \neq 6$	10	$\frac{3(10)}{10} \neq 6$	✓	-	10, 30
	20	$\frac{3(20)}{10} \neq 6$	-	✓	จำนวนทุกจำนวน
	30	$\frac{3(30)}{10} \neq 6$	✓	-	ที่ไม่เท่ากับ 20

6. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

ให้นักเรียนเติมคำลงในช่องว่าง

- หาค่าของจำนวนหนึ่ง เขียนอยู่ในรูปสัญลักษณ์ได้เป็น .....
- สัมมิเงินครึ่งหนึ่งของพ่อ แต่เมื่อรวมกันแล้วนับได้ 50 บาทพอดี เขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น .....
- ผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งกับ 8 มีค่าไม่เท่ากับสี่เท่าของจำนวนนั้น เขียนในรูปประโยคสัญลักษณ์ได้เป็น .....
- [3] ..... (เป็น/ไม่เป็น) คำตอบของสมการ  $3x + 1 = 10$
- [2] ..... (เป็น/ไม่เป็น) คำตอบของอสมการ  $-1 + 3y \leq 5$

### สื่อการเรียนรู้การสอน

- แผนภูมิสัญลักษณ์แทนจำนวน
- แผนภูมิประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ เรื่อง สมการ กับเรื่อง อสมการ
- บัตรคำประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
- แผนภูมิคำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง

### กิจกรรมการเรียนรู้

#### ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่อง จำนวน โดยคำถาม - ตอบ พร้อมกับครูเขียนจำนวนบนกระดานดำ

#### ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างจำนวนหลาย ๆ จำนวน แล้วให้นักเรียนเขียนสัญลักษณ์แทนจำนวน โดยใช้คำถาม - ตอบ พร้อมกับครูติดแผนภูมิบนกระดานดำ
2. ครูยกตัวอย่างประโยคภาษาเรื่อง สัมการ หลาย ๆ ประโยค แล้วให้นักเรียนบอกประโยคสัญลักษณ์ พร้อมกับครูติดแผนภูมิโดยคำถาม-ตอบและครูให้นักเรียนสรุปว่า ประโยคสัญลักษณ์ อาจจะมีตัวแปรหรือไม่ก็ได้
3. ครูยกตัวอย่างประโยคภาษาเรื่อง อสมการ หลาย ๆ ประโยค แล้วครูใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์จากประโยคภาษาที่ครูกำหนดให้ หลังจากนั้นครูให้นักเรียนออกมาเขียนบนกระดานดำและลองให้นักเรียนยกตัวอย่างเองบ้าง
4. ครูให้นักเรียนเล่นเกมแข่งขันการจับคู่ระหว่างประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์
5. ครูยกตัวอย่างที่ 4 พร้อมกับใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาคำตอบของสัมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร
6. ครูยกตัวอย่างที่ 5 พร้อมกับใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาคำตอบของอสมการโดยวิธีการลองแทนค่าตัวแปร

#### ขั้นสรุป

1. ครูใช้คำถาม ให้นักเรียนสรุปลักษณะของจำนวน ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ หลังจากนั้นครูติดแผนภูมิ คำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง ดังนี้

ประโยคสัญลักษณ์ เครื่องหมายเท่ากับไปรี	จงตระหนักเป็นอย่างไร ใส่ลงไปสัมการ
ประโยคสัญลักษณ์ < (น้อยกว่า) > (มากกว่า) ไป	จงประจักษ์ว่า เครื่องหมาย อีกเครื่องหมายอื่นก็มี
≤ (น้อยกว่าหรือเท่ากับ)	จะยับยออย่าหน่ายหนี
≥ (มากกว่าหรือเท่ากับ)	≠ (ไม่เท่ากับ) อสมการ

2. ให้นักเรียนลองแทนค่าตัวแปรในสมการและอสมการ แล้วให้นักเรียนสรุปการหาคำตอบของสมการและอสมการ โดยการถาม - ตอบ

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. เนื่องจากเป็นชั่วโมงซ่อมเสริมชั่วโมงแรก นักเรียนทุกคนให้ความสนใจในการเรียนดีมาก
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนทุกคนให้ความร่วมมือในการตอบคำถามดีมาก
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	3. นักเรียนทุกคนร่วมกิจกรรมดีมาก
4. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	4. นักเรียนสรุปบทเรียนได้เกือบถูกต้อง
5. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้อย่างถูกต้องประมาณ 3 - 4 ข้อ
6. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	6. มีนักเรียนประมาณ 3 ใน 4 ที่ทำแบบฝึกหัดถูกต้องเป็นส่วนใหญ่

## คาบที่ 2

หัวข้อ

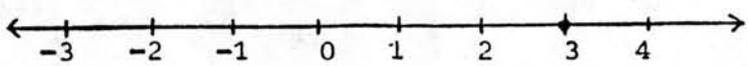
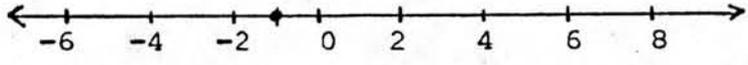
กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

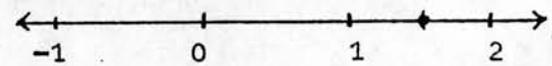
นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

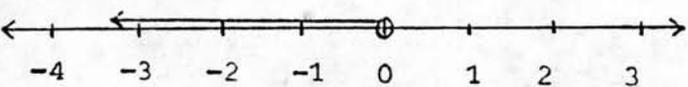
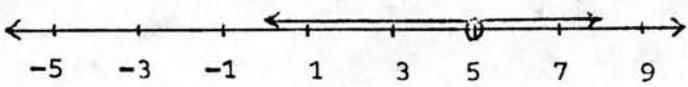
1. จากกราฟที่กำหนดให้จงเขียนอยู่ในรูปของจำนวน

	กราฟ	แสดงจำนวน
1)		3
2)		-1

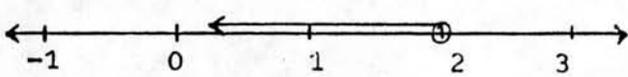
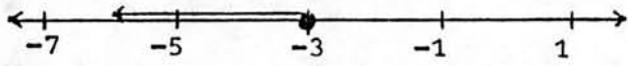
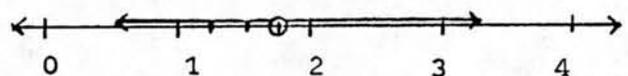
2. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการต่อไปนี้

สมการ	คำตอบของสมการ	กราฟแสดงคำตอบ
1) $x + 9 = 11$	$x = 2$	
2) $\frac{2}{3} - y = 0$	$y = \frac{2}{3}$	
3) $2 = m + 0.5$	$m = 1.5$	

3. จากกราฟที่กำหนดให้ จงเขียนอยู่ในรูปของจำนวน

กราฟ	แสดงจำนวน
1) 	จำนวนทุกจำนวนที่น้อยกว่า 0
2) 	จำนวนทุกจำนวนที่ไม่เท่ากับ 5

4. จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของอสมการต่อไปนี้

อสมการ	คำตอบของอสมการ	กราฟแสดงคำตอบ
1) $5 + x < 7$	$x < 2$	
2) $3 - m \geq 6$	$m \leq -3$	
3) $y - \frac{3}{4} \neq 1$	$y \neq 1\frac{3}{4}$	

5. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

จงเขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการต่อไปนี้

1.  $\frac{1}{5}t - 2 = 0$

2.  $s - 1 = -3$

3.  $8 < m - \frac{1}{2}$

4.  $3(x + 1) \geq 6$

### สื่อการเรียนรู้การสอน

1. แผนภูมิกราฟแสดงจำนวน
2. บัตรคำสมการและกราฟแสดงคำตอบของสมการ
3. บัตรคำอสมการและกราฟแสดงคำตอบของอสมการ

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่อง จำนวนเต็ม โดยการถาม - ตอบ
2. ครูทบทวนเรื่อง เส้นจำนวน โดยการถาม - ตอบ

#### ขั้นสอน

1. ครูคิดแผนภูมิรูปกราฟแสดงจำนวน ตามตัวอย่างในข้อ 1 แล้วให้นักเรียนบอกว่ากราฟนั้นแสดงจำนวนอะไร
2. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างจำนวนหลาย ๆ จำนวน โดยการถาม - ตอบ แล้วให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟแสดงจำนวนเหล่านั้นบนกระดานดำ
3. ครูยกตัวอย่างสมการหลาย ๆ สมการ แล้วให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ โดยการถาม - ตอบ พร้อมกับให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟแสดงคำตอบบนกระดานดำ
4. ครูให้นักเรียนเล่นเกมแข่งขันการสับคู่ระหว่างสมการและกราฟคำตอบของสมการ
5. ครูคิดแผนภูมิรูปกราฟแสดงจำนวน ตามตัวอย่างในข้อ 3 แล้วให้นักเรียนบอกว่ากราฟนั้นแสดงจำนวนอะไร
6. ครูยกตัวอย่างจำนวนที่แทนจำนวนที่มากกว่าหนึ่งจำนวน เช่น จำนวนทุกจำนวนที่อยู่ระหว่าง 2 และ 5 เป็นต้น แล้วให้นักเรียนออกมาเขียนกราฟแสดงจำนวน และลองให้นักเรียนยกตัวอย่างเองบ้าง
7. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างอสมการหลาย ๆ อสมการ แล้วให้นักเรียนหาคำตอบของอสมการ โดยการถาม - ตอบ พร้อมกับครูให้นักเรียนเขียนกราฟแสดงคำตอบ
8. ครูให้นักเรียนเล่นเกมการสับคู่ระหว่างอสมการและกราฟคำตอบของอสมการ

#### ขั้นสรุป

ครูใช้คำถาม ให้นักเรียนสรุปการเรียนรู้เขียนกราฟแสดงคำตอบของสมการและอสมการ

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความสนใจดีมาก
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ให้ความร่วมมือในการตอบคำถามดี
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรมของนักเรียน	3. นักเรียนทุกคนร่วมกิจกรรมดีมาก
4. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	4. นักเรียนส่วนใหญ่สรุปบทเรียนได้อย่างถูกต้อง
5. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	5. นักเรียนประมาณครึ่งห้องทำโจทย์พิเศษได้
6. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	2 - 3 ข้อ ใน 4 ข้อ
6. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	6. นักเรียนทำแบบฝึกหัดได้ 50%

## คาบที่ 3

หัวข้อ การแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความเท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

1. ให้นักเรียนอ่านข้อความต่อไปนี้ แล้วพิจารณาว่าข้อสรุปในแต่ละข้อใช้คุณสมบัติของการเท่ากันในข้อใด

ข้อความ	คุณสมบัติ
1) ถ้า $a + b + c = d$ แล้ว $x = a + b + c$ แล้ว $d = x$	.....
2) ถ้า $2m = 2n$ แล้ว $m = n$	.....
3) ถ้า $x + x = (1 + 1)x$ แล้ว $(x + x) + (-1) = (1 + 1)x + (-1)$	.....
4) ถ้า $p = s \times t$ แล้ว $s \times t = R$	.....

2. จงแก้สมการ  $10x + 5(x - 1)$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 10x + 5(x - 1) &= 0 \\ 10x + 5x - 5 &= 0 \\ (10 + 5)x - 5 &= 0 \end{aligned}$$

นำ 5 บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} 15x - 5 + 5 &= 0 + 5 \\ 15x &= 5 \end{aligned}$$

นำ  $\frac{1}{15}$  คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\begin{aligned} 15x \times \frac{1}{15} &= 5 \times \frac{1}{15} \\ x &= \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{ตรวจสอบ } 10\left(\frac{1}{3}\right) + 5\left(\frac{1}{3} - 1\right) = 0$$

$$\frac{10}{3} + 5\left(\frac{-2}{3}\right) = 0 \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

ดังนั้น  $\frac{1}{3}$  เป็นคำตอบของสมการ  $10x + 5(x - 1) = 0$

3. จงแก้สมการ  $x + \frac{1}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$

วิธีทำ  $x + \frac{1}{6} = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2}$

นำ  $-\frac{1}{6}$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x + \frac{1}{6} + \left(\frac{-1}{6}\right) = \frac{2x}{3} - \frac{1}{2} + \left(\frac{-1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} + \left(\frac{-3 - 1}{6}\right)$$

$$x = \frac{2x}{3} - \frac{4}{6}$$

นำ  $-\frac{2x}{3}$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$x + \left(-\frac{2}{3}x\right) = \frac{2}{3}x + \left(-\frac{2}{3}x\right) - \frac{4}{6}$$

$$\left(1 - \frac{2}{3}\right)x = -\frac{4}{6}$$

$$\frac{1}{3}x = -\frac{4}{6}$$

นำ 3 คูณทั้งสองข้างของสมการ

$$\frac{1}{3}x \times 3 = -\frac{4}{6} \times 3$$

$$x = -2$$

ตรวจสอบ  $(-2) + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}(-2) - \frac{1}{2}$

$$\frac{-12 + 1}{6} = \frac{-4}{3} - \frac{1}{2}$$

$$-\frac{11}{6} = \frac{-8 - 3}{6} \text{ ซึ่งเป็นจริง}$$

## 4. โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการต่อไปนี้ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบด้วย

$$1) \quad 3(x + 5) = -9$$

$$2) \quad x + \frac{1}{6} = \frac{2}{3}x - \frac{1}{2}$$

สื่อการเรียนการสอน

1. แผนภูมิเนื้อหาของคุณสมบัติของการบวกและการคูณ
2. แผนภูมิตัวอย่างที่ 1

กิจกรรมการเรียนการสอนขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่อง คุณสมบัติของการเท่ากัน โดยการถาม - ตอบ พร้อมกับครูติดแผนภูมิ เนื้อหาคุณสมบัติการบวกและการคูณ ครูและนักเรียนร่วมกันร้องเพลงนี้

