



บทที่ 1

บทนำ

ที่มาและความสำคัญของปัญหา

การทดสอบสมมติฐานเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากรสองกลุ่มที่เป็นอิสระต่อกันนั้น สถิติทดสอบ (test statistics) ที่นิยมใช้กันมากที่สุดคือการทดสอบที (t test) หรือ Z (Z test) แต่ถ้าต้องการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยประชากรมากกว่าสองกลุ่มที่เป็นอิสระต่อกัน สถิติทดสอบที่ใช้กันคือ การทดสอบเอฟ (F TEST) เนื่องจากเป็นวิธีการที่ใช้กันอย่างแพร่หลาย ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้นดังนี้

1. ตัวอย่างสุ่มแต่ละกลุ่มต้องเป็นตัวอย่างสุ่มจากประชากรกลุ่มต่างๆกัน และการกำหนดสิ่งทดลองให้กับหน่วยทดลองจะต้องเป็นไปอย่างสุ่ม
2. ประชากรที่นำมาทดสอบนั้นต้องเป็นอิสระต่อกัน
3. ประชากรแต่ละกลุ่ม ต้องมีการแจกแจงแบบปกติ (normality of population) มีค่าเฉลี่ยเท่ากับ μ_i และมีความแปรปรวนเท่ากันหมด นั่นคือ

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \dots = \sigma_k^2$$

ซึ่งอาจเขียนในรูปสัญลักษณ์ได้ว่า $X_{ij} \sim N(\mu_i, \sigma^2)$

ตามที่กล่าวกันมาในอดีตว่า σ_1^2 แตกต่างจาก σ_2^2 อาจทำให้บังความแตกต่างค่าเฉลี่ยประชากรคือจะทำให้ตัดสินใจว่าประชากรสองประชากรไม่มีนัยสำคัญ ซึ่งข้อสมมติเกี่ยวกับความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากรใน กรณีที่ไม่แน่ใจว่าความแปรปรวน ในประชากรแต่ละกลุ่มเท่ากันจริงหรือไม่ (equality of error variances) ก็อาจทำการตรวจสอบได้โดยใช้การทดสอบเอฟ แต่ถ้าประชากรที่นำมาทดสอบนั้น ไม่ได้มีการแจกแจงเป็นแบบปกติแล้ว การทดสอบเอฟนี้จะมีความไว (sensitive) มากต่อผลการทดสอบซึ่งไม่ควรที่จะเลือกใช้ การทดสอบเอฟ เพราะว่าความน่าจะเป็นที่จะเกิดความคลาดเคลื่อนประเภทที่หนึ่ง (Type I error) มีค่าสูงหมายความว่า เราต้องเสี่ยงที่จะปฏิเสธสมมติฐาน H_0 เมื่อสมมติฐาน H_0 ถูก ในกรณีนี้ผู้วิจัยอาจจะพิจารณาการทดสอบอื่นที่แรงกว่าการทดสอบเอฟ เช่นการทดสอบแบบไม่ใช้

พารามิเตอร์ (nonparametric test) แต่กรณีที่ไม่ต้องการ การทดสอบแบบไม่ใช้พารามิเตอร์ ก็อาจเลือกการทดสอบทางด้านพารามิเตอร์ (parametric test) ได้ งานวิจัยที่เกี่ยวกับการทดสอบความเท่ากัน ของค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่าสองกลุ่ม โดยตรงมักเลือกใช้สถิติทดสอบพื้นฐาน (classical test statistics) เช่นการทดสอบเอฟ (F test) สำหรับหาคำตอบให้แก่ปัญหา ซึ่งโดยทฤษฎีแล้วนั้น การทดสอบหรือสถิติทดสอบเหล่านี้ต้องอยู่ภายใต้ข้อตกลงเบื้องต้น จึงจะยอมรับได้ว่าผลการวิจัยนั้นเป็นที่เชื่อถือได้

ในทางปฏิบัติบ่อยครั้งที่พบว่าข้อมูลที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์นั้น มีอยู่ไม่น้อยที่ไม่เป็นไปตามข้อตกลงดังกล่าว เช่นในการทดลองทางวิทยาศาสตร์ พบว่าจำนวนหน่วยทดลองที่ใช้มีไม่มาก เนื่องจากจำกัดด้วย จำนวนหน่วยทดลองเอง เวลา ค่าใช้จ่าย หรืออยู่ภายใต้เงื่อนไขอย่างใดอย่างหนึ่ง ปัญหาที่พบคือความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน ซึ่งข้อมูลลักษณะนี้อาจจะพบได้บ่อยๆ การทดสอบเอฟ เป็นทางเลือกที่ไม่ค่อยดี เพราะผลสรุปของการวิจัยที่ได้จากการทดสอบที่ไม่เหมาะสมกับข้อมูล นั้นไม่เป็นที่ยอมรับกันโดยทั่วไป ดังที่ Cochran และ Cox¹ (Kirk:1969:60) กล่าวว่า " ข้อมูลที่ได้จากการวิจัยอาจจะไม่ตรงตามข้อตกลงเบื้องต้นที่กำหนดไว้ ดังนั้นค่าต่างๆที่นำมา วิเคราะห์จึงเป็นเพียงค่าประมาณมากกว่าเป็นค่าที่แท้จริง และการที่ข้อตกลงเบื้องต้นไม่เป็นจริงนี้ยังมีผลกระทบต่อระดับนัยสำคัญของการทดสอบ และความไวของสถิติทดสอบด้วย "

