

วรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

การวิจัยเรื่อง ผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ กับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ในโรงเรียนสาธิตสังกัด สำนักงานสภาสถาบันราชภัฏ ผู้วิจัยได้ศึกษาวรรณคดีและงานวิจัยที่เกี่ยวข้อง โดยนำเสนอตามลำดับดังนี้

1. เทคนิคการคิดออกเสียง
 - 1.1 ความหมายของเทคนิคการคิดออกเสียง
 - 1.2 รูปแบบของการคิดออกเสียง
 - 1.3 พฤติกรรมที่แสดงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
2. ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.1 ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.2 ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.3 องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 - 2.4 ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
3. เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.1 ความหมายของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.2 ลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.3 หลักการวัดเจตคติและเครื่องมือวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์
 - 3.4 ประโยชน์ของการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

4. งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

- 4.1 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคการคิดออกเสียง
- 4.2 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
- 4.3 งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เทคนิคการคิดออกเสียง

1. ความหมายของเทคนิคการคิดออกเสียง

นักการศึกษาหลายท่านได้ให้ความหมายของเทคนิคการคิดออกเสียงไว้

หลายทฤษฎีนั้น แตกมีนักการศึกษาบางคนก็ให้ความหมายของเทคนิคการคิดออกเสียงเป็นการคิดเป็นถ้อยคำ หรือการคิดออกเสียงซึ่งมีรายละเอียด ดังนี้

เลสเตอร์ (Lester 1980 : 301-303) กล่าวถึง การสอนแบบแสดงการคิดออกเสียงว่า หมายถึง "การสอนที่เน้นให้ผู้แก้ปัญหาพูดในสิ่งที่คิด และคำถามที่ถามตัวเองออกมาขณะแก้ปัญหา อาจมีการใช้แถบบันทึกภาพ วิดีทัศน์บันทึกพฤติกรรมที่เกิดขึ้น มักนิยมใช้กับโปรแกรมคอมพิวเตอร์ (protocol coding) เพื่อบันทึกพฤติกรรมที่คาดหมาย"

ดักฟี โรเอห์เลอร์ และเฮอร์แมน (Duffy, Roehler and Herrmann 1988 : 762-767) กล่าวถึง การสอนแบบแสดงการคิดเป็นถ้อยคำ ว่าหมายถึง "การสอนที่เน้นให้ผู้เรียนได้รับรู้กระบวนการคิด จากการฟังครูแสดงกระบวนการคิดในสมองด้วยวิธีการคิดเป็นถ้อยคำ หรืออีกนัยหนึ่ง คือ ครูบรรยายวิธีการขณะกำลังคิดอยู่ แล้วแสดงให้นักเรียนดู ซึ่งวิธีสอนวิธีนี้จะทำให้ผู้เรียนได้รับรู้กระบวนการคิด ขณะทำความเข้าใจเนื้อหาอย่างมีเหตุผลของครู และสามารถนำวิธีคิดนี้ไปใช้กับเนื้อหาอื่นได้ด้วยตนเอง"

โพสเนอร์ (Posner 1989 : 24) ได้กล่าวถึง การสอนแบบแสดงการคิดออกเสียง หมายถึง "กระบวนการที่ก่อให้เกิดการรายงานด้วยคำพูด ซึ่งเป็นพฤติกรรมทั้งหมด ที่

สามารถสังเกตได้ และสามารถนำไปสู่การวิเคราะห์กระบวนการข่าวสารประมวลผลข้อมูล"

จากความคิดเห็นดังกล่าวข้างต้น พอสรุปได้ว่า การสอนแบบแสดงการคิดเป็นถ้อยคำหรือแบบแสดงการคิดออกเสียง หมายถึง เทคนิคการสอนที่เน้นให้ผู้เรียนพูดในสิ่งที่คิดและถามตัวเองออกมาขณะแก้ปัญหา จากการฟังครูแสดงกระบวนการคิดในสมองด้วยวิธีการคิดเป็นถ้อยคำซึ่งทำให้ผู้เรียนได้รับรู้กระบวนการคิด ขณะทำความเข้าใจเนื้อหาอย่างมีเหตุผลที่ก่อให้เกิดการรายงานด้วยคำพูด และสามารถนำไปสู่การวิเคราะห์กระบวนการข่าวสารประมวลผลข้อมูล

2. รูปแบบของการคิดของเสียง

อีริกสัน และไซมอน (Ericsson and Simon อ้างถึงใน Posner 1987) ว่ารูปแบบของการคิดออกเสียง ซึ่งเป็นวิธีการหนึ่งในการรายงานด้วยคำพูดมี 3 วิธีดังนี้

2.1 การพูดโดยตรง (Direct verbalization) หมายถึง เป็นการพูดข่าวสารออกมาอย่างง่าย ๆ ซึ่งมีอยู่ในความจำระยะสั้นของผู้พูดเรียบร้อยแล้วเพราะผู้ที่ได้รับการทดสอบจะพูดออกมาตามที่คิด และจะพูดกับตัวเองอย่างเป็นธรรมชาติ ขณะกำลังแก้ปัญหาเป็นการแสดงออกมาด้วยภาษาโดยตรง ผู้ที่ได้รับการทดสอบจะได้รับการแนะนำหรือสอนให้รู้จัก การพูดออกเสียงอย่างเป็นธรรมชาติ

2.2 การบันทึกเนื้อหาของความจำระยะสั้น (Record the contents of a short - term memory) คือ การพูดโดยพูดประกอบในการรายงานเป็นคำพูด การอธิบายในเนื้อหาของความจำระยะสั้น เมื่อสิ่งเหล่านั้นยังไม่ออกมาเป็นถ้อยคำ ดังนั้นผู้ที่ได้รับการทดสอบได้รับการสอนให้พูดออกเสียง ขณะกำลังปฏิบัติงานที่เกี่ยวข้องกับจินตนาการ อันอาจจะบันทึกได้ในบางส่วนของการทำงานที่จะสามารถรายงานออกเป็นคำพูด

2.3 การอธิบาย (Explanation) เป็นการพูดที่ประกอบ การรายงานเป็นคำพูด ซึ่งเป็นกระบวนการที่นอกเหนือจากการบันทึกอย่างง่าย ตัวอย่าง เช่น การถามให้ผู้รับการทดสอบอธิบายความคิดของเขา อาจจะมีผลต่อความพยายามของเขาในการอธิบายอย่างต่อเนื่อง เมื่อถูกให้พูดถึงกระบวนการในแต่ละขั้น ก็เช่นเดียวกับผลของการสอนให้พูด ซึ่งก็คาดว่าเวลาที่ใช้จะ

เพิ่มขึ้น และลำดับขั้นของกระบวนการที่เคยใช้เป็นแบบฝึกปฏิบัติ ก็จะก่อให้เกิดความยุ่งยาก ใน ส่วนของคำอธิบาย ซึ่งอาจจะเป็นการรายงานกระบวนการต่าง ๆ ที่ถูกต้องหรือไม่ถูกต้องที่ได้มี เจตนาบรรยาย โดยมากจะขึ้นอยู่กับ แบบฝึกปฏิบัติ, เนื้อหา และธรรมชาติของความพยายามใน การอธิบายของผู้พูด

3. พฤติกรรมที่แสดงการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

การวัดกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ สามารถที่จะจำแนกพฤติกรรมได้ออก มาดังนี้

ขั้นที่ 1 การทำความเข้าใจปัญหา นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรม ออกมาดังนี้

1. อ่านโจทย์ปัญหา
2. บอกสิ่งที่โจทย์กำหนดให้
3. บอกสิ่งที่โจทย์ต้องการหา
4. วาดรูปประกอบปัญหา

.....

