

รายการอ้างอิง



ภาษาไทย

- กมล ชื่นทองคำ. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านมิติสัมพันธ์กับความสามารถในการแก้โจทย์ปัญหาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 ในโรงเรียนสังกัดกรุงเทพมหานคร. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527.
- กรรณิการ์ อีร์เวชเจริญชัย. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านจำนวน เหตุผลเชิงนามธรรม และมิติสัมพันธ์ กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2525.
- จำเนียร ชวงโชติ และคณะ. ทฤษฎีการเรียนรู้. กรุงเทพมหานคร : มหาวิทยาลัยรามคำแหง, 2521.
- เจตนา ทองรักษ์. สัมพันธ์ภาพระหว่างความสามารถด้านจำนวน และเหตุผลเชิงนามธรรม กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์. วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2523.
- ชลธิชา ศีลวัตตะ. การฝึกทักษะ 5 ประการที่มีผลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องระบบจำนวน เศษส่วน และทศนิยม ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2. วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2537.
- เชิดศักดิ์ โฆวาสีห์. การฝึกสมรรถภาพทางสมองเพื่อพัฒนาคุณภาพการคิด. วิทยานิพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
- ชาร์เจนท์, เอส สแตลเฟลด์. หลักคำสอนของนักจิตวิทยาคนสำคัญ. แปลโดย เดโช สวานานนท์. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช, 2526.
- ดวงเดือน อ่อนน่วม. การสอนซ่อมเสริมคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.
- เดโช สวานานนท์. จิตวิทยาสำหรับครู. พิมพ์ครั้งที่ 2. พระนคร : โรงพิมพ์ไทยสัมพันธ์, 2508.

- ต่าย เชียงฉิ. ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพทางสมองบางประการกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2519.
- ทดสอบทางการศึกษา, สำนักงาน. การประเมินคุณภาพการศึกษาระดับมัธยมศึกษา ปีการศึกษา 2536. กรุงเทพมหานคร : ฝ่ายส่งเสริมมาตรฐานการศึกษา กรมวิชาการ, 2537.
- นคร เทพวรรณ. สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน เรขาคณิตของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 จังหวัดชลบุรี. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521.
- นิตยา กิจโร. การศึกษาค้นคว้าเกี่ยวกับทักษะการตั้งคำถามของนักเรียนในการสอนเรขาคณิตศาสตร์ มีต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาวิทยาศาสตร์และความคิดสร้างสรรค์ทาง วิทยาศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
- บุญทัน อยู่ชมนบุญ. พฤติกรรมการเรียนการสอนคณิตศาสตร์ระดับประถมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์โอเดียนสโตร์, 2529.
- ประสาธ อิศรปริดา. จิตวิทยาการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์กราฟิเคอาร์ท, 2522.
- _____. ธรรมชาติและกระบวนการเรียนรู้. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ กราฟิเคอาร์ท, 2520.
- พรทิพย์ ภัทรชาคร. ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพทางสมองด้านมิติสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 เขตกรุงเทพมหานคร. ปรินญาณิพนธ์มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.
- พร้อมพรรณ อุดมสิน. การวัดและการประเมินผลการเรียนการสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.
- พิกุล เกตุประดิษฐ์. องค์ประกอบความถนัดที่สัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาตอนปลายในเขตการศึกษา 12. ปรินญาณิพนธ์การศึกษา มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2522.
- มณี วรศิริ. การศึกษาตัวพยากรณ์ในการสอบคัดเลือกเข้าชั้นเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ของ โรงเรียนมัธยมสาธิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร. ปรินญาณิพนธ์ การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2521.

- ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2530.
- รัชนี้ ศรีไพวรรณ. แบบฝึกทักษะวิชาภาษาไทยสำหรับเด็กแรกเรียน ใน คู่มือครู—แนวความคิด และทักษะบางประการเกี่ยวกับกลุ่บการสอนเด็กเริ่มเรียนที่พูดสองภาษา. หน้า 412—413. สำนักการศึกษาเขต 11, 2517.
- ล้วน สายยศ. การค้นหาดัชนีพจนานุกรมบางชนิดที่ส่งผลต่อความสำเร็จในการเรียนวิชาเอกคณิตศาสตร์ของนักเรียนประกาศนียบัตรวิชาชีพการศึกษาระดับสูง ปีการศึกษา 2510. ปรินญานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการ ประสานมิตร, 2511.
- ล้วน สายยศ และ อังคณา สายยศ. หลักการสร้างแบบทดสอบความถนัดทางการเรียน. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์วัฒนาพานิช, 2527.
- วรรณถ พ่วงสุวรรณ. การสร้างแบบฝึกการผันวรรณยุกต์สำหรับชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปรินญานิพนธ์มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.
- วิญญา วิศาลาภรณ์. การวัดความถนัดเบื้องต้น. สงขลา : มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ สงขลา, 2522.
- วัลลภา แนวจำปา. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถด้านเหตุผลเชิงนามธรรม ความคิดสร้างสรรค์ และความรู้พื้นฐานทางคณิตศาสตร์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 6 เขตการศึกษา 10. วิทยานิพนธ์ปรินญานิพนธ์มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2527.
- วิชาการ, กรม. คู่มือการประเมินผลการศึกษาตามหลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา กระทรวงศึกษาธิการ, 2535.
- _____. หลักสูตรมัธยมศึกษาตอนต้น พุทธศักราช 2521 (ฉบับปรับปรุง 2533). พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา กระทรวงศึกษาธิการ, 2535.
- วิเชียร เกตุสิงห์. หลักการสร้างและวิเคราะห์เครื่องมือที่ใช้ในการวิจัย. พิมพ์ครั้งที่ 2. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์เรือนอักษร, 2524.
- ศศิธร สุทธิแพทย์. แบบฝึกหัดสำหรับสอนเรื่องวลีในภาษาไทยระดับประกาศนียบัตรวิชาชีพการศึกษาระดับสูง. วิทยานิพนธ์ปรินญานิพนธ์มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2517.
- ศิริกร ภูไพบูลย์. การใช้ความถนัดทางมิติสัมพันธ์และเหตุผลเชิงนามธรรมทำนายสัมฤทธิ์ผลในวิชาเรขาคณิต. วิทยานิพนธ์ปรินญานิพนธ์มหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2515.

- สถาพร ทัพพะกุล. ความสัมพันธ์ระหว่างสมรรถภาพสมองทางสัญลักษณ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์.. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการศึกษา ประสานมิตร, 2516.
- สมเจตน์ ไวยากรณ์. รูปแบบการสอนเพื่อพัฒนาความสามารถด้านการใช้เหตุผล. ปรินญาณินพนธ์การศึกษาดุษฎีบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2530.
- สมชัย วงษ์นายะ. การศึกษาตัวแปรที่มีความสัมพันธ์กับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนวิชาคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในจังหวัดสระบุรี. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2524.
- สมบัติ วงษ์อยู่น้อย. ความสัมพันธ์ระหว่างความสามารถทางสมองกับผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 5. วิทยานิพนธ์ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2529.
- สมบุญร์ ชิตพงศ์ และสำเร็จ บุญเรืองรัตน์. การวัดความถนัด. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2524.
- สมพร ประยูรภิตติกุล. ผลการฝึกสมรรถภาพสมองด้านเหตุผล ที่มีต่อความสามารถทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2535.
- สวัสดิ์ สุวรรณอักษร. การจัดการศึกษาเพื่อพัฒนาเศรษฐกิจและสังคมในชุมชน. มิตรครู 32 (กรกฎาคม — สิงหาคม 2533) : 9.
- सानนท์ ฉายศรีศิริ. องค์ประกอบบางประการที่มีอิทธิพลต่อผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 6 ในนครปฐม. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2522.
- สามารถ วีระสัมฤทธิ์. สมรรถภาพทางสมองบางประการที่สัมพันธ์กับความทางการเรียนวิทยาศาสตร์และคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 7. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต วิทยาลัยวิชาการ ประสานมิตร, 2512.
- สมาลี จันทร์ชลอ. ผลการฝึกทักษะการรู้คิดต่อการคิดรวบยอด. ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2533.
- สมาลี ชาญมหาพน. ขจัดความขยาตกลัวคณิตศาสตร์. ก้าวไกล 9 (ธันวาคม 2534) : 40.
- สุรินทร์ สอนทอง. ผลของการฝึกสมรรถภาพทางสมองที่มีต่อทักษะการคิดทางคณิตศาสตร์ของนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1. วิทยานิพนธ์ปรินญาณินพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2533.

- สุวัฒนา อุทัยรัตน์. สมรรถภาพของครุคณิตศาสตร์ ใน เอกสารการสอบชุดวิชาการสอบ
คณิตศาสตร์หน่วยที่ 1—7. หน้า 104. กรุงเทพมหานคร : สาขาวิชาศึกษาศาสตร์
มหาวิทยาลัยสุโขทัยธรรมาธิราช, 2525.
- โสภา ชูพิกุลชัย. จิตวิทยาทั่วไป. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2521.
- อนุสรณ์ สกุลคุ. การวิเคราะห์องค์ประกอบความสามารถทางคณิตศาสตร์ของนักเรียน
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 1 ในเขตอำเภอเมือง จังหวัดอุดรธานี. ปริญญาโทการศึกษาศึกษา
มหาบัณฑิต มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ ประสานมิตร, 2520.

ภาษาอังกฤษ

- Anastasi, Anne. Psychological Testing. 2nd ed. New York : The Macmillan Company, 1961.
- Anderson, P.S. Language Skills in Elementary Education. 9th ed. New York : Macmillan
Company, 1963.
- Beggs, D.L. and Lewis, E.L. Measurement and Evaluation in the School. Boston : Houghton
Mifflin Co., 1975.
- Bennet, G.K., Seashore, H.G. and Wesman, A.G. The Differential Aptitude Tests : An
Overview. Personnel and Guidance Journal 35 (October 1956) : 81—91.
- Bernett, J.A. and others. Teachers' Handbook 2. Middlesex : Penquin Book Ltd, 1969.
- Cattel, R.B. Are Culture Fair Intelligence Test Possible and Necessary. Journal of Research
and Development in Education. 12 (1979) : 3—13.
- Coleman, R.H. An Analysis of Certain Components Mathematical Ability and an Attempt to
Predict Mathematical Achievement in a Specific Situation. Dissertation Abstracts.
19 (November 1956) : 120.
- Crowder, N.A. The Holzinger—Crowder Uni—Factor Tests : The personnel and Guidance
Journal 8 (April 1957) : 512—517.
- Darwin J.E. and Others. The Effects at a Instructional Testing — Tasking Unit on Achievement
Test Score. Journal of Educational Research 70 (November — December 1976) :
67—71.
- Freund, J.E. Statistics. 3rd ed. New Jersey : Prentice—Hall, Inc., 1981.

- Guildford, J.P. The nature of Intelligence. New York : McGraw—Hill Inc., 1967.
- Hilgard, E.R. and Bower, G.H. Theories of Learning. 3rd ed. Avenue South, New York :
Merdith Publish Company, 1960.
- Hill, J.R. Factor Analysis Abilities and Success in College Mathematics. Education and
Psychological Measurement 17 (Winter 1957) : 615—622.
- Ingersoll, R.W. and Peter, H.J. Predictive Indices of GATB. Personnel and Guidance Journal
44 (May 1966) : 931—937.
- Mcguigan, F.J. Experimental Psychology : Method of Research. 5th ed. Englewood Vliiffs,
New Jersey : Prentice—Hall, Inc., 1990.
- Mehrens, W.A. and Lehmann, I.J. Standardized Test in Education. 2nd ed. New York : Holt,
Rinehart and Winston, 1975.
- Munn, N.L. Student's Manual Accompany Introductions to Psychology. Boston : Houghton
Mifflin, 1962.
- Murray, F.B. and Ludwing, M. Cognition and Memory. Encyclopedia of Educational Research
1 (1982) : 279—281.
- Rannucci, E.R. The Role of Space Perception in the Teaching of Mathematics. Bulletin of the
International study Groups for Mathematics Learning 3(October 1964) : 19—23.
- Segel, David. The Multiple Aptitude Test. Personnel and Guidance Journal (March 1957) :
424—432.
- Smith, W.N. Differential Prediction of two test Batteries. The Journal of Educational
Research 57 (September 1963) : 39—42.
- Stinson, P.J. Sex difference among high School Sinior. Journal of Education Research
53 (November 1959) : 103—104.
- Thurstone, L.L. Primary Mental Abilities. Chicago Illinois : The University of Chicago, Press,
1958.
- Tucker, A.C. Evaluating Beginning Textbook. English Teaching Forum 6 (September—October
1969) : 10.
- Vernon, P.E. The Structure of Human Abilities. London : University of London Press, 1950.

- Very P.S. Quantitative Verbal and Reasoning Factors in Mathematical Ability. Dissertation Abstracts 25 (August 1964) : 1371.
- Wampler, J.F. Predicting of Achievement in College Mathematics. The Mathematics teacher 59 (April 1966) : 364—369.
- Wellman, F.E. Differential Prediction of High School Achievement Using Single Score and Multiple Factor Tests of Mental Maturity. The Personnel and Guidance Journal 35 (April 1957) : 512 — 517.
- Wood, D.A. and Lebold, W.K. Differential and Overall Prediction of Academic Success in Engineering. The Journal of Education and Psychological Measurement 28 (1968) : 1223—1228.

ภาคผนวก ก

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

รายนามผู้ทรงคุณวุฒิ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแบบฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมีติสัมพันธ์

1. รองศาสตราจารย์ ดร.พิตร ทองชั้น
 สำนักทดสอบทางการศึกษาและจิตวิทยา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร
2. รองศาสตราจารย์ล้วน สายยศ
 ภาควิชาการวัดผลและวิจัยทางการศึกษา มหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ
 ประสานมิตร
3. อาจารย์ไต้รงค์ เจนการ
 หัวหน้ากลุ่มคณิตศาสตร์ สำนักงานทดสอบทางการศึกษา กรมวิชาการ
 กระทรวงศึกษาธิการ

ผู้ทรงคุณวุฒิที่ตรวจพิจารณาความถูกต้องและปรับปรุงแก้ไขแผนการสอนรายคาบและแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 (ค 204) เรื่อง “เส้นขนานและความคล้าย”

1. ศาสตราจารย์ยุพิน พิพิธกุล
 อาจารย์พิเศษ ภาควิชามัธยมศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย
2. ผู้ช่วยศาสตราจารย์ธนาภรณ์ พิษณานนท์
 หมอวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย (ฝ่ายมัธยม)
 กรุงเทพมหานคร
3. อาจารย์ชลธิชา ศีลวัตตะ
 หมอวิชาคณิตศาสตร์ โรงเรียนวัดราชพิพิธ กรุงเทพมหานคร

ภาคผนวก ข

ตารางข้อมูล และตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล

ตารางข้อมูล และตัวอย่างการวิเคราะห์ข้อมูล

การหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 52 ข้อ จากการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 1 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 โรงเรียนวัดดุสิตาราม กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

ตารางที่ 4 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) สัดส่วนของคนที่ตอบถูก (p) และ สัดส่วนของคนที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 1

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
1*	12	10	0.55	0.10	0.55	0.45	0.25
2	16	12	0.70	0.20	0.70	0.30	0.21
3	15	9	0.60	0.30	0.60	0.40	0.24
4	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
5	16	12	0.70	0.20	0.70	0.30	0.21
6	15	8	0.58	0.35	0.58	0.42	0.24
7	18	9	0.68	0.45	0.68	0.32	0.22
8	13	9	0.55	0.20	0.55	0.45	0.25
9	9	5	0.35	0.20	0.35	0.65	0.23
10	12	5	0.43	0.35	0.43	0.57	0.25
11	19	13	0.80	0.30	0.80	0.20	0.16
12	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
13	18	14	0.80	0.20	0.80	0.20	0.16
14	17	13	0.75	0.20	0.75	0.25	0.19
15	17	11	0.70	0.30	0.70	0.30	0.21
16	10	6	0.40	0.20	0.40	0.60	0.24

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
17	19	13	0.80	0.30	0.80	0.20	0.16
18	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
19	14	5	0.48	0.45	0.48	0.52	0.25
20*	18	16	0.85	0.10	0.85	0.15	0.13
21	18	13	0.78	0.25	0.78	0.22	0.17
22	11	7	0.45	0.20	0.45	0.55	0.25
23*	17	18	0.88	-0.05	0.88	0.12	0.11
24	18	11	0.73	0.35	0.73	0.27	0.20
25	19	13	0.80	0.30	0.80	0.20	0.16
26	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
27	12	7	0.48	0.25	0.48	0.52	0.25
28	16	6	0.55	0.50	0.55	0.45	0.25
29*	10	7	0.43	0.15	0.43	0.57	0.25
30*	10	7	0.43	0.15	0.43	0.57	0.25
31	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
32	10	4	0.35	0.30	0.35	0.65	0.23
33	7	2	0.23	0.25	0.23	0.77	0.18
34	15	11	0.65	0.20	0.65	0.35	0.23
35	12	7	0.48	0.25	0.48	0.52	0.25
36	15	11	0.65	0.20	0.65	0.35	0.23
37*	9	6	0.38	0.15	0.38	0.62	0.24
38	17	12	0.73	0.25	0.73	0.27	0.20
39*	10	7	0.43	0.15	0.43	0.57	0.25
40	12	8	0.50	0.20	0.50	0.50	0.25
41	15	10	0.63	0.25	0.63	0.37	0.23
42	12	7	0.48	0.25	0.48	0.52	0.25

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
43	15	8	0.58	0.35	0.58	0.42	0.24
44	12	2	0.35	0.50	0.35	0.65	0.23
45	17	9	0.65	0.40	0.65	0.35	0.23
46	15	9	0.60	0.30	0.60	0.40	0.24
47	7	2	0.23	0.25	0.23	0.77	0.18
48	10	3	0.33	0.35	0.33	0.67	0.22
49	12	4	0.40	0.40	0.40	0.60	0.24
50	15	11	0.65	0.20	0.65	0.35	0.23
51	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
52	15	9	0.60	0.30	0.60	0.40	0.24

$\Sigma pq = 11.30$

หมายเหตุ * หมายถึง ข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกไม่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด
ซึ่งมีทั้งหมด 7 ข้อ

ตารางที่ 5 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (X) ของนักเรียน จากการนำแบบทดสอบ
วัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ครั้งที่ 1

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	45	2,025	21	29	841
2	43	1,849	22	28	784
3	42	1,764	23	28	784
4	42	1,764	24	27	729

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
5	42	1,764	25	27	729
6	40	1,600	26	26	676
7	39	1,521	27	26	676
8	39	1,521	28	24	576
9	38	1,444	29	24	576
10	38	1,444	30	24	756
11	37	1,369	31	24	576
12	36	1,296	32	23	529
13	35	1,225	33	22	484
14	34	1,156	34	22	484
15	34	1,156	35	22	484
16	33	1,089	36	21	441
17	33	1,089	37	19	361
18	32	1,024	38	18	324
19	32	1,024	39	18	324
20	31	961	40	17	289
รวม			N=40	ΣX=1,214	ΣX ² =39,328

การหาค่าความแปรปรวนของคะแนน (S_x^2) ของนักเรียน 40 คน และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (r_{xx}) จำนวน 52 ข้อ จากการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 1

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } S_x^2 &= \frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{40(39,328) - (1,214)^2}{40(40-1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1,573,120 - 1,473,796}{40(39)} \\
 &= \frac{99,324}{1,560} \\
 &= 63.67
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ရက်} \quad r_{xx} &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{52}{52-1} \left[1 - \frac{11.30}{63.67} \right] \\
 &= \frac{52}{51} (1 - 0.18) \\
 &= \frac{52}{51} (0.82) \\
 &= 0.8361
 \end{aligned}$$

การหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 45 ข้อ จากการทำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 2 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสวนกุหลาบวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 40 คน

ตารางที่ 6 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) สัดส่วนของคนที่ตอบถูก (p) และ สัดส่วนของคนที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
1	17	12	0.73	0.25	0.73	0.27	0.20
2	15	10	0.63	0.25	0.63	0.37	0.23
3	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
4	16	8	0.60	0.40	0.60	0.40	0.24
5	16	7	0.58	0.45	0.58	0.42	0.24
6	18	8	0.65	0.50	0.65	0.35	0.23
7	19	11	0.75	0.40	0.75	0.25	0.19
8*	13	10	0.58	0.15	0.58	0.42	0.24
9	15	6	0.53	0.45	0.53	0.47	0.25
10*	20	18	0.95	0.10	0.95	0.05	0.05
11	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
12*	18	15	0.83	0.15	0.83	0.17	0.14
13	16	11	0.68	0.25	0.68	0.32	0.22
14	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
15	11	5	0.40	0.30	0.40	0.60	0.24
16*	19	15	0.85	0.20	0.85	0.15	0.13
17	17	11	0.70	0.30	0.70	0.30	0.21

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
18	16	8	0.60	0.40	0.60	0.40	0.24
19	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
20	11	5	0.40	0.30	0.40	0.60	0.24
21	17	10	0.68	0.35	0.68	0.32	0.22
22	18	14	0.80	0.20	0.80	0.20	0.16
23	17	7	0.60	0.50	0.60	0.40	0.24
24	12	5	0.43	0.35	0.43	0.57	0.25
25	12	6	0.45	0.30	0.45	0.55	0.25
26	17	10	0.68	0.35	0.68	0.32	0.22
27	16	7	0.58	0.45	0.58	0.42	0.24
28	11	6	0.43	0.25	0.43	0.57	0.25
29	18	12	0.75	0.30	0.75	0.25	0.19
30	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
31	18	9	0.68	0.45	0.68	0.32	0.22
32	19	11	0.75	0.40	0.75	0.25	0.19
33	16	11	0.68	0.25	0.68	0.32	0.22
34	13	7	0.50	0.30	0.50	0.50	0.25
35	15	8	0.58	0.35	0.58	0.42	0.24
36	17	10	0.68	0.35	0.68	0.32	0.22
37	13	5	0.45	0.40	0.45	0.55	0.25
38	16	10	0.65	0.30	0.65	0.35	0.23
39	17	10	0.68	0.35	0.68	0.32	0.22
40	13	9	0.55	0.20	0.55	0.45	0.25
41	10	5	0.38	0.25	0.38	0.62	0.24
42	17	10	0.68	0.35	0.68	0.32	0.22

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
43	16	11	0.68	0.25	0.68	0.32	0.22
44	15	10	0.63	0.25	0.38	0.37	0.23
45	14	8	0.55	0.30	0.45	0.45	0.25
							$\Sigma pq = 9.87$

หมายเหตุ * หมายถึง ข้อสอบที่มีค่าความยากง่ายและค่าอำนาจจำแนกไม่อยู่ในเกณฑ์ที่กำหนด ซึ่งมีทั้งหมด 4 ข้อ

ตารางที่ 7 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (X) ของนักเรียน จากการนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

คนที่	X	X^2	คนที่	X	X^2
1	44	1,936	21	27	729
2	43	1,849	22	26	729
3	42	1,764	23	25	625
4	41	1,681	24	25	625
5	39	1,521	25	24	576
6	39	1,521	26	23	529
7	38	1,444	27	23	529
8	37	1,369	28	23	529
9	36	1,296	29	23	529
10	35	1,225	30	22	484
11	34	1,156	31	20	400

คนที่	X	X ²	คนที่	X	X ²
12	34	1,156	32	20	400
13	33	1,089	33	20	400
14	32	1,024	34	18	324
15	32	1,024	35	18	324
16	31	961	36	18	324
17	30	900	37	17	289
18	29	841	38	17	289
19	29	841	39	17	289
20	28	784	40	17	289
รวม			N=40	ΣX=1,129	ΣX ² =34,541

การหาค่าความแปรปรวนของคะแนน (S_x^2) ของนักเรียน 40 คน และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (d_{xx}) จำนวน 45 ข้อ จากการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 2

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } S_x^2 &= \frac{n \sum X^2 - (\sum X)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{40(34,541) - (1,129)^2}{40(40-1)} \\
 &= \frac{1,381,640 - 1,274,641}{40(39)} \\
 &= \frac{106,699}{1,560} \\
 &= 68.59
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } r_{xx} &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{45}{45-1} \left[1 - \frac{9.87}{68.59} \right] \\
 &= \frac{45}{44} (1 - 0.14) \\
 &= \frac{45}{44} (0.86) \\
 &= 0.8795
 \end{aligned}$$

