

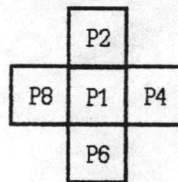
บทที่ 2

แนวคิดและทฤษฎี

2.1 ความสัมพันธ์ระหว่างจุดภาพ

จุดภาพที่อยู่บนรูปภาพดิจิทัลทั้งหมดจะมีความสัมพันธ์ต่อกันในลักษณะใดลักษณะหนึ่ง และความสัมพัทธ์ขั้นพื้นฐานที่มีความสำคัญต่อจุดภาพ 3 ความสัมพันธ์มีดังนี้

2.1.1 จุดภาพใกล้เคียง 4 จุด (Gonzales and Woods , 1992)



รูปที่ 2.1 แสดงจุดภาพใกล้เคียง 4 จุด

จุดภาพ P1 ที่อยู่บนคู่ลำดับ (X,Y) จะมีจุดภาพใกล้เคียงในแนวตั้งและแนวนอนอยู่ 4 จุดภาพด้วยกันคือจุดภาพ $P2(X,Y+1)$ จุดภาพ $P4(X+1,Y)$ จุดภาพ $P6(X,Y-1)$ จุดภาพ $P8(X-1,Y)$ จุดภาพทั้ง 4 จุดภาพนี้จะเรียกว่าจุดภาพใกล้เคียง 4 จุด (4 neighbors) หรือใช้สัญลักษณ์ $N_4(P1)$ แต่ละจุดภาพใกล้เคียง 4 จุดจะมีระยะห่างจากจุดภาพ P1 เป็นระยะ 1 หน่วยและถ้าจุดภาพ P1 เป็นจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุจะมีจุดภาพใกล้เคียง 4 จุดบางจุดภาพที่อยู่ภายนอกวัตถุ

2.1.2 จุดภาพใกล้เคียง 8 จุด (Gonzales and Woods , 1992)

จุดภาพใกล้เคียงอีก 4 จุดในแนวทแยงของจุดภาพ P1 คือจุดภาพ $P3(X+1,Y+1)$ จุดภาพ $P5(X+1,Y-1)$ จุดภาพ $P7(X-1,Y-1)$ จุดภาพ $P9(X-1,Y+1)$ เรียกว่าจุดภาพใกล้เคียงแนวทแยง 4 จุด (4 Diagonal neighbors) หรือใช้สัญลักษณ์ $N_D(P1)$

เมื่อรวมจุดภาพใกล้เคียง 4 จุดกับจุดภาพใกล้เคียงแนวทแยง 4 จุดเข้าด้วยกันจะได้จุดภาพใกล้เคียง 8 จุด (8 neighbors) หรือใช้สัญลักษณ์ $N_8(P1)$ และเช่นเดียวกัน ถ้าจุดภาพ P1 เป็นจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุจะมีจุดภาพบางจุดของ $N_D(P1)$ และ $N_8(P1)$ ที่อยู่ภายนอกวัตถุ

P9	P2	P3
P8	P1	P4
P7	P6	P5

รูปที่ 2.2 แสดงจุดภาพใกล้เคียง 8 จุด

2.1.3 ระยะห่างระหว่างจุดภาพ (Gonzales and Woods , 1992)

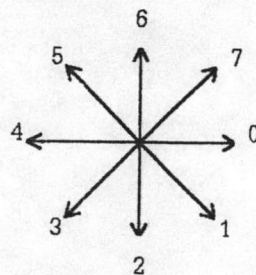
ให้จุดภาพ P Q และ Z อยู่บนคู่ลำดับ (X_P, Y_P) (X_Q, Y_Q) และ (X_Z, Y_Z) ตามลำดับ โดย D เป็นระยะห่างระหว่างจุดภาพ ซึ่งมีคุณสมบัติดังนี้

1. $D(P,Q) \geq 0$ โดย $D(P,Q) = 0$ เมื่อ $P = Q$
2. $D(P,Q) = D(Q,P)$
3. $D(P,Z) \leq D(P,Q) + D(Q,Z)$

ระยะห่างระหว่างจุดภาพ P กับ จุดภาพ Q สามารถหาได้ดังนี้

$$D(P,Q) = [(X_P - X_Q)^2 + (Y_P - Y_Q)^2]^{1/2}$$

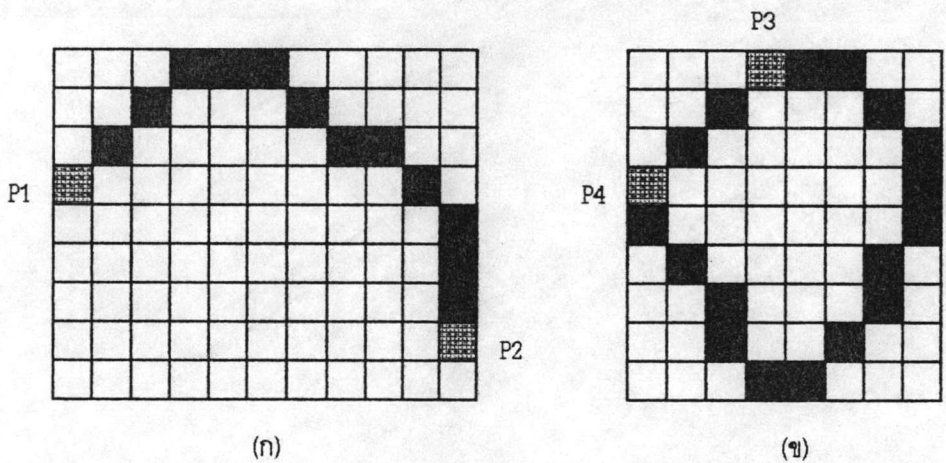
2.2 รหัสลูกโซ่ (Chain code) (Gonzales and Woods , 1992)