ให้ a, b และ c นึกแทน จำนวนแท้ เป็นจำนวนใด ไม่กังษา

a เท่ากับ b c บวกสองข้างหมา a + c นา ต้องเท่ากับ b + c เอมงแยะ มงแยะ แยะมง ตะลุ่มตุ้มมง (ข้า)

ให้ a, b และ c นึกแทน จำนวนแท้ เป็นจำนวนใด ไม่กังษา

a เท่ากับ b c คูณสองข้างหมา a x c นา ต้องเท่ากับ b x c เอมงแยะ มงแยะ แยะมง ตะลุ่มตุ้มมง (ข้า)

(บุรุษ พิพิธกุล 2526 : 65)

2. ครูติดแผนภูมิตัวอย่างที่ 1 ใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนตอบให้ได้ว่าข้อความในแต่ละข้อใช้คุณสมบัติของการเท่ากันในข้อใด

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ โดยการถาม - ตอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 3 ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ โดยการถาม - ตอบ
3. ครูยกตัวอย่างสมการหลาย ๆ สมการ แล้วให้นักเรียนออกมาทำบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

ครูใช้คำถาม ให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการหาคำตอบของสมการ

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. นักเรียนประมาณ 3 ใน 4 ให้ความสนใจดี มีเพียงส่วนน้อยที่ย่อกุญในเวลาเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนที่สนใจเรียนชอบตอบคำถามของครูมากกว่านักเรียนที่ไม่สนใจเรียน
3. สังเกตจากการร่วมกิจกรรม	3. นักเรียนร่วมร้องเพลงอย่างสนุกสนาน
4. สังเกตจากการสรุบทเรียนของนักเรียน	4. นักเรียนสรุบทเรียนได้ดีพอใช้
5. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	5. มีนักเรียนเพียงครึ่งห้องเท่านั้นที่เข้าใจและสามารถทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง
6. ครูให้นักเรียนทำบัตรทดสอบเป็นการบ้าน	6. มีนักเรียนประมาณ 3 ใน 4 ที่ส่งการบ้าน และจากการตรวจการบ้าน พบว่า ยังทำการบ้านไม่ค่อยจะถูก

## คาบที่ 4

หัวข้อ โจทย์สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์สมการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

ตัวอย่าง ลู่ตามีหนังสือ 50 เล่ม เมื่อนำมาเทียบกับจำนวนหนังสือของมาลี  
ปรากฏว่าสามในห้าของจำนวนหนังสือของมาลีมากกว่าจำนวนหนังสือของลู่ตาคู่ 10 เล่ม จงหา  
จำนวนหนังสือของมาลี

<u>วิธีทำ</u>	สมมติให้ มาลีมีหนังสือ	$x$	เล่ม
	ลู่ตามีหนังสือ	50	เล่ม
	สามในห้าของจำนวนหนังสือของมาลี	$\frac{3}{5}x$	เล่ม
	สามในห้าของจำนวนหนังสือของมาลีมากกว่าจำนวนหนังสือ ของลู่ตาคู่ 10 เล่ม		
	ดังนั้น สมการที่ได้คือ	$\frac{3}{5}x - 50 = 10$	
		$\frac{3x - 250}{5} = 10$	
		$3x - 250 = 50$	
		$3x - 250 + 250 = 50 + 250$	
		$3x = 300$	
		$x = \frac{300}{3}$	
		$\therefore x = 100$	

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 100 ในสมการ  $\frac{3}{5}x - 50 = 10$   
จะได้  $\frac{3}{5}(100) - 50 = 10$  ซึ่งเป็นจริง  
ดังนั้น มาลีมีหนังสือ 100 เล่ม

ตัวอย่าง มานพมีอายุมากกว่าสำนิตย์ 3 ปี ถ้า  $\frac{4}{5}$  ของอายุของสำนิตย์เท่ากับ 32 ปี  
 มานพมีอายุเท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ มานพมีอายุ  $x$  ปี  
 ถ้า  $\frac{4}{5}$  ของอายุของสำนิตย์เท่ากับ 32 ปี  
 ดังนั้น สำนิตย์มีอายุ  $32 \times \frac{5}{4} = 40$  ปี  
 (ตรวจสอบ  $\frac{4}{5} (40) = 32$  เป็นจริง)  
 มานพมีอายุมากกว่าสำนิตย์ 3 ปี  
 ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $x - 40 = 3$   
 $x - 40 + 40 = 3 + 40$   
 $\therefore x = 43$

ตรวจสอบ แทน  $x$  ด้วย 43 ในสมการ  $x - 40 = 3$

จะได้  $43 - 40 = 3$  ซึ่งเป็นจริง

ดังนั้น มานพมีอายุ 43 ปี

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. สองเท่าของจำนวนหนึ่งรวมกับ 3 ได้ผลลัพธ์เป็น 19 จงหาจำนวนนั้น ๆ
2. สนามฟุตบอลมีด้านยาวยาวกว่า 2 เท่าของด้านกว้างอยู่ 4 เมตร ถ้าด้านยาวยาว 200 เมตร ด้านกว้างยาวเท่าไร

### สื่อการเรียนรู้การสอน

แผ่นภาพโปสเตอร์ใส

### กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนเรื่อง ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์ด้วยการถาม - ตอบ
2. ครูทบทวนการหาคำตอบของสมการ โดยให้นักเรียนหาคำตอบของสมการจากสมการที่ครูกำหนดให้

ชั้นลื่อน

1. ครูยกตัวอย่างโจทย์ลิมการหลาย ๆ ข้อ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์ โดยการถาม - ตอบ พร้อมกับครูวาดภาพประกอบ
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 พร้อมกับครูวาดภาพประกอบ ให้นักเรียนช่วยกันคิดและแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง
3. จากข้อ 1 ครูให้นักเรียนหาคำตอบจากโจทย์ลิมการ โดยการถาม - ตอบ พร้อมทั้งตรวจสอบคำตอบ

ชั้นสรุป

ครูใช้คำถาม ให้นักเรียนช่วยกันสรุปวิธีการหาคำตอบจากโจทย์ลิมการ

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. เนื่องจากชั่วโมงนี้ครูใช้แผ่นภาพโป่งใส่ยังไม่ครบคนใดใ้มาก่อน ให้นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนมากขึ้น
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่ตั้งใจตอบคำถามของครู โดยเฉพาะนักเรียนที่นั่งอย่างหน้าห้อง
3. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	3. นักเรียนสรุปบทเรียนไม่ค่อยได้ ครูจึงช่วยสรุป
4. ครูให้นักเรียนทำโจทย์ที่คล้ายชั่วโมง	4. นักเรียนทำโจทย์ที่คล้ายได้เพียง 1 ข้อ
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	5. มีนักเรียนเพียงครึ่งห้องที่ส่งการบ้าน และที่ส่งมาพบว่าโจทย์ปัญหาที่ยาก ๆ นักเรียนจะทำไม่ค่อยได้

## คาบที่ 5

หัวข้อ

การแก้สมการอย่างง่าย

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถไขข้อสงสัยของความไม่เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่างที่ 1 จงแก้สมการ  $t - \frac{2}{3} \gg \frac{4}{9}$ วิธีทำ นำ  $\frac{2}{3}$  บวกทั้งสองข้างของสมการ

$$t - \frac{2}{3} + \frac{2}{3} \gg \frac{4}{9} + \frac{2}{3}$$

$$t \gg \frac{4+6}{9}$$

$$\therefore t \gg \frac{10}{9} = 1\frac{1}{9}$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า  $1\frac{1}{9}$  เช่น 2,  $1\frac{5}{9}$  ไปแทน  $t$  ใน

$$t - \frac{2}{3} \gg \frac{4}{9} \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น ทุก ๆ จำนวนที่มากกว่าหรือเท่ากับ  $1\frac{1}{9}$  เป็นคำตอบของสมการ

$$t - \frac{2}{3} \gg \frac{4}{9}$$

ตัวอย่างที่ 2 เมื่อบานแม่ค้าขายส้มได้จำนวนหนึ่ง ซึ่งน้อยกว่าวันนี้ซึ่งขายได้ 43

กิโลกรัม แต่เมื่อนับรวมกันแล้วแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 80 กิโลกรัม อยากทราบว่าเมื่อบานนี้แม่ค้าขายส้มได้เท่าไร

วิธีทำ สมมติให้ เมื่อบานแม่ค้าขายส้มได้  $x$  กิโลกรัม

วันนี้ขายส้มได้ 43 กิโลกรัม

เมื่อนับรวมกันแล้วแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 80 กิโลกรัม

ดังนั้น สมการที่ได้คือ  $x + 43 > 80$ 

$$x + 43 - 43 > 80 - 43$$

$$\therefore x > 37$$

ตรวจสอบ เมื่อนำจำนวนใด ๆ ที่มากกว่า 37 เช่น 36 ไปแทน  $x$  ใน

$$x + 43 > 80 \text{ จะได้ประโยคที่เป็นจริง}$$

ดังนั้น เมื่อบานแม่ค้าขายส้มได้มากกว่า 37 กิโลกรัม แต่ไม่มากกว่า 43 กิโลกรัม

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. จงแก้สมการ  $8(3 - y) < 7$
2. ปัจจุบันพ่ออายุมากกว่าแม่ 6 ปี เมื่อ 2 ปีที่แล้วอายุของพ่อ และอายุของแม่นับรวมกันได้ไม่ถึง 90 ปี อยากทราบว่า ปัจจุบันพ่อและแม่อายุเท่าใด

### สื่อการเรียนการสอน

แผ่นภาพโปรงใส

### กิจกรรมการเรียนการสอน

#### ขั้นนำ

1. ครูทบทวนการหาคำตอบของสมการ โดยครูยกตัวอย่างสมการและให้นักเรียนหาคำตอบ ด้วยการถาม - ตอบ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ
2. ครูทบทวนคุณสมบัติการบวกและการคูณของความไม่เท่ากัน โดยการถาม - ตอบ พร้อมกับครูยกคำประพันธ์ประเภทร้อยกรอง ดังนี้

ให้ $a, b$ และ $c$	เป็นเครื่องหมายจำนวนใด
$a$ น้อยกว่า $b$ โขรี	คิดต่อไป $a$ บวก $c$
จะน้อยกว่าอะไร	จงจำไว้อย่าหน่ายหนี
น้อยกว่า $b$ บวก $c$	กลัวให้ตีไม่ยากเลย

(บุพิน วิทยุกุล 2528 : 21)

#### ขั้นสอน

1. จากขั้นนำ ครูเปลี่ยนเครื่องหมายสมการจาก "=" เป็น " $<$ ", " $>$ ", " $\leq$ ", " $\geq$ ", " $\neq$ " ให้นักเรียนหาคำตอบ โดยการถาม - ตอบ พร้อมเขียนกราฟแสดงคำตอบ
2. ครูยกตัวอย่างสมการหลาย ๆ สมการ ให้นักเรียนหาคำตอบ โดยการถาม - ตอบ พร้อมทั้งเขียนกราฟแสดงคำตอบ
3. ครูยกตัวอย่างโจทย์สมการหลาย ๆ ข้อ พร้อมกับวาดภาพประกอบ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูปประโยคสัญลักษณ์
4. จากข้อ 3 ครูให้นักเรียนหาคำตอบของโจทย์สมการ โดยการถาม - ตอบ พร้อมทั้งตรวจล่อบคำถาม

#### ขั้นสรุป

ครูใช้คำถาม ให้นักเรียนสรุปวิธีการหาสมการและโจทย์สั่งการ

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. ดัน ๆ ชั่วโงงนักเรียนสนใจ เรียนดี แต่
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	ท้ายชั่วโงงนักเรียนที่นั่งอยู่หลังห้อง ไม่ค่อย
3. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	สนใจเรียน
4. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	2. นักเรียนที่นั่งเรียนอยู่ข้างหน้า จะตอบ
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรทดสอบเป็นการบ้าน	คำถามครูมากกว่า ครูจึงต้องเรียกนักเรียน
	หลังห้องตอบบ้าง
	3. นักเรียนสรุปไม่ค่อยได้ ครูจึงช่วยสรุป
	4. นักเรียนส่วนใหญ่ ยังทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง
	ไม่ค่อยได้
	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำการบ้านไม่ค่อยได้