การหาค่าความยากง่าย ค่าอำนาจจำแนก และค่าความเที่ยง ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ จำนวน 40 ข้อ จากการทำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 3 กับนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2 โรงเรียนสาธิตจุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย กรุงเทพมหานคร จำนวน 34 คน

ตารางที่ 8 ค่าความยากง่าย (P) ค่าอำนาจจำแนก (r) สัดส่วนของคนที่ตอบถูก (p) และ สัดส่วนของคนที่ตอบผิด (q) ของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ ที่นำไปทดลองใช้ครั้งที่ 3

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
1	15	9	0.71	0.35	0.71	0.29	0.21
2	14	7	0.62	0.41	0.62	0.38	0.24
3	14	10	0.71	0.24	0.71	0.29	0.21
4	15	6	0.62	0.53	0.62	0.38	0.24
5	13	5	0.53	0.47	0.53	0.47	0.25

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
6	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
7	15	9	0.71	0.35	0.71	0.29	0.21
8	11	5	0.47	0.35	0.47	0.53	0.25
9	14	9	0.68	0.29	0.68	0.32	0.22
10	15	7	0.65	0.47	0.65	0.35	0.23
11	15	7	0.65	0.47	0.65	0.35	0.23
12	11	3	0.41	0.47	0.41	0.59	0.24
13	15	9	0.71	0.35	0.71	0.29	0.21
14	13	7	0.59	0.35	0.59	0.41	0.24
15	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
16	9	4	0.38	0.29	0.38	0.62	0.24
17	15	8	0.68	0.41	0.68	0.32	0.22
18	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
19	11	4	0.44	0.41	0.44	0.56	0.25
20	11	5	0.47	0.35	0.47	0.53	0.25
21	15	8	0.68	0.41	0.68	0.32	0.22
22	12	7	0.56	0.29	0.56	0.44	0.25
23	10	4	0.41	0.35	0.41	0.59	0.24
24	17	8	0.74	0.53	0.74	0.26	0.19
25	14	7	0.62	0.41	0.62	0.38	0.24
26	15	8	0.68	0.41	0.68	0.32	0.22
27	16	10	0.76	0.35	0.76	0.24	0.18
28	15	8	0.68	0.41	0.68	0.32	0.22
29	11	6	0.50	0.29	0.50	0.50	0.25
30	13	6	0.56	0.41	0.56	0.44	0.25
31	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
32	12	4	0.47	0.47	0.47	0.53	0.25

ข้อที่	R_U	R_L	P	r	p	q	pq
33	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
34	14	9	0.68	0.29	0.68	0.32	0.22
35	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23
36	10	6	0.47	0.24	0.47	0.53	0.25
37	15	9	0.71	0.35	0.71	0.29	0.21
38	14	9	0.68	0.29	0.68	0.32	0.22
39	14	10	0.71	0.24	0.71	0.29	0.21
40	14	8	0.65	0.35	0.65	0.35	0.23

$\sum pq = 9.17$

ตารางที่ 9 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (X) ของนักเรียน จากการนำแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ไปทดลองใช้ครั้งที่ 3

คนที่	X	$\sum X^2$	คนที่	X	$\sum X^2$
1	40	1,600	18	25	625
2	39	1,521	19	23	529
3	37	1,369	20	21	441
4	35	1,225	21	20	400
5	34	1,156	22	20	400
6	34	1,156	23	20	400
7	33	1,089	24	20	400
8	31	961	25	18	324
9	31	961	26	16	256

คนที่	X	ΣX^2	คนที่	X	ΣX^2
10	31	961	27	15	225
11	30	900	28	14	196
12	30	900	29	14	196
13	29	841	30	14	196
14	28	784	31	13	169
15	27	729	32	13	169
16	26	676	33	11	121
17	26	676	34	10	100
รวม			N=34	$\Sigma X=828$	$\Sigma X^2=22,652$

การหาค่าความแปรปรวนของคะแนน (S_x^2) ของนักเรียน 34 คน และค่าความเที่ยงของแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (s_x) จำนวน 40 ข้อ จากการนำแบบทดสอบไปทดลองใช้ครั้งที่ 3

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } S_x^2 &= \frac{n \Sigma X^2 - (\Sigma X)^2}{n(n-1)} \\
 &= \frac{34(22,652) - (828)^2}{34(34-1)} \\
 &= \frac{770,168 - 685,584}{34(33)} \\
 &= \frac{84,584}{1,122} \\
 &= 75.39
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } r_{xx} &= \frac{k}{k-1} \left[1 - \frac{\sum pq}{S_x^2} \right] \\
 &= \frac{40}{40-1} \left[1 - \frac{9.17}{75.39} \right] \\
 &= \frac{40}{39} (1 - 0.12) \\
 &= \frac{40}{39} (0.88) \\
 &= 0.9026
 \end{aligned}$$

การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัถิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ก่อนการทดลอง

ตารางที่ 10 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ค 203) (X) ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม
ก่อนการทดลอง

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2
1	88	7,744	1	82	6,724	1	75	5,625
2	70	4,900	2	95	9,025	2	72	5,184
3	57	3,249	3	64	4,096	3	84	7,056
4	73	5,329	4	95	9,025	4	82	6,724
5	88	7,744	5	89	7,921	5	82	6,724
6	93	8,649	6	96	9,216	6	89	7,921
7	87	7,569	7	96	9,216	7	71	5,041

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2
8	94	8,836	8	81	6,561	8	96	9,216
9	96	7,396	9	90	8,100	9	94	8,836
10	85	7,225	10	98	9,604	10	76	5,776
11	70	4,900	11	80	6,400	11	83	6,889
12	65	4,225	12	88	7,744	12	71	5,041
13	57	3,249	13	81	6,561	13	75	5,625
14	76	5,776	14	92	8,464	14	67	4,489
15	72	5,184	15	62	3,844	15	96	9,216
16	93	8,649	16	80	6,400	16	90	8,100
17	97	9,409	17	88	7,744	17	78	6,084
18	84	7,056	18	61	3,721	18	74	5,476
19	96	9,216	19	89	7,921	19	97	9,409
20	89	7,921	20	78	6,084	20	81	7,921
21	89	7,921	21	89	7,921	21	82	6,724
22	93	8,649	22	83	6,889	22	72	5,184
23	86	7,396	23	56	3,136	23	82	6,724
24	85	7,225	24	76	5,776	24	76	5,776
25	93	8,649	25	97	9,409	25	71	5,041
26	92	8,464	26	82	6,724	26	83	5,889
27	77	5,929	27	78	6,084	27	72	5,184
28	78	6,084	28	77	5,929	28	66	4,356
29	63	3,969	29	70	4,900	29	91	8,281
30	74	5,476	30	71	5,041	30	77	5,921
31	88	7,744	31	92	8,464	31	80	6,400
32	70	4,900	32	93	8,649	32	90	8,100
33	57	3,249	33	62	3,844	33	84	7,056

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2
34	63	3,969	34	72	5,184	34	68	4,624
35	94	8,836	35	62	3,844	35	65	4,225
36	87	7,569	36	75	5,625	36	78	6,084
37	95	9,025	37	95	9,025	37	78	6,084
38	78	6,084	38	93	8,649	38	91	8,281
39	78	6,084	39	71	5,041	39	96	9,216
40	81	6,561	40	99	9,801	40	98	9,604
$n_1 =$	$\sum X_1 =$	$\sum X_1^2 =$	$n_2 =$	$\sum X_2 =$	$\sum X_2^2 =$	$n_3 =$	$\sum X_3 =$	$\sum X_3^2 =$
40	3,241	268,009	40	3,278	274,306	40	3,233	264,755

การหาค่ามัธยเทศ (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_x) และค่าความแปรปรวน (S_x^2) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ก่อนการทดลอง

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3
สูตร $\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n_1}$	สูตร $\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n_2}$	สูตร $\bar{X}_3 = \frac{\sum X_3}{n_3}$
$\bar{X}_1 = \frac{3,241}{40}$	$\bar{X}_2 = \frac{3,278}{40}$	$\bar{X}_3 = \frac{3,233}{40}$
$= 81.03$	$= 81.95$	$= 80.83$

กลุ่มที่ 1	กลุ่มที่ 2	กลุ่มที่ 3
$\text{สูตร } S_x = \sqrt{\frac{n_1 \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(268,009) - (3,241)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{138.64}$ $= 11.77$ $S_x^2 = 138.64$	$\text{สูตร } S_x = \sqrt{\frac{n_2 \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(274,306) - (3,278)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{145.48}$ $= 12.06$ $S_x^2 = 145.48$	$\text{สูตร } S_x = \sqrt{\frac{n_3 \sum X_3^2 - (\sum X_3)^2}{n_3(n_3 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(264,755) - (3,233)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{88.40}$ $= 9.40$ $S_x^2 = 88.40$

ตารางที่ 11 แสดงค่ามัธยิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_x) และค่าความแปรปรวน (S_x^2) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ก่อนการทดลอง

กลุ่มตัวอย่าง	จำนวนนักเรียน	\bar{X}	S_x	S_x^2
กลุ่มที่ 1	40	81.03	11.77	138.64
กลุ่มที่ 2	40	81.95	12.06	145.48
กลุ่มที่ 3	40	80.83	9.40	88.40

การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way Analysis of Variance) เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ก่อนการทดลอง

1) การตั้งสมมติฐานทางสถิติ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

2) การหาค่าสถิติต่าง ๆ

$$\begin{aligned} \text{สูตร } T &= \sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 \\ &= 3,241 + 3,278 + 3,233 \\ &= 9,752 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } SS_t &= \sum X_1^2 + \sum X_2^2 + \sum X_3^2 - (T^2/N) \\ &= 268,009 + 274,306 + 264,755 - (9,752)^2/120 \\ &= 807,070 - (95,101,504/120) \\ &= 14,557.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } SS_a &= \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum X_3)^2}{n_3} - (T^2/N) \\ &= \frac{(3,241)^2}{40} + \frac{(3,278)^2}{40} + \frac{(3,233)^2}{40} - \frac{(9,752)^2}{120} \\ &= \frac{10,504,081}{40} + \frac{10,745,284}{40} + \frac{10,452,000}{40} - \frac{95,101,504}{120} \\ &= \frac{31,701,000}{40} - \frac{95,101,504}{120} \\ &= 12.47 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ရက်} \quad SS_w &= SS_t - SS_a \\
 &= 14,557.47 - 12.47 \\
 &= 14,545
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ရက်} \quad MS_a &= \frac{SS_a}{k - 1} \\
 &= \frac{12.47}{3 - 1} \\
 &= \frac{12.47}{2} \\
 &= 6.24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ရက်} \quad MS_w &= \frac{SS_w}{N - k} \\
 &= \frac{14,545}{120 - 3} \\
 &= \frac{14,545}{117} \\
 &= 124.32
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 12 สรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (F-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม ก่อนการทดลอง

แหล่งความแปรปรวน (Source of Variation)	ชั้นแห่งความ เป็นอิสระ df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (among groups)	$k-1=3-1=2$	$SS_g=12.47$	$MS_g=6.24$	
ภายในกลุ่ม (without groups)	$n-k=120-3=117$	$SS_w=14,545$	$MS_w=124.32$	$MS_g/MS_w=6.24/124.32=0.05$
ทั้งหมด (total)	$N-1=119$	$SS_t=14,557.47$	—	

$$p^{**} < 0.01$$

ค่า $F_{2,117}$ จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 = 4.80

จึงได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่าค่า F จากตาราง

ดังนั้น จึงยอมรับสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

แสดงว่า กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ก่อนการทดลองไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

การทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียน
คณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง

ตารางที่ 13 คะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (X) (ค.204) ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม
หลังการทดลอง

กลุ่มที่ 1			กลุ่มที่ 2			กลุ่มที่ 3		
ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง			ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง			ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2
1	36	1,296	1	24	576	1	16	256
2	23	529	2	30	900	2	29	841
3	39	1,521	3	22	484	3	26	676
4	29	841	4	36	1,296	4	30	900
5	36	1,296	5	20	400	5	22	484
6	35	1,225	6	35	1,225	6	35	1,225
7	34	1,156	7	22	484	7	20	400
8	39	1,521	8	31	961	8	33	1,089
9	30	900	9	28	784	9	23	529
10	35	1,225	10	39	1,521	10	27	729
11	33	1,089	11	28	784	11	30	900
12	31	961	12	28	784	12	18	324
13	30	900	13	20	400	13	22	484
14	32	1,024	14	37	1,369	14	37	1,369
15	35	1,225	15	20	400	15	31	961
16	35	1,225	16	34	1,156	16	26	676
17	38	1,444	17	30	900	17	27	729
18	34	1,156	18	18	324	18	38	1,444
19	32	1,024	19	33	1,089	19	27	729

กลุ่มที่ 1 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง			กลุ่มที่ 2 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง			กลุ่มที่ 3 ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว		
คนที่	X_1	X_1^2	คนที่	X_2	X_2^2	คนที่	X_3	X_3^2
20	37	1,369	20	22	484	20	20	400
21	33	1,089	21	31	961	21	22	484
22	30	900	22	27	729	22	33	1,089
23	31	961	23	19	361	23	26	676
24	35	1,225	24	20	400	24	22	784
25	32	1,024	25	22	484	25	26	676
26	29	841	26	34	1,156	26	19	361
27	23	529	27	26	676	27	21	441
28	24	576	28	26	676	28	34	1,156
29	27	729	29	25	625	29	28	784
30	30	900	30	23	529	30	21	441
31	31	961	31	36	1,296	31	27	729
32	27	729	32	29	841	32	17	289
33	20	400	33	14	196	33	23	529
34	27	729	34	19	361	34	17	289
35	32	1,024	35	14	196	35	24	576
36	38	1,444	36	29	841	36	17	289
37	28	784	37	36	1,296	37	20	400
38	37	1,369	38	25	625	38	34	1,156
39	28	784	39	22	484	39	33	1,089
40	37	1,369	40	39	1,521	40	34	1,156
$n_1 =$	$\Sigma X_1 =$	$\Sigma X_1^2 =$	$n_2 =$	$\Sigma X_2 =$	$\Sigma X_2^2 =$	$n_3 =$	$\Sigma X_3 =$	$\Sigma X_3^2 =$
40	1,272	41,294	40	1,073	30,575	40	1,035	28,239

การหาค่ามัธยฐานเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_x) และค่าความแปรปรวน (S_x^2) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง

กลุ่มที่ 1 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง	กลุ่มที่ 2 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง	กลุ่มที่ 3 ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว
สูตร $\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n_1}$ $\bar{X}_1 = \frac{1,272}{40}$ $= 31.80$	สูตร $\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n_2}$ $\bar{X}_2 = \frac{1,073}{40}$ $= 26.83$	สูตร $\bar{X}_3 = \frac{\sum X_3}{n_3}$ $\bar{X}_3 = \frac{1,035}{40}$ $= 25.88$
สูตร $S_x = \sqrt{\frac{n_1 \sum X_1^2 - (\sum X_1)^2}{n_1(n_1 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(41,294) - (1,272)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{21.65}$ $= 4.65$	สูตร $S_x = \sqrt{\frac{n_2 \sum X_2^2 - (\sum X_2)^2}{n_2(n_2 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(30,575) - (1,073)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{45.94}$ $= 6.78$	สูตร $S_x = \sqrt{\frac{n_3 \sum X_3^2 - (\sum X_3)^2}{n_3(n_3 - 1)}}$ $S_x = \sqrt{\frac{40(28,239) - (1,035)^2}{40(40 - 1)}}$ $= \sqrt{37.39}$ $= 6.11$
$S_x^2 = 21.65$	$S_x^2 = 45.94$	$S_x^2 = 37.39$

ตารางที่ 14 ค่ามัชฌิมเลขคณิต (\bar{X}) ค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน (S_x) และค่าความแปรปรวน (S_x^2) ของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง

การฝึกความสามารถ ด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์	จำนวนนักเรียน	\bar{X}	S_x	S_x^2
กลุ่มที่ 1 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง	40	31.80	4.65	21.65
กลุ่มที่ 2 ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง	40	26.83	6.78	45.94
กลุ่มที่ 3 ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว	40	25.88	6.11	37.39

การวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (One-way Analysis of Variance) เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตของผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง

1) การตั้งสมมติฐานทางสถิติ

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3$$

2) การหาค่าสถิติต่าง ๆ

$$\begin{aligned} \text{สูตร } T &= \sum X_1 + \sum X_2 + \sum X_3 \\ &= 1,272 + 1,073 + 1,035 \\ &= 3,380 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } SS_t &= \sum X_1^2 + \sum X_2^2 + \sum X_3^2 - (T^2/N) \\ &= 41,294 + 30,575 + 28,239 - (3,380)^2/120 \\ &= 100,108 - (11,424,400/120) \\ &= 4,904.67 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } SS_a &= \frac{(\sum X_1)^2}{n_1} + \frac{(\sum X_2)^2}{n_2} + \frac{(\sum X_3)^2}{n_3} - (T^2/N) \\ &= \frac{(1,272)^2}{40} + \frac{(1,073)^2}{40} + \frac{(1,035)^2}{40} - \frac{(3,380)^2}{120} \\ &= \frac{1,617,984}{40} + \frac{1,151,329}{40} + \frac{1,071,225}{40} - \frac{11,424,400}{120} \\ &= \frac{3,840,538}{40} - \frac{11,424,400}{120} \\ &= 810.12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } SS_w &= SS_t - SS_a \\ &= 4,904.67 - 810.12 \\ &= 4,094.55 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{สูตร } MS_a &= \frac{SS_a}{k-1} \\ &= \frac{810.12}{3-1} \\ &= 405.06 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร } MS_w &= \frac{SS_w}{N - k} \\
 &= \frac{4,094.55}{120 - 3} \\
 &= \frac{4,094.55}{117} \\
 &= 35.00
 \end{aligned}$$

ตารางที่ 15 สรุปผลการวิเคราะห์ความแปรปรวนทางเดียว (F-test) เพื่อทดสอบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง

แหล่งความแปรปรวน (Source of Variation)	ชั้นแห่งความ เป็นอิสระ df	SS	MS	F
ระหว่างกลุ่ม (among groups)	$k-1=3-1=2$	$SS_a=810.12$	$MS_a=405.06$	
ภายในกลุ่ม (without groups)	$n-k=120-3=117$	$SS_w=4,094.55$	$MS_w=35.00$	$MS_a/MS_w=405.06/35.00=11.57$
ทั้งหมด (total)	$N-1=119$	$SS_t=4,904.67$	—	

$p^{**} < 0.01$

ค่า $F_{2,117}$ จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 = 4.80

จึงได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า ค่า F จากตาราง

ดังนั้น จึงปฏิเสธสมมติฐาน $H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$

แสดงว่า ค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ของ
กลุ่มตัวอย่างทั้ง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

การเปรียบเทียบความแตกต่างเป็นรายคู่ระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตของคะแนนผลสัมฤทธิ์ทาง
การเรียนคณิตศาสตร์ของกลุ่มตัวอย่าง 3 กลุ่ม หลังการทดลอง โดยวิธีของเชฟเฟ่ (Scheffé
method)

1) การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัชฌิมเลขคณิตของนักเรียน
กลุ่มที่ 1 (ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง) กับกลุ่มที่ 3 (ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว)

$$\begin{aligned} \text{สูตร} \quad F &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_3)^2}{MS_w(1/n_1 + 1/n_3)(k - 1)} \\ &= \frac{(31.80 - 25.88)^2}{35(1/40 + 1/40)(3 - 1)} \\ &= \frac{35.05}{3.50} \\ &= 10.01 \end{aligned}$$

ค่า $F_{2,117}$ จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 = 4.80

จึงได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า ค่า F จากตาราง

แสดงว่า หลังการทดลอง นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ
หลายช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบระยะยาว
ช่วงเดียวอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

2) การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างค่ามัธยฐานเลขคณิตของนักเรียน
กลุ่มที่ 1 (ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ หลายช่วง) กับกลุ่มที่ 2 (ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง)

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร} \quad F &= \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2)^2}{MS_w(1/n_1 + 1/n_2)(k - 1)} \\
 &= \frac{(31.80 - 26.83)^2}{35(1/40 + 1/40)(3 - 1)} \\
 &= \frac{24.70}{3.50} \\
 &= 7.06
 \end{aligned}$$

ค่า $F_{2,117}$ จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 = 4.80

จึงได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้มีค่ามากกว่า ค่า F จากตาราง

แสดงว่า หลังการทดลอง นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบแบ่งเป็นระยะสั้น ๆ
หลายช่วง มีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์สูงกว่านักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบแบ่ง
เป็นระยะยาว 3 ช่วง อย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

3) การเปรียบเทียบความแตกต่างระหว่างมัธยฐานเลขคณิตของนักเรียน
กลุ่มที่ 2 (ฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง) กับกลุ่มที่ 3 (ฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียว)

$$\begin{aligned}
 \text{สูตร} \quad F &= \frac{(\bar{X}_2 - \bar{X}_3)^2}{MS_w(1/n_2 + 1/n_3)(k - 1)} \\
 &= \frac{(26.83 - 25.88)^2}{35(1/40 + 1/40)(3 - 1)} \\
 &= \frac{0.9025}{3.50} \\
 &= 0.26
 \end{aligned}$$

ค่า $F_{2,117}$ จากตาราง ที่ระดับนัยสำคัญ 0.01 = 4.80

จึงได้ว่า ค่า F ที่คำนวณได้มีค่าน้อยกว่า ค่า F จากตาราง

แสดงว่า หลังการทดลอง นักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบแบ่งเป็นระยะยาว 3 ช่วง
กับนักเรียนกลุ่มที่ได้รับการฝึกแบบระยะยาวช่วงเดียวมีผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
ไม่แตกต่างกันอย่างมีนัยสำคัญทางสถิติที่ระดับ 0.01

ภาคผนวก ค

แผนการสอนรายคาบวิชาคณิตศาสตร์
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2
เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย

แผนการสอนรายคาบ

จุดประสงค์การเรียนรู้ประจำบทเรียน

เมื่อจบบทเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกมุมคู่ที่เป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้
2. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา
3. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 2 แก้โจทย์ปัญหาได้
4. บอกมุมคู่ที่เป็นมุมแย้งกันได้
5. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน
6. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 5 แก้โจทย์ปัญหาได้
7. บอกมุมคู่ที่เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดได้
8. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
9. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 8 แก้โจทย์ปัญหาได้
10. บอกได้ว่ามุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้ 180 องศา หรือสองมุมฉาก
11. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 10 แก้โจทย์ปัญหาได้
12. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ
13. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 12 แก้โจทย์ปัญหาได้
14. บอกบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
15. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกัน
16. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน
17. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 16 หาความยาวของด้านของรูปสามเหลี่ยมได้
18. ใช้สมบัติในจุดประสงค์ข้อ 16 แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหาของบทเรียน

เนื้อหา	จำนวนคาบ
เรื่อง เส้นขนาน	
1. เส้นขนานและมุมภายใน	2
2. เส้นขนานและมุมแย้ง	3
3. เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน	2
4. รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน	2
5. ทบทวนเรื่องเส้นขนาน	1
เรื่อง ความคล้าย	
6. รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1
7. สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน	1
8. การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้	2
9. ทบทวนเรื่องความคล้าย	1
รวม	15

คาบที่ 1

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

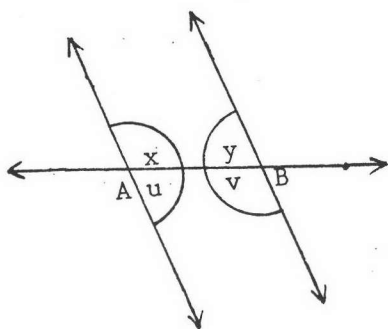
1. บอกนิยามของเส้นขนานได้
2. เขียนสัญลักษณ์แทนการขนานกันของเส้นตรงสองเส้นได้
3. บอกได้ว่ามุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
4. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา
5. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