รูปที่ 2.3 รหัสลูกโซ่แบบ 8 ทิศ

รหัสสุกโซ่ใช้ในการแทนขอบของส่วนย่อยของเส้นตรงที่เชื่อมต่อกันโดยระนาบความยาวและทิศทาง การกำหนดค่าที่ใช้แทนทิศทางจะขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ว่าเป็น 4 ทิศหรือ 8 ทิศ ทิศของแต่ละส่วนย่อยจะใช้ตัวเลขในการแทนค่าดังรูปที่ 2.3

โดยปกติรูปภาพดิจิทัลจะประมวลผลในลักษณะของชิ้นภาพเล็กๆหรือจุดภาพที่อยู่ติดกัน การกำหนดรหัสสุกโซ่ให้แต่ละจุดภาพจึงทำได้โดยการตามทิศทางของจุดภาพและกำหนดรหัสสุกโซ่ให้ตามทิศทางของจุดภาพ 2 จุดที่ต่อเนื่องกัน จุดภาพเริ่มต้นและทิศทางในการตามจุดภาพจะมีผลต่อการกำหนดรหัสสุกโซ่ นั่นคือถ้ากำหนดจุดเริ่มต้นและทิศทางในการตามจุดภาพแตกต่างกัน รหัสสุกโซ่ของจุดภาพที่ได้อาจไม่เหมือนกัน ดังนั้นจึงควรกำหนดทิศทางในการตามจุดภาพไปตามเข็มนาฬิกาหรือทวนเข็มนาฬิกา อย่างไม่อย่างหนึ่ง ด้วยเหตุนี้เมื่อกำหนดทิศทางในการตามจุดภาพแล้วจะทำให้รหัสสุกโซ่ขึ้นอยู่กับจุดเริ่มต้นเท่านั้น ดังเช่นรูปที่ 2.4 (ก) ถ้าจุดภาพเริ่มต้นคือ P1 จะได้รับรหัสสุกโซ่เป็น 7770011011222 แต่ถ้าจุดภาพเริ่มต้นคือ P2 จะได้รับรหัสสุกโซ่เป็น 66655445544333 ส่วนรูปที่ 2.4 (ข) ถ้าจุดเริ่มต้นคือ P3 จะได้รับรหัสสุกโซ่เป็น 0011223233456556777 แต่ถ้าจุดเริ่มต้นคือ P4 จะได้รับรหัสสุกโซ่เป็น 7770011223233456556 จะเห็นได้ว่ารูปที่ 2.4 (ข) เป็นรูปปิด รหัสสุกโซ่ที่ได้ทั้ง 2 ชุดนั้น รหัสสุกโซ่มีค่าเหมือนกัน แต่ลำดับของรหัสสุกโซ่จะแตกต่างกัน นั่นคือจุดเริ่มต้นมีผลต่อการกำหนดรหัสสุกโซ่

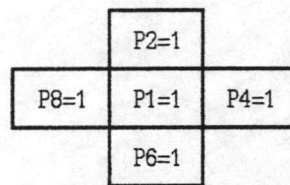


รูปที่ 2.4 แสดงตัวอย่างของจุดภาพของเส้นขอบที่จะหารหัสสุกโซ่

2.3 การหาเส้นขอบของวัตถุ (Edge Detection) (Low , 1991)

การหาเส้นขอบของวัตถุคือการแยกจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุออกจากจุดภาพที่เป็นส่วนพื้นและจุดภาพที่อยู่ภายในวัตถุ การตัดสินใจว่าจุดภาพใดเป็นจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุทำได้ดังนี้

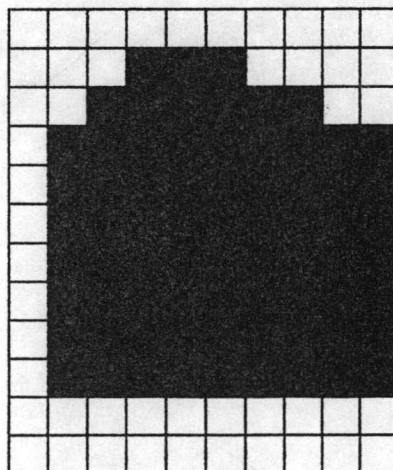
- กำหนดให้จุดภาพที่เป็นวัตถุมีค่าเป็น 1 และ จุดภาพในส่วนพื้นมีค่าเป็น 0
- ให้ $P1(X,Y)$ เป็นจุดภาพที่ต้องการทดสอบว่าเป็นจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบหรือไม่
- $P1$ จะเป็นจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุ หากมีคุณสมบัติตรงตามเงื่อนไข 2 ข้อ ดังนี้
เงื่อนไขที่ 1 $P1$ มีค่าเป็น 1
เงื่อนไขที่ 2 จำนวนจุดภาพใกล้เคียง 4 จุดของจุดภาพ $P1$ ไม่มีค่าเป็น 1 ทุกจุด นั้น
 คือ $P2+P4+P6+P8 \neq 4$