การไม่เข้าใจปัญหา ทำให้ไม่ทราบคำถามที่โจทย์ถามนั้นคืออะไร จึงเป็นการยาก ที่จะแก้ปัญหานั้นได้ บางครั้งนักเรียนไม่สามารถแก้ปัญหาได้เพราะไม่ทราบความหมายของคำ บางคำในโจทย์ หรือไม่ทราบว่าจะเริ่มตรงที่ใด และไม่ทราบว่า ข้อมูลที่โจทย์ให้มานั้นจะนำไป ใช้ในการแก้ปัญหาได้อย่างไร ดังนั้นครูอาจใช้คำถามเหล่านี้ช่วยชี้แนะนักเรียน เช่น โจทย์ถามอะไร คุณคิดว่าโจทย์กำหนดอะไรมาให้ หรือลองบอกโจทย์ได้ใช้คำพูดของนักเรียนเอง นักเรียน วาดรูปที่โจทย์กำหนดมาได้หรือไม่ เป็นต้น การเข้าใจคำถามว่า โจทย์ต้องการอะไรนั้นเป็นสิ่ง สำคัญที่จะช่วยกระตุ้นในการหาคำตอบ

ขั้นที่ 2 การวางแผนในการแก้ปัญหา นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมออกมาดังนี้

1. บอกว่าเคยพบปัญหาลักษณะนี้มาก่อน
2. บอกข้อมูลที่จำเป็นและไม่จำเป็นสำหรับการได้มาซึ่งสิ่งที่ต้องการหา

3. บอกความสัมพันธ์ของข้อมูลที่กำหนดให้ และข้อมูลที่ต้องการหา

ในการวางแผนในการแก้ปัญหา เพื่อแยกแยะปัญหาออกเป็นส่วนย่อยๆ เพื่อสะดวกต่อการลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา โดยที่นักเรียนอาจจะรวบรวมข้อมูลโดยพิจารณาจากสิ่งที่โจทย์กำหนดให้ และพยายามคิดว่าข้อมูลที่มียุ่จะช่วยแก้ปัญหาที่โจทย์ถามได้อย่างไร ครูอาจใช้คำถามเพื่อเป็นการกระตุ้นความสนใจของนักเรียน ตัวอย่างเช่น นักเรียนเคยเห็นโจทย์ที่มีลักษณะคล้ายคลึงกับโจทย์ที่นักเรียนกำลังทำอยู่หรือไม่ เหมือนหรือแตกต่างกันอย่างไร แล้วบอกได้ไหมว่า ข้อมูลที่กำหนดให้มานั้น จะช่วยในการได้มาซึ่งสิ่งที่โจทย์ต้องการหา มีอะไรบ้างต่อจากนั้น ครูอาจจะให้นักเรียนลองคิดหาวิธีการ หาความสัมพันธ์หรือหารูปแบบประโยคสัญลักษณ์ออกมาให้ได้ โดยนำเอาข้อมูลที่กำหนดให้และข้อมูลที่ต้องการหามาสัมพันธ์และเกี่ยวข้องกัน

ขั้นที่ 3 ขั้นทำตามแผนหรือการคิดคำนวณ นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมออกมาดังนี้

1. คำนวณตามที่บอกไว้ในขั้นที่ 2
2. เปลี่ยนวิธีคำนวณต่างจากที่ระบุไว้
3. ใช้วิธีการประมาณค่าได้สำเร็จ
4. ให้เหตุผลในการคำนวณ

ในการดำเนินการตามแผนหรือการคิดคำตอบเป็นขั้นที่จะต้องแก้ปัญหาตามแผนที่วางไว้ ถ้านักเรียนขาดทักษะใดครูจะต้องเพิ่มเติมหรือแก้ไขให้ดีขึ้น เพื่อนำไปใช้ได้เกิดผลดีขึ้น นอกจากนี้ครูอาจเปิดโอกาสให้นักเรียน เปลี่ยนวิธีคำนวณต่างจากที่ระบุไว้ หรือให้นักเรียนประมาณค่าของคำตอบ โดยการคิดอย่างคร่าวๆ หรือให้นักเรียนลองเดาคำตอบนั้น ควรจะเป็นอะไร โดยให้เหตุผลประกอบ

ขั้นที่ 4 ขั้นตรวจสอบวิธีการและตรวจคำตอบ นักเรียนสามารถแสดงพฤติกรรมออกดังนี้

1. ระบุคำตอบสมเหตุสมผลหรือไม่
2. ตรวจสอบคำตอบถูกต้องหรือไม่
3. ปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้อง

4. หาวิธีการแก้ปัญหาที่คิดว่าสั้นกว่า

5. ดัดแปลงเพิ่มเติมหรือแก้ไขข้อมูลเพื่อสร้างปัญหาใหม่

เมื่อนักเรียนคิดจนสามารถหาคำตอบได้แล้ว ควรเปิดโอกาสให้นักเรียนได้พิจารณาคำตอบที่นักเรียนหาได้มาว่าเป็นไปได้หรือไม่ ขั้นตอนการทำถูกต้องมีเหตุผลเพียงพอ และมีวิธีการอื่น ๆ ที่จะหาคำตอบได้อีกหรือไม่ และให้ตรวจคำตอบอีกครั้งหนึ่ง

ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

1. ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษาได้ให้ความหมายของปัญหาทางคณิตศาสตร์ ดังเช่น

บรูคเนอร์ (Bruckner 1957 : 301) กล่าวว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณที่นักเรียนไม่สามารถตอบได้ทันทีโดยวิธีที่เคยชินและสิ่งที่เป็นปัญหาของนักเรียนเมื่อเวลานี้อาจจะไม่ใช่ปัญหาในวันนี้ก็ได้"

แอนเดอร์สัน และพินกรี (Anderson and Pingry 1973 : 228) กล่าวว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์หรือคำถามที่ต้องการวิธีการแก้ไขหรือหาคำตอบซึ่งผู้ตอบจะทำได้ต้องมีวิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจโดยพร้อมมูล"

อดัมส์ (Adams 1977 : 176) ได้กล่าวถึง ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไว้ ดังนี้ว่า "ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะหมายถึง ปัญหาที่เป็นภาษา (Word problem) ปัญหาที่เป็นเรื่องราว และปัญหาที่เป็นคำพูด (Verbal problem) ปัญหาทางคณิตศาสตร์จะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่แบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจเท่ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์"

ดังนั้นจึงพอสรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นสถานการณ์ที่เกี่ยวกับปริมาณ ซึ่งจะแตกต่างกับแบบฝึกหัดตรงที่ว่าแบบฝึกหัดไม่จำเป็นต้องอาศัยการตัดสินใจเท่ากับปัญหาทางคณิตศาสตร์ และปัญหาทางคณิตศาสตร์ จำต้องใช้วิธีการที่เหมาะสม ใช้ความรู้ ประสบการณ์และการตัดสินใจ

2. ประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์

มีนักการศึกษา หลายคนได้กล่าวถึงประเภทของปัญหาทางคณิตศาสตร์ดังนี้

โพลยา (Polya 1957 : 154-156) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2

ประเภทคือ

1. ปัญหาให้ค้นหาเป็นปัญหาให้ค้นหาสิ่งที่ต้องการ ซึ่งอาจเป็นปัญหาในเชิงทฤษฎี หรือปัญหาในเชิงปฏิบัติ อาจเป็นรูปธรรมหรือนามธรรม ส่วนสำคัญของปัญหานี้ แบ่งเป็น 3 ส่วนคือ สิ่งที่ต้องการ ข้อมูลที่กำหนด และเงื่อนไข

2. ปัญหาให้พิสูจน์ เป็นปัญหาที่ให้แสดงอย่างสมเหตุสมผลว่า ข้อความที่กำหนด ให้เป็นจริงหรือเท็จ ส่วนสำคัญของปัญหานี้แบ่งออกเป็น 2 ส่วน คือ สมมติฐาน หรือสิ่งที่กำหนดให้ และผลสรุปหรือสิ่งที่จะต้องพิสูจน์

รัสเซล (Russel 1961:255) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. ปัญหาที่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่ปรากฏอยู่ในแบบเรียน และหนังสือทั่วไป

2. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบ ได้แก่ ปัญหาที่พบทั่ว ๆ ไปในชีวิตประจำวัน

เลอบลานซ์ (Le Blance 1977 : 17-25) ได้แบ่งปัญหาทางคณิตศาสตร์ที่เป็น โจทย์ออกเป็น 2 ชนิด สรุปได้ดังนี้