เนื้อหา

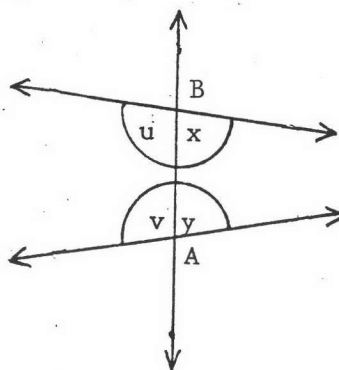
1. บทนิยาม เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อเส้นทั้งสองนี้ไม่ตัดกัน

2. \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

3. พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



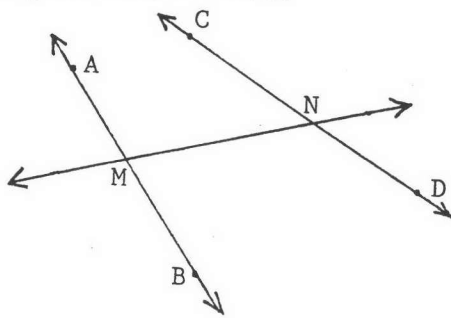
เรียก \overleftrightarrow{AB} ว่า เส้นตัด AB



เรียก x และ y ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

เรียก u และ v ว่ามุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด AB

4. ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงบอกว่ามีมุมคู่ใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด MN



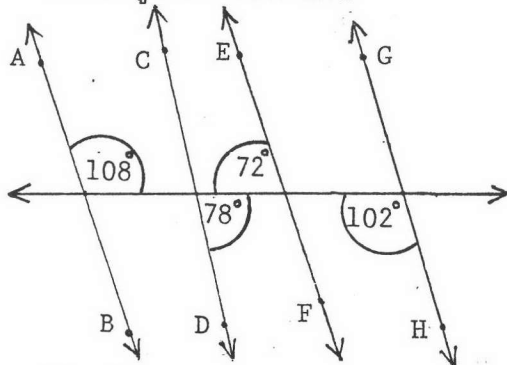
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด MN มีสองคู่คือ \widehat{AMN} และ \widehat{CNM}
 \widehat{BMN} และ \widehat{DNM}

5. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

6. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

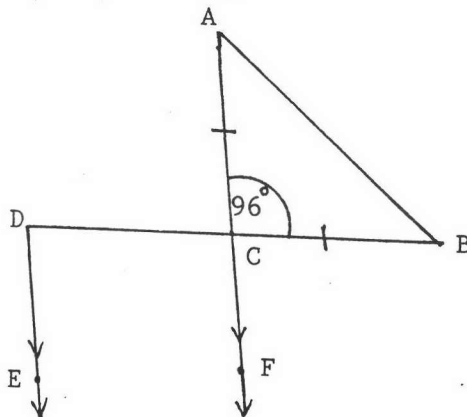
7. โจทย์พิเศษ

1) จากรูปที่กำหนดให้ เส้นตรงคู่ใดบ้างที่ขนานกัน



(เฉลย) $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ และ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{GH}$

2) จากรูปที่กำหนดให้ ถ้า $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว และ $\overrightarrow{DE} \parallel \overrightarrow{CF}$ แล้ว \widehat{CDE} มีขนาดกี่องศา



(เฉลย) $\widehat{CDE} = 84$ องศา

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. ครึ่งวงกลม
4. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนลักษณะและคุณสมบัติของจุดและเส้นตรง โดยใช้คำถามประกอบการเขียนสัญลักษณ์ของจุดและเส้นตรง
2. ครูทบทวนนิยามและสัญลักษณ์ของส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม โดยครูใช้คำถามประกอบการเขียนสัญลักษณ์ของส่วนของเส้นตรง รังสี และมุม

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนยกตัวอย่างสิ่งที่พบเห็นในชีวิตประจำวันที่มีลักษณะเป็นเส้นตรงที่ขนานกันและไม่ขนานกันมาอย่างละ 3 ตัวอย่าง แล้วชี้ให้เห็นความแตกต่างระหว่างเส้นตรงที่ขนานกันกับเส้นตรงที่ไม่ขนานกันเพื่อให้นักเรียนบอกนิยามของเส้นขนาน
2. ครูเขียนสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการขนานกันของเส้นตรงสองเส้น
3. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปในหนังสือเรียนหน้า 111 และให้นักเรียนบอกเหตุผลที่ตอบว่าขนานกันหรือไม่ขนานกัน ซึ่งเหตุผลของนักเรียนควรเป็นไปตามบทนิยามของเส้นขนาน
4. ครูเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเส้นตัดและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
5. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป ซึ่งครูอาจจะใช้ชอล์กสีเขียนมุมในส่วนที่ต้องการจะเน้น
6. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมข้อ 1-3 ในหนังสือเรียนหน้า 112-115 โดยครูถามเพื่อให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา
7. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา โดยครูใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน แสดงการเคลื่อนย้ายมุม ดังนี้

กรณี AB ขนานกับ CD

- 1) เคลื่อนย้าย 1 และ 3 มารวมกันที่มุมตรง จะพบว่าทับมุมตรงได้สนิท
- 2) เคลื่อนย้าย 2 และ 4 มารวมกันที่มุมตรง จะพบว่าทับมุมตรงได้สนิท

กรณี AB ไม่ขนานกับ CD

- 1) เคลื่อนย้าย 1 และ 3 มารวมกันที่มุมตรง จะพบว่าทับมุมตรงได้ไม่สนิท
- 2) เคลื่อนย้าย 2 และ 4 มารวมกันที่มุมตรง จะพบว่าทับมุมตรงได้ไม่สนิท

8. ครูให้นักเรียนทำกิจกรรมข้อ 4–5 ในหนังสือเรียนหน้า 115–117 โดยครูถาม
เพื่อให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนบอกนิยามของเส้นขนาน
2. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ ข้อ 1–2 ทำย ชั่วโมง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> 1. สังเกตจากการตอบคำถาม 2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม 3. สังเกตจากความสนใจ 4. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> 1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง 2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี 3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี 4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียนได้ถูกต้อง

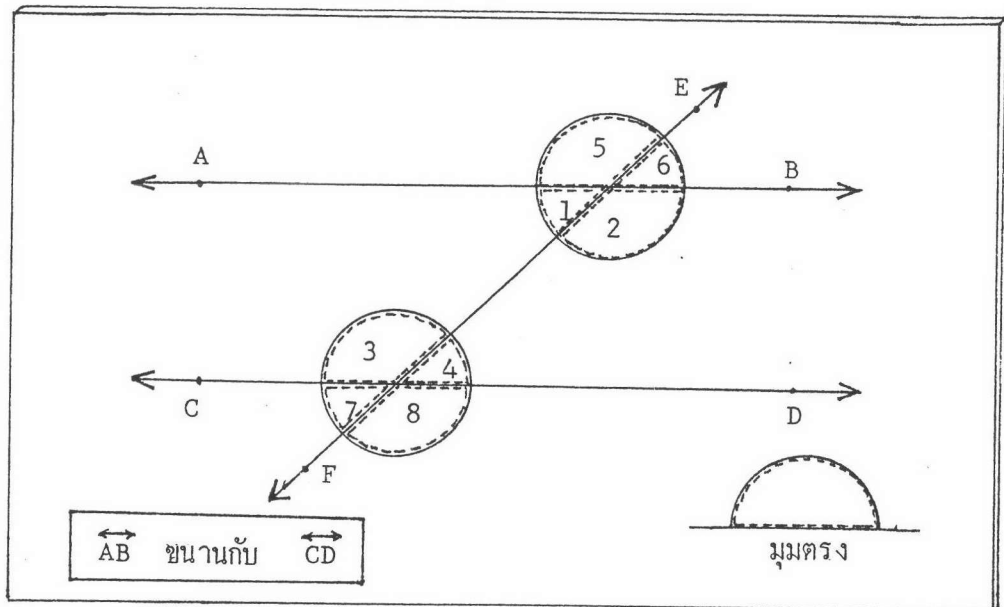
วิธีทำสื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน

- 1) นำพลาสติก (Future Board) 2 แผ่นที่ต่างสี มาติดซ้อนกัน
- 2) ตัดสติ๊กเกอร์สีแทนเส้นตรงและเจาะพลาสติกตามรอยเส้นประ ดังรูป
- 3) ตัดตัวอักษรและหมายเลขลงในตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูป

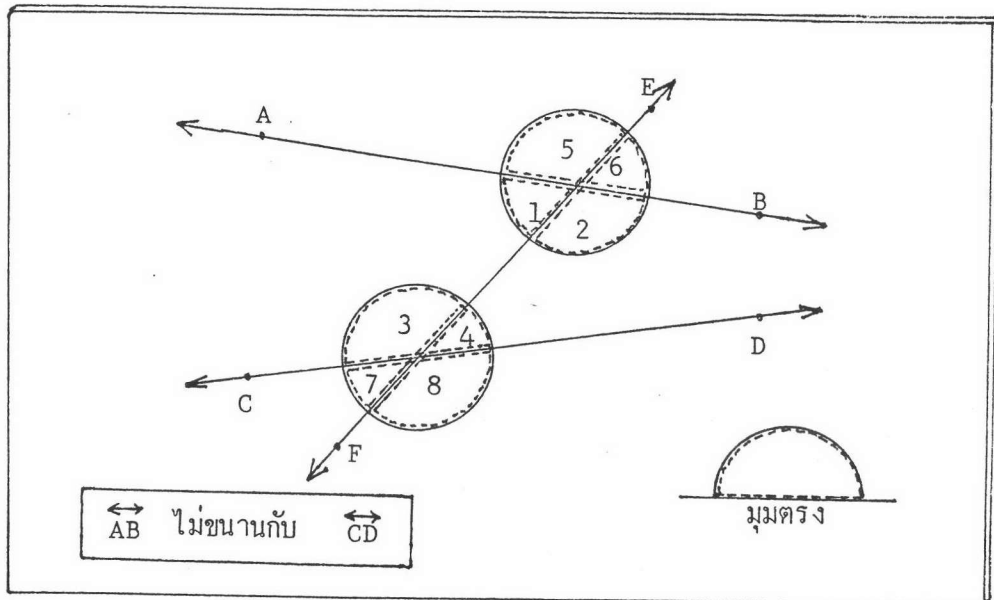
4) เก็บชิ้นส่วนต่าง ๆ ของมุมไว้ใช้สาริตเรื่องคุณสมบัติของเส้นขนานเกี่ยวกับมุมภายใน มุมภายนอก และ มุมแย้ง

หมายเหตุ ทำ 2 ชุด คือ

ชุดที่ 1 แสดงมุม กรณีที่เส้นตรง 2 เส้นขนานกัน



ชุดที่ 2 แสดงมุม กรณีที่เส้นตรง 2 เส้นไม่ขนานกัน



คาบที่ 2

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

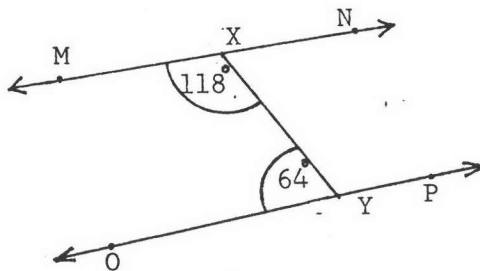
1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา และ

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

สรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงบอกว่า \overleftrightarrow{MN} กับ \overleftrightarrow{OP} ขนานกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ก)

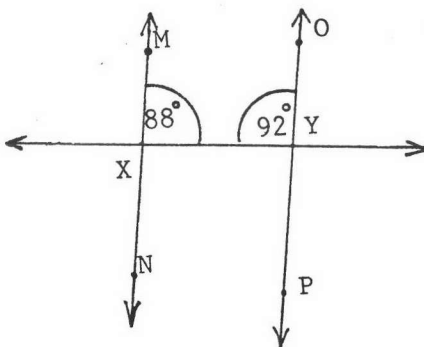


\overleftrightarrow{MN} ไม่ขนานกับ \overleftrightarrow{OP}

เพราะ $\widehat{MXY} + \widehat{OYX} = 118^\circ + 64^\circ = 182^\circ$

(มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันได้มากกว่า 180 องศา)

ข)



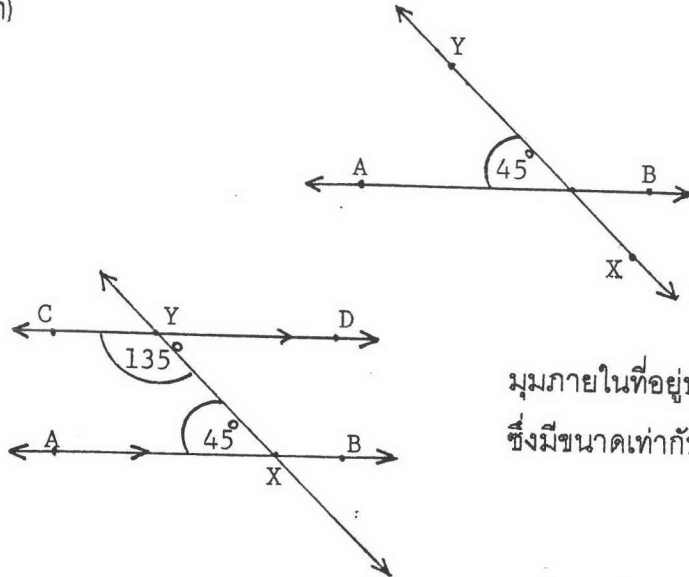
\overleftrightarrow{MN} ขนานกับ \overleftrightarrow{OP}

เพราะ $\widehat{MXY} + \widehat{OYX} = 88^\circ + 92^\circ = 180^\circ$

(มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา)

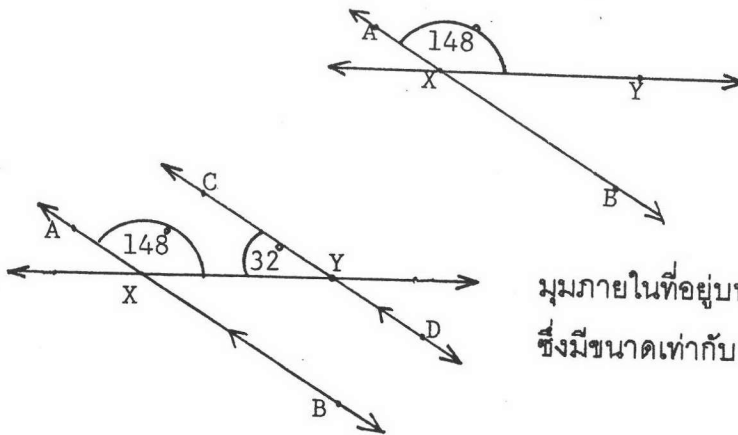
3. ตัวอย่างที่ 2 จากรูปที่กำหนดให้ จงสร้าง \overleftrightarrow{CD} ให้ผ่านจุด Y และขนานกับ \overleftrightarrow{AB} พร้อมทั้งบอกขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \widehat{AXY}

ก)



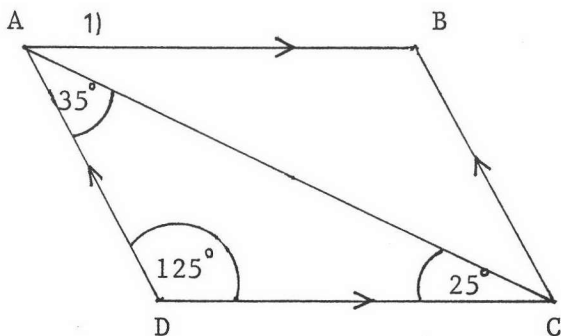
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \widehat{AXY} คือ \widehat{CYX} ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 135°

ข)



มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \widehat{AXY} คือ \widehat{CYX} ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 32°

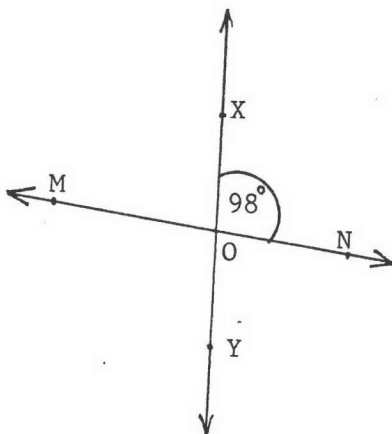
4. โจทย์พิเศษ



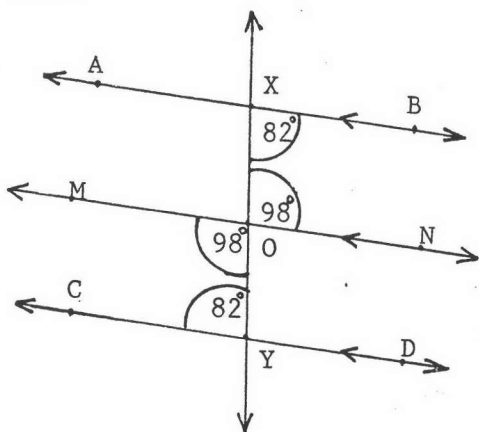
$\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน
 $\widehat{ADC} = 120^\circ$ $\widehat{ACD} = 25^\circ$ และ $\widehat{CAD} = 35^\circ$
 จงหาขนาดของมุมต่อไปนี้
 \widehat{BAC} \widehat{ACB} และ \widehat{ABC}

(เฉลย) $\widehat{BAC} = 25^\circ$, $\widehat{ACB} = 35^\circ$ และ $\widehat{ABC} = 120^\circ$

2) จากรูปที่กำหนดให้ต่อไปนี้ จงสร้าง \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ให้ผ่านจุด X และ Y ตามลำดับ โดยที่เส้นตรงทั้งสองจะต้องขนานกับ \overleftrightarrow{MN} พร้อมทั้งบอกมุมภายในที่อยู่ข้างเดียวกันกับ \widehat{NOX} และ \widehat{MOY}



(เฉลย)



มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \widehat{NOY} คือ \widehat{BXO} ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 82°

และ

มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \widehat{MOY} คือ \widehat{CYO} ซึ่งมีขนาดเท่ากับ 82°

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ซอส์กีส
3. เครื่องวงกลม

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนนิยามของเส้นขนาน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนเส้นตรงสองเส้นที่ขนานกัน พร้อมทั้งสัญลักษณ์ที่ใช้แทนการขนานกันของเส้นตรงสองเส้น

2. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของเส้นขนานและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาบทสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดในหนังสือเรียนหน้า 115 และ 117 โดยครูถามเพื่อให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนพิจารณาการขนานกันของเส้นตรง โดยใช้บทสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ข้อ 1.1—1.4 ในหนังสือเรียนหน้า 118 และครูถามให้นักเรียนบอกเหตุผลที่ตอบว่าเส้นตรงแต่ละคู่ขนานกันหรือไม่ขนานกัน ซึ่งเหตุผลของนักเรียนควรเป็นไปตามบทสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนหาขนาดของมุมโดยใช้บทสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

5. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 2.1—2.4 ในหนังสือเรียนหน้า 118—119 โดยครูให้นักเรียนสร้างเส้นขนานตามที่โจทย์กำหนด และชี้แนะให้นักเรียนหาขนาดของมุมโดยใช้บทสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด ซึ่งนักเรียนควรสรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ ข้อ 1—2 ท้ายชั่วโมง

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
<ol style="list-style-type: none"> สังเกตจากการตอบคำถาม สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม สังเกตจากความสนใจ สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียน 	<ol style="list-style-type: none"> นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียนได้ถูกต้อง

คาบที่ 3

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง

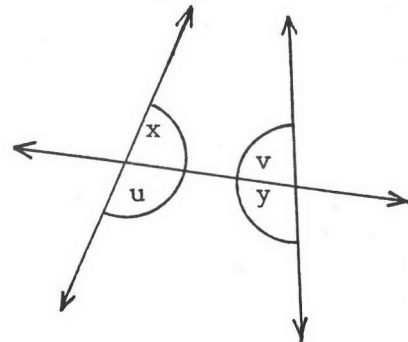
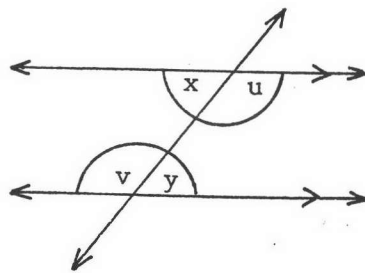
จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อนักเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง
2. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน
3. พิสูจน์ได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้วมุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน
4. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 2 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

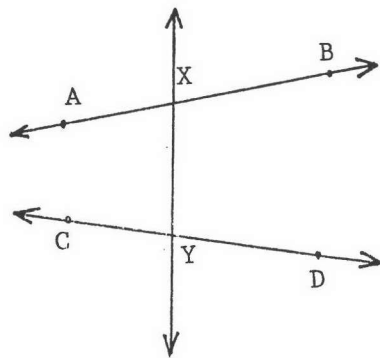
เนื้อหา

1. พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



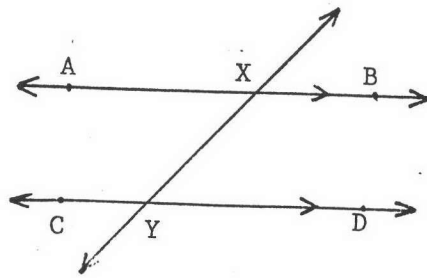
เรียกมุม x และมุม y ว่า มุมแย้ง และ
เรียกมุม u และมุม v ว่า มุมแย้ง ด้วย

2. ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงบอกว่ามุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง



$\hat{A}XY$ และ $\hat{D}YX$ เป็นมุมแย้ง และ
 $\hat{B}XY$ และ $\hat{C}YX$ เป็นมุมแย้ง

3. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน
 พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD} มี XY เป็นเส้นตัด

ต้องการแสดงว่า $\hat{A}XY = \hat{D}YX$

เนื่องจาก $\hat{A}XY + \hat{C}YX = 180^\circ$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของ
เส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา)

และ $\hat{D}YX + \hat{C}YX = 180^\circ$

(ขนาดของมุมตรง)

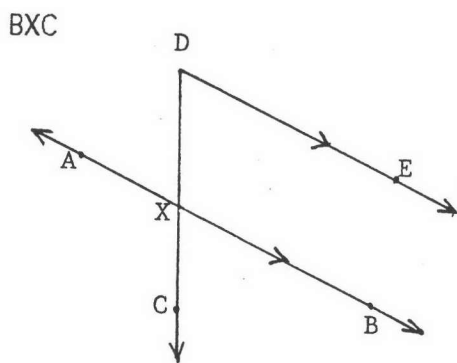
ดังนั้น $\hat{A}XY + \hat{C}YX = \hat{D}YX + \hat{C}YX$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$\hat{A}XY + \hat{C}YX - \hat{C}YX = \hat{D}YX + \hat{C}YX - \hat{C}YX$ (สมบัติของการเท่ากัน)

จะได้ว่า $\hat{A}XY = \hat{D}YX$

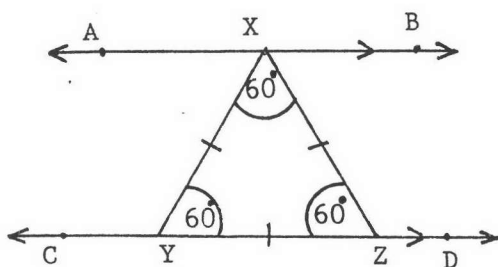
4. ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ จงหามุมทุกมุมที่มีขนาดเท่ากับ \widehat{BXC}



$\widehat{BXC} = \widehat{AXD}$ (มุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน)
 $\widehat{AXD} = \widehat{EDX}$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน)
 ดังนั้น มุมที่มีขนาดเท่ากับ \widehat{BXC} คือ \widehat{AXD} และ \widehat{EDX}

5. โจทย์พิเศษ

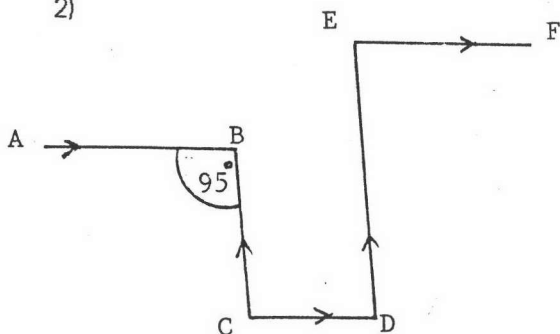
1)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\triangle XYZ$ เป็นสามเหลี่ยมด้านเท่า จงหาขนาดของ \widehat{AXY} และ \widehat{XZD}