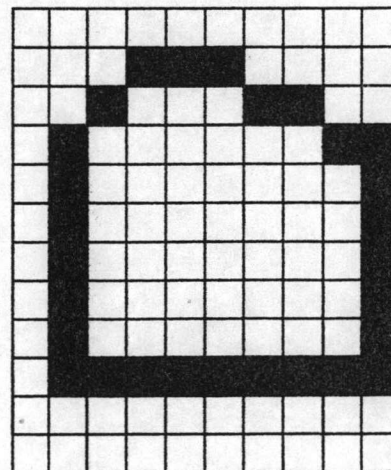
รูปที่ 2.5 แสดงการตัดสินจุดขอบของวัตถุโดย $P1$ ไม่เป็นจุดภาพบนเส้นขอบ

จากรูปที่ 2.5 นั้น จุดภาพ $P1$ ไม่เป็นจุดภาพบนเส้นขอบของวัตถุเพราะจุดภาพใกล้เคียง 4 จุดของจุดภาพ $P1$ มีค่าเป็น 1 ทุกจุด

รูปที่ 2.6 (ก) แสดงรูปวัตถุก่อนที่จะหาเส้นขอบ และรูปที่ 2.6 (ข) คือจุดภาพที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุที่หาได้โดยวิธีนี้



(ก)



(ข)

รูปที่ 2.6 แสดงวัตถุและเส้นขอบของวัตถุ (ก) ก่อนหาเส้นขอบ (ข) หลังหาเส้นขอบ

2.4 การหาแกนกลางของวัตถุ (The Skeleton of Object)

การหาแกนกลางของวัตถุ (Thinning หรือ Skeletonizing หรือ Medial Axis Transformation) คือการลดขนาดของวัตถุตามแนวแกนของวัตถุจนเหลือเพียงแกนกลางของวัตถุเท่านั้น

หลักการที่ใช้ (Gonzales and Woods , 1992) คือ กำหนดทุกๆจุดในวัตถุที่มีจุดใกล้เคียงที่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุมากกว่า 1 จุด จะให้จุดจุดนั้นเป็นจุดจุดหนึ่งในแกนกลางของวัตถุ ซึ่งผลลัพธ์ของแกนกลางที่ได้จะขึ้นอยู่กับนิยามของจุดใกล้เคียง

ขั้นตอนวิธีหนึ่งที่ใช้ในการหาแกนกลางของวัตถุ คือ ขั้นตอนวิธีพิทาส (Pitas , 1993) หรือขั้นตอนวิธีของ Zhang และ Suen (Hussain , 1991) ซึ่งมีขั้นตอนวิธีดังนี้

1. กำหนดให้ จุดภาพที่เป็นวัตถุมีค่าเป็น 1 และจุดภาพในส่วนพื้นหลังมีค่าเป็น 0
2. ขั้นตอนวิธีพิทาสจะประกอบด้วย 2 ชั้น แต่ละชั้นจะทำงานกับจุดภาพทุกจุดที่อยู่บนเส้นขอบเท่านั้น
3. ให้ P1 เป็นจุดภาพใดๆที่อยู่บนเส้นขอบ โดย P1 เป็นจุดภาพบนเส้นขอบเมื่อมีจุดใดๆในจุดใกล้เคียง 4 จุดของจุดภาพ P1 ที่มีค่าเป็น 0
4. ชั้นที่ 1 ถ้า P1 มีคุณสมบัติตรงตามเงื่อนไขทั้ง 4 ข้อต่อไปนี้จะกำหนดตัวบ่งชี้ว่าจะลบจุดภาพ P1

เงื่อนไขข้อที่ 1 $2 \leq N(P1) \leq 6$ โดย $N(P1)$ คือจำนวนจุดภาพใกล้เคียงทั้งแปดของจุดภาพ P1 ที่มีค่าเป็น 1 นั่นคือ

$$N(P1) = P2 + P3 + P4 + P5 + P6 + P7 + P8 + P9$$

เงื่อนไขข้อที่ 2 $S(P1) = 1$ โดย $S(P1)$ คือจำนวนครั้งที่เกิดการเปลี่ยนแปลงค่าของจุดภาพจาก 0 ไปเป็น 1 ตามลำดับของจุดภาพ P2..P3..P4..P5..P6..P7..