1. ปัญหาที่ปรากฏในหนังสือแบบเรียนทั่วไป

2. ปัญหาที่พบในหนังสือทั่วไปที่ไม่ใช่แบบเรียน

สรุปได้ว่า ปัญหาทางคณิตศาสตร์ แบ่งได้เป็น 4 ชนิด คือ

1. ปัญหาที่ให้ค้นหา

2. ปัญหาที่ให้ทำการพิสูจน์

3. ปัญหาที่มีรูปแบบซึ่งพบในหนังสือแบบเรียน

4. ปัญหาที่ไม่มีรูปแบบซึ่งพบในชีวิตประจำวัน

3. องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

ในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ พบว่ามีนักเรียนหลายคนสามารถหาคำตอบได้โดยไม่ทราบว่าจะทำได้ด้วยวิธีใด และพบว่าสิ่งที่เป็นปัญหาสำหรับนักเรียนที่แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ไม่ได้คือ นักเรียนไม่ทราบว่า จะเริ่มต้นแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์อย่างไร

ไฮเมอร์และทรูบลัด (Heimer and Trueblood 1977 : 30-32) ได้กล่าวถึงองค์ประกอบที่สำคัญ บางประการที่มีผลต่อความสามารถของนักเรียนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์สรุปได้ดังนี้

1. ความรู้เกี่ยวกับศัพท์เฉพาะ การรู้คำศัพท์ในโจทย์คำถาม จะช่วยให้นักเรียนมองเห็นแนวทางในการแก้ปัญหา ครูอาจช่วยฝึกฝนให้นักเรียนได้มีความรู้คำศัพท์ทางคณิตศาสตร์เพิ่มมากขึ้น โดยการจัดหาเกม หรือกิจกรรมที่ส่งเสริมการใช้คำศัพท์มาให้เห็น
2. ทักษะการคำนวณ ครูควรช่วยให้นักเรียนได้ฝึกฝนในด้านนี้ เช่น อาจใช้วิธีการให้ฝึกคิดคำนวณในใจ
3. การแยกแยะข้อมูลที่ไม่เกี่ยวข้องของ
4. การหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
5. การคาดคะเนคำตอบ
6. การเลือกใช้วิธีการทางคณิตศาสตร์ที่ถูกต้อง
7. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
8. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคภาษาให้เป็นประโยคสัญลักษณ์ทางคณิตศาสตร์

ซาลิวสกี (Zalewski 1978 : 2804-A) ได้พบว่า องค์ประกอบที่ช่วยในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์มี 5 ประการคือ

1. ความสามารถในการรวบรวมข้อมูลอย่างมีระบบ
2. ความสามารถในการเข้าใจสัญลักษณ์

3. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความจากกราฟและตาราง
4. ความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
5. ทักษะในการคำนวณ

จากที่กล่าวมาข้างต้น สรุปได้ว่า องค์ประกอบที่ส่งเสริมในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

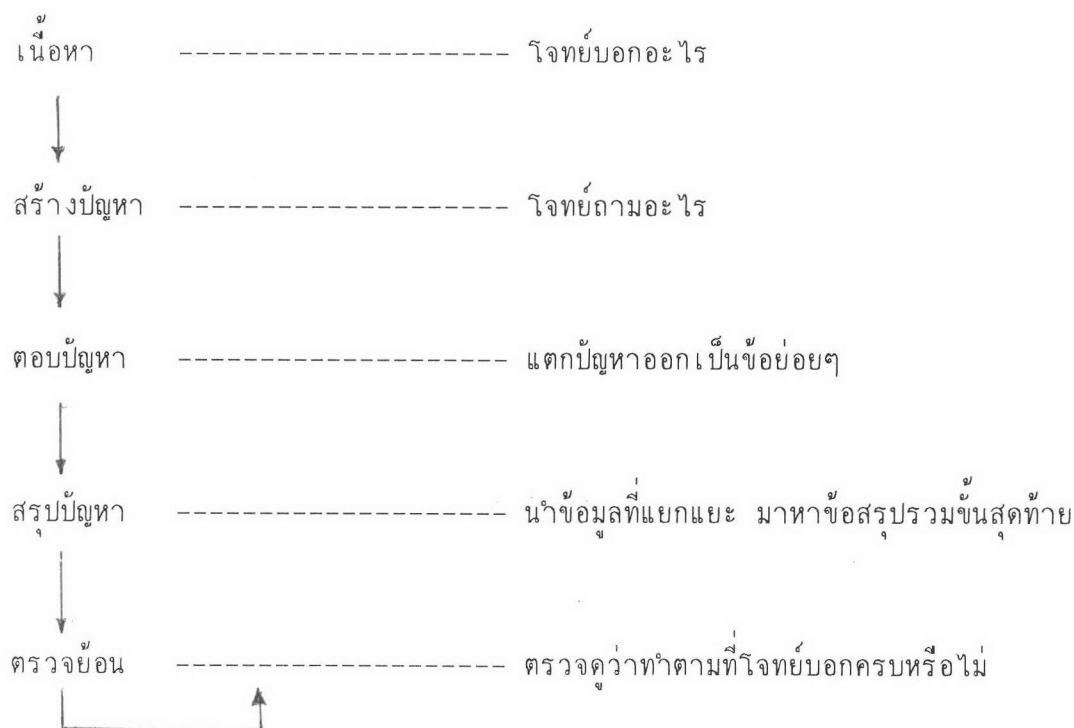
มี 5 ประการคือ

1. ความสามารถในการรวบรวมข้อมูล
 2. ความสามารถในการเปลี่ยนปัญหาที่เป็นประโยคสัญลักษณ์
 3. ความสามารถในการหาความสัมพันธ์ของข้อมูล
 4. ความสามารถในการคำนวณ
 5. ความสามารถในด้านความคิดรวบยอดทางคณิตศาสตร์
 6. ความเข้าใจในการอ่านคำศัพท์ การตีความจากกราฟ และตาราง
 7. ความสามารถในการคาดคะเนคำตอบ
 8. ความสามารถในการค้นหาข้อมูลที่ขาดหายไป
4. ขั้นตอนในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

สำหรับขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ ได้มีผู้รวบรวมและเสนอ

แนะไว้ดังต่อไปนี้

ยุพิน พิพิธกุล (2523 : 261) ได้นำเสนอแผนภูมิแสดงลำดับขั้นตอนของการ
แก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามลำดับขั้นตอนดังนี้



แผนภูมิ แสดงกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

โพลยา (Polya 1957 : 5-40) ได้เสนอลำดับขั้นในการสอนการแก้โจทย์ปัญหา คณิตศาสตร์ไว้ 4 ขั้น ดังนี้

ขั้นที่ 1 เป็นการทำความเข้าใจปัญหา สิ่งแรกที่จะต้องทำความเข้าใจคือ สัญลักษณ์ต่าง ๆ ในโจทย์ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องสามารถสรุปปัญหาออกมาเป็นภาษาของตนเองได้ สามารถบอกได้ว่าประเด็นของปัญหายู่ตรงไหน สามารถบอกได้ว่าโจทย์ถามหาอะไร อะไร เป็นสิ่งที่โจทย์ปัญหากำหนดให้ อะไรคือเงื่อนไข นักเรียนจะต้องพิจารณาปัญหาอย่างตั้งใจซ้ำแล้วซ้ำอีกและหลาย ๆ แง่มุมจนกระทั่งสามารถสรุปออกมาได้

ขั้นที่ 2 เป็นขั้นวางแผนในการแก้ปัญหา ในขั้นนี้นักเรียนจะต้องมองเห็นความสัมพันธ์ของข้อมูลต่าง ๆ ในปัญหาอย่างชัดเจนเสียก่อน สิ่งที่ต้องการหาความสัมพันธ์กับข้อมูลที่ให้มาอย่างไร สิ่งที่สำคัญที่นักเรียนจะต้องทำในขั้นนี้คือ การนึกทบทวนความรู้ที่มีมาว่า มีความรู้อะไรบ้างที่มีความสัมพันธ์กับปัญหานั้นบ้าง เทคนิคอย่างหนึ่งที่จะช่วยในการวางแผนแก้ปัญหาได้แก่ การ