(เฉลย) $\widehat{AXY} = 60^\circ$ และ $\widehat{XZD} = 120^\circ$

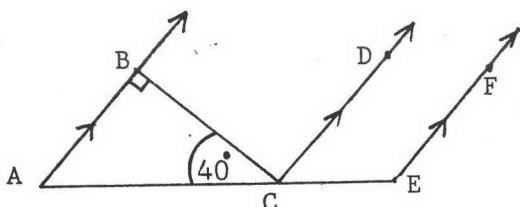
2)



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD} \parallel \overline{EF}$ $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$ และ $\widehat{ABC} = 95^\circ$ จงหาขนาดของ DEF

(เฉลย) $\widehat{DEF} = 85^\circ$

3)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และ $\widehat{ACB} = 40^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{DCE} และ \widehat{CEF}

(เฉลย) $\widehat{DCE} = 50^\circ$ และ $\widehat{CEF} = 130^\circ$

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. เครื่องวงกลม
4. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

ขั้นสอน

1. ครูเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นลักษณะของมุมแย้ง
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป เพื่อให้นักเรียนเห็นลักษณะของมุมแย้งที่ชัดเจน ซึ่งครูอาจจะใช้ชอล์กสีเขียนมุมในส่วนที่ต้องการจะเน้น
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1-4 ในหนังสือเรียนหน้า 119-120 โดยให้นักเรียนพิจารณาจากรูปและตอบคำถามของครู
4. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่า มุมแย้งของเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน โดยครูใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน (มีตัวอย่างของสื่ออยู่ในคาบที่ 1) แสดงการเคลื่อนย้ายมุม ดังนี้

กรณี \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD}

1) สลับที่กันระหว่าง $\hat{1}$ กับ $\hat{4}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท

2) สลับที่กันระหว่าง $\hat{2}$ กับ $\hat{3}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท

กรณีที่ \overleftrightarrow{AB} ไม่ขนานกับ \overleftrightarrow{CD}

1) สลับที่กันระหว่าง $\hat{1}$ กับ $\hat{4}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท

2) สลับที่กันระหว่าง $\hat{2}$ กับ $\hat{3}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท

5. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในเพื่อแสดงว่า $\hat{A}XY = \hat{D}YX$

6. ครูให้นักเรียนพิสูจน์ว่า $\hat{B}XY = \hat{C}YX$ โดยเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงในสมุดแบบฝึกหัด และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมภายในเพื่อแสดงเหตุผลในการพิสูจน์ทำนองเดียวกันกับการแสดงว่า $\hat{A}XY = \hat{D}YX$

7. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนหาขนาดของมุมโดยใช้ความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานและมุมแย้ง

8. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน และให้นักเรียนช่วยกันทำแบบฝึกหัดข้อ 1-4 ในหนังสือเรียนหน้า 121-122 แล้วครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง ซึ่งนักเรียนควรสรุปได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษ ข้อ 1-3 เป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ	5. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 4

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมภายใน



จุดประสงค์การเรียนรู้

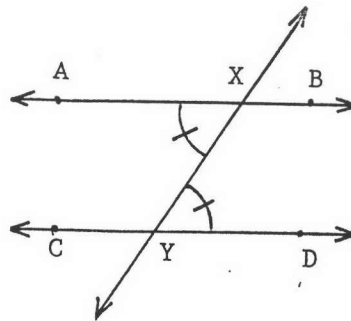
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
2. พิสูจน์ได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
3. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ \overleftrightarrow{XY} ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ทำให้ $\widehat{AXY} = \widehat{DYX}$

ต้องการแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

เนื่องจาก $\widehat{AXY} + \widehat{BXY} = 180^\circ$

(ขนาดของมุมตรง)

และ $\widehat{AXY} = \widehat{DYX}$

(กำหนดให้)

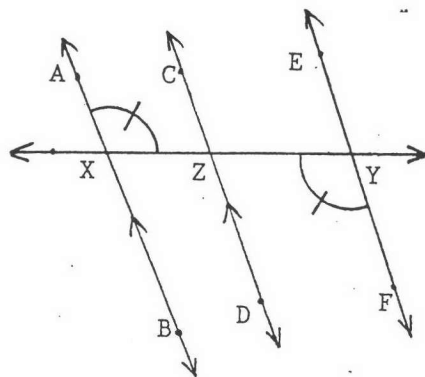
ดังนั้น $\widehat{DYX} + \widehat{BXY} = 180^\circ$

(แทนสิ่งที่เท่ากัน โดยแทน \widehat{AXY} ด้วย \widehat{DYX})

นั่นคือ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

2. ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\widehat{AXY} = \widehat{XYF}$ จงแสดงว่า $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$



วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ $\widehat{AXY} = \widehat{XYF}$

ต้องการแสดงว่า $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

เนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(กำหนดให้)

ดังนั้น $\widehat{AXY} = \widehat{XZD}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัด แล้วมุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน)

และ $\widehat{XZD} = \widehat{CZY}$

(ถ้าเส้นตรงสองเส้นตัดกันแล้วมุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน)

$\widehat{AXY} = \widehat{XYF}$

(กำหนดให้)

จึงได้ว่า $\widehat{AXY} = \widehat{XZD} = \widehat{CZY} = \widehat{XYF}$

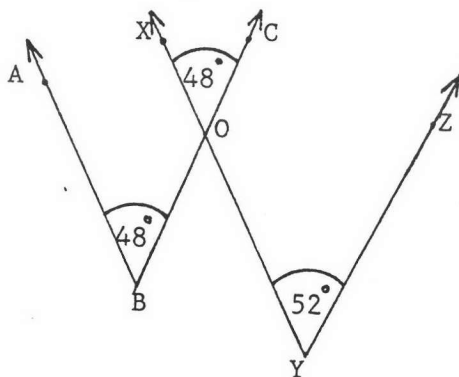
ดังนั้น \widehat{CZY} และ \widehat{XYF} เป็นมุมแย้งที่มีขนาดเท่ากัน

นั่นคือ $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

3. ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\widehat{ABC} = 48^\circ$ $\widehat{XYZ} = 52^\circ$ และ $\widehat{XOC} = 48^\circ$

จงหาว่ารังสีคู่ใดขนานกัน และแสดงเหตุผลประกอบด้วย



เนื่องจาก $\widehat{XOC} = \widehat{BOY} = 48^\circ$

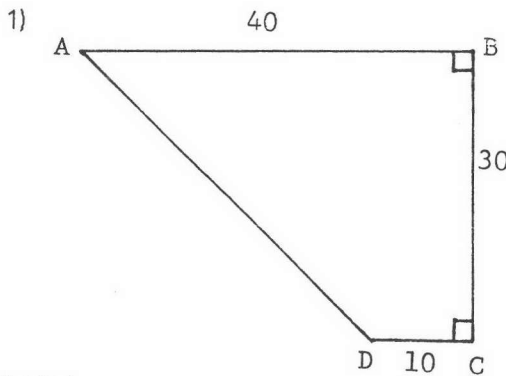
และ $\widehat{ABC} = \widehat{BOY} = 48^\circ$

ดังนั้น $\vec{BA} \parallel \vec{YX}$

(มุมตรงข้ามจะมีขนาดเท่ากัน)

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

4. โจทย์พิเศษ



จากรูป กำหนดให้ มุม B และ มุม C เป็นมุมฉาก แสดงว่า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู และหาพื้นที่ของ $\square ABCD$

(เฉลย)

เนื่องจาก $\widehat{B} + \widehat{C} = 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$

ดังนั้น $\overline{AB} \parallel \overline{DC}$

(ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา)

จึงได้ว่า $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมคางหมู ($\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมที่มีด้านขนานกัน 1 คู่)

สูตร พื้นที่ของรูปสี่เหลี่ยมคางหมู

$$= \frac{1}{2} \times \text{ผลบวกของด้านคู่ขนาน} \times \text{สูง}$$

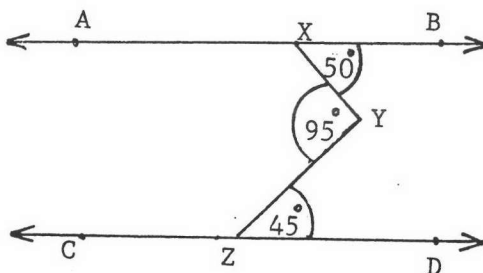
พื้นที่ $\square ABCD$

$$= \frac{1}{2} \times (40 + 10) \times 30$$

$$= \frac{1}{2} \times 50 \times 30$$

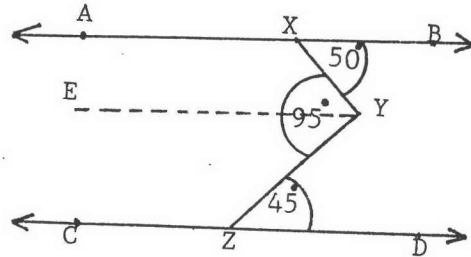
$$= 750 \text{ ตารางหน่วย}$$

2)



จากรูป กำหนดให้ $\widehat{XYZ} = 95^\circ$ $\widehat{BXY} = 50^\circ$ และ $\widehat{YZD} = 45^\circ$ จงพิสูจน์ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(เฉลย)

ลากเส้นประ YE ให้ขนานกับ \overleftrightarrow{AB} เพื่อช่วยในการพิสูจน์ ดังรูปเนื่องจาก $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{YE}$ และ $\widehat{BXY} = 50^\circ$ (กำหนดให้)ดังนั้น $\widehat{XYE} = \widehat{BXY} = 50^\circ$ (ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน)เนื่องจาก $\widehat{XYZ} = 95^\circ$ และ $\widehat{EYZ} + \widehat{XYE} = 95^\circ$ ดังนั้น $\widehat{EYZ} = 95^\circ - \widehat{XYE} = 95^\circ - 50^\circ = 45^\circ$ เนื่องจาก $\widehat{YZD} = 45^\circ$ (กำหนดให้)ดังนั้น $\widehat{EYZ} = \widehat{YZD}$ นั่นคือ $\overleftrightarrow{EY} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)จึงได้ว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ($\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{EY}$ และ $\overleftrightarrow{EY} \parallel \overleftrightarrow{CD}$)สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. เครื่องวงกลม

กิจกรรมการเรียนรู้การสอนขั้นนำ

1. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้ง โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นสอน

1. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งและทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมภายใน เพื่อแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้ง เพื่อแสดงว่า $\overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

3. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้ง เพื่อแสดงว่ารังสีคู่ใดขนานกันบ้าง

4. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3–4 คน และให้นักเรียนช่วยกันทำแบบฝึกหัดข้อ 1–5 ในหนังสือเรียนหน้า 123–124 แล้วครูให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1–2 เป็นการบ้าน

การวัดและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ	5. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้านได้ถูกต้อง

ตอนที่ 5

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมแย้ง

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน
2. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

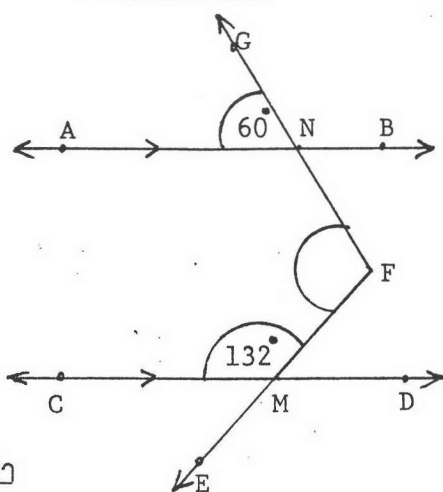
เนื้อหา

1. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน และถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งและทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากัน เส้นตรงคู่นั้น

จะขนานกัน

สรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน

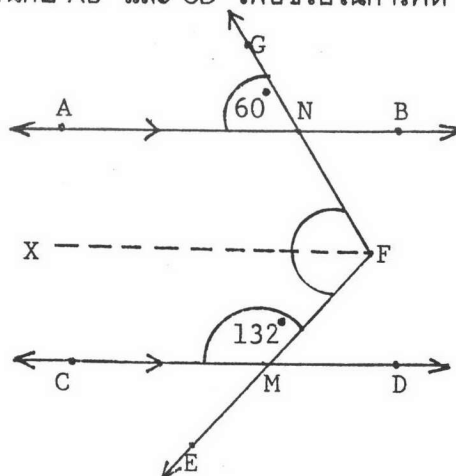
2. ตัวอย่างที่ 1



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ $\widehat{ANG} = 60^\circ$ และ $\widehat{CMF} = 132^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{EFG}

วิธีทำ

ลากเส้นประ FX ให้ขนานกับ \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} เพื่อช่วยในการคิด ดังรูป



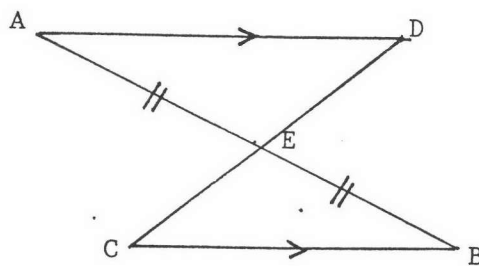
- 1) $\widehat{BNF} = \widehat{ANG} = 60^\circ$ (มุมตรงกันข้ามมีขนาดเท่ากัน)
 2) $\widehat{NFX} = \widehat{BNF} = 60^\circ$ (มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{FX})
 3) $\widehat{XFM} + \widehat{CMF} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา)

$$\widehat{XFM} = 180^\circ - \widehat{CMF} = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

- 4) เนื่องจาก $\widehat{EFG} = \widehat{NFX} + \widehat{XFM} = 60^\circ + 48^\circ = 108^\circ$

ดังนั้น ขนาดของ $\widehat{EFG} = 108^\circ$

3. ตัวอย่างที่ 2



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ และ E เป็นจุดกึ่งกลางของ \overline{AB} จงแสดงว่า $\triangle ADE \cong \triangle BCE$

วิธีพิสูจน์

- 1) $\widehat{DAB} = \widehat{CBA}$ (มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)
 2) $AE = BE$ (E เป็นจุดกึ่งกลางของ AB)
 3) $\widehat{AED} = \widehat{BEC}$ (มุมตรงกันข้ามมีขนาดเท่ากัน)
 4) ดังนั้น $\triangle ADE \cong \triangle BCE$ (ม.ด.ม.)

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. เครื่องวงกลม

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า

- 1) ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมแย้งจะมีขนาดเท่ากัน
- 2) ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่งและทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

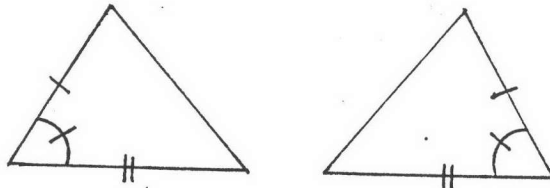
ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณาบทสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง ในหนังสือเรียนหน้า 120 และ 122 โดยครูถามเพื่อให้นักเรียนสรุปให้ได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน

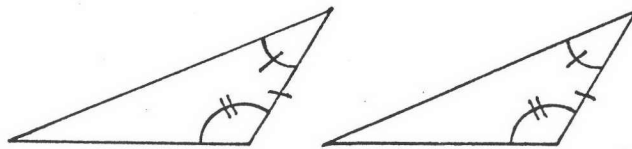
2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติของเส้นขนานและมุมแย้ง เพื่อหาขนาดของ \hat{EFG}

3. ครูทบทวนคุณสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป ดังนี้

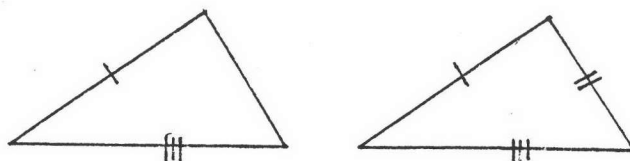
- 1) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-มุม-ด้าน (ด.ม.ด)



- 2) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม (ม.ด.ม)



- 3) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่สัมพันธ์กันแบบ ด้าน-ด้าน-ด้าน (ด.ด.ด)



4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และชี้แนะให้นักเรียนใช้คุณสมบัติความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม เพื่อแสดงว่า $\triangle ADE \cong \triangle BCE$

5. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน และให้นักเรียนช่วยกันทำแบบฝึกหัด 42 ข้อ 1, 3 และ 5 ในหนังสือเรียนหน้า 124-125 แล้วให้แต่ละกลุ่มส่งตัวแทนออกมาแสดงวิธีทำ และวิธีพิสูจน์ลงบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง ซึ่งนักเรียนควรสรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 42 ข้อ 2, 4 และ 6 ในหนังสือเรียนหน้า 124-125 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการแสดงวิธีทำและวิธีพิสูจน์	5. นักเรียนส่วนใหญ่แสดงวิธีทำและวิธีพิสูจน์ได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดในชั้นเรียนได้ถูกต้อง
7. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	7. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 6

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน

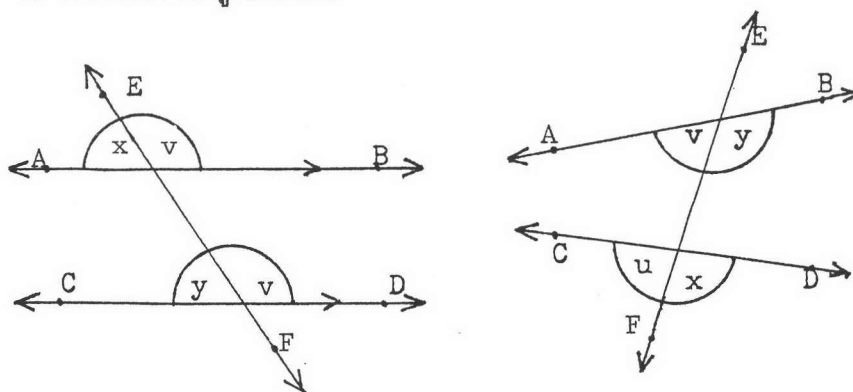
จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามุมใดเป็นมุมภายนอกและมุมใดเป็นมุมภายใน
2. บอกได้ว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด
3. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน
4. พิสูจน์ได้ว่าถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน
5. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 3 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. พิจารณาจากรูปต่อไปนี้



เรียกมุม x และมุม u ว่า มุมภายนอก

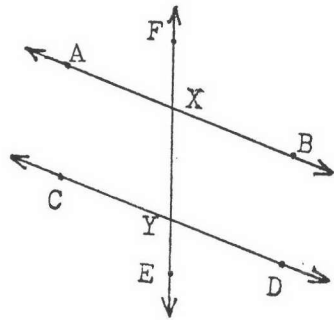
เรียกมุม y และมุม v ว่า มุมภายใน

มุม x และมุม y เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด EF

มุม u และมุม v เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด EF

2. ตัวอย่างที่ 1 จากรูปที่กำหนดให้ จงบอกว่ามุมคู่ใดบ้างที่เป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

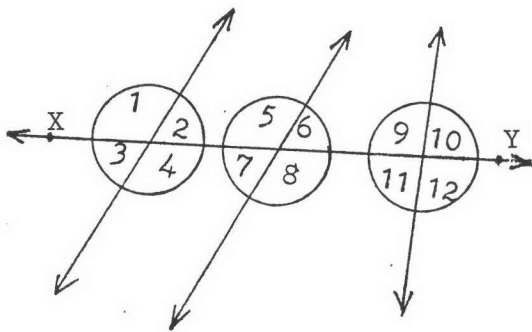
ก)



มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกัน
เดียวกันของเส้นตัด EF ได้แก่

- 1) $\hat{A}XF$ และ $\hat{C}YF$
- 2) $\hat{A}XE$ และ $\hat{C}YE$
- 3) $\hat{F}XB$ และ $\hat{F}YD$
- 4) $\hat{B}XE$ และ $\hat{D}YE$

ข)

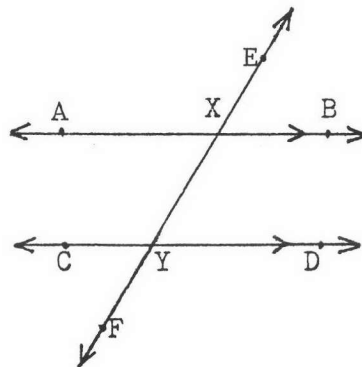


มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกัน
เดียวกันของเส้นตัด XY ได้แก่

- | | |
|-----------------------------|------------------------------|
| 1) $\hat{1}$ และ $\hat{5}$ | 7) $\hat{7}$ และ $\hat{11}$ |
| 2) $\hat{2}$ และ $\hat{6}$ | 8) $\hat{8}$ และ $\hat{12}$ |
| 3) $\hat{3}$ และ $\hat{7}$ | 9) $\hat{1}$ และ $\hat{9}$ |
| 4) $\hat{4}$ และ $\hat{8}$ | 10) $\hat{2}$ และ $\hat{10}$ |
| 5) $\hat{5}$ และ $\hat{9}$ | 11) $\hat{3}$ และ $\hat{11}$ |
| 6) $\hat{6}$ และ $\hat{10}$ | 12) $\hat{4}$ และ $\hat{12}$ |

3. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน

พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ และ EF เป็นเส้นตัด

ต้องการแสดงว่า $\hat{A}XF = \hat{C}YF$

เนื่องจาก $\widehat{AXF} = \widehat{EYD}$

(มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

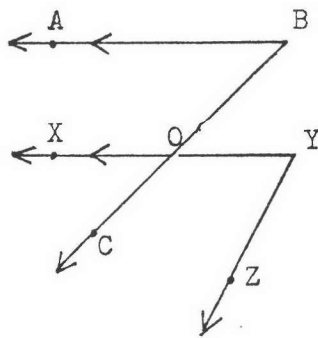
และ $\widehat{EYD} = \widehat{CYF}$

(เส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงกันข้ามมีขนาดเท่ากัน)

จะได้ $\widehat{AXF} = \widehat{CYF}$

(คุณสมบัติของการเท่ากัน)

4. ตัวอย่างที่ 2 จากรูป กำหนดให้ $\vec{BA} \parallel \vec{YX}$ \widehat{ABC} มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใดบ้าง เพราะเหตุใด

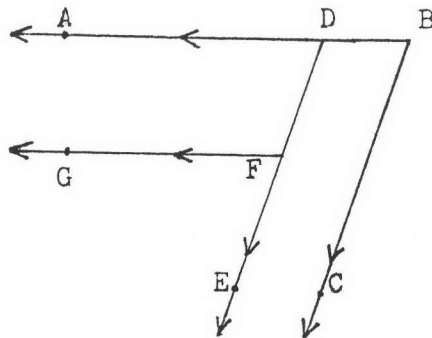


1) $\widehat{ABC} = \widehat{BOY}$ เพราะเป็นมุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน จึงมีขนาดเท่ากัน

2) $\widehat{ABC} = \widehat{XOC}$ เพราะเป็นมุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน จึงมีขนาดเท่ากัน

5. โจทย์พิเศษ

1)



จากรูป กำหนดให้ $\vec{DA} \parallel \vec{FG}$ และ $\vec{DE} \parallel \vec{BC}$

ก) \widehat{ADE} มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใดบ้าง เพราะเหตุใด

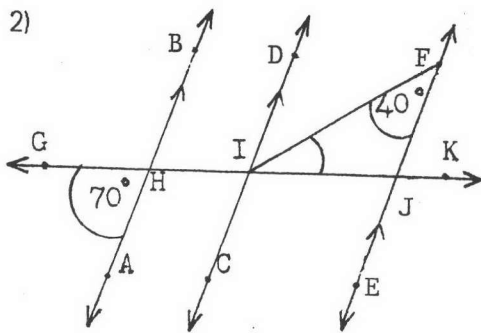
ข) \widehat{GFD} มีขนาดเท่ากับขนาดของมุมใดบ้าง เพราะเหตุใด

(เฉลย)

ก) $\widehat{ADE} = \widehat{ABC}$ เพราะเป็นมุมภายในและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน จึงมีขนาดเท่ากัน

$\widehat{ADE} = \widehat{GFE}$ เพราะเป็นมุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนาน จึงมีขนาดเท่ากัน

ข) $\widehat{GFD} = \widehat{BDF}$ เพราะเป็นมุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนาน จึงมีขนาดเท่ากัน



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD} \parallel \overleftrightarrow{EF}$