P8..P9..P2 ดังรูปที่ 2.7 (ก)

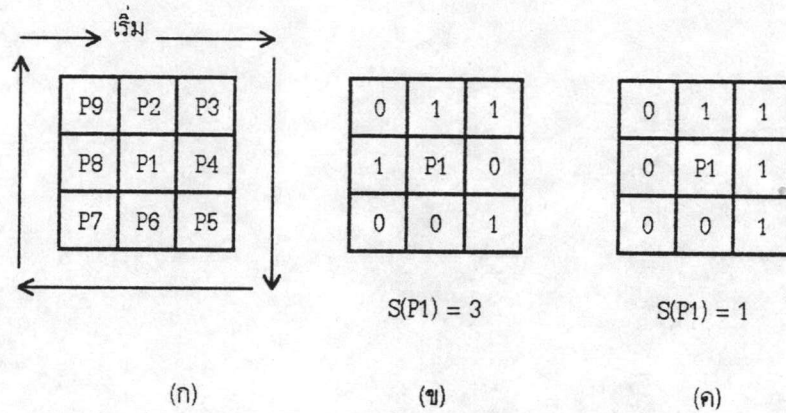
รูปที่ 2.7 (ข) และ (ค) เป็นตัวอย่างการหาค่า $S(P1)$ โดยรูปที่ 2.7 (ข) มีค่า $S(P1) = 3$ ส่วนรูปที่ 2.7 (ค) มีค่า $S(P1) = 1$

เงื่อนไขข้อที่ 3 P2 AND P4 AND P6 เป็น 0

เงื่อนไขข้อที่ 4 P4 AND P6 AND P8 เป็น 0

5. เมื่อจุดภาพบนเส้นขอบของวัตถุผ่านขั้นตอนที่ 1 ครบทุกจุดภาพแล้ว จึงลบจุดภาพที่ได้กำหนดตัวบ่งชี้ไว้ จากนั้นจึงเริ่มขั้นตอนที่ 2

6. ชั้นที่ 2 ถ้า P1 มีคุณสมบัติตรงตามเงื่อนไขทั้ง 4 ข้อต่อไปนี้จะกำหนดตัวบ่งชี้ว่าจะลบจุดภาพ P1



รูปที่ 2.7 แสดงการหาค่า $S(P1)$ (ก) แสดงจุดภาพในการหาค่า $S(P1)$ (ข) และ (ค) แสดงตัวอย่างการหาค่า $S(P1)$ จากจุดภาพใกล้เคียง 8 จุดที่มีค่าแตกต่างกัน

เงื่อนไขข้อที่ 1 และ 2 เหมือนกับเงื่อนไขข้อที่ 1 และ 2 ของขั้นที่ 1

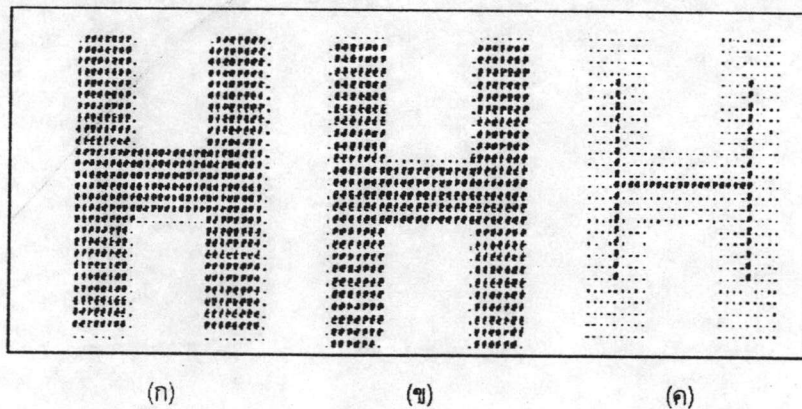
เงื่อนไขข้อที่ 3 P2 AND P4 AND P8 เป็น 0

เงื่อนไขข้อที่ 4 P2 AND P6 AND P8 เป็น 0

7. เมื่อจุดภาพบนเส้นขอบของวัตถุผ่านขั้นตอนที่ 2 ครบทุกจุดภาพแล้ว จึงลบจุดภาพที่กำหนดตัวบ่งชี้ไว้

8. ขั้นที่ 1 และ 2 จะถูกทำซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าจะไม่มีจุดภาพใดถูกลบออกแล้วจึงได้แกนกลางของวัตถุ

รูปที่ 2.8 (ก) แสดงผลลัพธ์เมื่อผ่านขั้นที่ 1 แล้วและเมื่อผ่านขั้นที่ 2 จะได้ผลลัพธ์ตามรูปที่ 2.8 (ข) ซึ่ง



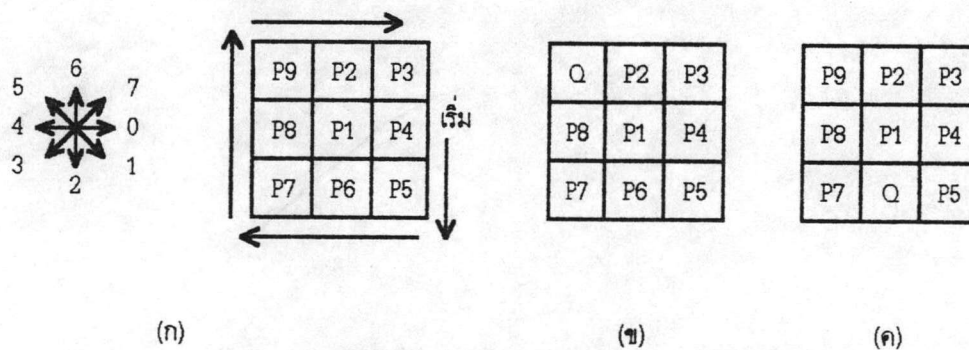
รูปที่ 2.8 แสดงการหาแกนกลางของวัตถุ (Gonzales and Woods , 1992)