พยายามแก้ถึงปัญหาที่เคยแก้มาก่อนซึ่งมีลักษณะใกล้เคียงกับปัญหาปัจจุบันเพราะจะช่วยให้สามารถวางแผนแก้ปัญหาได้ใกล้เคียงกัน ในการวางแผนนั้นควรจะแบ่งเป็นขั้นๆ โดยแบ่งออกเป็นขั้นตอนใหญ่ๆ และในขั้นใหญ่แต่ละขั้น ก็จะแบ่งออกเป็นขั้นเล็ก ๆ อีกมากมาย

ขั้นที่ 3 เป็นขั้นลงมือทำตามแผน ขั้นนี้เป็นขั้นที่นักเรียนมีเวลาทำการคิดคำนวณตามแผนการที่วางไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อที่จะให้ได้คำตอบของปัญหา สิ่งที่นักเรียนจะต้องใช้ ในขั้นนี้คือ ทักษะการคำนวณ การรู้จักเลือกวิธีคำนวณที่เหมาะสมมาใช้

ขั้นที่ 4 เป็นขั้นตรวจวิธีการและคำตอบ ขั้นนี้เป็นขั้นตรวจสอบ เพื่อความแน่ใจว่าถูกต้องสมบูรณ์โดยวิธีพิจารณาและสำรวจเหตุผล ตลอดจนกระบวนการในการแก้ปัญหา นักเรียนจะต้องรวบรวมความรู้ของเขาและพัฒนาความสามารถในการแก้ปัญหาเข้าด้วยกัน เพื่อทำความเข้าใจและปรับปรุงคำตอบให้ถูกต้อง

มาร์ค (Mark 1965 : 401-402) ได้กล่าวว่า ในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ จะต้องสอนให้นักเรียนกระทำสิ่งต่อไปนี้

1. ค้นหาว่าให้ข้อมูลอะไรมาบ้าง และให้หาอะไร
2. ค้นหาความสัมพันธ์ระหว่างข้อมูลที่ให้มาเพื่อที่จะไปสู่สิ่งที่ต้องการให้หา
3. วิเคราะห์ข้อมูลและความสัมพันธ์เพื่อหาผลลัพธ์
4. ตรวจสอบเพื่อความมั่นใจว่าถูกต้อง

เลอบลานซ์ (Le Blance 1977 : 17-25) ได้กล่าวถึงขั้นตอนในการสอนการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ไว้ว่า จะต้องประกอบด้วยขั้นตอน 4 ขั้น คือ

ขั้นที่ 1 การเข้าใจปัญหา ในการที่จะช่วยให้นักเรียนเข้าใจปัญหา ครูควรจะถามให้นักเรียนหาว่า อะไรคือข้อมูลหรือเงื่อนไขที่ให้มา และในที่สุดนักเรียนจะต้องทราบได้ว่าปัญหาถามอะไร

ขั้นที่ 2 ในขั้นนี้ครูควรจะนำอภิปรายกลวิธีซึ่งจะใช้ในการแก้ปัญหา และครูควรจะเสนอแนะกลวิธีที่เป็นไปได้ให้นักเรียนดู จากนั้นให้นักเรียนตัดสินใจเลือกเอาวิธีใดวิธีหนึ่งเอง

ขั้นที่ 3 ลงมือแก้ปัญหา ขั้นนี้กลวิธีที่คิดเอาไว้ในขั้นที่ 2 ถูกนำออกมาใช้ ในบางครั้ง
 แผนที่ย่างไว้ในขั้นที่ 2 อาจจะไม่นำไปสู่คำตอบเลยถ้าเป็นเช่นนั้นนักเรียนจะต้องย้อนกลับไป
 ขั้นที่ 2 อีกครั้งหนึ่ง

ขั้นที่ 4 ทบทวนปัญหาและคำตอบ กล่าวไว้ว่าในการแก้ปัญหาทั้ง 4 ขั้น ขั้นนี้เป็นขั้น
 ที่มีความสำคัญมากที่สุด ขั้นนี้แบ่งออกเป็น 2 ลักษณะ คือ ลักษณะแรกเป็นการมองขั้นตอนต่างๆ
 ย้อนกลับและลักษณะที่สองเป็นการขยายสถานการณ์ของปัญหา เพื่อจะนำไปใช้ในการแก้ปัญหาต่อไป
 จากที่กล่าวมาจะเห็นได้ว่าในขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ของโพลยาที่เสนอไว้
 ครอบคลุมขั้นตอนของนักการศึกษาท่านอื่นๆ ดังกล่าวจึงสรุปได้ว่าขั้นตอนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์
 มีดังนี้

1. การวิเคราะห์ปัญหา เป็นการทำความเข้าใจว่า อะไรคือสิ่งที่โจทย์กำหนดให้โจทย์
 ถามอะไร เงื่อนไขในโจทย์หมายความว่าอย่างไร และอะไรคือสิ่งที่ต้องใช้ประกอบการแก้ปัญหานั้น
2. การวางแผนแก้ปัญหา เป็นการมองความสัมพันธ์ของข้อมูลต่างๆ ที่โจทย์กำหนดให้
 แล้วค้นหาวิธีการที่จะแก้ปัญหานั้น โดยใช้ข้อมูลที่มีอยู่และความรู้ที่เรียนมาประกอบกัน
3. การหาคำตอบที่ถูกต้อง เป็นการลงมือทำตามแผนที่ย่างไว้ในขั้นที่ 2 เพื่อให้ได้คำตอบ
 ที่ถูกต้องโดยอาศัยการคำนวณที่เหมาะสม
4. การตรวจสอบว่าคำตอบสอดคล้องกับเงื่อนไขที่ให้มาหรือไม่ ตลอดจนตรวจสอบ
 กระบวนการต่างๆ ในการหาคำตอบ

เจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

1. ความหมายของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

ในด้านความหมายของเจตคติได้มีนักจิตวิทยา และนักการศึกษาได้ให้ความหมาย

ไว้ดังนี้

กูด (Good 1959 : 48) ได้ให้ความหมายว่า "เจตคติ คือ ความพร้อมที่จะแสดงออกในลักษณะใด ลักษณะหนึ่ง อาจเป็นการเข้าหาหรือหนีหรือต่อต้านต่อเหตุการณ์ บุคคลหรือสิ่งใดสิ่งหนึ่ง เช่น รักเกลียดกลัว ไม่พอใจต่อสิ่งนั้น"

ฮิลการ์ด (Hillgard 1967 : 583-594) กล่าวว่า "เจตคติ หมายถึงพฤติกรรมหรือความรู้สึกที่เกิดขึ้นครั้งแรกต่อสิ่งใดสิ่งหนึ่ง ในทางใกล้ชิดหรือออกห่าง และพร้อมที่จะตอบสนองครั้งต่อไปในทางเอนเอียง ไปในลักษณะเดิมเมื่อพบกับสิ่งหรือสภาวะการณ์ดังกล่าวอีก"

เธอร์สโตน (Thurstone 1967 : 77) กล่าวว่า "เจตคติเป็นการแสดงออกทางค่าผลรวมของความโน้มเอียงและความรู้สึก ความมีอคติความรู้สึกที่เกิดขึ้นในใจมาก่อน ความคิด ความกลัว การบังคับขู่เข็ญ และการลงความเห็นของมนุษย์เกี่ยวกับเรื่องใดเรื่องหนึ่ง"

จากการที่นักการศึกษา และนักจิตวิทยาได้เสนอถึงความหมายเจตคติ จึงได้มีนักการศึกษาหลายท่านได้เสนอ ความหมายของเจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์ไว้ดังนี้

บลูม (Bloom 1971 : 685-689) ได้กล่าวว่า เจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์ไว้ว่า "เจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์ มีลักษณะสำคัญ คือ ความรู้สึก ความพึงพอใจ และการเรียนรู้วิชาจิตศาสตร์"