¹ สุพรรณิ อร่ามวัฒนกุล, " สถิติทดสอบที่มีความแกร่งสำหรับทดสอบความเท่ากันของความแปรปรวนระหว่างประชากรสองชุด " (วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต ภาควิชาสถิติ บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2531). หน้า 2.

ซึ่งค่ากล่าวเหล่านี้แสดงว่าผลสรุปที่ได้จากการทดสอบสมมติฐานโดยใช้การทดสอบเอฟจะคลาดเคลื่อนจากความจริง หากเรายังคงใช้การทดสอบเอฟแล้วย่อมส่งผลกระทบต่อสรุปผลของข้อมูลได้

จากผลกระทบดังกล่าวจึงเป็นที่น่าสนใจ ในการหาวิธีการทดสอบที่เหมาะสมกว่ามาแทนการทดสอบเอฟ ซึ่งมีข้อตกลงว่าความแปรปรวนของประชากรต้องเท่ากัน เพื่อที่จะทำให้การสรุปผลถูกต้องยิ่งขึ้นและผลที่ได้จากการวิจัย ทำให้ทราบสถิติทดสอบที่เหมาะสมสำหรับทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากรมากกว่าสองกลุ่ม เมื่อความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากันที่มีการแจกแจงแบบปกติ

วัตถุประสงค์ของการวิจัย

ในการวิจัยครั้งนี้ต้องการศึกษาเปรียบเทียบตัวสถิติทดสอบที่ใช้ทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยที่มีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน 5 วิธี

- 1 การทดสอบเอฟ (ANOVA F TEST)
- 2 การทดสอบเอฟที่ใช้ค่าเฉลี่ยของ Graybill & Deal
- 3 การทดสอบเอฟที่เสนอโดย Brown & Forsythe
- 4 การแปลงข้อมูลเป็นค่าลอการิทึม (The Logarithim Transformation)

แล้วทำการวิเคราะห์ข้อมูลที่แปลงแล้วโดยวิธีการทดสอบเอฟ (ANOVA F TEST)

5 TRIMMED F ' S TEST

เพื่อหาข้อสรุปเกี่ยวกับอำนาจการทดสอบดังกล่าว ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ (normal distribution) การเสนอแนะครั้งนี้ จะเสนอแนะความคิดและคุณผลกระทบที่เกิดขึ้น

สมมติฐานของการวิจัย

ภายใต้ลักษณะการแจกแจงแบบปกติ เมื่อกำหนดให้สัดส่วนของความแปรปรวนและสัดส่วนของค่าเฉลี่ยของประชากรมีรูปแบบต่างๆกันแล้ว กล่าวได้ว่า

1. สมมติฐานของความแปรปรวนของประชากรอาจตัดทิ้งหรือละเลยไปได้ เมื่อขนาดตัวอย่างใหญ่
2. ในกรณีขนาดตัวอย่างใหญ่ สถิติทดสอบทุกวิธีจะให้ค่าอำนาจของการทดสอบใกล้เคียงกัน

3. การทดสอบเอฟที่ใช้ค่าเฉลี่ยของ Graybill & Deal จะมีความสามารถในการควบคุมความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และมีค่าอำนาจการทดสอบสูงกว่าสถิติทดสอบทุกตัวที่เปรียบเทียบ

ข้อกำหนดของการวิจัย

เกณฑ์ในการเลือกสถิติทดสอบ จะพิจารณาจากความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) และอำนาจของการทดสอบ (The Power of a Test)

ขอบเขตของการวิจัย

1 ศึกษาความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และอำนาจของการทดสอบเอฟ (ANOVA F TEST) การทดสอบเอฟที่ใช้ค่าเฉลี่ยของ GRAYBILL & DEAL การทดสอบเอฟที่เสนอโดย Brown & Forsythe การแปลงข้อมูลเป็นค่าลอการิทึม (The Logarithmic Transformation) และ TRIMMED F ภายใต้ลักษณะการแจกแจงของประชากรเป็นแบบปกติ (normal distribution) ทั้ง 3 ประชากร