## คาบที่ 6

หัวข้อ

1. อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน
2. อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

ให้นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนตามโจทย์ที่ต้องการได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่างที่ 1

เขียนอัตราส่วนแทนอัตราได้ดังนี้

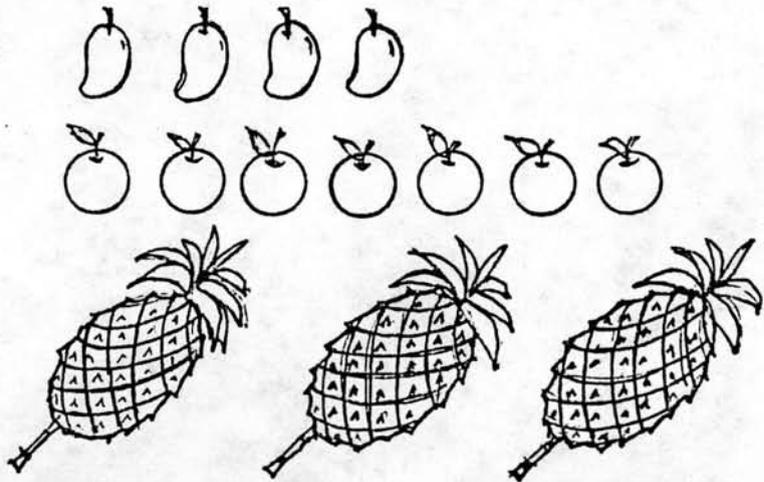
เช่น มะพร้าว 3 ลูก 10 บาท

ดังนั้น จำนวนมะพร้าวเป็นผลต่อจำนวนเงินเป็นบาทเขียนได้เป็น

$$3 : 10 \text{ หรือ } \frac{3}{10}$$

ลุ่มดเล่มละ 6 บาท

ดังนั้น จำนวนลุ่มดต่อจำนวนเงินเป็น  $1 : 6$  หรือ  $\frac{1}{6}$

ตัวอย่างที่ 2

จากรูปสามารถเขียนอัตราส่วนแสดงการเปรียบเทียบได้ดังนี้

- 1) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนส้มเป็น  $4 : 7$  หรือ  $\frac{4}{7}$
- 2) จำนวนส้มต่อจำนวนสัปรดเป็น  $7 : 3$  หรือ  $\frac{7}{3}$
- 3) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนสัปรดเป็น  $4 : 3$  หรือ  $\frac{4}{3}$
- 4) จำนวนสัปรดต่อจำนวนส้มเป็น  $3 : 7$  หรือ  $\frac{3}{7}$
- 5) จำนวนมะม่วงต่อจำนวนส้มต่อจำนวนสัปรดเป็น  $4 : 7 : 3$
- 6) จำนวนส้มต่อจำนวนสัปรดต่อจำนวนมะม่วงเป็น  $7 : 3 : 4$

การหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

เมื่อกำหนดอัตราส่วนให้ สามารถหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้ โดยใช้หลักการต่อไปนี้

หลักการคูณ เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน และนำจำนวนที่เท่ากันมาคูณทั้งเศษและส่วนแล้ว อัตราส่วนใหม่ที่เกิดขึ้นจะ เท่ากับอัตราส่วนเดิม

หลักการหาร เมื่อเขียนอัตราส่วนในรูปเศษส่วน และนำจำนวนที่เท่ากันมาหารทั้งเศษและส่วนแล้ว อัตราส่วนใหม่ที่เกิดขึ้นจะ เท่ากับอัตราส่วนเดิม

ตัวอย่างที่ 3 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{2}{3}$  โดยใช้หลักการคูณ

วิธีทำ  $\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times \frac{2}{2} = \frac{4}{6}$  หรือ  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

ดังนั้น  $\frac{4}{6}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{2}{3}$

ตัวอย่างที่ 4 จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วน  $\frac{45}{15}$  โดยใช้หลักการหาร

วิธีทำ  $\frac{45}{15} = \frac{45}{15} \div \frac{15}{15} = \frac{3}{1}$  หรือ  $\frac{45}{15} = \frac{3}{1}$

ดังนั้น  $\frac{3}{1}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากับ  $\frac{45}{15}$

การตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนใด ๆ

สามารถตรวจสอบการเท่ากันของอัตราส่วนสองอัตราส่วนใด ๆ ได้ โดยใช้การคูณไขว้

ดังนี้

พิจารณาผลคูณไขว้ของอัตราส่วน  $\frac{a}{b}$  กับ  $\frac{c}{d}$

$$\frac{a}{b} \begin{array}{c} \swarrow \searrow \\ \searrow \swarrow \\ \swarrow \searrow \\ \searrow \swarrow \end{array} \frac{c}{d}$$

- 1) ถ้า  $ad = bc$  แล้ว  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
- 2) ถ้า  $ad \neq bc$  แล้ว  $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$
- 3) ถ้า  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  แล้ว  $ad = bc$
- 4) ถ้า  $\frac{a}{b} \neq \frac{c}{d}$  แล้ว  $ad \neq bc$

ตัวอย่างที่ 5 อัตราส่วน  $\frac{6}{9}$  และ  $\frac{18}{27}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากันหรือไม่

วิธีทำ พิจารณาผลคูณไขว้  $\frac{6}{9} \leftrightarrow \frac{18}{27}$

$$\text{จะได้ } 6 \times 27 = 162 \text{ และ } 9 \times 18 = 162$$

$$\text{ฉะนั้น } 6 \times 27 = 9 \times 18$$

ดังนั้น  $\frac{6}{9}$  และ  $\frac{18}{27}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 6 กำหนดให้  $\frac{3}{10}$  และ  $\frac{m}{50}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

จงหาค่าของ  $m$

วิธีทำ เนื่องจาก  $\frac{3}{10}$  และ  $\frac{m}{50}$  เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

$$\begin{aligned} \text{ดังนั้น } 3 \times 50 &= m \times 10 \\ &= \frac{3 \times 50}{10} \\ &= 15 \end{aligned}$$

$$\text{นั่นคือ } m = 15$$

เมื่อมีอัตราส่วนสองอัตราส่วนใด ๆ ที่แสดงการเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งสามสิ่งเป็นคู่ ๆ สามารถเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวนจากสองอัตราส่วนนั้น โดยที่ปริมาณของสิ่งที่เป็นตัวร่วมของสองอัตราส่วนให้เป็นปริมาณที่เท่ากันโดยใช้การหาอัตราส่วนที่เท่ากัน

ตัวอย่างที่ 7 นักหนักของผิดต่อนักหนักหน้อยเป็น 3 : 5 และนักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อยเป็น 6 : 7 จงเขียนอัตราส่วนของนักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อย

วิธีทำ นักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยเป็น 3 : 5 หรือ  $\frac{3}{5}$   
 นักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อยเป็น 6 : 7 หรือ  $\frac{6}{7}$   
 นักหนักของผิดต่อนักหนักของหน้อยเป็น  $\frac{3}{5}$

$$\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{6}{6} = \frac{18}{30}$$

นักหนักของหน้อยต่อนักหนักของน้อยเป็น  $\frac{6}{7}$

$$\frac{6}{7} = \frac{6}{7} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{35}$$

น้ำหนักของผิดต่อน้ำหนักของหม้อยืนยันใหม่ได้เป็น  $18 : 30$  หรือ  $\frac{18}{30}$

น้ำหนักของหม้อยต่อน้ำหนักของน้อยยืนยันใหม่ได้เป็น  $30 : 35$  หรือ  $\frac{30}{35}$

ดังนั้น น้ำหนักของผิดต่อน้ำหนักของหม้อยต่อน้ำหนักของน้อยเป็น  $18 : 30 : 30$

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. จงหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนต่อไปนี้มาอีก 2 อัตราส่วน โดยใช้หลักการคูณ

และหลักการหาร

1)  $\frac{9}{15}$

2)  $\frac{21}{14}$

2. จงพิจารณาว่าอัตราส่วนในข้อใดเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน

1)  $\frac{4}{5}, \frac{16}{20}$

2)  $\frac{25}{60}, \frac{5}{15}$

3. กำหนดให้อัตราส่วนต่อไปนี้เป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน จงหาค่าของ  $m$

1)  $\frac{10}{12} = \frac{m}{3}$

2)  $\frac{1}{m} = \frac{7}{9}$

### สื่อการเรียนการสอน

แผนภูมิตัวอย่างที่ 2

### กิจกรรมการเรียนการสอน

#### ขั้นนำ

ครูนำเข้าสู่บทเรียนเรื่อง อัตราส่วน โดยยกตัวอย่างเรื่องอัตรา ที่เป็นเรื่องใกล้ตัว  
เช่น ครู 1 คนดูแลนักเรียนทั้งสิ้น 50 คน นักเรียน 2 คน เสียค่าโดยสาร 4 บาท

#### ขั้นสอน

1. จากตัวอย่างที่ครูยกในขั้นนำ ครูใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนอยู่ในรูป  
อัตราส่วน และครูส่องให้นักเรียนยกตัวอย่างเองบ้าง

2. ครูจัดแผนภูมิตัวอย่างที่ 2 ใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนแสดง  
การเปรียบเทียบปริมาณของสิ่งของสองสิ่ง

3. ครูยกตัวอย่างที่ 3 และ 4 ใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาอัตราส่วนที่เท่ากับ  
อัตราส่วนที่กำหนดให้ โดยใช้หลักการคูณและหลักการหาร

4. ครูยกตัวอย่างที่ 5 แล้วให้นักเรียนพิจารณาว่าอัตราส่วนที่กำหนดให้นั้นเท่ากันหรือไม่ โดยใช้หลักการคูณไขว้

5. ครูยกตัวอย่างที่ 6 ใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาค่าตัวแปรจากอัตราส่วนที่เท่ากัน

6. จากแผนภูมิตัวอย่างที่ 2 ครูให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน โดยการถาม - ตอบ

7. ครูยกตัวอย่างที่ 7 โดยใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนหลาย ๆ จำนวนจากโจทย์ที่ครูกำหนดให้ โดยให้นักเรียนนำหลักการคูณและหลักการหารมาใช้

#### ขั้นสรุป

1. ครูใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนสรุปวิธีการหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่กำหนดให้

2. ครูให้นักเรียนสรุปหลักการเขียนอัตราส่วนหลาย ๆ จำนวน โดยการถาม - ตอบ

#### การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. นักเรียนยังหน้าห้องสนใจเรียนดีแต่นักเรียนหลังห้องไม่ค่อยสนใจเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนบางกลุ่มตอบคำถามและถามคำถามครูบ่อย ๆ
3. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	3. นักเรียนบางกลุ่มสามารถสรุปบทเรียนได้อย่างถูกต้อง
4. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้ 2 ใน 3 ข้อ
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นกาบบ้าน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำกาบบ้านได้ แต่ทำถูกไม่หมดทุกข้อ

## คาบที่ 7

หัวข้อ

## สัดส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้สัดส่วนในวิทยาศาสตร์และในชีวิตประจำวัน และสามารถแก้โจทย์ปัญหาได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหา

ตัวอย่างที่ 1 รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง 90 กิโลเมตรในเวลา 3 ชั่วโมง  
รถจักรยานคันที่สองแล่นได้ระยะทาง 400 เมตร ในเวลา 1 นาที  
รถจักรยานคันไหนจะแล่นได้ไกลกว่า

วิธีทำ รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ทาง 90 กิโลเมตรในเวลา 3 ชั่วโมง  
เขียนเป็นอัตราส่วนระยะทางเป็นกิโลเมตร ต่อเวลาเป็นชั่วโมง ได้เป็น

$$90 : 3 \text{ หรือ } \frac{90}{3}$$

เขียนอัตราส่วนระยะทางเป็นเมตร ต่อเวลาเป็นนาที ได้เป็น

$$90,000 : 180$$

ให้รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง  $x$  เมตรใน 1 นาที

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{90,000}{180} = \frac{x}{1}$$

จะได้  $180 \times x = 90,000 \times 1$

$$x = \frac{90,000}{180}$$

$$= 500$$

นั่นคือรถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ระยะทาง 500 เมตร ใน 1 นาที

รถจักรยานคันที่สองแล่นได้ทาง 400 เมตร ใน 1 นาที

ดังนั้น รถจักรยานคันที่หนึ่งแล่นได้ไกลกว่า

ตัวอย่างที่ 2 อัตราส่วนของความยาวกับความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้าแห่งหนึ่ง เป็น 4 : 3 ถ้าด้านกว้างของสี่เหลี่ยมกว้าง 18 เมตร ความยาวรอบสี่เหลี่ยมจะยาวกี่เมตร