ไอคิน (Aiken 1978 : 229-234) กล่าวว่า "เจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์ คือ ความเพ็ดเพลิน แรงจูงใจ ความสำคัญ และความเป็นอิสระจากความกลัววิชาจิตศาสตร์ แต่มีนักเรียนจำนวนไม่น้อยที่ไม่ชอบวิชาจิตศาสตร์ ทำให้เกิดความเบื่อหน่ายในการเรียนวิชาจิตศาสตร์ ทำให้ผลการเรียนวิชาจิตศาสตร์ไม่ดีเท่าที่ควร"

จากแนวคิดของนักจิตวิทยา และนักการศึกษา พอสรุปได้ว่า เจตคติ หมายถึง ความรู้สึกหรือพฤติกรรมของบุคคลที่จะแสดงออกในลักษณะที่เอนเอียงไปในทางใดทางหนึ่ง และจากที่นักการศึกษาและนักจิตวิทยาได้เสนอแนวคิดของเจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์ ซึ่งพอจะสรุปได้ว่า เจตคติต่อวิชาจิตศาสตร์หมายถึง ความรู้สึกความพึงพอใจ ความเพ็ดเพลิน และความเป็นอิสระจากความกลัววิชาจิตศาสตร์

2. ลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

มีผู้กล่าวถึงลักษณะและองค์ประกอบของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

ส.วาสนา ประवालพฤกษ์ (2524 : 1) ได้สรุปลักษณะสำคัญของเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ไว้ดังนี้

1. เจตคติเป็นการเตรียมหรือความพร้อมในการตอบสนองต่อสิ่งเร้าในทางที่ชอบหรือไม่ชอบต่อสิ่งนั้นๆ ซึ่งการเตรียมนั้นจะเป็นการเตรียมภายในของจิตใจมากกว่าภายนอกที่จะสังเกตเห็นได้

2. สภาวะของความพร้อมจะตอบสนองในลักษณะที่กล่าวไว้ในข้อ 1 นั้นเป็นลักษณะที่ซับซ้อนของบุคคลที่จะยอมรับหรือไม่ยอมรับ ชอบหรือไม่ชอบต่อสิ่งต่าง ๆ จะเกี่ยวข้องกับอารมณ์ด้วย ซึ่งเป็นสิ่งอธิบายไม่ค่อยจะได้ และบางครั้งไม่มีเหตุผล

3. เจตคติไม่ใช่พฤติกรรม แต่เป็นสภาวะทางจิตใจที่มีอิทธิพลต่อความรู้สึกนึกคิด และเป็นตัวกำหนด แนวทางในการแสดงออกของพฤติกรรม

4. เจตคติที่มีความคงที่และแน่นอนพอควร แต่อาจเปลี่ยนแปลงได้กับสภาพแวดล้อมที่เหมาะสมใหม่ที่แตกต่างไปจากเดิม

ไพศาล หวังพานิช (2526 : 56) ได้กล่าวว่า องค์ประกอบที่สำคัญที่จะทำให้เกิดเจตคติมีอยู่ 3 ประการคือ

1. ความรู้ (Cognitive Component) บุคคลใดจะมีเจตคติต่อสิ่งใด ๆ ได้ บุคคลนั้นจะต้องมีความรู้ ความเข้าใจในสิ่งนั้นก่อน เพื่อใช้เป็นข้อมูลในการสรุปเป็นความเชื่อ

2. ความรู้สึก (Feeling Component) เป็นองค์ประกอบที่เกี่ยวกับความรู้สึกหรืออารมณ์ ของบุคคลที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด หลังจากรู้และเข้าใจสิ่งนั้นแล้วก็จะสรุปเป็นความเห็นในรูปการประเมินผลว่าพอใจสำคัญ ดี เลว เท่ากับเกิดอารมณ์ หรือความรู้สึกต่อสิ่งนั้น

3. ความโน้มเอียงที่จะปฏิบัติ (Action Tendency Component) เป็นองค์ประกอบท้ายสุดที่รวมตัวมาจากความรู้ และความรู้สึกที่มีต่อสิ่งหนึ่งสิ่งใด จนทำให้เกิดความโน้ม

เอียงที่จะปฏิบัติหรือตอบสนองต่อสิ่งนั้นในทางสนับสนุนคล้อยตาม หรือขัดแย้งตามความรู้และความรู้สึกที่เป็นพื้นฐานนั้น

3. หลักการวัดเจตคติและเครื่องมือวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

เจตคติเป็นสภาพการณ์ทางจิตหรืออารมณ์ของมนุษย์ที่ซับซ้อนได้มีนักการศึกษาและนักจิตวิทยาให้แนวคิดเกี่ยวกับหลักการวัดเจตคติ ดังต่อไปนี้

ซีคอร์ดและแบคแมน (Secord and Backman 1964 : 100) ได้แสดงความคิดเห็นเกี่ยวกับการวัดเจตคติ ซึ่งสรุปได้ว่า เจตคติไม่สามารถวัดได้โดยตรง แต่สามารถวัดได้ในรูปของความคิดเห็นหรือจากการแสดงออกทางภาษา

สงบ ลักษณะ (2529 : 41-42) ได้กล่าว ถึงการวัดคุณลักษณะทางด้านความรู้สึก สรุปได้ว่า คุณลักษณะทางด้านความรู้สึก อาจจะปรากฏในลักษณะของความสนใจ หรือเจตคติ ซึ่งมีวิธีวัดได้ 3 วิธีคือ

1. การวัดที่ให้ผู้ถูกวัดได้รายงาน ความรู้สึกนึกคิดของตนเองโดยการใช้เครื่องมือเขียนหรือโดยการสัมภาษณ์
2. การวัดโดยการสังเกตผู้ถูกวัดในสถานการณ์ต่างๆ
3. การวัดโดยให้บุคคลอื่น เช่น ครู ผู้ปกครอง เพื่อน รายงาน ลักษณะของบุคคลโดยการใช้เทคนิคสังคมมิติ แบบสอบถามหรือสัมภาษณ์ผู้รู้จักบุคคลที่เราต้องการวัด

เครื่องมือวัดเจตคติ

เครื่องมือวัดเจตคติมีหลายชนิด เช่น แบบสังเกต แบบให้นักเรียนรายงานตนเอง และแบบสอบถามซึ่งเป็นเครื่องมือที่นิยมใช้มากที่สุด เครื่องมือนี้ประกอบด้วยข้อคำถามต่างๆ ที่ครอบคลุมเรื่องที่ต้องการศึกษา และเป็นข้อความที่สามารถกระตุ้นให้ผู้ตอบแสดงความรู้สึกและแสดงความคิดเห็น ทั้งสามารถบอกปริมาณได้ด้วยว่า เห็นด้วยหรือมีความรู้สึกไม่แน่ใจว่ามีความรู้สึก เช่นใดต่อข้อความนั้น เรียกเครื่องมือนี้ว่า มาตรฐานวัดเจตคติ วิธีการสร้างมาตรฐานวัดเจตคติมีหลายแบบ เช่นแบบของเธอร์สไตน์ หรือกัทนแมน เป็นต้น ในการทำวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยเลือกใช้มาตรฐานวัดเจตคติของลิ เคิร์ท

ประภาเพ็ญ สุวรรณ (2520 : 27-32) กล่าวว่า วิธีการของลิเคิร์ท มีหลักว่า เจตคติทั้งหลายของบุคคลจะมีการกระจายหรือการแจกแจงอยู่ในลักษณะที่เป็นโค้งปกติ ซึ่งสามารถใช้หน่วยความเบี่ยงเบนมาตรฐาน เป็นเกณฑ์ในการวัดได้ ลิเคิร์ทได้พบว่า ค่าของหน่วยวัดซึ่งใช้หน่วยมาตรฐานเป็นเกณฑ์ นั้นเมื่อเปรียบเทียบกับคะแนนที่จัดอันดับของการตอบสนองแบบ 1, 2, 3, 4, 5 นั้น มีสหสัมพันธ์กันสูงมากถึง 0.99 ซึ่งสามารถจะใช้แทนกันได้ ดังนั้นมาตรวัดเจตคติของลิเคิร์ท จึงประกอบด้วยข้อความคิดเห็นหลาย ๆ ข้อ แต่ละข้อมีคุณค่าเจตคติตามสเกล ระดับของความต่อเนื่องจากไม่เห็นด้วยอย่างยิ่ง ไม่เห็นด้วย ไม่แน่ใจ เห็นด้วย และเห็นด้วยอย่างยิ่ง