เมื่อทำขั้นที่ 1 และ 2 ซ้ำไปเรื่อยๆจนกว่าจะไม่มีจุดภาพใดถูกลบออกแล้วจะได้แกนกลางของวัตถุ เป็นผลลัพธ์ตามรูปที่ 2.8 (ค)

2.5 การตามรอยของเส้นขอบของวัตถุ (Edge Following) (Low , 1991)

การตามรอยของเส้นขอบของวัตถุคือการหาจุดภาพที่ประกอบกันเป็นเส้นขอบของวัตถุ ซึ่งทำได้โดย

1. หาจุดภาพเริ่มต้นของเส้นขอบโดยการตรวจหาจุดภาพจากด้านซ้ายไปด้านขวาและจากด้านบนลงด้านล่างเพื่อหาจุดภาพที่เป็นจุดภาพเริ่มต้นของเส้นขอบ เมื่อพบจุดภาพจุดแรกจะถือว่าจุดภาพที่พบนั้นเป็นจุดภาพเริ่มต้นของเส้นขอบ
2. หาจุดภาพของเส้นขอบจุดที่ 2 โดยการตรวจจุดภาพใกล้เคียง 8 จุดของจุดภาพปัจจุบัน โดยตรวจวนที่ละจุดภาพตามเข็มนาฬิกาโดยเริ่มจากจุดภาพใกล้เคียงทางด้านขวา (รหัสลูกโซ่เป็น 0) ก่อน จากนั้นจึงมาที่จุดภาพใกล้เคียงทางด้านขวาล่าง (รหัสลูกโซ่เป็น 1) แล้วจึงมาที่จุดภาพใกล้เคียงต่อไปตามลำดับของรหัสลูกโซ่ เมื่อพบจุดภาพใกล้เคียงจุดใดก่อนจะถือว่าจุดภาพนั้นเป็นจุดภาพต่อไปของเส้นขอบ หรืออาจดูได้จากรูปที่ 2.9 (ก) ถ้า P1 เป็นจุดภาพเริ่มต้นของเส้นขอบ การตรวจหาจุดภาพของเส้นขอบจุดที่ 2 จะเริ่มต้นที่ P4 และตามด้วย P5 P6 P7 P8 P9 P2 P3 ตามลำดับ
3. หาจุดภาพต่อไปของเส้นขอบโดยตรวจจุดภาพใกล้เคียง 8 จุดของจุดภาพปัจจุบัน วนที่



รูปที่ 2.9 แสดงจุดภาพใกล้เคียง 8 จุดที่จะถูกตรวจสอบ

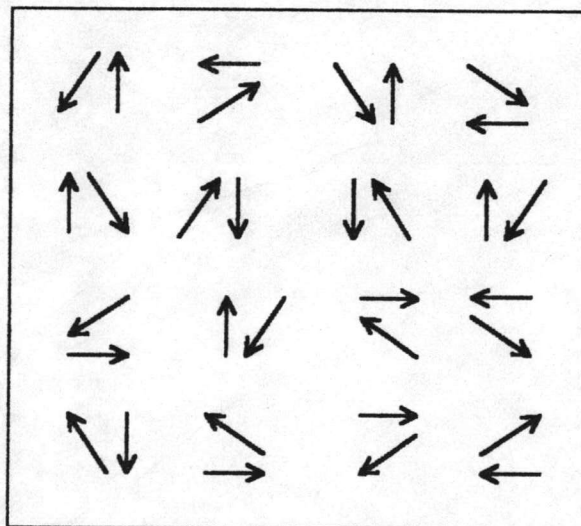
ละจุดภาพตามเข็มนาฬิกาเช่นเดียวกัน แต่จะเริ่มจากจุดภาพที่อยู่ใกล้เคียงกับจุดภาพเส้นขอบที่พบก่อนหน้าจุดภาพปัจจุบันมากที่สุด ดังรูปที่ 2.9 (ข) และ (ค) ถ้า P1 เป็นจุดภาพเส้นขอบปัจจุบันที่ตรวจพบและ Q เป็นจุดภาพเส้นขอบที่ตรวจพบก่อนหน้าจุดภาพ P1 รูปที่ 2.9 (ข) จุดภาพเริ่มต้นที่ใช้ในการตรวจหาจุดภาพเส้นขอบต่อไปคือ P2 และ

ตามด้วย P3 P4 P5 P6 P7 P8 ตามลำดับ ส่วนรูปที่ 2.9 (ค) จุดภาพที่ตรวจหาคือ P7 P8 P9 P2 P3 P4 P5 ตามลำดับ

4. ในการตรวจหาจุดภาพต่อไปของเส้นขอบนั้น หากไม่พบจุดภาพใดเลย จะได้ว่าจุดภาพ P1 เป็นจุดภาพสุดท้ายของเส้นขอบ

2.6 การแบ่งเส้นขอบของวัตถุออกเป็นเส้นย่อย (Segmentation) (สมสิทธิ์ สุขกระสานติ , 2535)