วิธีทำ อัตราส่วนของความยาวกับความกว้างของสี่เหลี่ยมผืนผ้าเป็น

$$4 : 3 \text{ หรือ } \frac{4}{3}$$

ดังนั้น ถ้าให้ความยาวของสี่เหลี่ยมเท่ากับ  $x$  เมตร

ความกว้างของสี่เหลี่ยมเท่ากับ 18 เมตร

เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้

$$\frac{4}{3} = \frac{x}{18}$$

$$\text{จะได้ } 3 \times x = 4 \times 18$$

$$x = \frac{4 \times 18}{3}$$

$$= 24$$

นั่นคือ ความยาวของสี่เหลี่ยมเท่ากับ 24 เมตร

$$\text{ความยาวรอบสี่เหลี่ยม} = 2 (\text{ความกว้าง}) + 2 (\text{ความยาว})$$

$$= 2(18) + 2(24)$$

$$= 36 + 48$$

$$= 84 \text{ เมตร}$$

นั่นคือ ความยาวรอบสี่เหลี่ยมแห่งนี้เท่ากับ 84 เมตร

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. ทองเหลืองเป็นโลหะผสมระหว่างทองแดงและสังกะสี ในอัตราส่วน 3 : 1 โดยน้ำหนัก ถ้าแข็งเทียบทองเหลืองหนัก 240 กรัม จะมีส่วนผสมของทองแดงและสังกะสีอยู่อย่างละกี่กรัม

2. แม้ค้าซื้อแดงโม่ ทุเรียน และส้มโอ มาขายในอัตราส่วน 4 : 5 : 3 ถ้าซื้อมาทั้งหมด 480 ลูก อยากทราบว่า ซื้อแดงโม่มาเท่าไร

สื่อการเรียนรู้การสอน

กิจกรรมการเรียนรู้ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่อง อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยครูให้นักเรียนยกตัวอย่างอัตราส่วน 2 - 3 อัตราส่วน แล้วให้นักเรียนหาอัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนดังกล่าว

ขั้นสอน

1. จากอัตราส่วนที่เท่ากันในแต่ละคู่ ครูใช้คำถาม - ตอบ เพื่อให้นักเรียนตอบให้ได้ว่า อัตราส่วนที่เท่ากันแต่ละคู่เรียกว่า สัดส่วน

2. ครูยกตัวอย่างอัตราส่วนที่เท่ากัน 2 - 3 คู่ เช่น  $\frac{2}{3} = \frac{a}{15}$  และ  $\frac{4}{9} = \frac{12}{m}$  และใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาค่าของตัวแปร

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 ใช้คำถาม - ตอบ ให้นักเรียนหาคำตอบ

4. ครูยกตัวอย่างโจทย์ปัญหาเรื่อง สัดส่วน หลาย ๆ ข้อ ใช้คำถาม - ตอบ เพื่อให้นักเรียนหาคำตอบ

ขั้นสรุป

ครูให้นักเรียนสรุปหลักการหาคำตอบจากโจทย์สัดส่วน โดยคำถาม - ตอบ

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนตั้งแต่มีบางคนนั่งคุยกัน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนที่เรียนเก่งจะสนใจเรียนและคอยตอบคำถามของครู
3. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	3. นักเรียนสรุปบทเรียนได้เป็นบางส่วน
4. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงได้
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรแบบฝึกหัดเป็นการบ้าน	5. นักเรียนประมาณ 3 ใน 4 ของห้องทำการบ้านได้เกือบทั้งหมดทุกข้อ

## คาบที่ 8

หัวข้อ

ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ ตามที่กำหนดให้ได้อย่างถูกต้อง

เนื้อหาตัวอย่างที่ 1 จงเขียนอัตราส่วนต่อไปนี้อยู่ในรูปเปอร์เซ็นต์

อัตราส่วน	เขียนอยู่ในรูปร้อยละ	เปอร์เซ็นต์
1. $\frac{8}{10}$	$\frac{8}{10} \times \frac{10}{10} = \frac{80}{100}$	80%
2. $\frac{1}{12}$	$\frac{1}{12} = \frac{1}{12} \times \frac{100}{100} = \frac{100}{12 \times 100} = \frac{12}{100}$	$\frac{100}{12} = 8\frac{1}{2}\%$

ตัวอย่างที่ 2 จงเขียนเปอร์เซ็นต์ต่อไปนี้อยู่ในรูปอัตราส่วน

เปอร์เซ็นต์	อัตราส่วน
1. 70%	$\frac{70}{100}$
2. 0.5%	$\frac{0.5}{100} = \frac{0.5 \times 10}{100 \times 10} = \frac{5}{1000} = \frac{1}{200}$

ตัวอย่างที่ 3 ร้อยละ 15 ของ 200 มากกว่าหรือน้อยกว่าร้อยละ 12 ของ 300 อยู่เท่าไร

วิธีทำ ร้อยละ 15 ของ 200

$$\begin{aligned} \text{เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้ } \frac{15}{100} &= \frac{x}{200} \\ 100 \times x &= 15 \times 200 \\ x &= \frac{15 \times 200}{100} \\ \therefore x &= 30 \end{aligned}$$

ร้อยละ 12 ของ 300

$$\begin{aligned} \text{เขียนเป็นสัดส่วนได้ดังนี้ } \frac{12}{100} &= \frac{y}{300} \\ 100 \times y &= 12 \times 300 \\ y &= \frac{12 \times 300}{100} \\ \therefore y &= 36 \end{aligned}$$

ดังนั้น ร้อยละ 12 ของ 300 มากกว่าร้อยละ 15 ของ 200 อยู่

$$36 - 30 = 6$$

$$36 - 30 = 6$$

ตัวอย่างที่ 4 พลอยและแพรวช่วยกันออกเงินซื้อหนังสือเล่มหนึ่งในราคา 50 บาท พลอยช่วยออก 20 บาท ที่เหลือแพรวออก อยากรทราบว่าแพรวออกเงินค่าหนังสือคิดเป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของราคาหนังสือ

วิธีทำ ให้แพรวออกเงินค่าหนังสือ  $x\%$

หนังสือราคาเล่มละ 50 บาท

พลอยออกเงินค่าหนังสือ 20 บาท

ดังนั้น แพรวออกเงินค่าหนังสือ  $50 - 20 = 30$  บาท

อัตราส่วนของจำนวนเงินที่แพรวออกต่อราคาหนังสือเป็น  $\frac{30}{50}$

อัตราส่วนดังกล่าวคิดเป็น  $x\%$  หรือ  $\frac{x}{100}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } \frac{x}{100} &= \frac{30}{50} \\ 50 \times x &= 100 \times 30 \\ x &= \frac{100 \times 30}{50} \\ x &= 60 \end{aligned}$$

ดังนั้น แพรวออกเงินค่าหนังสือคิดเป็น 60% ของราคาหนังสือ

โจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง

1. ประชากรตำบลหนึ่งมี 450 คน เป็นคนที่อายุต่ำกว่า 21 ปี 180 คน  
จงหาว่าจำนวนคนที่มิอายุต่ำกว่า 21 ปี เป็นกี่เปอร์เซ็นต์ของประชากรทั้งหมด
2. สนามรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 6 เมตร ยาว 9 เมตร ถ้าเพิ่มความกว้างและ  
ความยาวอีกด้านละ 3 เมตร พื้นที่ของสนามจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์

### สื่อการเรียนการสอน

#### กิจกรรมการเรียนการสอน

##### ขั้นนำ

ครูทบทวนเรื่องอัตราส่วนที่เท่ากัน โดยครูยกตัวอย่างอัตราส่วน แล้วให้นักเรียนหา  
อัตราส่วนที่เท่ากับอัตราส่วนที่ครูกำหนดให้มาอีก 2 - 3 อัตราส่วน

##### ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 ใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนอัตราส่วนให้อยู่ในรูป  
เปอร์เซ็นต์
2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 ใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนเขียนเปอร์เซ็นต์ให้อยู่ใน  
รูปอัตราส่วน
3. ครูยกตัวอย่างที่ 3 และ 4 ใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนคิดหาคำตอบและ  
แสดงแสดงวิธีทำที่ถูกต้อง
4. ครูยกตัวอย่างโจทย์ร้อยละหลาย ๆ ข้อ โดยการถาม - ตอบ ให้นักเรียน  
คิดหาคำตอบ

##### ขั้นสรุป

1. ครูใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนสรุปหลักการเขียนอัตราส่วน ให้อยู่ในรูป  
เปอร์เซ็นต์
2. ครูใช้การถาม - ตอบ ให้นักเรียนสรุปหลักการเขียนเปอร์เซ็นต์ ให้อยู่ในรูป  
อัตราส่วน
3. ครูให้นักเรียนสรุปวิธีการหาคำตอบจากโจทย์ร้อยละ โดยการถาม - ตอบ

การวัดและการประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากความสนใจของนักเรียน	1. มีนักเรียนประมาณครึ่งห้องที่สนใจเรียน
2. สังเกตจากการตอบคำถามของนักเรียน	2. นักเรียนที่สนใจเรียนจะตอบคำถามของครูเสมอ ๆ
3. สังเกตจากการสรุปบทเรียนของนักเรียน	3. มีนักเรียนบางกลุ่มที่สรุปบทเรียนได้
4. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมง	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษท้ายชั่วโมงไม่ได้
5. ครูให้นักเรียนทำบัตรทดสอบเป็นการบ้าน	5. นักเรียนประมาณครึ่งห้องที่ทำกา รบ้านส่ง

ภาคผนวก ค

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 204)

เรื่อง สัมการและอสมการ กับเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 204)

เรื่อง สัมการและอสมการ

เวลา 50 นาที

จำนวน 40 ข้อ 40 คะแนน

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องเพียงข้อเดียวจาก ก-ง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท (X) ให้ตรงกับข้อที่ต้องการในกระดาษคำตอบ

- หัวข้อ 1. ประโยคภาษาและประโยคสัญลักษณ์  
2. คำตอบของสมการและอสมการ

## จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบของสมการ หรืออสมการได้โดยการลองแทนค่าตัวแปรด้วยจำนวนต่าง ๆ ได้อย่างถูกต้อง

1. ข้อใดไม่ใช่สัญลักษณ์แทนจำนวน

ก.  $s \geq 0$

ข.  $\frac{1}{5} m$

ค.  $31 - 42$

ง.  $\frac{2}{3} (15)$

2. ข้อใดเป็นประโยคภาษา

ก. ล่องในลำมของจำนวนหนึ่งลบสี่

ข. ห้าเท่าของอายุของพ่อ

ค. ฉันเคยสอบวิชาคณิตศาสตร์ได้ 100 คะแนน

ง. ปริมาณเงินน้อยกว่าสิบบาท

3. ข้อใดไม่ใช่ประโยคภาษา

ก. หกบวกสิบเท่ากับสิบหก

ข. เศษหนึ่งส่วนสี่ของจำนวน ๆ หนึ่งน้อยกว่าสามสิบ

ค. ผลต่างของจำนวน ๆ หนึ่งกับห้าไม่เท่ากับสิบเจ็ด

ง. ปัจจุบันอายุ 100 ปี

4. ข้อใดไม่ใช่ประโยคสัญลักษณ์

ก.  $\frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

ข.  $\frac{8}{x} > x$

ค.  $y + 5 - \frac{1}{2} y$

ง.  $\frac{(2+m)}{-5} \neq 0$

5. ข้อใดผิด

ก. ถ้า  $x$  เป็นจำนวนที่จำนวนคู่ตัดไปคือ  $x + 2$ ข. ผลรวมของลบแปรกับจำนวน ๆ หนึ่งคือ  $(-8) + y$ ค. ถ้าคนหนึ่งอายุแก่กว่าอีกคนหนึ่งเพียง 1 ปี แต่ผลรวมของอายุทั้งสองคนเท่ากับ 18 ปี :  $x + (x + 1) = 18$ ง. ถ้า  $x$  คือความยาวของแต่ละด้านของรูปสามเหลี่ยมด้านเท่า ดังนั้นความยาวรอบรูปสามเหลี่ยมนี้เท่ากับ  $3x$