$\widehat{GHA} = 70^\circ$ และ $\widehat{FIJ} = 40^\circ$

\widehat{FIJ} มีขนาดเท่ากับกี่องศา

(เฉลย) $\widehat{FIJ} = 30^\circ$

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. เครื่องวงกลม
4. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายใน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

2. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน

ขั้นสอน

1. ครูเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และชี้ให้นักเรียนว่าในการพิจารณารูปที่กำหนดให้และบอกว่ามุมคู่ใดเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดนั้น ควรพิจารณาเส้นตรงทีละคู่

3. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่า มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานจะมีขนาดเท่ากัน โดยครูใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่อง เส้นขนาน (มีตัวอย่างของสื่ออยู่ในคาบที่ 1) แสดงการเคลื่อนย้ายมุม ดังนี้

กรณีที่ \overleftrightarrow{AB} ขนานกับ \overleftrightarrow{CD}

- 1) สลับที่กันระหว่าง $\hat{1}$ กับ $\hat{7}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท
- 2) สลับที่กันระหว่าง $\hat{2}$ กับ $\hat{8}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท
- 3) สลับที่กันระหว่าง $\hat{3}$ กับ $\hat{5}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท
- 4) สลับที่กันระหว่าง $\hat{4}$ กับ $\hat{6}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้สนิท

กรณีที่ \overleftrightarrow{AB} ไม่ขนานกับ \overleftrightarrow{CD}

- 1) สลับที่กันระหว่าง $\hat{1}$ กับ $\hat{7}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท
- 2) สลับที่กันระหว่าง $\hat{2}$ กับ $\hat{8}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท
- 3) สลับที่กันระหว่าง $\hat{3}$ กับ $\hat{5}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท
- 4) สลับที่กันระหว่าง $\hat{4}$ กับ $\hat{6}$ จะพบว่าทั้งสองมุมแทนที่กันไม่ได้ เพราะต่างก็ทับมุมเดิมได้ไม่สนิท

4. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นจริงว่า มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน ($\hat{A}XF = \hat{C}YF$) โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบ และเหตุผลประกอบคำตอบ

5. ครูให้นักเรียนพิสูจน์ว่า $\hat{B}XF = \hat{D}YF$ $\hat{A}XE = \hat{C}YE$ และ $\hat{B}XE = \hat{D}YE$ และให้นักเรียนเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงในสมุดแบบฝึกหัด โดยครูแบ่งนักเรียนออกเป็น 3 กลุ่ม และให้แต่ละกลุ่มพิสูจน์เพียงแบบเดียว แล้วนำผลของทั้ง 3 กลุ่ม มาอภิปรายร่วมกัน

6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1–3 ในหนังสือเรียนหน้า 128 โดยทำลงในสมุดแบบฝึกหัด เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุมนักเรียนออกมาเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1–2 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ	4. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง
5. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้าน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษที่ครูให้ทำการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 7

หัวข้อเรื่อง เส้นขนานและมุมภายนอกกับมุมภายใน

จุดประสงค์การเรียนรู้

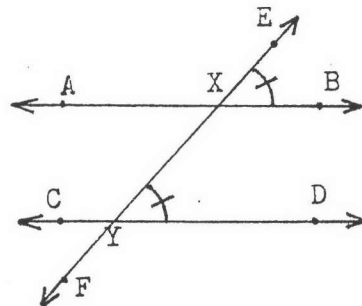
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

2. พิสูจน์ได้ว่าถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
3. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อที่ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้
4. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อ มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
5. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อที่ 4 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ \overleftrightarrow{EF} ตัด \overleftrightarrow{AB} และ \overleftrightarrow{CD} ทำให้ $\widehat{EXB} = \widehat{EYD}$

ต้องการแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

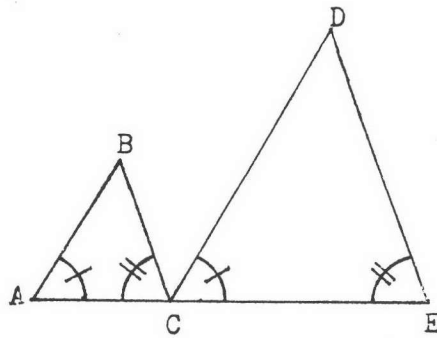
เนื่องจาก $\widehat{EXB} + \widehat{BXF} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

และ $\widehat{EXB} = \widehat{EYD}$ (กำหนดให้)

ดังนั้น $\widehat{EYD} + \widehat{BXF} = 180^\circ$ (แทนสิ่งที่เท่ากัน โดยแทน $\widehat{EXB} = \widehat{EYD}$)

นั่นคือ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ (ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

2. ตัวอย่างที่ 1



จากรูปที่กำหนดให้ จงหาว่าส่วนของเส้นตรงคู่ใด
ขนานกันบ้าง พร้อมแสดงเหตุผลประกอบคำตอบ

- 1) $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ เพราะว่า $\widehat{BAC} = \widehat{DCE}$
- 2) $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ เพราะว่า $\widehat{BCA} = \widehat{DEC}$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

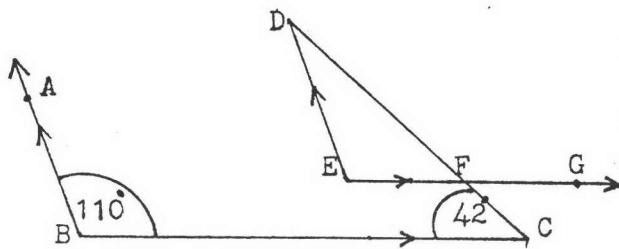
3. ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน

และ

ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน

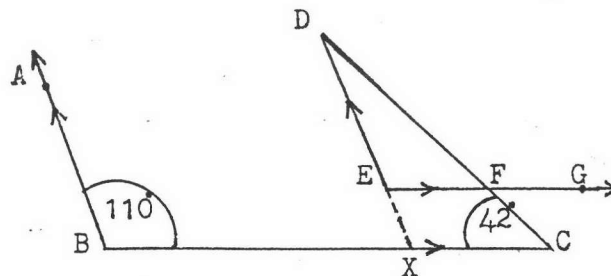
สรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

4. ตัวอย่างที่ 2



จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{ED}$ และ $\overrightarrow{EG} \parallel \overrightarrow{BC}$
 $\widehat{ABC} = 110^\circ$ และ $\widehat{BCD} = 42^\circ$
 จงหาขนาดของ \widehat{DFE} และ \widehat{DEF}

วิธีทำ การหาคำตอบของข้อนี้ ควรลาก \overline{DE} ให้ตัดกับ \overline{BC} ที่จุด X เพื่อช่วยในการคิด ดังรูป



เนื่องจาก $\vec{EG} \parallel \overline{BC}$ และ $\widehat{BCD} = 42^\circ$ ดังนั้น $\widehat{DFE} = 42^\circ$

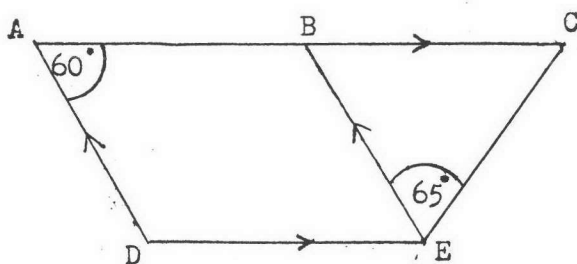
เนื่องจาก $\vec{BA} \parallel \overline{XD}$ และ $\widehat{ABC} = 110^\circ$ ดังนั้น $\widehat{DXC} = 110^\circ$

เนื่องจาก $\vec{EG} \parallel \overline{BC}$ และ $\widehat{DXC} = 110^\circ$ ดังนั้น $\widehat{DEF} = 110^\circ$

(มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

5. โจทย์พิเศษ

1)



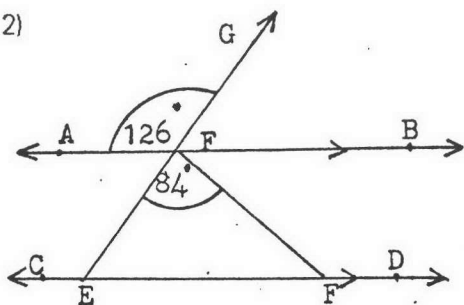
จากรูป กำหนดให้ $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ และ $\overline{AD} \parallel \overline{BE}$

$\widehat{BAD} = 60^\circ$ และ $\widehat{BEC} = 65^\circ$

จงหาขนาดของ \widehat{DEB} และ \widehat{BCE}

(เฉลย) $\widehat{DEB} = 60^\circ$ และ $\widehat{BCE} = 55^\circ$

2)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ $\widehat{AFG} = 126^\circ$ และ

$\widehat{EFH} = 84^\circ$ จงหาขนาดของ \widehat{FEH} และ \widehat{EHF}

(เฉลย) $\widehat{FEH} = 54^\circ$ และ $\widehat{EHF} = 42^\circ$

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. ครึ่งวงกลม

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน โดยครูใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า ถ้าเส้นตรงสองเส้นขนานกันและมีเส้นตัดแล้ว มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดจะมีขนาดเท่ากัน

ขั้นสอน

1. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นจริงว่า ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

2. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1-3 ในหนังสือเรียนหน้า 130 โดยทำลงในสมุดแบบฝึกหัด เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มนักเรียนออกมาเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงบนกระดานดำ

4. ครูให้นักเรียนพิจารณาความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน โดยใช้คำถามประกอบ เพื่อให้ได้บทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบ และเหตุผลประกอบคำตอบ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1-2 ทำยช้าวมอง

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 43 ข้อ 1-4 ในหนังสือเรียนหน้า 131-132 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ	4. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง
5. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียนได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็น การบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำ เป็นการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 8

หัวข้อเรื่อง รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

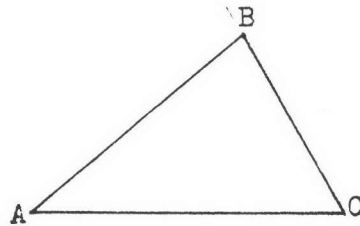
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่ามุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้สองมุมจาก
2. พิสูจน์ได้ว่ามุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้สองมุมจาก โดยใช้สมบัติของเส้นขนานและมุมแย้ง
3. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

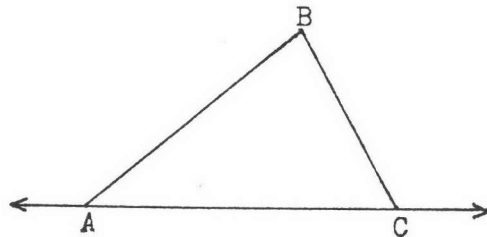
เนื้อหา

1. ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา หรือรวมกันได้สองมุมจาก

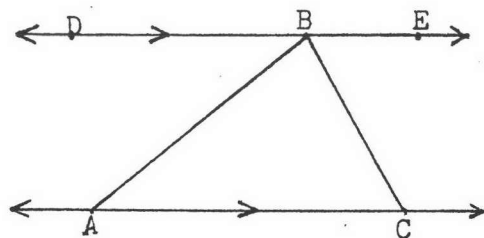
พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้
จากรูปสามเหลี่ยมใด ๆ เช่น รูปสามเหลี่ยม ABC



ต่อ \overline{AC} ทำให้เป็น \overleftrightarrow{AC} ดังรูป



สร้าง \overleftrightarrow{DE} ผ่านจุด B และขนานกับ \overleftrightarrow{AC} เพื่อช่วยในการพิสูจน์ ดังรูป



วิธีพิสูจน์

ต้องการแสดงว่า $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

เนื่องจาก $AC \parallel DE$

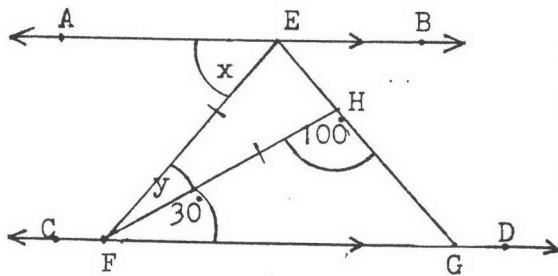
ดังนั้น $\hat{DBA} = \hat{CAB}$ และ $\hat{EBC} = \hat{BCA}$ (มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

เนื่องจาก $\hat{DBA} + \hat{ABC} + \hat{EBC} = 180^\circ$

ดังนั้น $\hat{CAB} + \hat{ABC} + \hat{BCA} = 180^\circ$ (แทนสิ่งที่เท่ากัน โดยแทน $\hat{DBA} = \hat{CAB}$ และ $\hat{EBC} = \hat{BCA}$)

จึงได้ว่า $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ$

2. ตัวอย่างที่ 1



จากรูป กำหนดให้ $AB \parallel CD$

$\triangle EFH$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว

$\hat{HFG} = 30^\circ$ และ $\hat{FHG} = 100^\circ$

$x + y$ มีค่าเท่ากับเท่าใด

วิธีทำ

$$\hat{FGH} + \hat{HFG} + \hat{FHG} = 180^\circ \quad (\text{มุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา})$$

$$\begin{aligned} \hat{FGH} &= 180^\circ - \hat{HFG} - \hat{FHG} \\ &= 180^\circ - 30^\circ - 100^\circ = 50^\circ \end{aligned}$$

$$\hat{FHE} + \hat{FHG} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$\hat{FHE} = 180^\circ - \hat{FHG} = 180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$$

$$\hat{FEH} = \hat{FHE} = 80^\circ \quad (\text{มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\hat{EFH} + \hat{FEH} + \hat{FHE} = 180^\circ \quad (\text{มุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา})$$

$$\begin{aligned} \hat{EFH} &= 180^\circ - \hat{FEH} - \hat{FHE} \\ &= 180^\circ - 80^\circ - 80^\circ = 20^\circ \end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น } y = 20^\circ$$

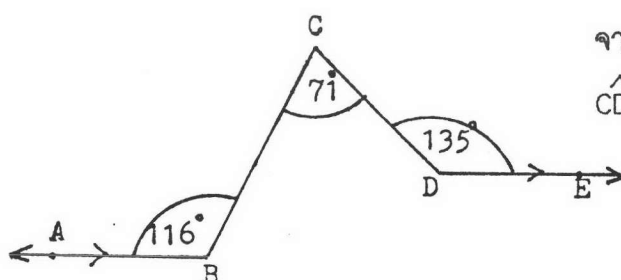
$$\hat{EFG} = \hat{EFH} + \hat{HFG} = 20^\circ + 30^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{AEF} = \hat{EFG} = 50^\circ \quad (\text{มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน})$$

$$\text{ดังนั้น } x = 50^\circ$$

$$\text{จะได้ว่า } x + y = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

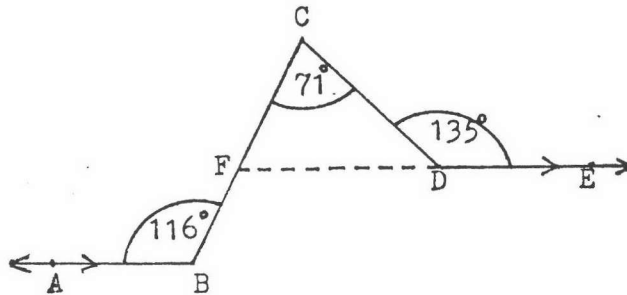
3. ตัวอย่างที่ 2



จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = 116^\circ$ $\hat{BCD} = 71^\circ$ และ

$\hat{CDE} = 135^\circ$ จงแสดงว่า $\vec{BA} \parallel \vec{DE}$

วิธีพิสูจน์ ลากเส้นประ DF เพื่อช่วยในการพิสูจน์ ดังรูป



เนื่องจาก $\hat{FDC} + \hat{CDE} = \hat{FDE} = 180^\circ$

$$\hat{FDC} = 180^\circ - \hat{CDE} = 180^\circ - 135^\circ = 45^\circ$$

และ $\hat{CFD} + \hat{FDC} + \hat{DCF} = 180^\circ$ (มุมภายในของรูปสามเหลี่ยมรวมกันเป็น 180 องศา)

$$\hat{CFD} = 180^\circ - \hat{FDC} - \hat{DCF} = 180^\circ - 71^\circ - 45^\circ = 64^\circ$$

$$\hat{DFB} + \hat{CFD} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$\hat{DFB} = 180^\circ - \hat{CFD} = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$$

ดังนั้น $\hat{ABF} = \hat{DFB} = 116^\circ$

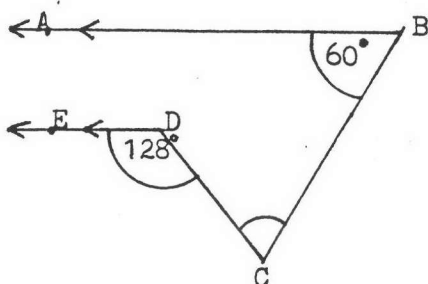
นั่นคือ $\vec{BA} \parallel \vec{FD}$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง และทำให้มุมแย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน) (เพราะ $\vec{FD} \parallel \vec{DE}$)

จึงแสดงว่า $\vec{BA} \parallel \vec{DE}$

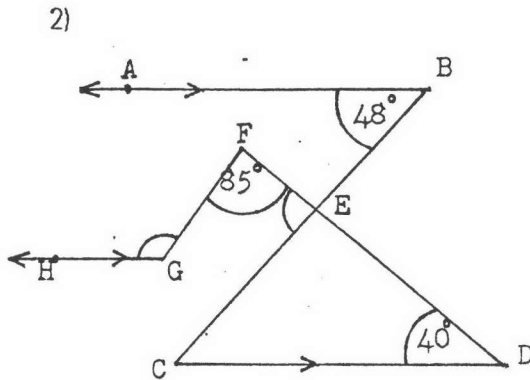
4. โจทย์พิเศษ

1)



จากรูป กำหนดให้ $\vec{BA} \parallel \vec{DE}$ $\hat{EDC} = 128^\circ$ และ $\hat{ABC} = 60^\circ$ จงหาขนาดของ \hat{DCB}

(เฉลย) $\hat{DCB} = 68^\circ$



จากรูป กำหนดให้ $\overrightarrow{BA} \parallel \overrightarrow{CD} \parallel \overrightarrow{GH}$
 $\hat{A}BC = 48^\circ$ $\hat{C}DE = 40^\circ$ และ $\hat{E}FG = 85^\circ$
 จงหาขนาดของ $\hat{C}EF$ และ $\hat{F}GH$

(เฉลย) $\hat{C}EF = 88^\circ$ และ $\hat{F}GH = 125^\circ$

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ซอส์กสิ
3. ครึ่งวงกลม
4. กระดาษสี่รูปสามเหลี่ยม

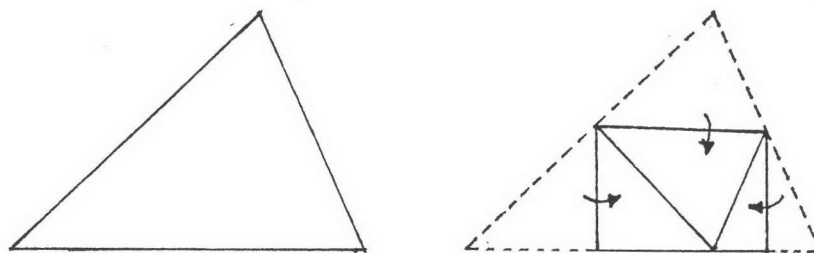
กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายใน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา
2. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมแย้ง โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมแย้งเท่ากัน
3. ครูทบทวนความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน

ขั้นสอน

1. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่า มุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมมีขนาดรวมกันได้ 180 องศา โดยพับกระดาษรูปสามเหลี่ยมรูปหนึ่งให้มุมทั้งสามจรดกันแบบมุมประชิด ดังรูป



จะเห็นว่ามุมทั้งสามประชิดกันเป็นมุมตรง

2. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นจริงว่าขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา โดยใช้สมบัติของเส้นขนานและมุมแย้งในการให้เหตุผล

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานในการให้เหตุผล

4. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมและเส้นขนานในการให้เหตุผล

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่าขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา หรือ สองมุมจาก

2. ครูให้นักเรียนทำโจทย์พิเศษข้อ 1 – 2 ทำยี่สิบโมง

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 44 ข้อ 1, 2 และ 4 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียน	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำโจทย์พิเศษในชั้นเรียนได้ถูกต้อง
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำการบ้าน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 9

หัวข้อเรื่อง รูปสามเหลี่ยมและเส้นขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

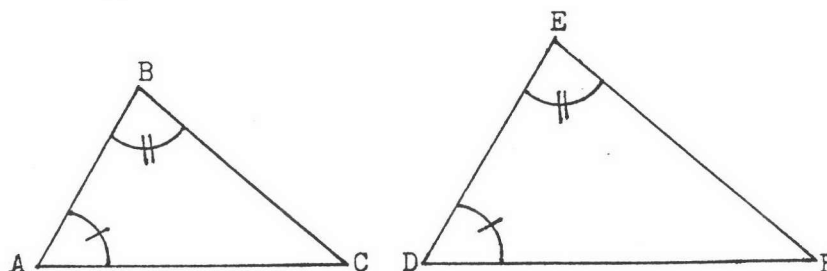
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย
2. บอกได้ว่าถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น
3. บอกได้ว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันคู่หนึ่งแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ
4. บอกความหมายของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ได้
5. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ
6. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ด.ม. จะมีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ด้วย
7. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 5 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. ถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากัน

พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



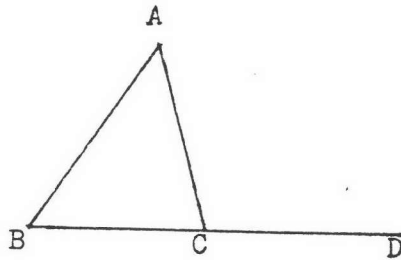
วิธีพิสูจน์

กำหนดให้ $\hat{BAC} = \hat{EDF}$ และ $\hat{ABC} = \hat{DEF}$

ต้องการแสดงว่า $\hat{ACB} = \hat{DFE}$

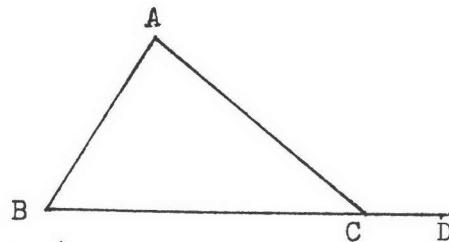
- 1) จาก $\triangle ABC$ $\hat{BAC} + \hat{ABC} + \hat{ACB} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา)
- 2) จาก $\triangle DEF$ $\hat{EDF} + \hat{DEF} + \hat{DFE} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา)
- 3) $\hat{BAC} + \hat{ABC} + \hat{ACB} = \hat{EDF} + \hat{DEF} + \hat{DFE}$ (ต่างก็เท่ากับ 180 องศา)
- 4) ดังนั้น $\hat{ACB} = \hat{DFE}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

2. กำหนดให้ ABC เป็นรูปสามเหลี่ยม ต่อบ C ถึงจุด D



เรียก \hat{ACD} ว่ามุมภายนอกของ $\triangle ABC$
เรียก \hat{ACB} ว่ามุมประชิดของ \hat{ACD}

3. ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น
พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



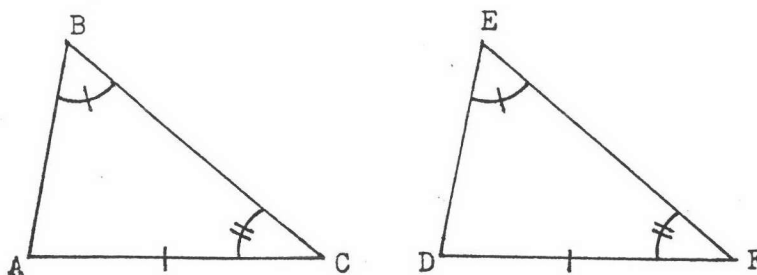
วิธีพิสูจน์

ต้องการแสดงว่า $\hat{ACD} = \hat{ABC} + \hat{BAC}$

- 1) $\hat{ACD} + \hat{ACB} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)
- 2) $\hat{ACB} + \hat{ABC} + \hat{BAC} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา)
- 3) $\hat{ACD} + \hat{ACB} = \hat{ACB} + \hat{ABC} + \hat{BAC}$ (ต่างก็เท่ากับ 180 องศา)
- 4) ดังนั้น $\hat{ACD} = \hat{ABC} + \hat{BAC}$ (สมบัติของการเท่ากัน)

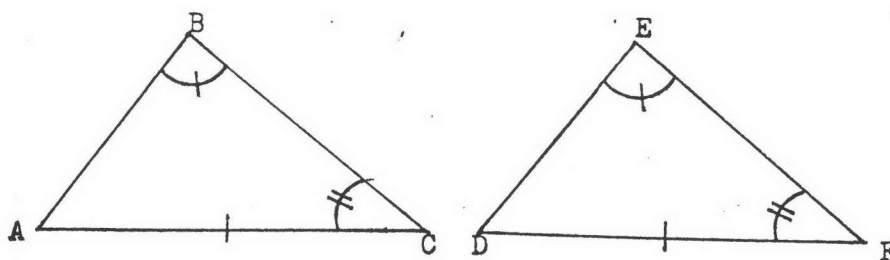
4. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันคู่หนึ่งแล้ว รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จะเท่ากันทุกประการ

รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. (มุม—ด้าน—มุม) หมายถึง รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ และมีด้านที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันยาวเท่ากันคู่หนึ่ง ดังรูป



$\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด.