การแบ่งเส้นขอบของวัตถุออกเป็นเส้นย่อยเพื่อแปลงเส้นย่อยเหล่านี้เป็นเส้นตรงหรือส่วนโค้งของวงกลมต่อไปนั้น ทำได้โดยตัดเส้นขอบของวัตถุออกเป็นเส้นย่อย ณ ตำแหน่งที่มีการเปลี่ยนแปลงทิศทางของเส้นขอบ ตำแหน่งที่ตัดสินว่าเป็นการเปลี่ยนแปลงทิศทางคือจุดภาพที่มีรูปแบบการเปลี่ยนแปลงทิศทางที่เป็นมุมแหลมซึ่งตรงกับรูปแบบใดรูปแบบหนึ่งใน 16 รูปแบบ ดังแสดงในรูปที่ 2.10



รูปที่ 2.10 แสดงการเปลี่ยนทิศทางที่ใช้เป็นเงื่อนไขในการตัดเส้นย่อย (สมสิทธิ์ สุขกระสานติ , 2535)

เส้นย่อยที่ตัดแบ่งออกมาได้นั้น แบ่งได้เป็นเส้นย่อยที่เป็นเส้นตรงและเส้นย่อยที่เป็นส่วนโค้งของวงกลม โดยอาจแยกประเภทของเส้นย่อยได้โดยดูจากทิศทางของเส้นย่อย หากเส้นย่อยมีทิศทางเดียวกันตลอด จะถือว่าเส้นย่อยนั้นเป็นเส้นตรง แต่ถ้าเป็นกรณีอื่นจะถือว่าเส้นย่อยนั้นเป็นส่วนโค้งของวงกลม

2.7 การวาดเส้นตรงแบบดีดีเอ (Harrington , 1987)

วิธีวาดเส้นตรงแบบดีดีเอ (Digital Differential Analyzer , DDA) เป็นวิธีการวาดเส้นตรงที่ง่ายและสะดวก เป็นวิธีขั้นพื้นฐานที่นิยมใช้กันมาก

หลักการของการวาดเส้นตรงของดีดีเอ คือ การหาค่าแตกต่างในแนวแกน X และแนวแกน Y ของจุดปลายทั้งสองของเส้นตรง แนวแกนที่มีค่าแตกต่างมากกว่าจะเป็นแนวแกนที่ถูกเปลี่ยนแปลงค่าทีละ 1 ส่วน อีกแนวแกนหนึ่งจะถูกเปลี่ยนแปลงค่าตามแนวแกนแรก

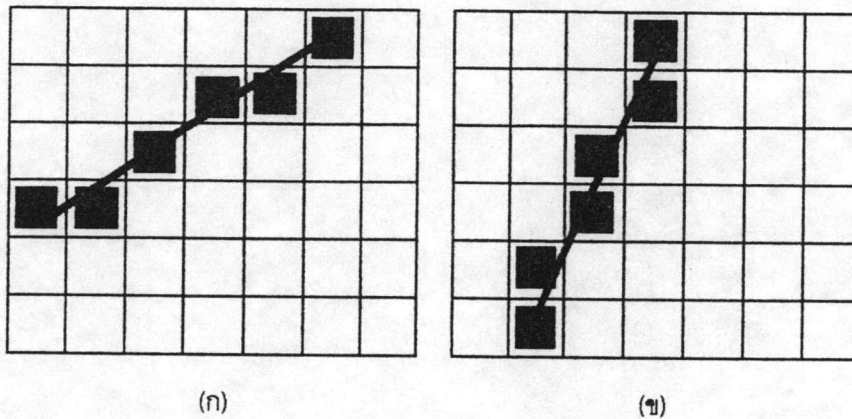
ขั้นตอนวิธีการวาดเส้นตรงแบบดีดีเอมีดังนี้

1. ให้จุดปลายของเส้นตรงอยู่บนคู่ลำดับ $(X1, Y1)$ และ $(X2, Y2)$ ตามลำดับ
2. ให้ M คือ ความชันของเส้นตรงซึ่งหาได้จากสมการ

$$M = \frac{Y2 - Y1}{X2 - X1}$$

3. DX คือผลต่างของ $X1$ กับ $X2$
 DY คือ ผลต่างของ $Y1$ กับ $Y2$
 AX คือค่าที่เปลี่ยนแปลงในแนวแกน X
 AY คือค่าที่เปลี่ยนแปลงในแนวแกน Y
4. ถ้า $DX > DY$ และ $X1 < X2$ ให้ $AX = 1$ และ $AY = M$
 ถ้า $DX > DY$ และ $X1 > X2$ ให้ $AX = -1$ และ $AY = -M$
 ถ้า $DX < DY$ และ $X1 < X2$ ให้ $AX = 1/M$ และ $AY = 1$
 ถ้า $DX < DY$ และ $X1 > X2$ ให้ $AX = -1/M$ และ $AY = -1$
5. ให้ (X, Y) คือจุดภาพที่เลือกเพื่อวาดเส้นตรง มีค่าเริ่มต้นเป็น $X = X1$ และ $Y = Y1$
6. เลือกจุดภาพต่อไปโดยให้ $X_{ใหม่} = X_{เก่า} + AX$ และ $Y_{ใหม่} = Y_{เก่า} + AY$
7. ทำข้อ 6 จนกระทั่งจุดภาพที่เลือกคือจุดภาพ $(X2, Y2)$