6. [ 1 ] ไม่เป็นคำตอบของสมการหรืออสมการใน

ข้อใด

ก.  $\frac{1}{2}(x - 1) > 4$

ข.  $m + \frac{1}{3}m = 0$

ค.  $w - 15 = -14$

ง.  $7k + 1 \leq 8$

7. จำนวนที่ให้ไว้ใน [ ] ในข้อใดเป็นคำตอบ

ของสมการหรืออสมการที่กำหนดให้

ก.  $\frac{3t}{10} \neq 6$  20

ข.  $-5 \leq 4y$  -2

ค.  $x - 9 = -5$  4

ง.  $5m + 3 > 18$  3

8. จำนวนที่ให้ไว้ใน [ ] ในข้อใดไม่เป็น

คำตอบของสมการหรืออสมการที่กำหนดให้

ก.  $z^3 = 1000$  10

ข.  $1 + 5x \leq 16$  4

ค.  $\frac{1}{2}(x - 3) \neq 9$  12

ง.  $-x + 5 < 5$  1

9. จากสมการและอสมการต่อไปนี้ เมื่อแทนค่า

$x = -1$  ข้อใดทำให้ค่าความจริงเป็นจริง

ก.  $x + 1 < 3x$

ข.  $6 - x = \frac{x}{2}$

ค.  $-5 > \frac{x}{2}$

ง.  $-4 + x \neq 0$

10. จากสมการและอสมการต่อไปนี้ เมื่อแทนค่า

$x = 5$  ข้อใดทำให้ค่าความจริงเป็นจริง

ก.  $x - 3.4 = 1.6$

ข.  $0.08x = 0.4$

ค.  $\frac{2(m - 5)}{3} = 0$

ง.  $\frac{x}{3} - 2 > 0$

11. จากสมการและอสมการต่อไปนี้ เมื่อแทนค่า

$x = 0$  ข้อใดทำให้ค่าความจริงเป็นเท็จ

ก.  $\frac{1}{2}x - 1.7 \gg 1.7$

ข.  $3(2x - 1) \leq 3$

ค.  $\frac{1}{8}x + 1 = 1$

ง.  $\frac{x}{3} - 2 \neq 4$

หัวข้อ กราฟแสดงคำตอบ

จุดประสงค์การเรียนรู้

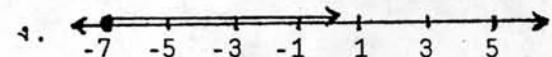
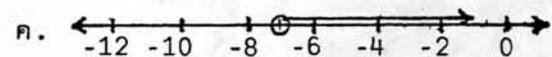
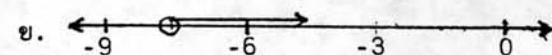
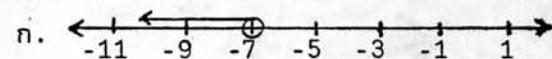
นักเรียนสามารถเขียนและอ่านกราฟ

แสดงคำตอบของสมการและอสมการที่กำหนดให้

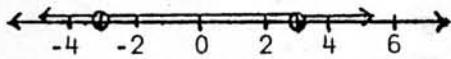
ได้อย่างถูกต้อง

12. จากกราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้ ข้อใดคือ

กราฟแสดงจำนวนที่มากกว่า -7



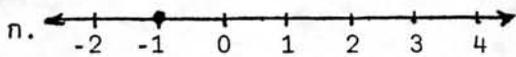
13. กราฟต่อไปนี้คือกราฟแสดงจำนวนใด



- ก. จำนวนที่มากกว่า  $2\frac{1}{2}$  และน้อยกว่า  $-2\frac{1}{2}$
- ข. จำนวนที่ไม่เท่ากับ  $-2\frac{1}{2}$  และ  $2\frac{1}{2}$
- ค. จำนวนที่มากกว่า 3 และน้อยกว่า 3
- ง. จำนวนที่ไม่เท่ากับ -3 และ 3

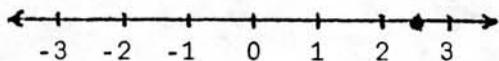
14. ข้อใดคือกราฟแสดงคำตอบของสมการ

$$-x + 3 = 2$$



15. กราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้เป็นกราฟแสดง

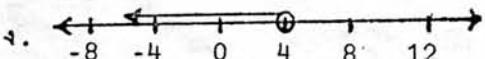
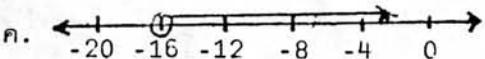
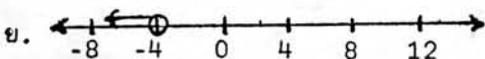
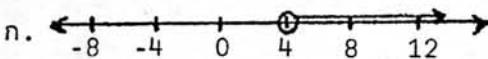
คำตอบของสมการในข้อใด



- ก.  $\frac{3}{2} = y - 1$
- ข.  $\frac{2}{3}x = 0$
- ค.  $1 = 2t$
- ง.  $m + \frac{3}{2} = 1$

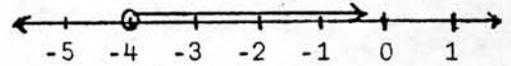
16. ข้อใดคือกราฟแสดงคำตอบของสมการ

$$s - 10 > -6$$



17. กราฟแสดงจำนวนต่อไปนี้เป็นกราฟแสดง

คำตอบของอสมการในข้อใด



- ก.  $11 < 7 - x$
- ข.  $-5 + x > -9$
- ค.  $\frac{3}{2}x > 6$
- ง.  $10 < 2(x + 1)$

หัวข้อ การแก้สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของความ

เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

18. คำตอบของสมการ  $7x - 6 = 15$  เป็นเท่าไร

- ก.  $\frac{9}{7}$
- ข. 3
- ค. 63
- ง. 147

19. คำตอบของสมการ  $y + \frac{1}{6} = 2y$  เป็นเท่าไร

- ก.  $-\frac{1}{6}$
- ข.  $\frac{1}{6}$
- ค.  $-\frac{1}{18}$
- ง.  $\frac{1}{18}$

20. ค่าตอบของสมการ  $2(y - 1) = 7$  เป็น

เท่าไร

ก. 3

ข. 4

ค.  $2\frac{1}{2}$

ง.  $4\frac{1}{2}$

21. ค่าตอบของสมการ  $2\frac{1}{3}m - 1 = 6$

เป็นเท่าไร

ก.  $\frac{5}{2}$

ข.  $\frac{7}{2}$

ค.  $\frac{15}{7}$

ง. 3

22. จากสมการต่อไปนี้ สมการในข้อใดมีคำตอบ

เหมือนกับสมการ  $1 + 5x = 21$

ก.  $7 - 2x = 1$

ข.  $\frac{3}{4}m = -3$

ค.  $\frac{18}{t} = \frac{9}{2}$

ง.  $-11 = -1 + 3y$

23. จากสมการต่อไปนี้ สมการในข้อใดมีคำตอบ

แตกต่างจากสมการ  $3y = 3$

ก.  $3y + 1 = 4$

ข.  $8(t - 1) = 0$

ค.  $4y - 3 = -1$

ง.  $\frac{-6}{y} = -6$

หัวข้อ โจทย์สมการ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาคำตอบจากโจทย์

สมการได้อย่างถูกต้อง

24. พ่อมีเงินจำนวนหนึ่ง ส่วนฉันทมีเงินครึ่งหนึ่งของพ่อ แต่เมื่อรวมกันแล้วนับได้ 60 บาท พอดี อยากทราบว่าฉันทและพ่อมีเงินคนละ

เท่าใด

ก. 15 บาท และ 45 บาท

ข. 20 บาท และ 40 บาท

ค. 30 บาท และ 30 บาท

ง. 40 บาท และ 20 บาท

25. ลวดขดหนึ่งยาว  $x$  เมตร ตัดเป็นท่อนยาว

ท่อนละ 1.5 เมตร ได้ 36 ท่อนพอดี

ลวดขดนี้ยาวเท่าใด

ก. 9

ข. 18

ค. 24

ง. 54

26. ล่องเท้าของจำนวน ๆ หนึ่งมากกว่าผลบวก

ของจำนวนนั้นกับ 7 อยู่ 2 จำนวน ๆ นั้น

เป็นเท่าใด

ก. -5

ข. 3

ค. 5

ง. 9

27. จำนวน ๆ หนึ่งเมื่อบวกด้วย 4 แล้วคูณด้วย 5 จะได้ผลลัพธ์เท่ากับเมื่อคูณจำนวนนั้นด้วย 4 แล้วบวกด้วย 15 จำนวนนั้นเป็นเท่าใด
- ก. -5  
ข. 5  
ค. 15  
ง. 20
28. ปัจจุบันพี่อายุ 10 ปี น้องอายุ 4 ปี อีก 2 ปีข้างหน้าพี่จะมีอายุเป็นกี่เท่าของน้อง
- ก. 2 เท่า  
ข. 3 เท่า  
ค. 4 เท่า  
ง. 5 เท่า

หัวข้อ การแก้สมการอย่างง่าย

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถใช้คุณสมบัติของ  
ความไม่เท่ากันแก้สมการได้อย่างถูกต้อง

29. ค่าตอบของอสมการ  $2t - 3 < 5$  เป็นเท่าใด
- ก.  $t > 1$   
ข.  $t < 1$   
ค.  $t > 4$   
ง.  $t < 4$

30. ค่าตอบของอสมการ  $8 \gg 4(y - 3)$

เป็นเท่าใด

- ก.  $y \leq -1$   
ข.  $y \leq \frac{5}{4}$   
ค.  $y \leq \frac{11}{4}$   
ง.  $y \leq 5$

31. ค่าตอบของอสมการ  $\frac{1}{2}(6 + 2k) \gg 3$

เป็นเท่าใด

- ก.  $k \gg 0$   
ข.  $k \gg \frac{3}{2}$   
ค.  $k \gg 3$   
ง.  $k \gg 6$

32. ค่าตอบของอสมการ  $3k + 4 < 3 - k$

เป็นเท่าใด

- ก.  $k < 1$   
ข.  $k < 2$   
ค.  $k < 3$   
ง.  $k < 6$

33. ข้อใดไม่ใช่คำตอบของอสมการ  $8 < 3y - 5$

- ก. 4  
ข. 5  
ค. 6  
ง. 7

34. ในการสอบวิชาหนึ่งมีนักเรียนเข้าสอบ  
จำนวนหนึ่งสอบไม่ผ่าน 13 คน แต่สอบ  
ผ่านไม่ถึง 40 คน อยากทราบว่านักเรียน  
ที่เข้าสอบกี่คน
- ก. 53 คน  
ข. มากกว่า 53 คน  
ค. น้อยกว่า 53 คน  
ง. ไม่เกิน 53 คน
35. แบ่งเงินจำนวนหนึ่งให้เด็ก 4 คน ปรากฏว่า  
เด็กได้รับเงินไม่เกินคนละ 45 บาท จำนวน  
เงินที่นำมาแบ่งนั้นมียู่อเท่าไร
- ก. น้อยกว่า 180 บาท  
ข. น้อยกว่าหรือเท่ากับ 180 บาท  
ค. น้อยกว่า 183 บาท  
ง. น้อยกว่าหรือเท่ากับ 183 บาท
36. ถ้านำ 5 มาคูณผลบวกของจำนวน ๆ หนึ่ง  
กับ 10 จะได้ผลลัพธ์อย่างน้อย 200 จำนวน  
จำนวนนั้นเป็นเท่าใด
- ก. น้อยกว่า 30  
ข. มากกว่าหรือเท่ากับ 30  
ค. มากกว่าหรือเท่ากับ 38  
ง. มากกว่าหรือเท่ากับ 50
37. นายเขี้ยวมีรายได้เพิ่มขึ้นจากรายได้เดิม  
600 บาท แต่ก็ยังน้อยกว่านายขาวซึ่ง  
มีรายได้ทั้งสิ้น 3,500 บาท อยากทราบว่า  
เดิมนายเขี้ยวมีรายได้อย่างมากที่สุดเท่าไร
- ก. 2,900      ค. 4,000  
ข. 3,000      ง. 4,100
38. ในการสอบครั้งหนึ่งคะแนนเต็ม 100  
คะแนน ถ้านาย ก. ทำคะแนนสอบวิชา  
คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้น 20 คะแนน จะทำให้  
เขาชนะนาย ข. ซึ่งสอบได้คะแนน 70  
คะแนน อยากทราบว่าในการสอบครั้งนี้  
นาย ก. ได้คะแนนเท่าไร
- ก. น้อยกว่า 50 คะแนน  
ข. 50 คะแนน  
ค. มากกว่า 50 คะแนน  
ง. ไม่เกิน 50 คะแนน
39. ปัจจุบันพ่ออายุมากกว่าแม่ 5 ปี เมื่อ 3 ปี  
ที่แล้วอายุของพ่อและอายุของแม่มีรวมกัน  
อย่างน้อย 97 ปี อยากทราบว่าปัจจุบันพ่อ  
และแม่อายุเท่าใด
- ก. พ่อมีอายุมากกว่า 54 ปี  
แม่มีอายุมากกว่า 49 ปี  
ข. พ่อมีอายุมากกว่าหรือเท่ากับ 54 ปี  
แม่มีอายุมากกว่าหรือเท่ากับ 49 ปี  
ค. พ่อมีอายุมากกว่า 103 ปี  
แม่มีอายุมากกว่า 98 ปี  
ง. พ่อมีอายุมากกว่าหรือเท่ากับ 103 ปี  
แม่มีอายุมากกว่าหรือเท่ากับ 98 ปี

40. เมื่อวานนี้แม่ค้าขายทุเรียนได้จำนวนหนึ่งซึ่งน้อยกว่าวันนี้ซึ่งขายได้ 51 ผล แต่เมื่อนับรวมกันแล้วแม่ค้าขายทุเรียนได้มากกว่า 82 ผล อยากทราบว่าเมื่อวานแม่ค้าขายทุเรียนได้เท่าไร
- ก. น้อยกว่า 31 ผล
  - ข. น้อยกว่าหรือเท่ากับ 31 ผล
  - ค. อย่างน้อย 31 ผล
  - ง. มากกว่า 31 ผล

.....

## แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้

วิชาคณิตศาสตร์ (ค 204)

เวลา 50 นาที

เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

จำนวน 40 ข้อ 40 คะแนน

คำสั่ง จงเลือกคำตอบที่ถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียวจาก ก-ง แล้วทำเครื่องหมายกากบาท ( X )

ให้ตรงกับข้อที่ต้องการในกระดาษคำตอบ

<p>หัวข้อ อัตราส่วนและอัตราส่วนที่เท่ากัน</p> <p>จุดประสงค์การเรียนรู้</p> <p>นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนได้อย่างถูกต้อง</p>	<p>3. อัตราส่วนแต่ละคู่ต่อไปนี้ คู่ใดเขียนอัตราส่วนไม่ถูกต้อง</p> <p>ก. 1 วัน ต่อ 6 ชั่วโมง = 4 : 1</p> <p>ข. 1 เมตร ต่อ 90 เซนติเมตร = 10 : 9</p> <p>ค. 10 กรัม ต่อ 1 กิโลกรัม = 10 : 1</p> <p>ง. 500 เมตร ต่อ 1 กิโลเมตร = 1 : 2</p> <p>4. จาก <math>\frac{46}{23} = \frac{13}{y}</math> ค่า <math>y</math> เป็นเท่าใด</p> <p>ก. 13</p> <p>ข. <math>6\frac{1}{2}</math></p> <p>ค. 26</p> <p>ง. <math>\frac{2}{13}</math></p> <p>5. ลู่วิ่งกระโดดได้ก้าวละ 180 เซนติเมตร แต่ลู่วิ่งกระโดดได้ก้าวละ 1.5 เมตร อัตราส่วนของการกระโดดของลู่วิ่งต่อลู่วิ่งเป็นเท่าไร</p> <p>ก. 1.5 : 180</p> <p>ข. 180 : 1.5</p> <p>ค. 5 : 6</p> <p>ง. 6 : 5</p>
<p>1. อัตราส่วนข้อใดที่ไม่เท่ากัน</p> <p>ก. 6 : 7 .... 12 : 14</p> <p>ข. 11 : 12 .... 5 : 6</p> <p>ค. 13 : 15 .... 39 : 45</p> <p>ง. 15 : 16 .... 45 : 48</p> <p>2. เมื่อเขียนอัตราส่วนเปรียบเทียบจำนวนสิ่งของที่มีหน่วยเดียวกัน ไม่จำเป็นต้องเขียนหน่วยกำกับไว้เพราะเหตุใด</p> <p>ก. อัตราส่วนคือการหาร</p> <p>ข. อัตราส่วนเป็นการแสดงการน้อยกว่าหรือมากกว่า</p> <p>ค. อัตราส่วนเป็นจำนวนนับ</p> <p>ง. อัตราส่วนเป็นการเปรียบเทียบไม่ใช่จำนวนนับ</p>	

6. ผลการสอบคณิตศาสตร์ครึ่งหนึ่งปรากฏว่า  
คะแนนต่ำสุด 36 คะแนน คะแนนสูงที่สุดห่างจาก  
คะแนนต่ำสุด 55 คะแนน อัตราส่วนของ  
คะแนนสูงที่สุดต่อคะแนนต่ำสุดเป็นเท่าใด

ก.  $36 : 55$

ข.  $55 : 36$

ค.  $91 : 36$

ง.  $36 : 91$

7. ในสวนแห่งหนึ่งมีต้นมะพร้าว 100 ต้น  
ต้นลำไย 60 ต้น ต้นมะไฟน้อยกว่า  
ต้นมะพร้าวรวมกับต้นลำไย 5 ต้น  
อัตราส่วนของต้นมะไฟต่อต้นลำไย  
เป็นเท่าไร

ก.  $5 : 60$

ข.  $155 : 60$

ค.  $160 : 60$

ง.  $165 : 60$

8. สันทรามีเงิน 7 สลึง ผู้มิตรามีเงิน 7 บาท  
อัตราส่วนจำนวนเงินของสันทราต่อผู้มิตรา  
เป็นเท่าใด

ก.  $1 : 1$

ข.  $1 : 4$

ค.  $28 : 7$

ง.  $7 : 7$

หัวข้อ อัตราส่วนของจำนวนหลาย ๆ จำนวน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาอัตราส่วนได้

อย่างถูกต้อง

9. ถ้า  $A : B = 3 : 5$  และ  $B : C =$

$1 : 3$  อัตราส่วนของ  $A : C$  เป็นเท่าไร

ก.  $1 : 3$

ข.  $1 : 5$

ค.  $3 : 3$

ง.  $5 : 1$

10. อัตราส่วนของเปิด : ไก่ =  $4 : 3$  และ

ไก่ : หมู =  $9 : 11$  อัตราส่วนระหว่าง

เปิด : ไก่ : หมู เป็นเท่าไร

ก.  $4 : 9 : 11$

ข.  $4 : 3 : 11$

ค.  $4 : 3 : 9$

ง.  $12 : 9 : 11$

11. อัตราส่วนระหว่างมะพร้าว : หมาก :

ตาล =  $8 : 6 : 15$  ข้อใดถูก

ก. มะพร้าว : หมาก =  $4 : 3$

ข. หมาก : ตาล =  $8 : 15$

ค. มะพร้าว : ตาล =  $1 : 2$

ง. ตาล = หมาก =  $6 : 15$

12. สระน้ำรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้ากว้าง 2,000  
เช่นติเมตร ยาว 100 เมตร สึก  $1\frac{1}{2}$  เมตร  
อัตราส่วนของความยาว : ความกว้าง :  
ความลึก เป็นเท่าใด  
ก.  $100 : 2,000 : 1\frac{1}{2}$   
ข.  $2,000 : 180 : 1\frac{1}{2}$   
ค.  $100 : 20 : 1\frac{1}{2}$   
ง.  $20 : 100 : 1\frac{1}{2}$
13. ีระแบ่งเงินที่แม่ให้ไว้ในแต่ละวันออกเป็น  
3 ส่วน คือ ค่าอาหาร ค่าขนม และเก็บสะสม  
ไว้ โดยคิดเป็นอัตราส่วนดังนี้ ค่าขนม :  
ค่าอาหาร = 2 : 5 ค่าขนม : เก็บสะสม  
= 3 : 2 อัตราส่วนของค่าอาหาร :  
ค่าขนม : เก็บสะสม เป็นเท่าไร  
ก. 6 : 15 : 10  
ข. 15 : 6 : 4  
ค. 5 : 3 : 2  
ง. 5 : 2 : 3
14. ปู่เคยยืมรถหนึ่งมีสูตรดังนี้ ไนโตรเจนต่อ  
ฟอสฟอรัสเป็น 2 : 3 และไนโตรเจนต่อ  
โปแตสเซียมเป็น 1 : 5 อยากทราบว่า  
อัตราส่วนของฟอสฟอรัสต่อโปแตสเซียม  
เป็นเท่าใด  
ก. 2 : 10  
ข. 3 : 5  
ค. 3 : 10  
ง. 10 : 3
15. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ สู้ตาได้  
คะแนน 6 ใน 10 สู้ใจได้คะแนน 8 ใน  
15 และดวงใจได้คะแนน 14 ใน 20  
อัตราส่วนการได้คะแนนของสู้ตา : สู้ใจ  
: ดวงใจ เป็นเท่าใด  
ก. 6 : 8 : 14  
ข. 10 : 15 : 20  
ค. 18 : 16 : 21  
ง. 36 : 32 : 40
16. น้ามะนาวมีส่วนผสมดังนี้ น้ำตาล : น้ำเป็น  
4 : 5 และน้ำตาล : น้ามะนาวเป็น  
16 : 15 อัตราส่วนของน้ำ : น้ามะนาว  
เป็นเท่าใด  
ก. 5 : 15  
ข. 5 : 16  
ค. 4 : 3  
ง. 20 : 16
17. เด็กคนหนึ่งต้องการซื้อถุงเท้า 6 คู่  
ร้าน ก บอกราคา 2 คู่ต่อ 12.50 บาท  
ร้าน ข บอกราคาถุงเท้าชนิดเดียวกัน  
3 คู่ต่อ 19.50 บาท เพื่อความประหยัด  
เขาควรจะทำอย่างไร  
ก. ซื้อถุงเท้าจากร้าน ก  
ข. ซื้อถุงเท้าจากร้าน ข  
ค. ซื้อถุงเท้าจากร้านใดร้านหนึ่ง  
เพราะไม่แตกต่างกัน  
ง. ข้อเท็จจริงที่กำหนดให้ไม่เพียงพอ  
ในการคิด

หัวข้อ สัตว์ส่วน

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถเข้าใจสัตว์ส่วนใน  
วิทยาศาสตร์ และในชีวิตประจำวันได้อย่าง  
ถูกต้อง

18. ผู้ที่ขยับนะเล็คในการวิ่งระยะทาง 1,500

เมตร ทำเวลาเพียง 3 นาทีเท่านั้น เขา  
ใช้ความเร็วเฉลี่ยวินาทีละเท่าใด

- ก.  $\frac{500}{3}$  เมตร  
ข.  $\frac{500}{3 \times 60}$  เมตร  
ค.  $\frac{1,500}{3 \times 60}$  เมตร  
ง.  $\frac{1,500}{3}$  เมตร

19. อัตราเร็วของการหมุนของแผ่นเสียงเท่ากับ  
33 รอบต่อนาที อยากทราบว่านานเท่าใด  
แผ่นเสียงจึงจะหมุนได้ 11 รอบ

- ก.  $\frac{1}{3}$  วินาที  
ข. 3 วินาที  
ค. 20 วินาที  
ง. 180 วินาที

20. ในการผสมน้ำยากำจัดแมลงมีอัตราส่วน

ดังนี้ ปริมาณน้ำ : ปริมาณยา = 20 : 3

ถ้าใช้ยา 4.5 ลิตร ต้องใช้น้ำเท่าใด

- ก.  $\frac{3 \times 4.5}{20}$  ลิตร  
ข.  $\frac{20}{3 \times 4.5}$  ลิตร  
ค.  $\frac{30 \times 3}{4.5}$  ลิตร  
ง.  $\frac{20 \times 4.5}{3}$  ลิตร

21. ในเวลาห้าเดือน ผู้รับเหมาร้างตึก

หลังหนึ่งเสร็จไป  $\frac{1}{3}$  ของตึกหลังนั้น

อยากทราบว่าถ้าผู้รับเหมาร้างตึกด้วย

อัตราคงที่นานเท่าใด ตึกหลังนี้จึงจะเสร็จ

- ก. 9 เดือน  
ข. 10 เดือน  
ค. 15 เดือน  
ง. 20 เดือน

22. เรือสำเภาหนึ่ง ถ้าวิ่งด้วยความเร็ว 100

กิโลเมตรในเวลา 1 ชั่วโมง จะใช้น้ำมัน

20 ลิตร อยากทราบว่าอัตราการเผาไหม้

ของเชื้อเพลิงใน 1 นาทีเป็นเท่าใด

- ก.  $\frac{1}{3}$  ลิตรใน 1 นาที  
ข.  $1\frac{2}{3}$  ลิตรใน 1 นาที  
ค. 3 ลิตรใน 1 นาที  
ง. 5 ลิตรใน 1 นาที

23. อายุของ ก ต่ออายุของ ข เป็น 3 : 7

อายุของ ข ต่ออายุของ ค เป็น 7 : 8

ถ้า ข มีอายุ 63 ปี ก จะมีอายุเท่าไร

- ก. 27 ปี  
ข. 28 ปี  
ค. 72 ปี  
ง. 81 ปี

24. สามเหลี่ยมรูปหนึ่งมีความยาวของด้านเป็นอัตราส่วนดังนี้  $a : b : c$  เท่ากับ  $3 : 4 : 5$  จากการวัดความยาวของด้านทั้งสามรวมกันจะยาว 48 เซนติเมตร ความยาวของด้าน  $b$  เป็นเท่าใด
- ก. 12 เซนติเมตร  
ข. 14 เซนติเมตร  
ค. 16 เซนติเมตร  
ง. 20 เซนติเมตร
25. ต้น ดึก คู่ ช่วยกันขายขนมในโรงเรียน จำนวนขนมของต้น : จำนวนขนมของดึก เป็น  $2 : 3$  และจำนวนขนมของดึกต่อจำนวนขนมของคู่เป็น  $6 : 5$  ถ้าขายขนมได้ทั้งหมด 150 ชิ้น ดึกจะขายขนมได้เท่าใด
- ก. 20 ชิ้น  
ข. 30 ชิ้น  
ค. 50 ชิ้น  
ง. 60 ชิ้น
26. ม้าตัวแรกวิ่งด้วยอัตราเร็ว 50 เมตรต่อ 1 วินาที ตัวที่สอง 160 เมตรต่อ 4 วินาที ถ้าวิ่งทางตรงระยะทาง 800 เมตร ม้าตัวใดจะชนะ และทำเวลาห่างกันเท่าใด
- ก. ม้าตัวแรกชนะ 4 วินาที  
ข. ม้าตัวแรกชนะ 20 วินาที  
ค. ม้าตัวที่สองชนะ 4 วินาที  
ง. ม้าตัวที่สองชนะ 16 วินาที