ประภาเพ็ญ ได้กล่าวถึงขั้นตอนการสร้างแบบวัดเจตคติ ซึ่งพอสรุปได้ดังนี้

ขั้นแรก พิจารณาว่าจะวัดเจตคติของใคร ที่มีต่ออะไร พร้อมทั้งให้ความหมายของเจตคติและสิ่งทีวัดนั้นให้แน่นอน

ขั้นที่สอง เมื่อให้ความหมายของสิ่งที่ต้องการจะวัดแน่นอนแล้วก็สร้างข้อความในแต่ละหัวข้อนั้นๆ โดยให้คลุมเนื้อหาในหัวข้อเหล่านั้น และข้อความที่จะถามจะต้องเป็นข้อความที่ถามเกี่ยวกับความรู้สึก ความเชื่อหรือความตั้งใจที่จะทำสิ่งหนึ่งสิ่งใดไม่ใช่เป็นข้อเท็จจริง ข้อความที่บรรจุลงในตารางจะต้องประกอบด้วยข้อความที่เป็นไปในทางบวก และข้อความที่เป็นไปในทางลบคละกันไป ข้อความแต่ละข้อความนั้นจะต้องสั้น เข้าใจง่ายและชัดเจน

ขั้นที่สาม ใช้แบบวัดกับกลุ่มบุคคลที่มีลักษณะพื้นฐานคล้าย ๆ กับกลุ่มที่เราจะศึกษาจุดมุ่งหมาย เพื่อเป็นการสนับสนุนข้อความและคัดเลือกข้อความโดยวิธีการวิเคราะห์ข้อความ การสร้างคำถามเพื่อใช้วัดความรู้สึกนั้นเป็นเรื่องที่ยากมาก

4. ประโยชน์ของการวัดเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

สงวนศรี วิรัชชัย (2527 : 12) ได้กล่าวถึงประโยชน์ของเจตคติไว้ดังนี้

1. เป็นสิ่งที่จะช่วยให้บุคคลได้บรรลุเป้าหมายบางอย่างที่ต้องการ (Need Satisfaction or Adjustive Function) จะเห็นได้จากกรณีที่เราต้องการจะทำงานชิ้นหนึ่งให้สำเร็จด้วยดี มีประสิทธิภาพก็ต้องสร้างเจตคติเชิงนิมิตต่องานชิ้นนั้น จึงจะมีโอกาสทำ

งานได้สำเร็จตามความประสงค์ ดังนั้นเจตคติบางอย่างจึงมีประโยชน์ในการช่วยให้บุคคลได้บรรลุเป้าหมายที่ต้องการหรือช่วยให้บุคคลปรับตัวเข้ากับกลุ่มและสถานการณ์ได้

2. ช่วยให้บุคคลมีหลักการ และมีกฎเกณฑ์ในการแสดงพฤติกรรม หรือกล่าวได้ว่าเจตคติช่วยพัฒนาค่านิยมให้กับบุคคล การที่บุคคลมีเจตคติต่อผู้คน เหตุการณ์สถานการณ์และสิ่งต่างๆ ในสังคม จะเป็นสิ่งที่ช่วยให้บุคคลสามารถประเมิน และตัดสินใจได้ว่าตนจะเลือก และยึดถือหลักการประพฤติดังใด อย่างไร จึงจะเป็นสิ่งที่ถูกต้องเหมาะสมเป็นประโยชน์กับตนเองและผู้อื่น

3. เป็นสื่อหรือช่องทางที่จะช่วยให้บุคคลได้พัฒนาความรู้ ความเข้าใจ เกี่ยวกับผู้คน และสิ่งต่างๆ (Knowledge Function) ถ้าเราไม่มีเจตคติต่อผู้คน เหตุการณ์หรือสถานการณ์ใด เราก็มักจะไม่ใส่ใจกับผู้คน เหตุการณ์หรือสถานการณ์นั้น ๆ เมื่อไม่ได้ใส่ใจก็ไม่ได้ความรู้ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งนั้นๆ หรือได้น้อยกว่าความรู้ ความเข้าใจเกี่ยวกับสิ่งที่เราใส่ใจ กิจจร 39 จพ.

ดังนั้นด้วยเหตุนี้จึงได้มีการทดสอบวัดเจตคติของนักเรียนต่อวิชาคณิตศาสตร์ก็เพื่อจะได้ทราบเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ และจัดสภาพแวดล้อมต่างๆให้ถูกต้องเหมาะสมในการเรียนการสอน

งานวิจัยที่เกี่ยวข้อง

งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับผลของการสอนโดยใช้เทคนิคการคิดออกเสียงที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์นั้น เท่าที่ศึกษาพบว่า ส่วนใหญ่เป็นงานวิจัยที่ศึกษาเกี่ยวกับผลการสอนแบบวิธีต่างๆ ที่มีผลต่อความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ หรือผลของการสอนด้วยเงื่อนไขบางอย่างที่มีผลต่อเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เป็นต้น ดังนั้นผู้วิจัยจึงเสนองานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเทคนิคการคิดออกเสียง ความสามารถในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ เรียงจากวิจัยจากต่างประเทศและงานวิจัยในประเทศดังนี้

1. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการคิดออกเสียง

1.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

บรันด์ (Brunk 1958 อ้างใน สิริมาศ 2534 : 26) ได้ศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการคิดออกเสียง กับความชำนาญในการแก้ปัญหา โดยได้ทำการศึกษากับกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งแบ่งเป็น 2 กลุ่ม กำหนดให้กลุ่มแรก พุดความคิดของเขาออกมาให้เหมือนกับที่เขาแก้ปัญหา และมีบ้างที่ไม่พูดหรือเงียบไป ขณะที่เขาแก้ปัญหาอื่นๆ กลุ่มที่ 2 ให้แก้ปัญหา เช่นเดียวกับกับ กลุ่มที่ 1 แต่ไม่ต้องคิดออกเสียงผลที่ได้ชี้ให้เห็นว่า วิธีการคิดออกเสียงกับความชำนาญในการแก้ปัญหามีความสัมพันธ์กันต่ำอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ นอกจากนั้นกลุ่มตัวอย่างที่กำหนดให้คิดออกเสียงต้องการเวลาในการแก้ปัญหามาก และสิ่งที่เป็นพื้นฐานในงานของบรันด์ และผู้ร่วมงานลงความเห็นไว้ว่า กระบวนการคิดเป็นสิ่งซับซ้อนมากสามารถที่จะศึกษาได้ โดยงานที่ใช้การคิดออกเสียง

คิลพาทริก, เพียเจท์ และไซมอน (Kiplatrick , Paige and Simon 1967 : 27) ได้ศึกษาการแก้ปัญหาโดยตรง โดยเขาใช้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ในการศึกษาของเขทั้งหมด ใช้วิธีการทางคลินิก ซึ่งทำการทดลองกับกลุ่มตัวอย่างเป็นรายบุคคล และถามเขาให้คิดออกเสียงให้เหมือนกับที่เขาคิดหาวิธีการในการแก้ปัญหา จากผลของโพลยาใน "How to solve it" ซึ่งแนะนำในเรื่องการตรวจสอบลำดับขั้นตอนในการแก้ปัญหา คิลพาทริก ได้พัฒนา งานของโพลยา เป็นระบบรหัสสำหรับวิเคราะห์พฤติกรรมของนักเรียนที่พยายามในการแก้ปัญหา จุดสำคัญ คือ ความแตกต่างระหว่างบุคคลของกลุ่มตัวอย่าง ซึ่งปรากฏให้เห็นเป็นแนวทางในการใช้วิธีลองผิด ลองถูก ในการแก้ปัญหา เช่นเดียวกับวิธีการนิรนัย คิลพาทริก เลือกปัญหา ซึ่งกลุ่มตัวอย่าง สามารถแก้ปัญหาได้ โดยใช้เลขคณิต หรือพีชคณิต ซึ่งต่างกับเพียเจท์ และไซมอน ปัญหาที่ใช้ต้องเป็นปัญหาเฉพาะที่ไม่เคยพบวิธีการมาก่อนแต่เป็นการประยุกต์ในการตั้งสมการที่เป็นตัวแทนของวิธีการในการแก้ปัญหา ซึ่งพวกเขาพิจารณาความสามารถของกลุ่มตัวอย่างในเรื่องการใช้ข้อมูลสนับสนุนหรือแนวทางในการแก้ปัญหารวมทั้งสภาพที่แท้จริงของลักษณะของปัญหา ซึ่งทำได้ดี ในการแก้ปัญหาโดยใช้ถ้อยคำ ผลงานวิจัยของ เพียเจท์ และไซมอน ได้ให้รายละเอียดว่าลักษณะ