จากตัวอย่างรูปที่ 2.11 (ก) จะเปลี่ยนแปลงค่าตามแนวแกน X ทีละ 1 ($AX = 1$) และเปลี่ยนแปลงค่าตามแนวแกน Y ตามค่าความชัน ($AY = M$) ส่วนรูปที่ 2.11 (ข) นั้นเปลี่ยนแปลงค่าตามแนวแกน Y ทีละ 1 ($AY = 1$) และเปลี่ยนแปลงค่าตามแนวแกน X ตามค่าผกผันของความชัน ($AX = 1/M$)



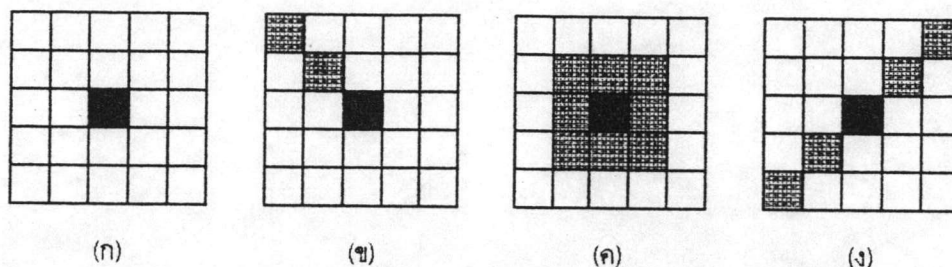
รูปที่ 2.11 แสดงการเลือกจุดภาพเพื่อวาดเส้นตรงแบบดีดีเอ

(ก) เปลี่ยนค่าตามแนวแกน X (ข) เปลี่ยนค่าตามแนวแกน Y

2.8 การค้นหามุมของวัตถุในภาพ (บุญวัฒน์ อัครุ และ มงคล พงษ์รัตน์ , 2536)

มุมของวัตถุในภาพเป็นคุณลักษณะที่สำคัญในการวิเคราะห์รูปภาพ เช่น ใช้มุมในการวิเคราะห์ความแตกต่างของรูปภาพ ใช้มุมในการรู้จำรูปภาพ เป็นต้น ด้วยเหตุนี้วิธีการค้นหามุมได้ถูกพัฒนาขึ้นมาหลายวิธีเพื่อตอบสนองความต้องการ ดังเช่นขั้นตอนวิธีดังต่อไปนี้

1. กำหนดหน้าต่างสี่เหลี่ยมจัตุรัสที่มีจุดศูนย์กลางอยู่ที่จุดภาพจุดหนึ่งที่ต้องการ
2. กำหนดจุดภาพในหน้าต่างที่ไม่ใช่มุมของวัตถุในภาพออกไป โดยทั่วไป จุดภาพที่ไม่ใช่มุมสามารถแบ่งออกเป็น 4 ลักษณะ คือ
 - 2.1 จุดภาพโดดๆ คือจุดภาพที่ไม่มีจุดภาพใดๆต่อเชื่อมด้วย ดังนั้นจึงไม่เกิดมุม แสดงได้ดังรูปที่ 2.12 (ก)
 - 2.2 จุดภาพสิ้นสุด คือจุดภาพที่มีเส้นตรงเชื่อมต่อกับจุดภาพนี้เพียงเส้นเดียวเท่านั้น จะไม่ถือว่าเป็นมุมของวัตถุ แสดงได้ดังรูปที่ 2.12 (ข)
 - 2.3 จุดภาพที่ไม่อยู่บนเส้นขอบของวัตถุ คือจุดภาพที่มีจุดภาพหลายจุดมาเชื่อมต่อกับจุดภาพนี้ จุดภาพนี้จะถือว่าเป็นส่วนภายในของวัตถุ ไม่ถือว่าเป็นมุมของวัตถุ ดังรูปที่ 2.12 (ค)
 - 2.4 จุดภาพบนเส้นขอบของวัตถุที่ไม่ใช่มุมของวัตถุ คือจุดภาพที่มีเส้นตรง 2 เส้นเชื่อมต่อกับจุดภาพจุดนี้ โดยเส้นตรงทั้ง 2 เส้นทำมุมประมาณ 180 องศา จุดภาพนี้จะไม่ใช่มุมของวัตถุ ดังรูปที่ 2.12 (ง)



รูปที่ 2.12 แสดงจุดภาพที่ไม่ใช่มุมของรูปภาพ จุดภาพสี่เหลี่ยมคือจุดภาพที่พิจารณา

3. หากจุดภาพที่เป็นมุมจากจุดภาพในหน้าต่างที่ไม่ถูกจำกัดจากข้อ 2 โดยเลือกจุดภาพที่เส้นตรง 2 เส้นที่เชื่อมต่อกับจุดภาพนี้ทำมุมขนาดที่กำหนดให้ยอมรับได้

2.9 ผลงานอื่นที่เกี่ยวข้องกับงานวิจัย

2.9.1 คอเรลเทรซ (Corel Trace) (Coburn , Gonzales and McCormick , 1993)