27. ในส่วนหนึ่งมีต้นเงาะ 3 แถวต่อทุก ๆ 2 แถวของต้นมังคุด ถ้ามีต้นเงาะมากกว่าต้นมังคุด 3 แถว ในส่วนแห่งนี้จะมีต้นมังคุดกี่แถว
- ก. 5 แถว  
ข. 8 แถว  
ค. 12 แถว  
ง. 15 แถว

หัวข้อ ร้อยละ

จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถแก้โจทย์ปัญหาเกี่ยวกับร้อยละ หรือเปอร์เซ็นต์ตามที่กำหนดให้ได้ถูกต้อง

28. อัตราส่วน  $320 : 2,000$  ทำเป็นเปอร์เซ็นต์ ได้เท่าใด
- ก. 16 %  
ข. 625 %  
ค.  $\frac{1}{16}$  %  
ง. 6400 %
29. 150 % เปลี่ยนให้เป็นรูปเศษส่วนได้เท่าใด
- ก.  $\frac{1}{2}$   
ข.  $1\frac{1}{2}$   
ค.  $2\frac{1}{2}$   
ง.  $1\frac{1}{3}$

30. 1.5 เปลี่ยนเป็นรูปเปอร์เซ็นต์ได้เท่าใด  
 ก.  $\frac{3}{20}$  %  
 ข.  $\frac{20}{3}$  %  
 ค. 15 %  
 ง. 150 %
31.  $\frac{28}{70}$  เปลี่ยนเป็นรูปเปอร์เซ็นต์ได้เท่าใด  
 ก. 40 %  
 ข. 0.004 %  
 ค. 250 %  
 ง.  $\frac{1}{40}$  %
32. ข้อใดตรงกับความหมายของคำว่าร้อยละ  
 ก. ขายมะม่วง 200 ผล ราคา 100 บาท  
 ข. ขายผ้า 1 ยืน ได้กำไร 3 บาท  
 ค. ฝากเงิน 100 บาท ได้ดอกเบี้ย 8 บาท  
 ง. ให้เพื่อนยืมเงิน 500 บาท ได้คืน 100 บาท
33. 10 % ของเงิน 330 บาท คิดเป็นเงินเท่าใด  
 ก. 30 บาท  
 ข. 33 บาท  
 ค. 60 บาท  
 ง. 66 บาท
34. ในการสอบครั้งหนึ่งคะแนนเต็ม 20 คะแนน สุ่มย้ายสอบได้ 17 คะแนน คิดเป็นเปอร์เซ็นต์ ได้เท่าไร  
 ก. 75 %                      ค. 82 %  
 ข. 80 %                      ง. 85 %
35. แดงเป็นนายหน้าขายที่ดินแปลงหนึ่ง ได้ค่านายหน้า 5 % ถ้าแดงได้เงินทั้งหมด 3,500 บาท ที่ดินราคาเท่าไร  
 ก. 65,000 บาท  
 ข. 66,500 บาท  
 ค. 70,000 บาท  
 ง. 73,500 บาท
36. ฝากเงินกับธนาคารออมสินไว้ 600 บาท ได้ดอกเบี้ยร้อยละ 6 ต่อปี ถ้าฝากออมสินไว้นาน  $2\frac{1}{2}$  ปี จะได้ดอกเบี้ยเท่าไร  
 ก. 36 บาท  
 ข. 72 บาท  
 ค. 80 บาท  
 ง. 90 บาท
37. สนามรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัส มีด้านยาวด้านละ 5 เมตร ถ้าเพิ่มความยาวของแต่ละด้านอีก 5 เมตร พื้นที่ของสนามจะเพิ่มขึ้นกี่เปอร์เซ็นต์  
 ก. 100 %  
 ข. 250 %  
 ค. 300 %  
 ง. 400 %

38. นายวิทย์กู้เงินนายเวทย์มา 700 บาท ระยะเวลา 2 ปี เสียดอกเบี้ย 168 บาท  
อยากทราบว่านายเวทย์คิดดอกเบี้ยร้อยละเท่าไร
- ก. 8  
ข. 10  
ค. 12  
ง. 24
39. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ คะแนนเต็ม 100 คะแนน ได้คะแนน 40 คะแนน ได้  
ได้คะแนนเป็น 2 เท่าของแต่ อยากทราบว่าได้ทำข้อสอบได้ร้อยละเท่าไร
- ก. 20  
ข. 40  
ค. 60  
ง. 80
40. ปีตราคาลินค้าชนิดหนึ่งไว้ราคา 300 บาท แต่เวลาขายลดให้ 5 % ถ้าซื้อสินค้าชนิดนี้มาใน  
ราคา 250 บาท อยากทราบว่าขายสินค้าได้กำไรเท่าไร
- ก. 15 บาท  
ข. 25 บาท  
ค. 35 บาท  
ง. 45 บาท

.....

ภาคผนวก ง

รายละเอียดการคำนวณ



ตารางที่ 6 คะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้วิชาคณิตศาสตร์ (ค 203) ประจําภาคต้นก่อนการทดลอง  
ของกํลุ่มทดลอง ( $x_1$ ) และกํลุ่มควบคุม ( $x_2$ )

กํลุ่มทดลอง				กํลุ่มควบคุม			
$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_1$	$fx_2^2$
86	1	86	7396	77	1	77	5929
85	1	85	7225	76	1	76	5776
72	1	72	5184	73	1	73	5329
69	1	69	4761	72	2	144	10368
68	1	68	4624	70	1	70	4900
64	2	128	8192	66	2	132	8712
63	2	126	7933	65	1	65	4225
61	1	61	3721	64	2	128	8192
60	2	120	7200	62	1	62	3844
58	3	174	10092	61	1	61	3721
57	1	57	3249	60	1	60	3600
56	2	112	6272	59	3	177	10443
55	1	55	3025	57	4	228	12996
54	4	216	11664	56	3	168	9408
52	2	104	5408	55	3	165	9075
51	1	51	2601	54	2	108	5832
50	4	200	10000	53	1	53	2809
48	3	144	6912	52	2	104	5408
47	2	94	4418	51	4	204	10404
46	2	92	4232	50	1	50	2500
45	1	45	2025	49	3	147	7203
44	3	132	5308	48	1	48	2304

ตารางที่ 6 (ต่อ)

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
42	1	42	1764	44	2	88	3372
41	1	41	1681	42	1	42	1764
40	1	40	1600				
$n_1 =$		$\sum fx_1 =$	$\sum fx_1^2 =$	$n_2 =$		$\sum fx_2 =$	$\sum fx_2^2 =$
44		2414	136992	44		2530	143614

1. หามัธยฐานเลขคณิต ( $\bar{X}$ )

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \bar{x}_1 &= \frac{\sum fx_1}{n_1} \\ &= \frac{2414}{44} \\ &= 54.86\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \bar{x}_2 &= \frac{\sum fx_2}{n_2} \\ &= \frac{2530}{44} \\ &= 57.50\end{aligned}$$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned}\text{สูตร } S_{x_1} &= \sqrt{\frac{n_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(44)(136992) - (2414)^2}{44(44 - 1)}} \\ &= \sqrt{105.84} \\ &= 10.29\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{สูตร } S_{x_2} &= \sqrt{\frac{n_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(44)(148614) - (2530)^2}{44(44 - 1)}} \\ &= \sqrt{73} \\ &= 8.54\end{aligned}$$

3. การทดสอบความแปรปรวน

$$H_0 : \sigma_1^2 = \sigma_2^2$$

$$\begin{aligned}F &= \frac{S_{x_1}^2}{S_{x_2}^2} \\ &= \frac{(10.29)^2}{(8.54)^2} \\ &= 1.45\end{aligned}$$

จากตาราง  $0.05 F_{43,43} = 1.67$  ค่า  $F = 1.45 < 1.67$  ดังนั้น

ความแปรปรวนของคะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 203) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 นั่นคือ นักเรียนทั้งสองกลุ่มมาจากประชากรที่มีความแปรปรวนเท่ากัน

## 4. การทดสอบค่าที (t-test)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } t &= \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}} \\ &= \frac{54.86 - 57.50}{\sqrt{\left\{ \frac{(44 - 1)(10.29)^2 + (44 - 1)(8.54)^2}{44 + 44 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{44} + \frac{1}{44} \right\}}} \\ &= -1.33 \end{aligned}$$

$$\text{กรณีสันแห่งความเป็นอิสระ} = (n_1 + n_2 - 2) = (44 + 44 - 2) = 86$$

$$\text{จากตาราง } 0.05 \ t_{36} = -1.99$$

ค่า  $t = -1.33 > -1.99$  ดังนั้น มีข้อสมมติของคะแนนผลสัมฤทธิ์การ เรียนวิชา

คณิตศาสตร์ (ค 203) ของนักเรียนทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05

นั่นคือตัวอย่างประชากรทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการเรียนไม่แตกต่างกันที่ระดับความมีนัยสำคัญ 0.05 ซึ่งจากการสุ่มผลได้ตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 1 เป็นกลุ่มทดลอง และตัวอย่างประชากรกลุ่มที่ 2 เป็นกลุ่มควบคุม

ตารางที่ 7 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การสอนรายบุคคล เรื่อง สัมการและอสมการ

ชุดการเรียนรู้การสอน รายบุคคล	คะแนนแบบฝึกหัด		คะแนนแบบทดสอบ	
	คะแนนเต็ม	คะแนนรวม	คะแนนเต็ม	คะแนนรวม
หน่วยที่ 1	14	230.0	10	160.5
หน่วยที่ 2	18	316.5	13	225.0
หน่วยที่ 3	20	350.5	20	377.5
หน่วยที่ 4	14	248.0	14	244.0
หน่วยที่ 5	20	312.5	25	419.5
รวม	86	1457.5	82	1426.5

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เรื่อง สัมการและอสมการ

มาตรฐาน 80 ตัวแรก

$$\text{สูตร } E_1 = \frac{\frac{\sum X}{N} \times 100}{A}$$

$$\sum X = 1457.50$$

$$N = 20$$

$$A = 86$$

แทนค่าจะได้

$$E_1 = \frac{\frac{1457.5}{20} \times 100}{86}$$

$$= 84.74$$

มาตรฐาน 80 ตัวหลัง

$$\text{สูตร } E_2 = \frac{\frac{\sum F}{N} \times 100}{B}$$

$$\sum F = 1426.5$$

$$N = 20$$

$$B = 82$$

แทนค่าจะได้

$$E_2 = \frac{\frac{1426.5}{20} \times 100}{82}$$

$$= 86.98$$

ตารางที่ 8 การหาประสิทธิภาพของชุดการเรียนรู้การล่อนรายบุคคล เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ชุดการเรียนรู้การล่อน รายบุคคล	คะแนนแบบฝึกหัด		คะแนนแบบทดสอบ	
	คะแนนเต็ม	คะแนนรวม	คะแนนเต็ม	คะแนนรวม
หน่วยที่ 1	10	168.5	22	364.5
หน่วยที่ 2	20	335.0	20	319.0
หน่วยที่ 3	40	747.5	40	734.0
รวม	70	1251.0	82	1417.5

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการเรียนการสอนรายบุคคล เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

มาตรฐาน 80 ตัวแรก

$$\text{สูตร } E_1 = \frac{\sum x}{N} \times \frac{100}{A}$$

$$\sum x = 1251$$

$$N = 20$$

$$A = 70$$

แทนค่าจะได้

$$E_1 = \frac{1251}{20} \times \frac{100}{70}$$

$$= 89.36$$

มาตรฐาน 80 ตัวหลัง

$$\text{สูตร } E_2 = \frac{\sum F}{N} \times \frac{100}{B}$$

$$\sum F = 1417.5$$

$$N = 20$$

$$B = 82$$

แทนค่าจะได้

$$E_2 = \frac{1417.5}{20} \times \frac{100}{82}$$

$$= 86.43$$

ตารางที่ 9 ค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
การเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง สัมการและอสมการ

ข้อที่	$R_u$	$R_l$	$p$	$r$	ข้อที่	$R_u$	$R_l$	$p$	$r$
1	16	11	0.54	0.20	21	13	7	0.40	0.24
2	12	5	0.34	0.28	22	16	8	0.48	0.32
3	20	13	0.66	0.28	23	20	11	0.62	0.36
4	16	8	0.48	0.32	24	17	7	0.48	0.40
5	21	13	0.68	0.32	25	19	11	0.60	0.32
6	17	11	0.56	0.24	26	19	13	0.64	0.24
7	21	14	0.70	0.28	27	16	9	0.50	0.28
8	23	16	0.78	0.28	28	14	5	0.38	0.36
9	17	4	0.42	0.52	29	18	10	0.56	0.32
10	19	10	0.58	0.36	30	15	8	0.46	0.28
11	15	8	0.46	0.28	31	13	7	0.40	0.24
12	14	8	0.44	0.24	32	16	9	0.50	0.28
13	21	11	0.64	0.40	33	17	11	0.56	0.24
14	15	7	0.44	0.32	34	18	10	0.56	0.32
15	14	8	0.44	0.24	35	18	7	0.50	0.44
16	15	8	0.46	0.28	36	20	9	0.58	0.44
17	15	6	0.42	0.36	37	16	10	0.52	0.24
18	22	14	0.72	0.32	38	18	11	0.58	0.28
19	17	6	0.46	0.44	39	17	7	0.48	0.40
20	16	5	0.42	0.44	40	17	10	0.54	0.28

การหาความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204)

ตารางที่ 10 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) และอัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง สัมการและอสมการ

ข้อที่	$P_u$	$P_l$	p	q	pq
1	16	11	0.54	0.46	0.25
2	12	5	0.34	0.66	0.22
3	20	13	0.66	0.34	0.22
4	16	8	0.48	0.52	0.25
5	21	13	0.68	0.32	0.22
6	17	11	0.56	0.44	0.25
7	21	14	0.70	0.30	0.21
8	23	16	0.78	0.22	0.17
9	17	4	0.42	0.58	0.24
10	19	10	0.58	0.42	0.24
11	15	8	0.46	0.54	0.25
12	14	8	0.44	0.56	0.25
13	21	11	0.64	0.36	0.23
14	15	7	0.44	0.56	0.25
15	14	8	0.44	0.56	0.25
16	15	8	0.46	0.54	0.25
17	15	6	0.42	0.58	0.24
18	22	14	0.72	0.28	0.20
19	17	6	0.46	0.54	0.25
20	16	5	0.42	0.58	0.24
21	13	7	0.40	0.60	0.24

ตารางที่ 10 (ต่อ)

ข้อที่	$P_u$	$P_l$	$p$	$q$	$pq$
22	16	8	0.48	0.52	0.25
23	20	11	0.62	0.38	0.24
24	17	7	0.48	0.52	0.25
25	19	11	0.60	0.40	0.24
26	19	13	0.64	0.36	0.23
27	16	9	0.50	0.50	0.25
28	14	5	0.38	0.62	0.24
29	18	10	0.56	0.44	0.25
30	15	8	0.46	0.54	0.25
31	13	7	0.40	0.60	0.24
32	16	9	0.50	0.50	0.25
33	17	11	0.56	0.44	0.25
34	18	10	0.56	0.44	0.25
35	18	7	0.50	0.50	0.25
36	20	9	0.58	0.42	0.24
37	16	10	0.52	0.48	0.25
38	18	11	0.58	0.42	0.24
39	17	7	0.48	0.52	0.25
40	17	10	0.54	0.46	0.25

$\Sigma pq = 9.58$

การคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้  
 ของนักเรียนวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง สัมการและอสมการ

x	f	fx	fx <sup>2</sup>
35	1	35	1225
34	1	34	1156
33	1	33	1089
31	2	62	1922
30	1	30	900
29	2	48	1682
28	3	84	2352
27	1	27	729
25	4	100	2500
24	2	48	1152
23	4	92	2116
22	2	44	968
21	1	21	441
20	4	80	1600
19	3	57	1083
18	1	18	324
17	4	68	1156
16	1	16	256
15	2	30	450
13	3	39	507
12	5	60	720
11	2	22	242
		$\sum fx = 1058$	$\sum fx^2 = 24570$

1. ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การ เรียนของเมธีรุมวิษาคณิตศาสตร์  
(ค 204) เรื่อง สัมการและอสมการ

$$\begin{aligned}
 s_x^2 &= \frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{50(24570) - (1058)^2}{50(50-1)} \\
 &= 44.49
 \end{aligned}$$

2. ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned}
 K_r - 20 : r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{s_x^2} \right] \\
 &= \frac{40}{40-1} \left[ 1 - \frac{9.58}{44.49} \right] \\
 &= 0.80
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 11 ค่าความยากง่าย ( $p$ ) และค่าอำนาจจำแนก ( $r$ ) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์  
การเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ข้อที่	$R_u$	$R_l$	$p$	$r$	ข้อที่	$R_u$	$R_l$	$p$	$r$
1	20	15	0.73	0.21	21	21	16	0.77	0.21
2	21	13	0.71	0.33	22	14	9	0.48	0.38
3	14	9	0.48	0.21	23	21	12	0.69	0.38
4	22	16	0.79	0.25	24	16	8	0.50	0.33
5	22	13	0.73	0.38	25	14	8	0.46	0.25
6	14	8	0.46	0.25	26	13	3	0.54	0.42
7	20	12	0.67	0.33	27	11	5	0.33	0.25
8	18	10	0.59	0.33	28	17	10	0.56	0.29
9	19	11	0.63	0.29	29	14	6	0.42	0.33
10	16	9	0.51	0.29	30	12	7	0.40	0.21
11	23	15	0.79	0.33	31	16	10	0.54	0.25
12	14	9	0.48	0.21	32	21	10	0.77	0.46
13	18	10	0.58	0.33	33	22	13	0.73	0.38
14	13	4	0.35	0.38	34	21	7	0.58	0.50
15	14	4	0.38	0.42	35	16	7	0.48	0.38
16	13	6	0.40	0.29	36	15	8	0.48	0.29
17	17	7	0.50	0.42	37	18	11	0.60	0.29
18	20	15	0.73	0.21	38	14	7	0.44	0.29
19	12	5	0.35	0.29	39	17	8	0.52	0.38
20	16	6	0.46	0.42	40	13	6	0.40	0.29

การหาความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204)

ตารางที่ 12 อัตราส่วนของผู้ที่ตอบถูก (p) และอัตราส่วนของผู้ที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้ซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

ข้อที่	$P_u$	$P_l$	p	q	pq
1	20	15	0.73	0.27	0.20
2	21	13	0.71	0.29	0.21
3	14	9	0.48	0.52	0.25
4	22	16	0.79	0.21	0.17
5	22	13	0.73	0.27	0.20
6	14	8	0.46	0.54	0.25
7	20	12	0.67	0.33	0.22
8	18	10	0.58	0.42	0.24
9	19	11	0.63	0.37	0.23
10	16	9	0.52	0.48	0.25
11	23	15	0.79	0.21	0.17
12	14	9	0.48	0.52	0.25
13	18	10	0.58	0.42	0.24
14	13	4	0.35	0.65	0.23
15	14	4	0.38	0.62	0.24
16	13	6	0.40	0.60	0.24
17	17	7	0.50	0.50	0.25
18	20	15	0.73	0.27	0.20
19	12	5	0.35	0.65	0.23
20	16	6	0.49	0.51	0.25
21	21	16	0.77	0.23	0.18

ตารางที่ 12 (ต่อ)

ข้อที่	$p_u$	$p_l$	$p$	$q$	$pq$
22	14	9	0.37	0.63	0.23
23	21	12	0.69	0.31	0.21
24	16	8	0.50	0.50	0.25
25	14	8	0.46	0.54	0.25
26	13	3	0.33	0.67	0.22
27	11	5	0.33	0.67	0.22
28	17	10	0.56	0.44	0.25
29	14	6	0.42	0.58	0.24
30	12	7	0.40	0.60	0.24
31	16	10	0.54	0.46	0.25
32	21	10	0.65	0.35	0.23
33	22	13	0.73	0.27	0.20
34	21	7	0.58	0.42	0.24
35	16	7	0.48	0.52	0.25
36	15	8	0.48	0.52	0.25
37	18	11	0.60	0.40	0.24
38	14	7	0.44	0.56	0.25
39	17	8	0.52	0.48	0.25
40	13	6	0.40	0.60	0.24

$$\sum pq = 9.18$$

การคำนวณค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน และความถี่ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การเรียนรู้  
 ช่อมเสริมวิยาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

x	f	fx	fx <sup>2</sup>
38	1	38	1444
36	1	36	1296
34	1	34	1156
31	1	31	961
30	2	60	1800
29	1	29	841
28	2	56	1568
27	1	27	729
26	1	26	676
25	3	75	1875
24	1	24	576
23	4	92	2116
22	5	110	2420
21	3	63	1323
19	5	95	1805
18	3	54	972
17	2	34	578
16	3	48	768
15	1	15	225
14	3	42	588
13	1	13	169
12	2	24	288
11	1	11	121
		$\sum fx = 1037$	$\sum fx^2 = 24295$

1. ค่าความแปรปรวนของคะแนนจากแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์การ เรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์  
(ค 204) เรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ

$$\begin{aligned} S_x^2 &= \frac{n \sum fx^2 - (\sum fx)^2}{n(n-1)} \\ &= \frac{48(24295) - (1037)^2}{48(48-1)} \\ &= 40.20 \end{aligned}$$

2. ค่าความเที่ยงของแบบทดสอบ

$$\begin{aligned} K_r - 20 : r_{xx} &= \frac{n}{n-1} \left[ 1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\ &= \frac{40}{40-1} \left[ 1 - \frac{9.18}{40.20} \right] \\ &= 0.79 \end{aligned}$$

ตารางที่ 13 คะแนนผลสัมฤทธิ์การเรียนซ่อมเสริมวิชาคณิตศาสตร์ (ค 204) เรื่อง สัมการ และอสมการ กับเรื่อง อัตราส่วนและร้อยละ หลังการทดลองของกลุ่มทดลอง ( $x_1$ ) และกลุ่มควบคุม ( $x_2$ )

กลุ่มทดลอง				กลุ่มควบคุม			
$x_1$	f	$fx_1$	$fx_1^2$	$x_2$	f	$fx_2$	$fx_2^2$
58	1	58	3364	55	1	55	3025
54	1	54	2916	51	1	51	2601
46	1	46	2116	43	1	43	1849
43	1	43	1849	42	1	42	1764
38	1	38	1444	39	2	78	3042
36	2	72	2592	38	1	38	1444
35	2	70	2450	37	2	74	2738
33	1	33	1089	36	2	72	2592
32	3	96	3072	35	2	70	2450
31	3	93	2883	34	1	34	1156
30	1	30	900	33	2	66	2178
29	4	116	3364	32	1	32	1024
28	6	168	4704	29	3	87	2523
27	2	54	1458	28	5	140	3920
26	3	78	2028	27	7	189	5103
25	4	100	2500	26	4	104	2704
24	1	24	576	25	2	50	1250
23	2	46	1058	22	5	110	2420
22	3	66	1452	20	1	20	400
21	1	21	441				
19	1	19	361				
		$\sum fx_1 =$	$\sum fx_1^2 =$			$\sum fx_2 =$	$\sum fx_2^2 =$
		1325	42617			1355	44183

1. หามัชฌิมเลขคณิต ( $\bar{X}$ )

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \bar{X}_1 &= \frac{\sum fx_1}{n_1} \\ &= \frac{1325}{44} \\ &= 30.11\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{สูตร } \bar{X}_2 &= \frac{\sum fx_2}{n_2} \\ &= \frac{1355}{44} \\ &= 30.80\end{aligned}$$

2. หาค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S.D.)

$$\begin{aligned}\text{สูตร } S_{x_1} &= \sqrt{\frac{n_1 \sum fx_1^2 - (\sum fx_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(44)(42617) - (1325)^2}{(44)(44 - 1)}} \\ &= \sqrt{63.173} \\ &= 7.95\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{สูตร } S_{x_2} &= \sqrt{\frac{n_2 \sum fx_2^2 - (\sum fx_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}} \\ &= \sqrt{\frac{(44)(44183) - (1355)^2}{(44)(44 - 1)}} \\ &= \sqrt{57.097} \\ &= 7.56\end{aligned}$$

3. การทดสอบค่าที (t-test)

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$\begin{aligned}\text{สูตร } t &= \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{\sqrt{\left\{ \frac{(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2}{n_1 + n_2 - 1} \right\} \left\{ \frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right\}}} \\ &= \frac{30.11 - 30.80}{\sqrt{\left\{ \frac{(44 - 1)(7.95)^2 + (44 - 1)(7.56)^2}{44 + 44 - 2} \right\} \left\{ \frac{1}{44} + \frac{1}{44} \right\}}} \\ &= -0.42\end{aligned}$$

$$\text{กรณีนี้นั้นแห่งความเป็นอิสระ} = 44 + 44 - 2 = 86$$

$$\text{จากตารางค่า } 0.05 \ t_{86} = 1.67$$

$$\text{ค่า } t = -0.42 < 1.67 \text{ นั่นคือค่า } t \text{ ที่ได้ไม่มีนัยสำคัญ}$$

## ประวัติผู้วิจัย

นางสาวเกลินี เจริญศิริ เกิดเมื่อวันที่ 23 มิถุนายน พ.ศ. 2505 ที่อำเภอเมือง  
จังหวัดมหาสารคาม สำเร็จการศึกษาคณะศึกษาศาสตร์บัณฑิต จากจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อ  
ปีการศึกษา 2527 และเข้าศึกษาต่อในสาขาการศึกษาคณิตศาสตร์ ภาควิชามัธยมศึกษา  
บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ในปีการศึกษา 2528