พิจารณารูปและข้อความต่อไปนี้



วิธีพิสูจน์

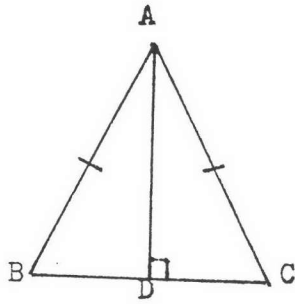
กำหนดให้ $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ซึ่งมี $\hat{A}BC = \hat{D}EF$
 $\hat{B}CA = \hat{E}FD$ และ $AC = DF$

ต้องการแสดงว่า $\triangle ABC \cong \triangle DEF$

- 1) $\hat{A}BC = \hat{D}EF$ (กำหนดให้)
- 2) $\hat{B}CA = \hat{E}FD$ (กำหนดให้)
- 3) $\hat{B}AC = \hat{E}DF$ (เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่ มุมคู่ที่เหลือจะมีขนาดเท่ากัน)
- 4) $AC = DF$ (กำหนดให้)
- 5) $\triangle ABC \cong \triangle DEF$ (ม.ด.ม.)

ดังนั้น รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ

5. ตัวอย่างที่ 1



วิธีพิสูจน์

- 1) $\hat{A}DB = \hat{A}DC$
- 2) $\hat{A}B = \hat{A}C$
- 3) $AB = AC$
- 4) $\triangle ABD \cong \triangle ACD$
- 5) ดังนั้น $BD = DC$

จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี $AB = AC$ และ $AD \perp BC$
จงพิสูจน์ว่า $BD = DC$

(ต่างก็เท่ากับ 90 องศา)

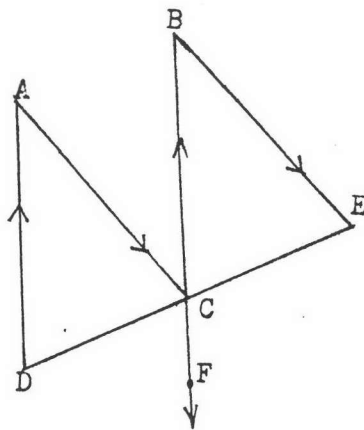
(มุมที่ฐานของรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่วมีขนาดเท่ากัน)

(กำหนดให้)

(ม.ม.ด.)

(สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม)

6. ตัวอย่างที่ 2



วิธีพิสูจน์

- 1) $AD = BC$
- 2) $\hat{A}DC = \hat{B}CE$
- 3) $\hat{A}CD = \hat{B}EC$
- 4) ดังนั้น $\triangle ADC \cong \triangle BCE$ (ม.ม.ด.)

จากรูป ให้ $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ $\overline{AC} \parallel \overline{BE}$ และ $AD = BC$

จงพิสูจน์ว่า $\triangle ADC \cong \triangle BCE$

(กำหนดให้)

(มุมภายในและมุมภายนอกที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

(เหตุผลเหมือนข้อ 2)

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ซอล์กสี
3. วงเวียน
4. กระดาษสีรูปสามเหลี่ยม
5. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยม โดยครูใช้คำถามประกอบการสาธิตการพับกระดาษรูปสามเหลี่ยมให้มุมทั้งสามจรดกันแบบมุมประชิด และเน้นบทสรุปที่ว่า ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา หรือ สองมุมฉาก

2. ครูทบทวนสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป ซึ่งนักเรียนควรจะสามารถทำตามเงื่อนไขที่เคยเรียนมา ดังนี้

รูปสามเหลี่ยมสองรูปเท่ากันทุกประการ เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปนั้นมีความสัมพันธ์กันแบบ ด.ม.ด. ม.ด.ม. หรือ ด.ด.ด

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1 ในหนังสือเรียนหน้า 134 โดยให้นักเรียนช่วยกันเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบลงบนกระดาษดำ เพื่อพิสูจน์ว่าถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่เหลือจะมีขนาดเท่ากันด้วย

2. ครูเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ระหว่างมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมกับมุมประชิดของมุมภายนอก

3. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่า ถ้าต่อด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น โดยครูใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่อง มุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม แสดงการเคลื่อนย้ายมุม ดังนี้

1) เอา $\hat{4}$ ออก

2) ย้าย $\hat{1}$ และ $\hat{2}$ มารวมกันและไว้แทนที่ $\hat{4}$ จะพบว่ามุมทั้งสองทับ $\hat{4}$ ได้สนิท

4. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นจริงว่า ถ้าตัดด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

5. ครูใช้คำถามประกอบการเขียนรูปสามเหลี่ยมสองรูปสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. (มุม — ด้าน — มุม) เพื่อให้นักเรียนช่วยกันสรุปลักษณะของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันดังกล่าว

6. ครูพิสูจน์ให้นักเรียนเห็นจริงว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

7. ครูให้ช่วยกันแสดงเหตุผลว่า ทำไมรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ ม.ด.ม. จะมีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ด้วย ซึ่งนักเรียนควรจะให้เหตุผลได้ดังนี้คือ เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปมีมุมสองคู่ที่มีขนาดเท่ากัน มุมคู่ที่เหลือย่อมมีขนาดเท่ากัน ดังนั้น ด้านที่ยาวเท่ากันจะเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมที่มีขนาดเท่ากัน รูปสามเหลี่ยมสองรูปนี้จึงมีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. ได้ด้วย

8. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.1—4.6 ในหนังสือเรียนหน้า 136 หลังจากนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุ่มถามนักเรียนเป็นรายบุคคล

9. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

10. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนช่วยกันสรุปความสัมพันธ์ของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมกับมุมประชิดของมุมภายนอก ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้าตัดด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

2. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม ซึ่งนักเรียนควรสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ

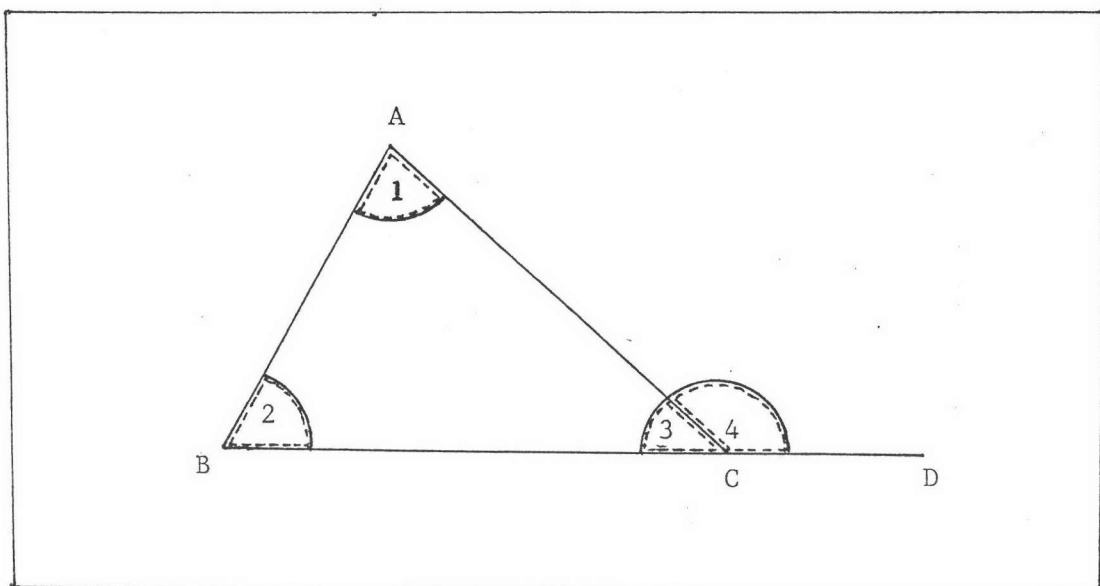
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 4.4 ข้อ 3, 5 และ 6 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการเขียนเหตุผลประกอบคำตอบ	4. นักเรียนส่วนใหญ่เขียนเหตุผลประกอบคำตอบได้ถูกต้อง
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

วิธีทำสื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

- 1) นำพลาสติก (Future Board) 2 แผ่นที่ต่างสี มาติดซ้อนกัน
- 2) ตัดสติ๊กเกอร์สีแทนส่วนของเส้นตรงและเจาะพลาสติกตามรอยเส้นประ ดังรูป
- 3) ตัดตัวอักษรและหมายเลขลงในตำแหน่งต่าง ๆ ดังรูป
- 4) เก็บชิ้นส่วนของมุมไว้ใช้สาธิตเรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม



คาบที่ 10

หัวข้อเรื่อง ทบทวนเรื่องเส้นขนาน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของเส้นขนานได้
 2. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา
 3. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
 4. บอกได้ว่าเส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
 5. บอกได้ว่าขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา หรือสองมุมฉาก
 6. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ ม.ม.ด. เท่ากัน
- ทุกประการ
7. นำสมบัติของเส้นขนานและรูปสามเหลี่ยมไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

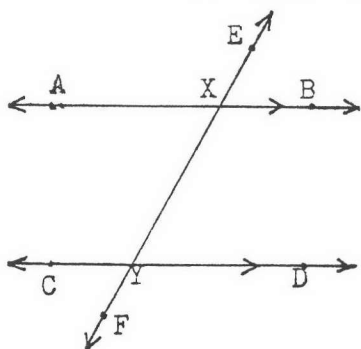
1. **บทนิยาม** เส้นตรงสองเส้นที่อยู่บนระนาบเดียวกันขนานกันเมื่อเส้นทั้งสองนี้ไม่ตัดกัน
2. เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด รวมกันเป็น 180 องศา
3. เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมแย้งมีขนาดเท่ากัน
4. เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน
5. ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา หรือสองมุมฉาก
6. ถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย

7. ถ้าตัดด้านใดด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมออกไป มุมภายนอกที่เกิดขึ้นจะมีขนาดเท่ากับผลบวกของขนาดของมุมภายในที่ไม่ใช่มุมประชิดของมุมภายนอกนั้น

8. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ

9. แบบฝึกหัดเสริมท้ายบท (10 ข้อ)

1)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

ก. จงหาว่ามุมคูใดบ้างเป็นมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

ข. จงหาว่ามุมคูใดบ้างเป็นมุมแย้ง

ค. จงหาว่ามุมคูใดบ้างเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด

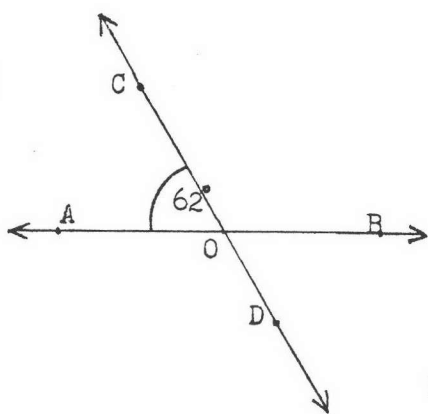
(เฉลย)

ก. มีสองคูคือ \widehat{AXF} และ \widehat{CYE} , \widehat{BXF} และ \widehat{DYE}

ข. มีสองคูคือ \widehat{AXF} และ \widehat{DYE} , \widehat{BXF} และ \widehat{CYE}

ค. มีสี่คู คือ \widehat{AXE} และ \widehat{CYE} , \widehat{AXF} และ \widehat{CYF} , \widehat{BXF} และ \widehat{DYF} , \widehat{BXE} และ \widehat{DYE}

2)

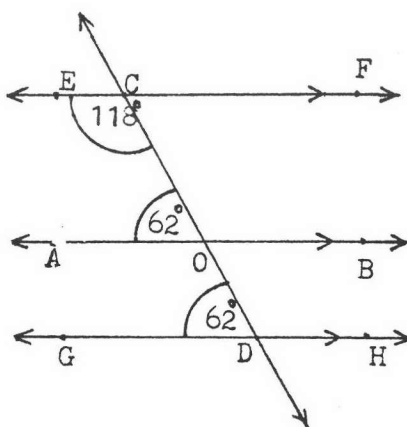


จากรูป กำหนดให้ $\widehat{AOC} = 62^\circ$

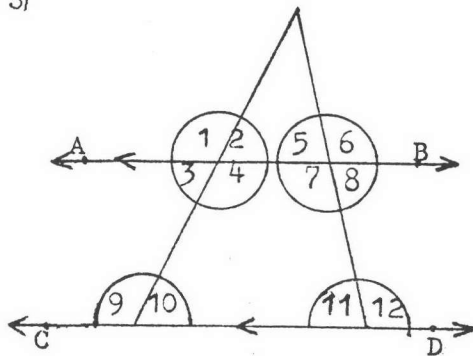
จงสร้าง \overleftrightarrow{EF} ให้ผ่านจุด C และขนานกับ \overleftrightarrow{AB}

และสร้าง \overleftrightarrow{GH} ให้ผ่านจุด D และขนานกับ \overleftrightarrow{AB}

(เฉลย)



3)



(เฉลย)

$$\hat{1} = \hat{4}, \hat{2} = \hat{3}, \hat{5} = \hat{8}, \hat{6} = \hat{7}$$

$$\hat{3} = \hat{10}, \hat{4} = \hat{9}, \hat{7} = \hat{12}, \hat{8} = \hat{11}$$

$$\hat{1} = \hat{9}, \hat{2} = \hat{10}, \hat{5} = \hat{11}, \hat{6} = \hat{12}$$

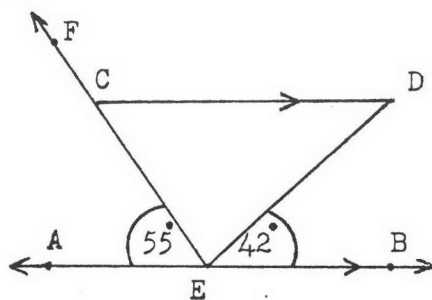
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$
 จงหามุมคู่ที่มีขนาดเท่ากัน

(มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

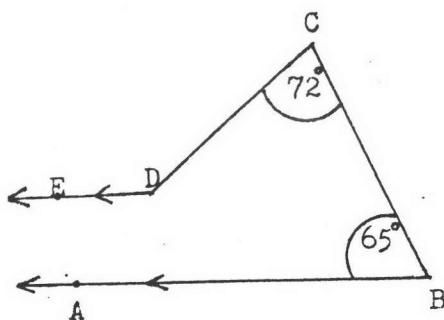
(มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

(มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

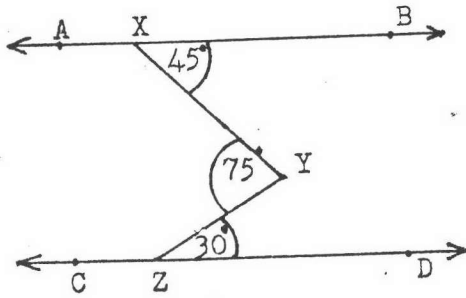
4)

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ $\hat{A}EF = 55^\circ$ และ $\hat{D}EB = 42^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{C}DE$ และ $\hat{F}CD$ (เฉลย) $\hat{C}DE = 42^\circ$ และ $\hat{F}CD = 125^\circ$

5)

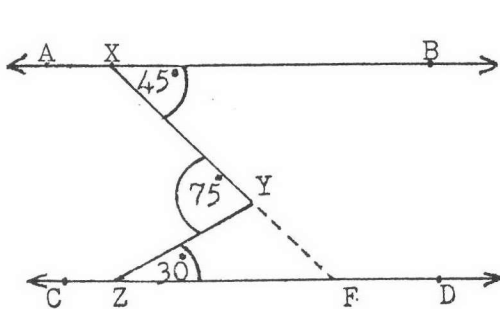
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{BA} \parallel \overleftrightarrow{DE}$ $\hat{A}BC = 65^\circ$ และ $\hat{D}CB = 72^\circ$ จงหาขนาดของ $\hat{E}DC$ (เฉลย) $\hat{E}DC = 137$

6)



จากรูป กำหนดให้ $\widehat{BXY} = 45^\circ$ $\widehat{XYZ} = 75^\circ$
และ $\widehat{YZD} = 30^\circ$ จงแสดงว่า $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

(เฉลย)



ต่อ \overline{XY} ให้ตัด \overleftrightarrow{CD} ที่จุด F เพื่อช่วยในการพิสูจน์
ดังรูป

วิธีพิสูจน์

1. $\widehat{XYZ} + \widehat{ZYD} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมตรง)

และ $\widehat{XYZ} = 75^\circ$ ดังนั้น $\widehat{ZYD} = 105^\circ$

2. $\widehat{YZD} + \widehat{ZYD} + \widehat{ZFY} = 180^\circ$ (ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยม
รวมกันได้ 180 องศา)

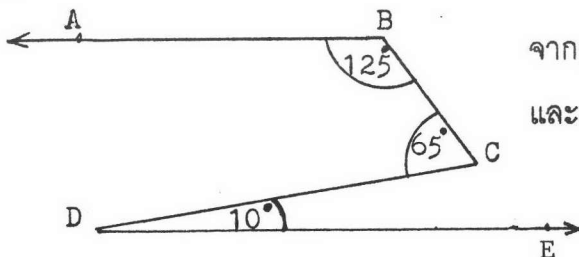
และ $\widehat{YZD} = 30^\circ$ $\widehat{ZYD} = 105^\circ$ ดังนั้น $\widehat{ZFY} = 45^\circ$

3. $\widehat{BXY} = \widehat{ZFY} = 45^\circ$

ดังนั้น $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

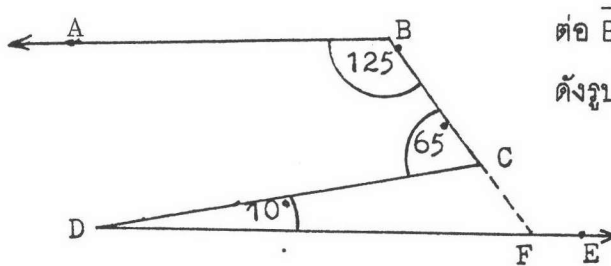
(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้มุม
แย้งมีขนาดเท่ากันแล้ว เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

7)



จากรูป $\widehat{ABC} = 125^\circ$ $\widehat{BCD} = 65^\circ$
และ $\widehat{CDE} = 10^\circ$ จงแสดงว่า $\overleftrightarrow{BA} \parallel \overleftrightarrow{DE}$

(เฉลย)



ต่อ \overline{BC} ให้ตัด \overrightarrow{DE} ที่จุด F เพื่อช่วยในการพิสูจน์
ดังรูป

วิธีพิสูจน์

$$1. \quad \widehat{DCF} + \widehat{DCB} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมตรง})$$

$$\text{และ } \widehat{DCB} = 65^\circ \quad \text{ดังนั้น } \widehat{DCF} = 115^\circ$$

$$2. \quad \widehat{CDF} + \widehat{DCF} + \widehat{DFC} = 180^\circ \quad (\text{ขนาดของมุมทั้งสามของรูสามเหลี่ยมรวมกันได้ 180 องศา})$$

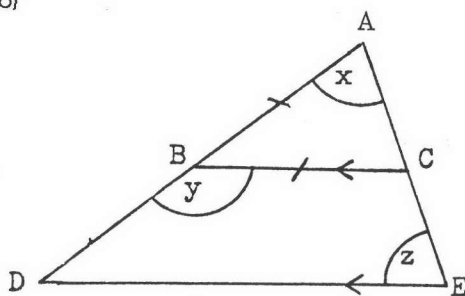
$$\text{และ } \widehat{CDF} = 10^\circ \quad \widehat{DCF} = 115^\circ \quad \text{ดังนั้น } \widehat{DFC} = 55^\circ$$

$$3. \quad \widehat{ABC} + \widehat{DFC} = 125^\circ + 55^\circ = 180^\circ$$

$$\text{ดังนั้น } \overline{BA} \parallel \overline{DE}$$

(ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ทำให้ขนาดของมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา เส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน)

8)

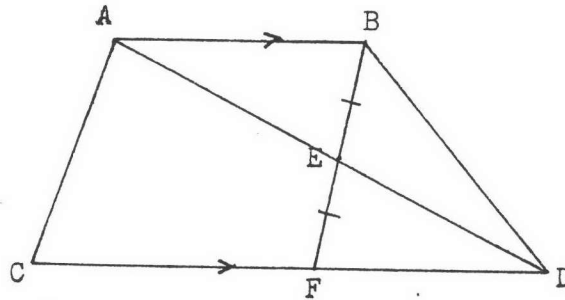


จากรูป กำหนดให้ $AB = BC$ และ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

ถ้า $X = 71^\circ$ จงหาขนาดของ Y และ Z

(เฉลย) $Y = 142^\circ$ และ $Z = 71^\circ$

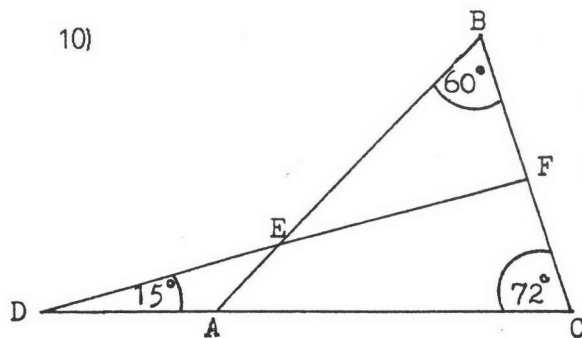
- 9) จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ และ $BE = FE$ จงเติมเหตุผลในแต่ละข้อต่อไปนี้ เพื่อแสดงว่าพื้นที่ของ $\triangle ABD =$ พื้นที่ของ $\triangle BFD$



- (ก) $\hat{BAE} = \hat{FDE}$ เพราะ _____
- (ข) $BE = FE$ เพราะ _____
- (ค) $\hat{AEB} = \hat{DEF}$ เพราะ _____
- (ง) $\triangle ABE \cong \triangle DFE$ เพราะ _____
- (จ) $AB = DF$ เพราะ _____
- (ฉ) พื้นที่ของ $\triangle ABD =$ พื้นที่ของ $\triangle BFD$ เพราะ _____

(เฉลย)

- (ก) มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน
- (ข) กำหนดให้
- (ค) เส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน
- (ง) ม.ม.ด.
- (จ) สมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม
- (ฉ) มีฐานยาวเท่ากัน ส่วนสูงยาวเท่ากัน หรือ พื้นที่ของ $\triangle ABE +$ พื้นที่ของ $\triangle BED =$ พื้นที่ของ $\triangle DFE +$ พื้นที่ของ $\triangle BED$



- จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = 60^\circ$ $\hat{BCA} = 72^\circ$
และ $\hat{ADE} = 15^\circ$ จงหาขนาดของ \hat{AEF}

(เฉลย) $\hat{AEF} = 147$

สื่อการเรียนการสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม
4. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน
5. เอกสารแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท

กิจกรรมการเรียนการสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนบทนิยามของเส้นขนาน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป
2. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน แสดงการเคลื่อนย้ายมุม (มีตัวอย่างของสื่ออยู่ในคาบที่ 1)
3. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมแย้ง โดยใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน แสดงการเคลื่อนย้ายมุม
4. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัด โดยใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องเส้นขนาน แสดงการเคลื่อนย้ายมุม
5. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้คำถามและเน้นบทสรุปที่ว่า ขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมใด ๆ รวมกันได้ 180 องศา และถ้ามุมของรูปสามเหลี่ยมสองรูปใด ๆ มีขนาดเท่ากันสองคู่แล้ว มุมคู่ที่สามจะมีขนาดเท่ากันด้วย
6. ครูทบทวนความสัมพันธ์ของมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยมกับมุมประชิดของมุมภายนอกโดยใช้คำถามประกอบการใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม แสดงการเคลื่อนย้ายมุม (มีตัวอย่างของสื่ออยู่ในคาบที่ 9)
7. ครูทบทวนสมบัติของความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยม โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์แบบ ม.ม.ด. เท่ากันทุกประการ

ขั้นสอน

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3–4 คน ครูแจกเอกสารแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท และให้นักเรียนช่วยกันทำข้อ 2, 3, 5, 7 และ 8 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วให้ตัวแทนของกลุ่มออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ

สรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนาน มุมแย้ง มุมภายนอก และมุมภายใน
2. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยม และความเท่ากันทุกประการของรูปสามเหลี่ยมสองรูป
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบทข้อ 1, 4, 6, 9 และ 10 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ในชั้นเรียน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ในชั้นเรียนได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 11

หัวข้อเรื่อง รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

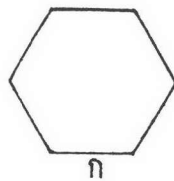
จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

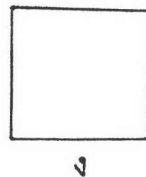
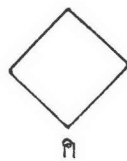
1. บอกได้ว่ารูปที่คล้ายกันคือรูปที่มีรูปร่างแบบเดียวกัน
2. บอกนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
3. ใช้สัญลักษณ์แทนคำว่า "คล้ายกับ" ได้
4. บอกได้ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้คล้ายกันหรือไม่

เนื้อหา

1. รูปที่คล้ายกันคือรูปที่มีรูปร่างแบบเดียวกัน แต่ไม่จำเป็นต้องมีขนาดเท่ากัน เช่น



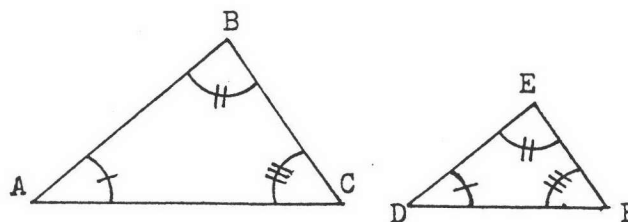
รูป ก คล้ายกับ รูป ข



รูป ค คล้ายกับ รูป ง

2. บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

3. เราใช้สัญลักษณ์ \sim แทนคำว่า "คล้ายกับ"



จากรูป $\triangle ABC$ คล้ายกับ $\triangle DEF$ หรือ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$

หมายความว่า $\hat{A} = \hat{D}$, $\hat{B} = \hat{E}$ และ $\hat{C} = \hat{F}$

เนื่องจากด้าน BC อยู่ตรงข้ามกับ \hat{A} , ด้าน EF อยู่ตรงข้ามกับ \hat{D} และ $\hat{A} = \hat{D}$

จะกล่าวว่ด้าน BC สมัยกับด้าน EF

ในทำนองเดียวกัน AC อยู่ตรงข้ามกับ \hat{B} ด้าน DF อยู่ตรงข้ามกับ \hat{E} และ $\hat{B} = \hat{E}$

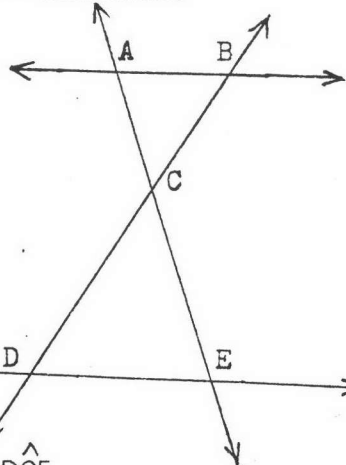
ดังนั้น ด้าน AC สมัยกับด้าน DF

ด้าน AB อยู่ตรงข้ามกับ \hat{C} ด้าน DE อยู่ตรงข้ามกับ \hat{F} และ $\hat{C} = \hat{F}$

ดังนั้น ด้าน AB สมัยกับด้าน DE

กล่าวได้ว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ มีด้านคู่ที่สมัยกันสามคู่ ซึ่งได้แก่ \overline{BC} สมัยกับ \overline{EF}
 \overline{AC} สมัยกับ \overline{DF} และ \overline{AB} สมัยกับ \overline{DE}

4. ตัวอย่างที่ 1



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DE}$

จงแสดงว่า $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

วิธีพิสูจน์

- 1) $\hat{ACB} = \hat{DCE}$
- 2) $\hat{CBA} = \hat{CED}$
- 3) $\hat{CAB} = \hat{CDE}$
- 4) ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle EDC$

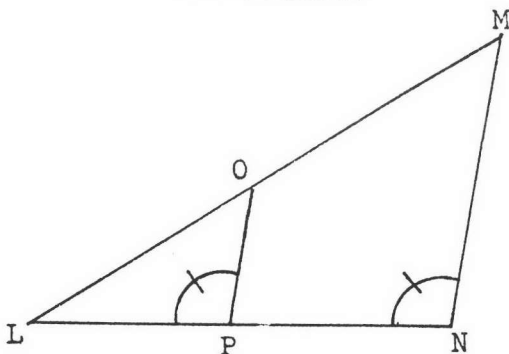
(เส้นตรงสองเส้นตัดกันมุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

(มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

(เหตุผลเหมือนข้อ 2)

(มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่)

5. ตัวอย่างที่ 2



จากรูป กำหนดให้ $\hat{LOP} = \hat{LMN}$

$\triangle LPO$ และ $\triangle LNM$ คล้ายกันหรือไม่

จงให้เหตุผล

$\triangle LOP$ และ $\triangle LMN$ คล้ายกัน เพราะมีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ ดังนี้

- 1) $\widehat{LPO} = \widehat{LNM}$ (กำหนดให้)
- 2) $\widehat{OLP} = \widehat{MLN}$ (เป็นมุมเดียวกัน)
- 3) $\widehat{LOP} = \widehat{LMN}$ (ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปมีขนาดของมุมเท่ากันสองคู่แล้ว ขนาดของมุมที่เหลืออีกคู่หนึ่งจะเท่ากัน)

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. ครึ่งวงกลม
4. พลาสติกสำเร็จรูปเรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปจากข้อ 1–6 ในหนังสือเรียนหน้า 179 เพื่อให้นักเรียนเห็นตัวอย่างของรูปที่คล้ายกันและสรุปได้ว่า รูปที่คล้ายกันคือรูปที่มีรูปร่างแบบเดียวกัน แต่ไม่จำเป็นต้องมีขนาดเท่ากัน
2. ครูยกตัวอย่างของความคล้ายที่พบในชีวิตประจำ เช่น การใช้แว่นขยาย การขยายหรือการย่อภาพ และให้นักเรียนช่วยกันยกตัวอย่างเพิ่มอีก 5 ตัวอย่าง

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนพิจารณารูปจากข้อ 1–3 ในหนังสือเรียนหน้า 180 และให้นักเรียนตอบคำถามว่ารูปสามเหลี่ยมที่กำหนดให้มีรูปร่างแบบเดียวกันหรือไม่โดยการกะด้วยสายตา
2. ครูสาธิตให้นักเรียนเห็นจริงว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน จะมีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ แต่รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่ไม่คล้ายกัน จะมีขนาดของมุมไม่เท่ากันทั้งสามคู่ โดยใช้สื่อกระดาษสำเร็จรูปเรื่องสามเหลี่ยมที่คล้ายกันแสดงการซ้อนกันของมุม
3. ครูให้นักเรียนสังเกตขนาดของมุมทั้งสามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันว่าเกี่ยวข้องกันอย่างไร และใช้คำถามนำไปสู่บทนิยามของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
4. ครูเขียนรูปและชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน
5. ครูเขียนสัญลักษณ์ที่ใช้แทนคำว่า "คล้ายกับ" และชี้ให้นักเรียนเห็นความสัมพันธ์ของด้านที่สมนัยกันของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

6. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

7. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนคำตอบและเหตุผลประกอบคำตอบ

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน และรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะมีด้านคู่ที่สมนัยกันสามคู่

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดข้อ 1, 3 และ 5 ในหนังสือเรียนหน้า 183 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

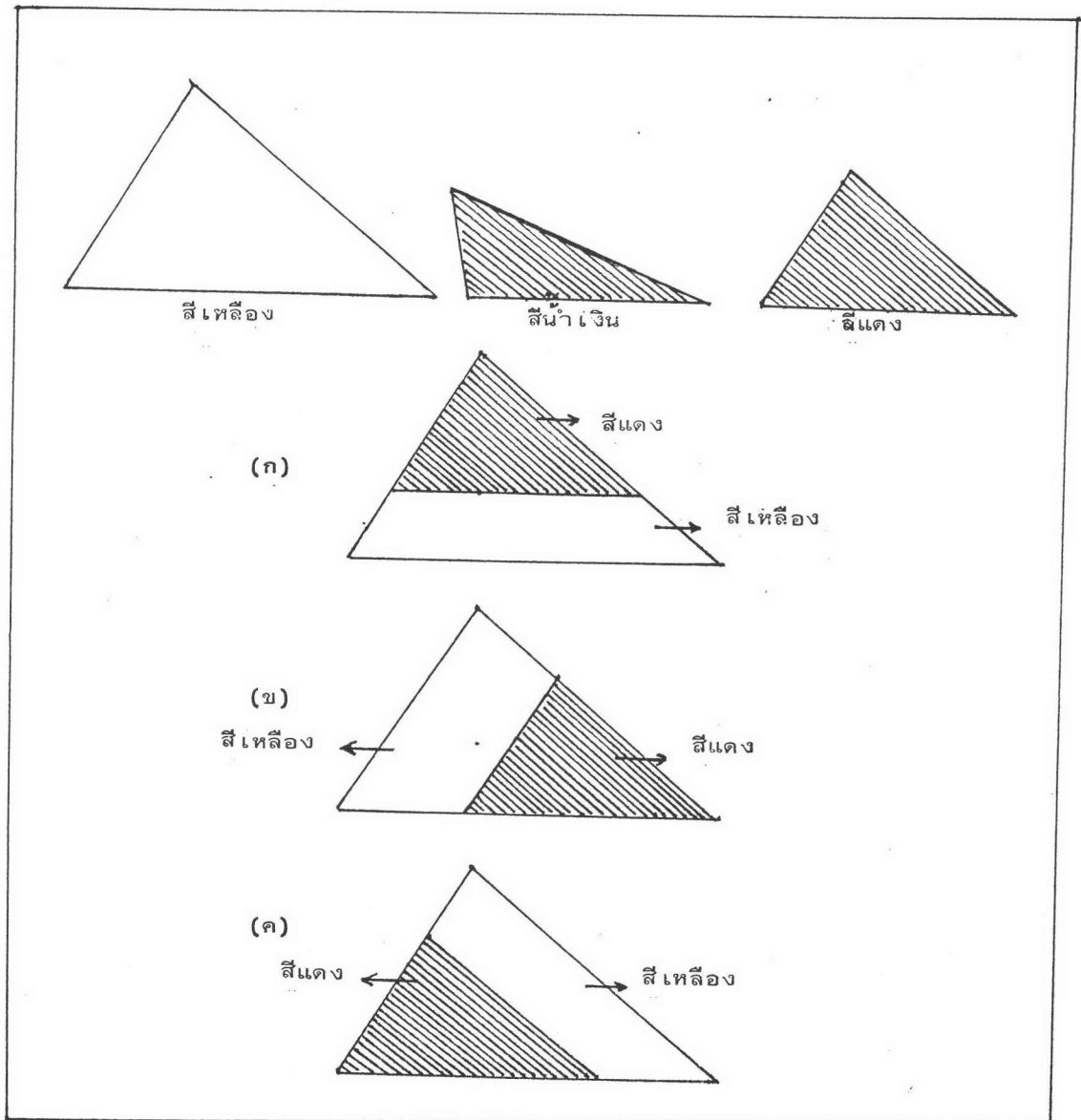
การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำการบ้าน	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำการบ้านได้ถูกต้อง

วิธีทำสื่อพลาสติกสำเร็จรูปเรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

1) ตัดพลาสติก (Future Board) เป็นรูปสามเหลี่ยม 3 รูป โดยให้มีสีต่างกัน ได้แก่ สีเหลือง สีน้ำเงิน และสีแดง และกำหนดให้รูปสามเหลี่ยมสีเหลืองและสีแดงเป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2) เมื่อนำพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสีเหลืองและสีน้ำเงินมาซ้อนกัน ดังรูป ก – ค จะพบว่า ขนาดของมุมไม่เท่ากันสามคู่

3) เมื่อนำพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสีเหลืองและสีแดงมาซ้อนกัน ดังรูป ก – ค จะพบว่า ขนาดของมุมเท่ากันทั้งสามคู่



คาบที่ 12

หัวข้อเรื่อง สมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกได้ว่าเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน
2. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 1 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

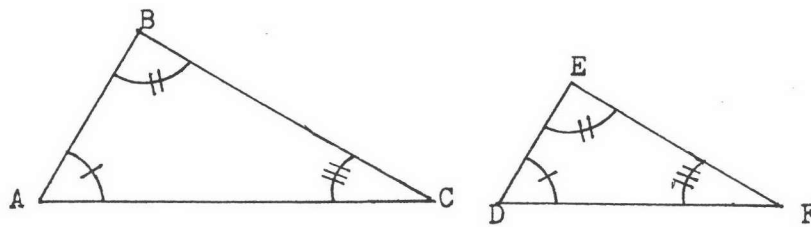
เนื้อหา

1. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน

หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า

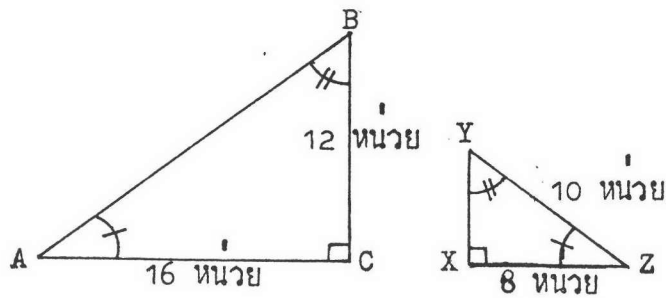
ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle DEF$



จะได้ว่า $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF}$

2. ตัวอย่างที่ 1 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$ โดยแต่ละด้านมีความยาวตามที่กำหนดให้ดังรูป จงหาความยาวของ \overline{AB} และ \overline{XY} (โดยไม่ใช้วิธีวัด)



วิธีทำ เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle ZYX$

ดังนั้น $\frac{AB}{YZ} = \frac{BC}{XY} = \frac{AC}{XZ}$

โจทย์กำหนดให้ $AC = 16$ หน่วย $BC = 12$ หน่วย $XZ = 8$ หน่วย และ $YZ = 10$ หน่วย

จาก $\frac{AB}{YZ} = \frac{AC}{XZ}$ จะได้ว่า $\frac{AB}{10} = \frac{16}{8}$

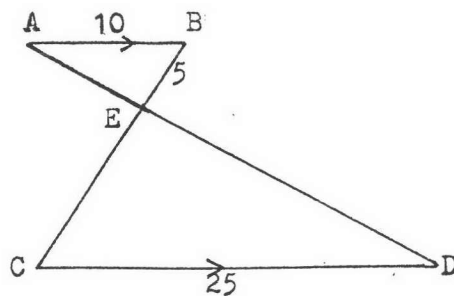
ดังนั้น $AB = 20$ หน่วย

$$\text{จาก } \frac{BC}{XY} = \frac{AC}{XZ} \quad \text{จะได้ว่า } \frac{12}{XY} = \frac{16}{8}$$

$$\text{ดังนั้น } XY = 6 \text{ หน่วย}$$

ตอบ \overline{AB} ยาว 20 หน่วย และ \overline{XY} ยาว 6 หน่วย

3. ตัวอย่างที่ 2



จากรูป กำหนดให้ $AB \parallel CD$ ถ้า $AB = 10$ หน่วย $BE = 5$ หน่วย และ $CD = 25$ หน่วย จงหาว่า \overline{CE} ยาวเท่าไร

วิธีทำ เนื่องจาก $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$

ดังนั้น $\hat{A}BE = \hat{E}CD$ และ $\hat{B}AE = \hat{E}DC$ (มุมแย้งที่เกิดจากเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

และ $\hat{A}EB = \hat{C}ED$ (เส้นตรงสองเส้นตัดกัน มุมตรงข้ามมีขนาดเท่ากัน)

จึงได้ว่า $\triangle ABE \sim \triangle DCE$

$$\text{ดังนั้น } \frac{CD}{AB} = \frac{CE}{BE} = \frac{DE}{AE}$$

โจทย์กำหนดให้ $AB = 10$ หน่วย $BE = 5$ หน่วย และ $CD = 25$ หน่วย

$$\text{จาก } \frac{CD}{AB} = \frac{CE}{BE} \quad \text{จะได้ว่า } \frac{25}{10} = \frac{CE}{5}$$

$$\text{ดังนั้น } CE = 12.5 \text{ หน่วย}$$

ตอบ CE ยาว 12.5 หน่วย

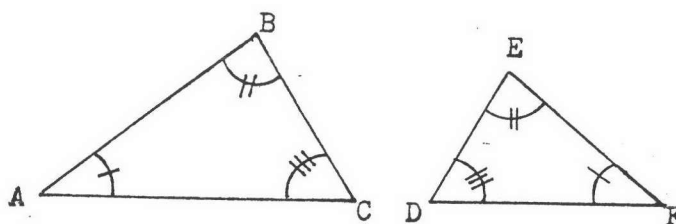
สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ซอส์กีส
3. เครื่องวงกลม
4. เอกสารแนวทางการเรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน
2. ครูเขียนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันต่อไปนี้



ครูให้นักเรียนช่วยกันบอกด้านคู่ที่สมนัยกัน ซึ่งนักเรียนควรจะตอบได้ว่า

$\triangle ABC$ และ $\triangle FED$ มีด้านคู่ที่สมนัยกันสามคู่ ซึ่งได้แก่ \overline{AB} สมนัยกับ \overline{FE}
 \overline{BC} สมนัยกับ \overline{ED} และ \overline{AC} สมนัยกับ \overline{FD}

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3–4 คน และให้นักเรียนช่วยกันทำกิจกรรม ข้อ 1–3 ในเอกสารแนะแนวทางที่ครูแจกให้
2. ครูให้นักเรียนช่วยกันพิจารณาสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน จากข้อ 1–3 ในเอกสารแนะแนวทาง และครูใช้คำถามนำไปสู่บทสรุปที่ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน หรือกล่าวอีกนัยหนึ่งว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน
3. ครูเขียนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน และสุ่มให้นักเรียนออกมาเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันให้ครบทั้งสามคู่ซึ่งเป็นอัตราส่วนที่เท่ากัน
4. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา
5. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของเส้นขนานเพื่อแสดงว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน หลังจากนั้นจึงใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่าถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ๘๒ ข้อ 2 และ 4 ในหนังสือเรียนหน้า 190 ทำย ชั่วโมง

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ๘๒ ข้อ 1, 3, 5 และ 6 ในหนังสือเรียนหน้า 190 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

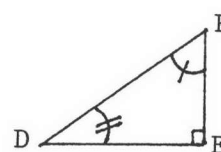
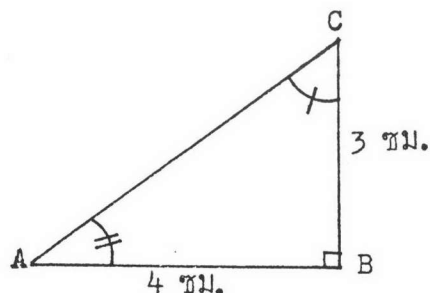
การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานของกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดทำย ชั่วโมง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดทำย ชั่วโมงได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

เอกสารแนะแนวทางเรื่องรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ (งานกลุ่ม)

จงพิจารณารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้และตอบคำถามในแต่ละข้อ

1)



ก. $\triangle ABC$ และ $\triangle DEF$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ข. จงวัดความยาวของ \overline{AC} \overline{DE} \overline{EF} และ \overline{DF}

ตอบ \overline{AC} ยาว _____ \overline{DE} ยาว _____ \overline{EF} ยาว _____ \overline{DF} ยาว _____

ค. จงหาด้านที่สมนัยกับ \overline{AB} \overline{BC} และ \overline{AC}

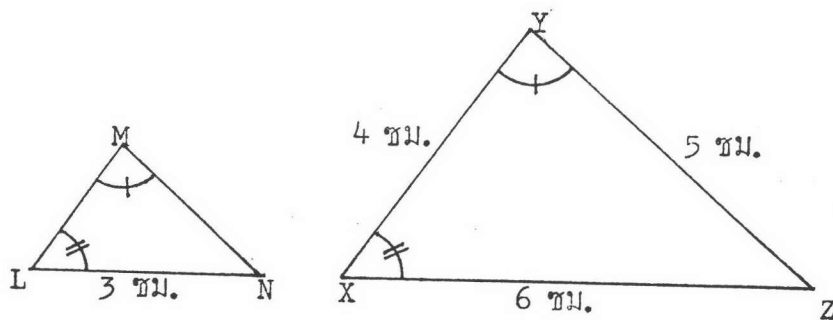
ตอบ \overline{AB} สมนัยกับ _____ \overline{BC} สมนัยกับ _____ \overline{AC} สมนัยกับ _____

ง. จงหาค่าของ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$ $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}}$ และ $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}}$ แล้วเปรียบเทียบค่าทั้งสามที่หาได้

ตอบ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} =$ _____ $\frac{\overline{BC}}{\overline{EF}} =$ _____ $\frac{\overline{AC}}{\overline{DF}} =$ _____

เมื่อเปรียบเทียบค่าทั้งสามแล้ว พบว่า _____

2)



ก. $\triangle LMN$ และ $\triangle XYZ$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ข. จงวัดความยาวของ \overline{LM} และ \overline{MN}

ตอบ \overline{LM} ยาว _____ \overline{MN} ยาว _____

ค. จงหาด้านที่สมนัยกับ \overline{XY} \overline{YZ} และ \overline{XZ}

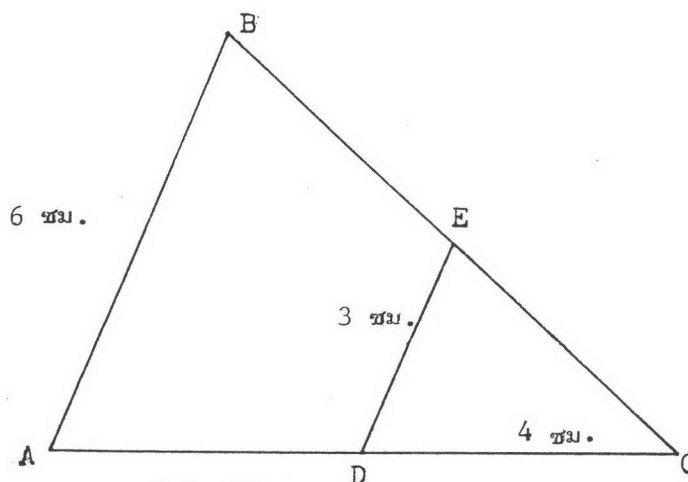
ตอบ \overline{XY} สมนัย _____ \overline{YZ} สมนัยกับ _____ \overline{XZ} สมนัยกับ _____

ง. จงหาค่าของ $\frac{\overline{XY}}{\overline{LM}}$ $\frac{\overline{YZ}}{\overline{MN}}$ และ $\frac{\overline{XZ}}{\overline{LN}}$ แล้วเปรียบเทียบค่าทั้งสามที่หาได้

ตอบ $\frac{\overline{XY}}{\overline{LM}} =$ _____ $\frac{\overline{YZ}}{\overline{MN}} =$ _____ $\frac{\overline{XZ}}{\overline{LN}} =$ _____