คอเรลเทรซ รุ่นที่ 4 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์โปรแกรมหนึ่งในชุดของโปรแกรมคอมพิวเตอร์คอเรลดรอว์ (CorelDRAW) ซึ่งเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่เกี่ยวกับรูปภาพ คอเรลเทรซเป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่ใช้ในการแปลงข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์เป็นแบบเวกเตอร์ ข้อมูลภาพเวกเตอร์ที่แปลงได้จะเป็นเส้นตรงและเส้นโค้ง วิธีในการแปลงข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์เป็นแบบเวกเตอร์จะมี 2 วิธีคือ แปลงจากเส้นโครงของวัตถุ (outline) หรือแปลงจากแกนกลางของวัตถุ (centerline) ซึ่งผู้ใช้โปรแกรมสามารถเลือกส่วนของรูปภาพแบบแรสเตอร์ที่จะแปลงข้อมูลภาพเป็นแบบเวกเตอร์ได้

ข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์ที่ใช้เป็นได้ตั้งแต่รูปภาพขาวดำ 2 ระดับความเทาไปจนถึงรูปภาพสี 256 สี และรูปแบบแฟ้มข้อมูลที่ใช้ได้แก่ พิกเซล เอ็กซ์ ทิปส์ บีเอ็มพี เป็นต้น ส่วนข้อมูลภาพแบบเวกเตอร์จะใช้รูปแบบแฟ้มข้อมูลของดีเอ็กซ์เอฟซึ่งเก็บได้เฉพาะเส้นเท่านั้น และรูปแบบแฟ้มข้อมูลของคอเรลเอง

2.9.2 วีพีแมกซ์เอ็นที (VPmaxNT) (Softelec , 1994)

วีพีแมกซ์เอ็นที รุ่นที่ 4 ค.ศ. 1994 เป็นโปรแกรมคอมพิวเตอร์ที่บริษัท Softelec ผลิตและจำหน่าย โปรแกรมนี้สามารถแปลงข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์เป็นแบบเวกเตอร์ได้ ข้อมูลภาพเวกเตอร์ที่แปลงได้จะเป็นเส้นตรงเส้นเล็กๆหลายเส้นประกอบกัน โดยผู้ใช้สามารถรวมเส้นตรงเล็กๆเหล่านั้นเป็นเส้นตรง ส่วนโค้งของวงกลม วงกลม เส้นตรงที่มีความกว้าง และตัวอักษรได้ตามต้องการ แต่ไม่สามารถทำเป็นวัตถุที่

(solid) ได้ วิธีในการแปลงข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์เป็นแบบเวกเตอร์จะมี 2 วิธี คือ แปลงจากแกนกลางของวัตถุ (centerline) หรือแปลงจากเส้นโครงของวัตถุ (outline) ซึ่งผู้ใช้โปรแกรมจะต้องกำหนดเองว่าต้องการใช้วิธีใดกับส่วนใดของรูปภาพ

ข้อมูลภาพแบบแรสเตอร์ที่ใช้เป็นรูปขาวดำ 2 ระดับความเทา รูปแบบเพิ่มข้อมูลที่ใช้คือพีซี เอ็กซ์ ทิพพี บีเอ็มพี จีพีลี อาร์แอลซี ส่วนข้อมูลภาพแบบเวกเตอร์ มีรูปแบบข้อมูลที่ใช้คือดีเอ็กซ์เอฟ ไอจีเอส และรูปแบบเพิ่มข้อมูลของวีพีแมกซ์เอ็นทีเอ

2.9.3 Integraton of data format for vector and raster based GIS (Heng , 1994)

งานวิจัยนี้ทำขึ้นโดยนักศึกษาระดับปริญญาโทชื่อ Zhou Heng เพื่อเป็นวิทยานิพนธ์ปริญญาโท สาขาเทคโนโลยีสารสนเทศของสถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย ค.ศ. 1994 เท่าที่ผู้วิจัยค้นได้จากวิทยานิพนธ์พบว่า ลักษณะงานวิจัยที่ทำการนี้เป็นการแปลงข้อมูลภาพระหว่างแรสเตอร์กับเวกเตอร์ที่ใช้ในระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์ (Geographical Information System , GIS) จึงทำให้รูปภาพที่ใช้ในงานวิจัยของ Zhou Heng เป็นรูปภาพพื้นที่ที่เป็นรูปปิดและมีการระบายสีที่บ่งชี้ ข้อมูลภาพเวกเตอร์ที่แปลงได้จะอยู่ในรูปของจุดต่อ (node) เส้นตรง (line) และพื้นที่ (area) ซึ่งเป็นข้อมูลที่ใช้ในระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์

ข้อมูลภาพที่เป็นแรสเตอร์จะอยู่ในรูปแบบของข้อมูลรูปภาพ 8 บิตที่ใช้ในระบบ IDRISI ส่วนข้อมูลภาพที่เป็นเวกเตอร์จะอยู่ในรูปแบบของเพิ่มข้อมูลแบบดีแอลซี ซึ่งเป็นรูปแบบเพิ่มข้อมูลที่มีระบบสารสนเทศทางภูมิศาสตร์รองรับหลายระบบด้วยกัน เช่น ARC/INFO และ IDRISI เป็นต้น