ของปัญหาเป็นประโยชน์อย่างมากทำให้ทราบความแตกต่างรายบุคคลในการสืบค้นกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

คิลพาทริก (1967 อ้างใน Lester 1980 : 303) ได้ศึกษาวิธีการแก้ปัญหาของนักเรียนระดับ 8 ที่มีความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาสูงกว่าค่าเฉลี่ย โดยใช้วิธีคิดดัง ๆ กับระบบบันทึกที่พัฒนาขึ้น พบว่า นักเรียนที่ศึกษา ใช้วิธีการวาดภาพการประมาณ การนิรนัย การลองผิดลองถูก และมีการตรวจทานการแก้ปัญหา ทั้งยังวิธีใช้กันมาก คือ การประมาณ และนักเรียนที่ใช้วิธีลองผิดลองถูกได้คะแนนมากกว่า นักเรียนคนที่ไม่ได้ใช้วิธีนี้ ระบบบันทึกที่คิลพาทริกพัฒนาขึ้นเป็นระบบที่มีข้อเสียมาก ระบบบันทึกนี้เป็นจุดเริ่มต้นการพัฒนาการวิเคราะห์การแก้ปัญหาอย่างมีประสิทธิภาพ

1.2 งานวิจัยในประเทศ

ไตรรงค์ เจนการ (2532 : 130) ได้ศึกษา "การพิสูจน์ร่องรอยกระบวนการคิดทางคณิตศาสตร์" โดยทดลองสอบ นักเรียนด้วยปัญหาทางคณิตศาสตร์ กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 โรงเรียนสังกัดสำนักงานคณะกรรมการการประถมศึกษาแห่งชาติ กรุงเทพมหานคร จำนวน 3 โรงเรียน รวมทั้งสิ้น 116 คน ผลการสอบสิ่งที่ได้มา คือ กระดาษคำตอบของนักเรียนทุกคนที่แสดงวิธีการจนได้คำตอบพร้อมกับร่องรอยการคิด แล้วได้สอบถาม นักเรียนเป็นรายบุคคลอีกครั้งหนึ่งโดยอาศัยร่องรอยการคิด และการแสดงวิธีทำในแต่ละตอนของนักเรียนเกือบทุกคน นักเรียนทุกคนจะเล่าและแสดงกระบวนการคิดซึ่งอีกครั้งตามลำดับจนได้คำตอบ ข้อค้นพบ คือ รูปแบบการคิด 6 แบบ คือ

1. นักเรียนอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำ คิดคำนวณได้ ถูกตามวิธีการได้คำตอบถูกต้อง
2. นักเรียนอ่านโจทย์เข้าใจ รู้วิธีทำอย่างไร บอกถูกว่าทำอะไรก่อน หรือหลังแต่ลงมือแล้วคำนวณไม่ถูกหรือถูกบางจุด เลยได้คำตอบผิด
3. อ่านโจทย์เข้าใจ แต่ไม่รู้วิธีทำที่ถูกจริง ทำให้ได้คำตอบที่ผิดแม้จะมีความสามารถในการคิดคำนวณก็ตาม

4. นักเรียนเข้าใจ เพียงโจทย์อย่างเดียว นอกนั้นทำไม่ได้

5. นักเรียนคิดคำนวณได้อย่างเดียว โจทย์ที่ให้อ่านไม่เข้าใจ

6. ไม่รู้อะไรเลย บางที่อ่านหนังสือไม่ออก

ยุรวุฒิ คัลยามงคล (2533 : 111-114) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การศึกษากระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูง ในโรงเรียนสังกัดสำนักงานการศึกษา กรุงเทพมหานคร โดยใช้ตัวอย่างประชากรเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในโรงเรียน สังกัดสำนักงาน การประถมศึกษา กรุงเทพมหานคร ที่มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนสูง 102 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ประเภท คือ แบบวัดกระบวนการแก้โจทย์ปัญหา (เอ็ม อี คิว) แบบสังเกตกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาและแบบสัมภาษณ์ การใช้กระบวนการแก้โจทย์ปัญหา ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนส่วนใหญ่มีกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาเพียง 3 ขั้นตอน คือ การทำความเข้าใจปัญหา การวางแผนแก้ปัญหา และการดำเนินการตามแผนแก้ปัญหา มีจำนวนน้อยที่ทำครบ 4 ขั้นตอน คือมีการทบทวนคำตอบและแผนการแก้ปัญหา

สิริมาศ สิทธิหล่อ (2534 : 94-97) ได้ทำการวิจัยเรื่อง การพัฒนาวิธีการจัดกระบวนการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ โดยใช้วิธีการคิดออกเสียง โดยใช้ตัวอย่างประชากร เป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในโรงเรียนมัธยมศึกษาสังกัดกรมสามัญศึกษา กรุงเทพมหานครจำนวน 72 คน เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัยมี 3 ชนิด คือ อุปกรณ์ที่ใช้ในการเก็บข้อมูล แบบสอบอัตนัย แบบบันทึกกระบวนการแก้โจทย์ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า วิธีการวัดกระบวนการแก้ปัญหาโดยวิธีการคิดออกเสียงมีความตรงเชิงเกณฑ์ และพบว่า นักเรียนกลุ่มเก่งจะแสดงพฤติกรรมการแก้ปัญหาเกือบทุกขั้นตอน ในขณะที่กลุ่มปานกลาง และกลุ่มอ่อนแสดงพฤติกรรมไม่ครบขั้นตอน และกลุ่มเก่งแสดงพฤติกรรมคิดออกเสียงที่ให้ข้อมูลมากกว่า

ดวงใจ จงธนากร (2535 : 89) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "ผลของการสอนอ่านแบบแสดงการคิดเป็นถ้อยคำที่มีผลสัมฤทธิ์ในการอ่าน เพื่อความเข้าใจภาษาอังกฤษของนักเรียนชั้นมัธยม

ศึกษาปีที่ 4" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนระดับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 จำนวน 70 คน โดยแบ่งเป็น 2 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองได้รับการสอนอ่านด้วยวิธีสอนแบบแสดงการคิดเป็นถ้อยคำ และกลุ่มควบคุมได้รับการสอนอ่านด้วยวิธีสอนอ่านแบบปกติผลการวิจัยสรุปว่า การสอนอ่านแบบแสดงการคิดเป็นถ้อยคำมีผลต่อผลสัมฤทธิ์ในการอ่านเพื่อความเข้าใจภาษาอังกฤษสูงกว่าการสอนแบบปกติอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

2. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์

2.1 งานวิจัยในต่างประเทศ

ฮอลล์ (Hall 1977 : 6324-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างการกะประมาณและความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์ คณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5 จำนวน 60 คน แบ่งเป็นกลุ่มๆ ละ 30 คน กลุ่มหนึ่งเป็นกลุ่มควบคุม อีกกลุ่มเป็นกลุ่มทดลอง โดยกลุ่มทดลองได้รับการสอนการกะประมาณรวม 8 บทเรียน ๆ ละ 30 นาที ในการวิจัยทั้งสองกลุ่มได้รับการทดสอบก่อนและหลังเรียน เครื่องมือที่ใช้คือ แบบทดสอบวัดความสามารถในการกะประมาณ และแบบทดสอบวัดความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนที่มีความสามารถในการกะประมาณสูงมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์มากกว่านักเรียนที่มีความสามารถในการกะประมาณต่ำ