2 กำหนดอัตราส่วนของค่าเฉลี่ยของประชากร 1:1:1 1:1.1:1.5 1:1:2 1:2:3

3 อัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของประชากรทั้งสาม ($\sigma_1:\sigma_2:\sigma_3$) มีค่าเป็น 1:1:1

อัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแตกต่างกันน้อย 1:1.1:1.2 1:1.3:1.4

อัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแตกต่างกันปานกลาง 1:1.8:2 1:2:3

อัตราส่วนของส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานแตกต่างกันมาก 1:3:5

4 จำนวนตัวอย่างที่ใช้ในการวิจัยครั้งนี้แบ่งเป็น 2 กรณี คือ

4.1 จำนวนตัวอย่างเท่ากัน จะศึกษากรณีขนาดของตัวอย่างเป็น

10,10,10 30,30,30 และ 50,50,50

4.2 จำนวนตัวอย่างไม่เท่ากัน จะศึกษากรณีขนาดของตัวอย่างเป็น

5,10,15 25,30,35 30,40,50 และ 45,50,55

5 การวิจัยครั้งนี้จำลองข้อมูลให้มีสถานการณ์ตามที่ต้องการศึกษา คือข้อมูลที่มีการแจกแจงแบบปกติ ขนาดตัวอย่างที่ต้องการ โดยใช้เทคนิคการจำลองแบบมอนติคาร์โล (Monte Carlo Simulation Technique) จากเครื่องคอมพิวเตอร์ IBM เขียนโปรแกรมด้วยภาษาฟอร์แทรน (FORTRAN 77) ทำการจำลองข้อมูลซ้ำๆกัน จำนวนตัวสถิติทดสอบทั้ง 5 วิธีที่กล่าวมาแล้ว โดยในแต่ละสถานการณ์จะทำซ้ำจำนวน 600 ครั้ง

6 กำหนดระดับนัยสำคัญของการทดสอบที่ α เท่ากับ 0.05 และ 0.01 สำหรับในการวิจัยครั้งนี้ ผู้วิจัยมีความสนใจศึกษากรณีที่ไม่เป็นตามข้อตกลงที่สาม คือ ความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน และหาข้อสรุปในการเลือกใช้สถิติทดสอบที่เหมาะสมสำหรับการทดสอบความเท่ากันของค่าเฉลี่ยของประชากร เมื่อความแปรปรวนไม่เท่ากัน โดยศึกษาวิธีมอนติคาร์โล เป็นวิธีที่ศึกษาในรูปของการจำลอง (simulation) โดยใช้ตัวเลขสุ่ม สามารถระบุขนาดของกลุ่มตัวอย่าง ความแปรปรวน ค่าเฉลี่ย และลักษณะการแจกแจงของประชากรได้ ตามที่ผู้วิจัยต้องการ

คำจำกัดความ

ความแกร่ง (Robusness) ของการทดสอบ หมายถึง คุณสมบัติของการทดสอบที่ไม่แสดงความไวต่อการเปลี่ยนแปลง ของปัจจัยอื่นที่ไม่ใช่ปัจจัยที่ต้องการทดสอบ เช่นการเบี่ยงเบนไปจากข้อตกลงเบื้องต้นของการทดสอบ อันจะมีผลต่อความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 และการทดสอบความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 สิ่งที่ใช้ในการพิจารณาความแกร่งของการทดสอบคือ ความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1

อำนาจของการทดสอบ (the power of a test) หมายถึงความน่าจะเป็น (probability) ที่จะปฏิเสธสมมติฐานว่าง H_0 (null hypothesis) เมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิดซึ่งจะมีค่าเท่ากับ $1-\beta$ เมื่อ β คือความน่าจะเป็นของความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 1 (Type I error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นถูก

ความคลาดเคลื่อนประเภทที่ 2 (Type II error) เป็นความผิดพลาดที่เกิดจากการไม่ปฏิเสธสมมติฐานว่าง เมื่อสมมติฐานว่างนั้นผิด

การแปลงข้อมูล (transformation of data) หมายถึง การเปลี่ยนแปลงข้อมูลอย่างมีระบบ เพื่อมุ่งหวังที่จะช่วยให้อำนาจการทดสอบเอฟ (ANOVA F TEST) มีค่าสูงสุด

ประโยชน์ของการวิจัย

- 1 เพื่อเป็นประโยชน์แก่ผู้ที่จะนำไปใช้ในการทดสอบค่าเฉลี่ยของประชากร กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน ที่มีการแจกแจงแบบปกติทั้งที่มีตัวอย่างมีขนาดเล็กและขนาดใหญ่
- 2 สามารถเป็นแนวทางในการศึกษา เพื่อเลือกตัวสถิติทดสอบที่เหมาะสม กรณีความแปรปรวนของประชากรไม่เท่ากัน
- 3 เพื่อเป็นแนวทางในการศึกษาวิจัยเพื่อเปรียบเทียบตัวสถิติอื่นๆต่อไป