อีโคโนโมโปโลส (Economopoulos 1987 : 4102-A) ได้ทำการวิจัยเรื่อง "การศึกษาความสัมพันธ์ระหว่างทฤษฎีการตัดสินใจ การแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ และการคิดแบบเอเนกนัย ของนักเรียนที่เรียนคณิตศาสตร์ในระดับมัธยมศึกษาได้ดีเลิศ" โดยใช้กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนที่เรียนดีเลิศทางคณิตศาสตร์จำนวน 56 คน โดยจัดเป็นกลุ่มทดลอง 2 กลุ่มๆ ละ 15 คน กลุ่มควบคุม 1 กลุ่มจำนวน 26 คน กลุ่มทดลองทั้ง 2 กลุ่ม ได้รับการสอนตามทฤษฎีการตัดสินใจ โดยกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีเกม ส่วนอีกกลุ่มหนึ่งได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้างๆ ซึ่งใช้เวลาในการสอน 15 ครั้งๆละ 75 นาที เครื่องมือที่ใช้เป็นแบบทดสอบวัดความสามารถใน

การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ตามแนวฮิวริสติก และแบบวัดความคิดแบบอเนกนัย ซึ่งความคิดแบบอเนกนัยแบ่งเป็น 3 แบบ คือ ความคิดแบบคล่องตัว ความคิดแบบยืดหยุ่น และความคิดแบบริเริ่ม ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีเกมมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจอย่างกว้าง ๆ แต่นักเรียนที่ได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจทั้งสองกลุ่มมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์สูงกว่ากลุ่มที่ได้รับการสอนแบบปกติ และนักเรียนที่มีความคิดริเริ่มสูง เมื่อได้รับการสอนทฤษฎีการตัดสินใจแล้วมีความสามารถในการแก้ปัญหาโจทย์คณิตศาสตร์เพิ่มขึ้นมากกว่าอัตราการเพิ่มของกลุ่มที่มีความคิดริเริ่มต่ำ

2.2 งานวิจัยในประเทศ

พรทิพย์ พรหมสาขา ณ สกลนคร (2527 : 62-65) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง "ผลของการสอนที่มีต่อความสามารถในการแก้ปัญหาและความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนประจักษ์ศิลปาคาร จังหวัดอุดรธานี โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มควบคุมที่ได้รับการสอนแก้ปัญหาโจทย์ตามคู่มือครู จำนวน 39 คน กลุ่มทดลอง 1 ที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์ และแก้ปัญหาโดยตารางวิเคราะห์จำนวน 41 คน และกลุ่มทดลอง 2 ที่ได้รับการสอนเน้นทักษะการแปลความหมายโจทย์และแก้ปัญหาโดยอิสระ จำนวน 38 คน ผลการวิจัยพบว่า นักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีความสามารถในการแก้ปัญหาแตกต่างกัน และนักเรียนทั้ง 3 กลุ่ม มีความวิตกกังวลในวิชาคณิตศาสตร์ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.01

3. งานวิจัยที่เกี่ยวข้องกับเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์

3.1 งานวิจัยในต่างประเทศ กิจจร จพ. 39

เฮส์ (Hayes 1972 : 1538-A) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง "ผลของการให้การบ้านซึ่งมีต่อเจตคติและผลสัมฤทธิ์และนิสัยในการเรียนของวิชาคณิตศาสตร์ในวิทยาลัย" กลุ่มทดลองใช้วิธีคือ ครูให้การบ้านด้วยตนเอง โดยใช้โจทย์ปัญหาซึ่งสร้างขึ้นเองจากสิ่งที่คุณเคยรอบ ๆ ตัว

ส่วนกลุ่มควบคุม ใช้วิธีให้การบ้านโดยใช้โจทย์จากหนังสือ ในแต่ละกลุ่มแบ่งเป็นสองกลุ่มย่อย คือ กลุ่มที่เรียนพีชคณิต และกลุ่มที่เรียนตรีโกณมิติ เมื่อสิ้นสุดการทดลอง วัดเจตคติและผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและวัดลักษณะนิสัยในการเรียนผลปรากฏว่า กลุ่มทดลองมีผลสัมฤทธิ์สูงกว่าควบคุมอย่างไม่มีนัยสำคัญ ส่วนลักษณะนิสัยในการเรียนของทั้งสองกลุ่มไม่แตกต่างกันและพบว่ากลุ่มทดลองชอบการบ้านมากกว่ากลุ่มควบคุม

3.2 งานวิจัยในประเทศ

อรชชา เจริญพร (2525 : 44-46) ได้ศึกษาวิจัยเรื่อง "ผลของเงื่อนไขการแข่งขันที่มีต่อผลสัมฤทธิ์และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง" กลุ่มตัวอย่างเป็นนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่สอง โรงเรียนยานนาวาศรีวิทยาเขต กรุงเทพมหานคร ปีการศึกษา 2524 จำนวน 135 คน โดยแบ่งเป็น 3 กลุ่ม คือ กลุ่มทดลองที่มีการแข่งขันเป็นรายบุคคลจำนวน 45 คน กลุ่มทดลองที่มีการแข่งขันเป็นกลุ่มจำนวน 46 คน และกลุ่มควบคุมที่ไม่มีการแข่งขันจำนวน 44 คน ผลการวิจัยพบว่า ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่มีการแข่งขันเป็นรายบุคคลกลุ่มที่มีการแข่งขันในกลุ่ม และกลุ่มที่ไม่มีการแข่งขันไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05 และเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ระหว่างกลุ่มที่มีการแข่งขันเป็นรายบุคคล กลุ่มที่มีการแข่งขันเป็นกลุ่ม และกลุ่มที่ไม่มีการแข่งขัน ไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญทางสถิติ 0.05

นวลศรี เห็นสุข (2525 : 41-44) ได้ศึกษา ผลของการอธิบายก่อนและหลังทำการบ้านและหลังการตรวจการบ้าน ซึ่งมีต่อเจตคติ และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนสันติราษฎร์วิทยาลัย จำนวน 135 คน โดยแบ่งออกเป็น 3 กลุ่มคือ กลุ่มแรกได้อธิบายการบ้านแก่นักเรียนก่อนที่จะให้นักเรียนทำ กลุ่มที่สองได้ตรวจการบ้านแก้ไขและให้คะแนน จนจบบทเรียนแล้วให้นักเรียนทำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน และแบบสอบถามเจตคติต่อวิชาคณิตศาสตร์ แล้วนำคะแนนที่ได้มาวิเคราะห์ ความแปรปรวนโดยใช้ ANOVA และหาสัมประสิทธิ์สหสัมพันธ์ ของเจตคติกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ โดยใช้สูตรของเพียร์สัน ผลการวิจัยพบว่า เจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์และผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน

คณิตศาสตร์ของนักเรียนทั้งสามกลุ่มไม่แตกต่างกันที่ระดับนัยสำคัญ 0.05 และเจตคติที่มีต่อวิชาคณิตศาสตร์มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ อย่างมีนัยสำคัญ ที่ระดับ 0.05

จากผลการวิจัยที่กล่าวมาทั้งหมดจะเห็นได้ว่า การแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์เป็นเรื่องที่น่าสนใจเรื่องหนึ่งที่มีผู้ศึกษามากมาย แต่สิ่งที่จำเป็นและมีความสำคัญเป็นอย่างมากในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์นั้นก็คือ เทคนิค หรือวิธีการในการแก้ปัญหาทางคณิตศาสตร์ ซึ่งจะเป็นวิธีสอนวิธีหนึ่งที่จะช่วยเหลือนักเรียนให้แสดงความคิดออกมาด้วยคำพูดหรือเครื่องมือวัดซึ่งจะทำให้ครูผู้สอนได้ทราบ และสามารถที่จะนำไปแก้ไข และพัฒนาผู้เรียนให้มีประสิทธิภาพมากยิ่งขึ้น และเทคนิควิธีการ ที่นำมาใช้ในการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ที่ได้รับความนิยม แพร่หลายในปัจจุบันนี้คือ เทคนิคการคิดออกเสียง (Thinking aloud Technique)