เมื่อเปรียบเทียบค่าทั้งสามแล้ว พบว่า _____

3)



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$

ก. $\widehat{ABC} = \widehat{DEC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ข. $\widehat{BAC} = \widehat{EDC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ค. $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ง. จงวัดความยาวของ \overline{BC} \overline{AC} และ \overline{EC}

ตอบ \overline{BC} ยาว _____ \overline{AC} ยาว _____ \overline{EC} ยาว _____

จ. จงหาด้านที่สมนัยกับ \overline{AB} \overline{BC} และ \overline{AC}

ตอบ \overline{AB} สมนัยกับ _____ \overline{BC} สมนัยกับ _____ \overline{AC} สมนัยกับ _____

ฉ. จงหาค่าของ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}}$ $\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}}$ และ $\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}}$ แล้วเปรียบเทียบค่าทั้งสามที่หาได้

ตอบ $\frac{\overline{AB}}{\overline{DE}} =$ _____ $\frac{\overline{BC}}{\overline{EC}} =$ _____ $\frac{\overline{AC}}{\overline{DC}} =$ _____

เมื่อเปรียบเทียบค่าทั้งสามแล้ว พบว่า _____

จากข้อ 1–3 จึงสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามกับมุมคู่ที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากัน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

คาบที่ 13

หัวข้อเรื่อง การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

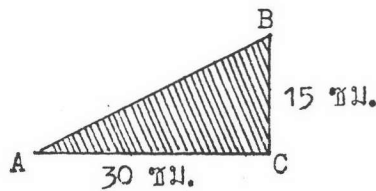
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกวิธีการหาความสูงของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาได้
2. บอกวิธีการหาความกว้างของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาได้

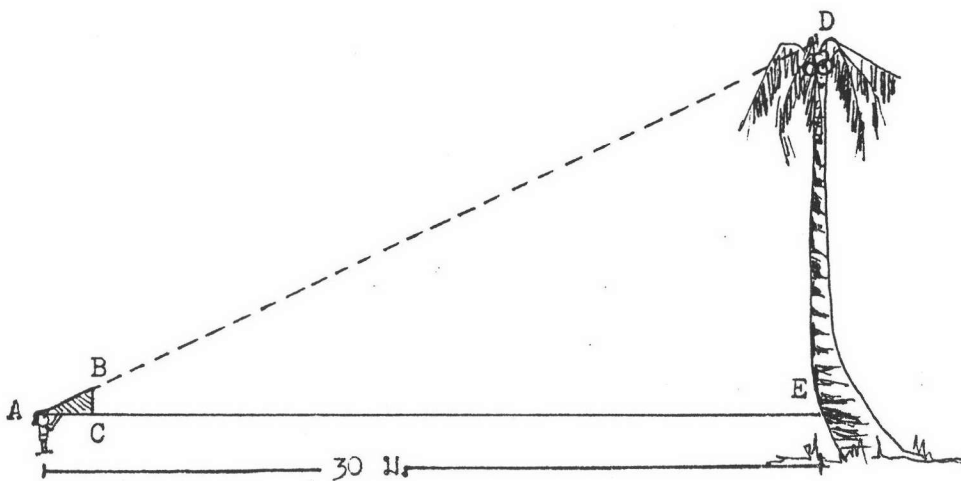
เนื้อหา

1. ตัวอย่างที่ 1

พิจารณาจากรูปและข้อความต่อไปนี้



กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC



นักเรียนสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปประมาณหาความสูงของต้นมะพร้าวได้ดังนี้ ใช้กระดาษแข็งรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ABC เล็งยอดเสาธงในแนวด้าน AB และให้ด้าน AC ขนานกับระดับพื้นดินดังรูป

เนื่องจาก $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ คล้ายกัน ดังนั้น

ถ้านักเรียนยืนอยู่ห่างจากต้นมะพร้าว 30 เมตร จึงจะมองเห็นยอดต้นมะพร้าวพอดี
จึงได้ว่า $AE = 30$ เมตร

และวัดด้านของ $\triangle ABC$ ได้ดังนี้ $AC = 30$ เซนติเมตร $= 0.30$ เมตร

และ $BC = 15$ เซนติเมตร $= 0.15$ เมตร

จาก $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$ จะได้ว่า $\frac{30}{0.30} = \frac{DE}{0.15}$

ดังนั้น $DE = 15$ เมตร

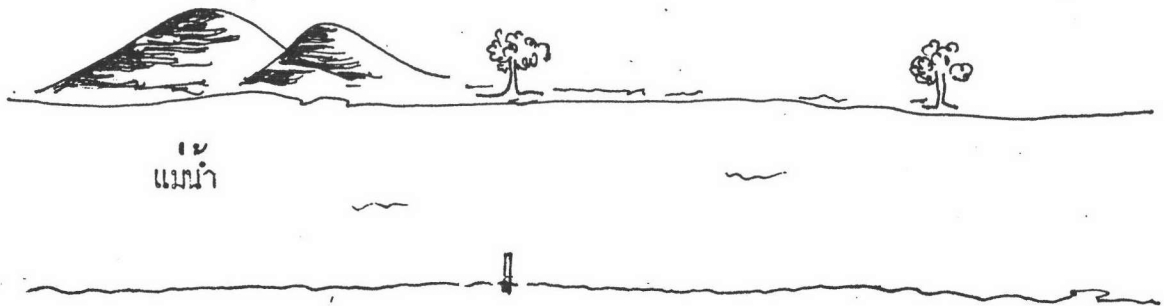
ถ้าความสูงของนักเรียนจากเท้าถึงตาได้ 1.5 เมตร จึงสรุปได้ว่า

ต้นมะพร้าวสูงประมาณ $DE + EF = 15 + 1.5 = 16.5$ เมตร

ตอบ ต้นมะพร้าวสูงประมาณ 16.5 เมตร

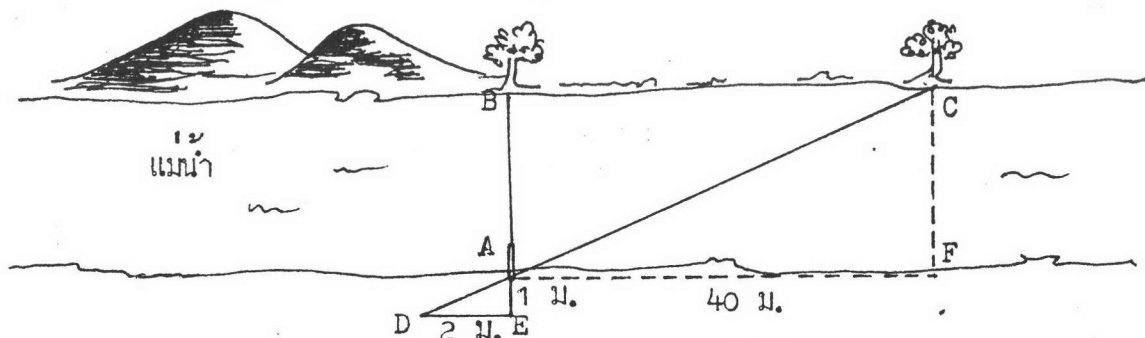
2. ตัวอย่างที่ 2

พิจารณาจากรูปและข้อความต่อไปนี้



นักเรียนสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปประมาณหาความกว้างของแม่น้ำได้ ดังนี้

ใช้หลักไม้และต้นไม้ที่อยู่อีกฝั่งหนึ่งสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม AED ให้คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



นักเรียนข้ามแม่น้ำไปวัดความยาวของ BC ไม่ได้ แต่วัดความยาวของ AF แทนได้ 40 เมตร แล้ววัดด้านของ $\triangle AED$ ได้ดังนี้ $AE = 1$ เมตร และ $DE = 2$ เมตร

เนื่องจาก $\triangle ABC$ และ $\triangle AED$ คล้ายกัน

$$\text{ดังนั้น} \quad \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD}$$

$$\text{จาก} \quad \frac{BC}{DE} = \frac{AB}{AE} \quad \text{หรือ} \quad \frac{AF}{DE} = \frac{AB}{AE} \quad (\text{เพราะ } AF = BC)$$

$$\text{จะได้ว่า} \quad \frac{40}{2} = \frac{AB}{1} \quad \text{ดังนั้น} \quad AB = 20 \text{ เมตร}$$

ตอบ แม่น้ำกว้างประมาณ 20 เมตร

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ชอล์กสี
3. พลาสติกรูปสามเหลี่ยมสำหรับหาความสูง
4. เอกสารแนวทางการเรียน เรื่อง การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่า รูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และเน้นบทสรุปที่ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

ขั้นสอน

1. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนมีวิธีหาความสูงของสิ่งที่สูง ๆ ซึ่งวัดได้ลำบาก เช่น ความสูงของเสาธง ต้นไม้ และอาคาร ได้อย่างไร

2. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไปใช้ประโยชน์ในการหาความสูงของสิ่งที่สูง ๆ ได้อย่างไร

3. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเพื่อหาความสูงของต้นมะพร้าว
4. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนมีวิธีการหาความกว้างของสิ่งต่าง ๆ ซึ่งวัดได้ลำบาก เช่น ความกว้างของแม่น้ำ และแม่น้ำ ได้อย่างไร
5. ครูให้นักเรียนแสดงความคิดเห็นว่า นักเรียนสามารถนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไปใช้ประโยชน์ในการหาความกว้างของสิ่งต่าง ๆ ได้อย่างไร
6. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้แนะให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเพื่อหาความกว้างของแม่น้ำ
7. ครูสาธิตวิธีการใช้สื่อพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสำหรับหาความสูง
8. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 4-5 คน และให้นักเรียนช่วยกันทำกิจกรรมข้อ 1-2 ในเอกสารแนบแนวทางที่ครูแจกให้

ขั้นสรุป

1. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน
2. ครูให้นักเรียนบอกประโยชน์ของการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไปใช้
3. ครูให้นักเรียนบอกวิธีการหาความสูงและความกว้างของสิ่งต่าง ๆ โดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา

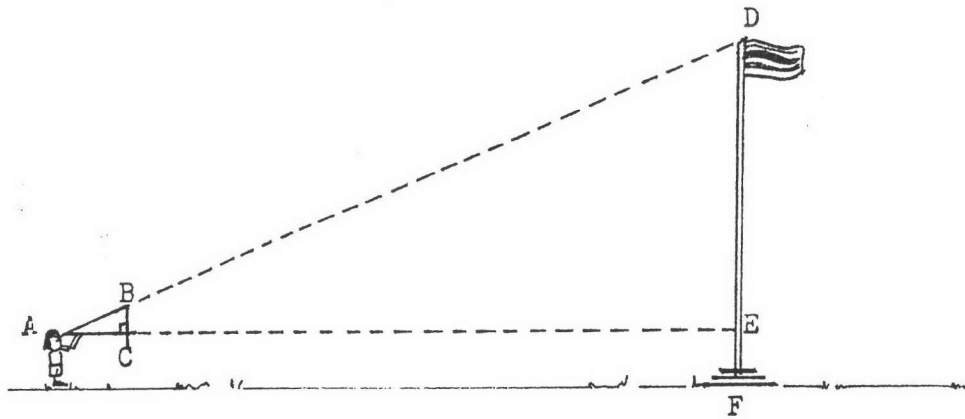
การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรมทั้งในและนอกชั้นเรียน	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมทั้งในและนอกชั้นเรียนดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานเป็นกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการแสดงความคิดเห็น	5. นักเรียนส่วนใหญ่แสดงความคิดเห็นได้ถูกต้อง

เอกสารแนะแนวทางเรื่องการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

ให้นักเรียนทำกิจกรรมต่อไปนี้ (งานกลุ่ม)

- 1) ให้นักเรียนออกไปประมาณความสูงของเสาธงในโรงเรียน โดยใช้สื่อพลาสติกสำเร็จรูปสำหรับหาความสูง ดังรูป



และให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

- ก. $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

- ข. นักเรียนยืนอยู่ห่างจากเสาธงเป็นระยะทางเท่าไร

ตอบ AE ยาว _____

- ค. พิจารณาจากสื่อพลาสติกรูปสามเหลี่ยม ABC ให้นักเรียนวัดความยาวของ AC และ BC

ตอบ AC ยาว _____ BC ยาว _____

- ง. จงหาค่าของ $\frac{AE}{AC}$

ตอบ $\frac{AE}{AC} =$ _____

- จ. $\frac{DE}{BC} = \frac{AE}{AC}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ฉ. จงหาความยาวของ DE

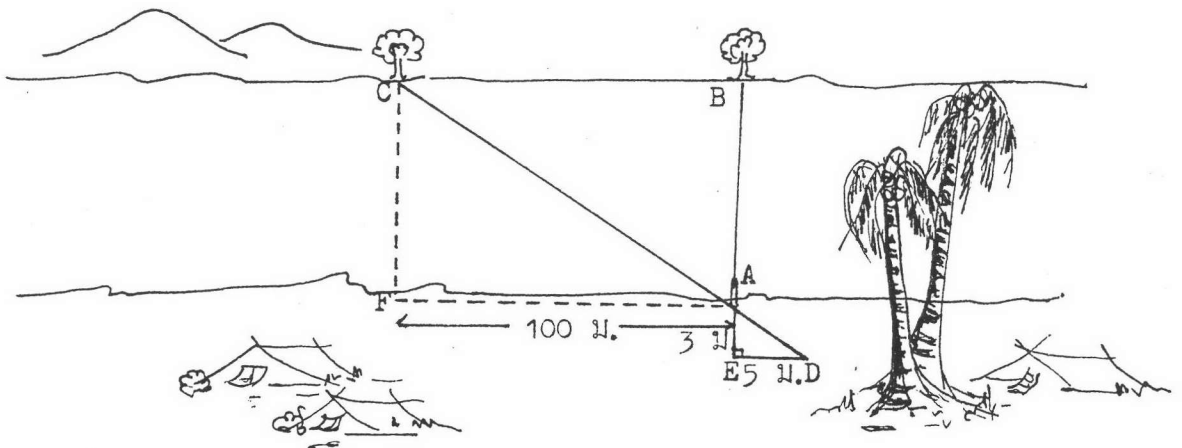
ตอบ DE ยาว _____

ช. จงวัดความสูงของนักเรียนจากเท้าถึงตา แล้วหาความสูงของเสาธง

ตอบ ความสูงจากเท้าถึงตา = _____

ดังนั้น เสาธงสูง = _____

2) สมมติว่านักเรียนไปเที่ยวริมแม่น้ำแห่งหนึ่งและอยากทราบความกว้างของแม่น้ำ นักเรียนจึงใช้ความรู้เกี่ยวกับสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันเพื่อหาความกว้างของแม่น้ำ โดยใช้หลักไม้และต้นไม้ที่อยู่อีกฝั่งหนึ่งสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม AED ให้คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป



และให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้

ก. $\triangle ABC$ และ $\triangle AED$ คล้ายกันหรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ข. ต้นไม้ 2 ต้น ที่อยู่อีกฝั่งหนึ่งห่างกันเป็นระยะทางเท่าไร

ตอบ BC ยาว _____

ค. พิจารณาจาก $\triangle AED$ จงหาความยาวของ ED และ AE

ตอบ ED ยาว _____ AE ยาว _____

ง. จงหาค่าของ $\frac{BC}{ED}$

ตอบ $\frac{BC}{ED} =$ _____

จ. $\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED}$ หรือไม่ เพราะเหตุใด

ตอบ _____

ฉ. จงหาความยาวของ AB

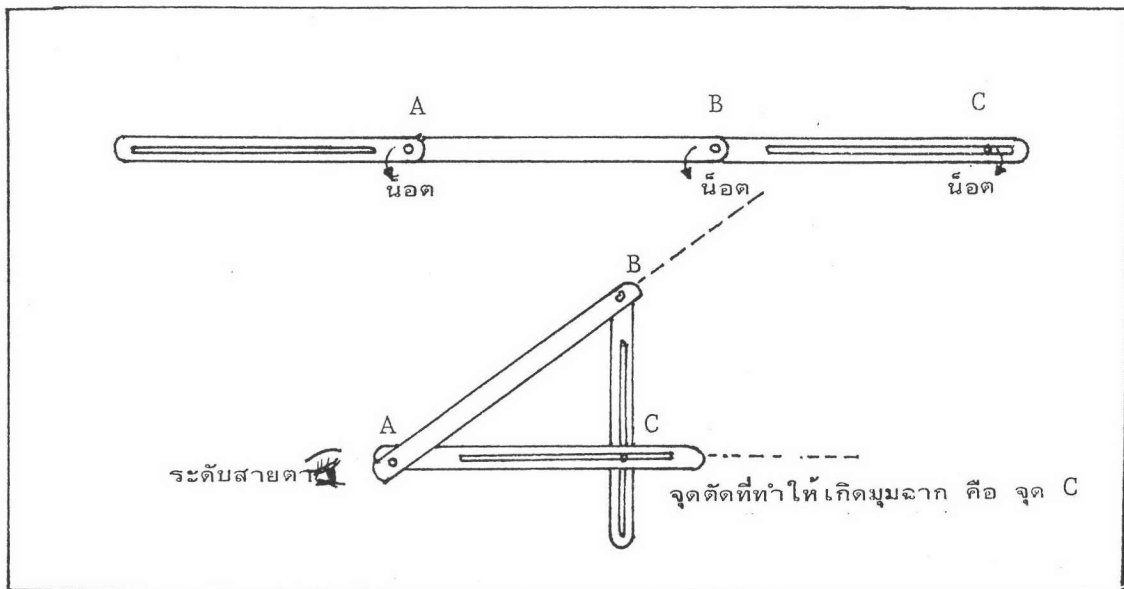
ตอบ AB ยาว _____

ช. จงหาความกว้างของแม่น้ำ

ตอบ แม่น้ำกว้าง _____

วิธีทำสื่อพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสำหรับหาความสูง

- 1) ตัดพลาสติกเป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า กว้าง 1 นิ้ว ยาว 12 นิ้ว จำนวน 3 ชิ้น
- 2) เจาะรูสำหรับใส่ไม้ขีด เพื่อสร้างเป็นรูปสามเหลี่ยม ดังรูป



คาบที่ 14

หัวข้อเรื่อง การนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้

จุดประสงค์การเรียนรู้

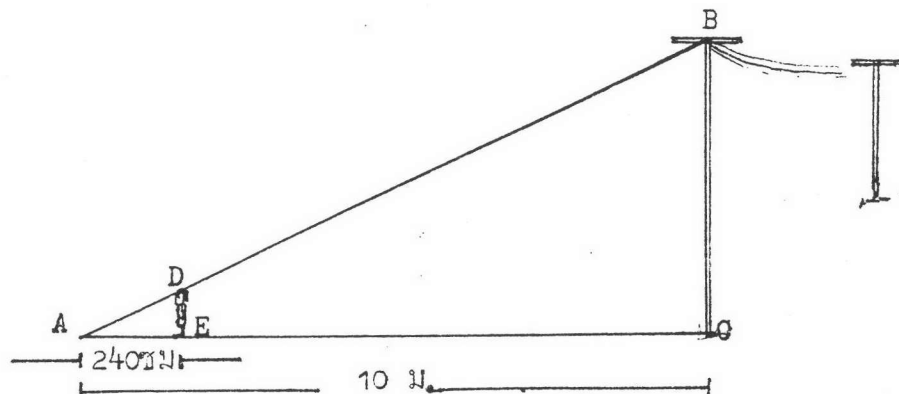
เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

นำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. ตัวอย่างที่ 1 ชายคนหนึ่งสูง 180 เซนติเมตร. เงาของเขาทอดยาว 240 เซนติเมตร ถ้าเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งเกิดเงายาว 10 เมตร เสาไฟฟ้าต้นนี้สูงเท่าใด

วิธีทำ

เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

ดังนั้น $\frac{BC}{DE} = \frac{AC}{AE}$

เมื่อ $BC =$ ความสูงของเสาไฟฟ้า

$$DE = \text{ความสูงของคน} = 180 \text{ เซนติเมตร} = 1.8 \text{ เมตร}$$

$$AC = \text{เงาของเสาไฟฟ้าทอดยาว} 10 \text{ เมตร}$$

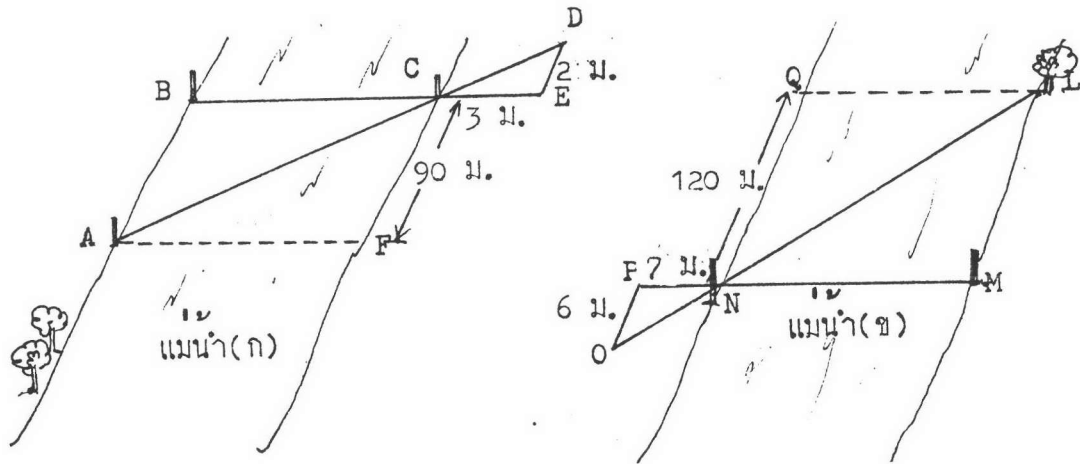
$$AE = \text{เงาของคนทอดยาว} 240 \text{ เซนติเมตร} = 2.4 \text{ เมตร}$$

จะได้ว่า $\frac{BC}{1.8} = \frac{10}{2.4}$

ดังนั้น $BC = 7.5 \text{ เมตร}$

ตอบ เสาไฟฟ้าต้นนี้สูง 7.50 เมตร

2. ตัวอย่างที่ 2 จากรูปที่กำหนดให้ ถ้าจะกล่าวว่า แม่น้ำ (ข) กว้างกว่า แม่น้ำ (ก) นักเรียนคิดว่าถูกหรือไม่ จงอธิบาย



วิธีทำ หาคความกว้างของแม่น้ำทั้งสอง โดยใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา ดังนี้

พิจารณาแม่น้ำ (ก)

เนื่องจาก $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

ดังนั้น $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC}$ หรือ $\frac{FC}{DE} = \frac{BC}{EC}$ (เพราะ $FC = AB$)

จะได้ว่า $\frac{90}{2} = \frac{BC}{3}$

ดังนั้น $BC = 135$ เมตร

นั่นคือ แม่น้ำ (ก) กว้าง 135 เมตร

พิจารณาแม่น้ำ (ข)

เนื่องจาก $\triangle LMN \sim \triangle OPN$

ดังนั้น $\frac{LM}{OP} = \frac{MN}{PN}$ หรือ $\frac{QN}{4.5} = \frac{MN}{5}$ (เพราะ $QN = LM$)

จะได้ว่า $\frac{100}{4.5} = \frac{MN}{5}$

ดังนั้น $MN = 140$ เมตร

นั่นคือ แม่น้ำ (ข) กว้าง 140 เมตร

จึงสรุปได้ว่า แม่น้ำ (ข) กว้างกว่าแม่น้ำ (ก) จริง

ตอบ แม่น้ำ (ข) กว้างกว่าแม่น้ำ (ก) จริง

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ซอส์กสี
3. สื่อพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสำหรับหาความสูง

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยครูใช้คำถามและเน้นบทสรุปที่ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน จะเท่ากัน

2. ครูสุมนักเรียนออกมา 2 คน โดยให้คนหนึ่งบอกวิธีการหาความสูงของตึกแห่งหนึ่งประกอบการเขียนรูป ซึ่งครูอาจให้นักเรียนใช้สื่อพลาสติกรูปสามเหลี่ยมสำหรับหาความสูงในการอธิบาย และให้อีกคนหนึ่งบอกวิธีการหาความกว้างของแม่น้ำแห่งหนึ่งประกอบการเขียนรูป โดยครูแนะนำให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา (มีตัวอย่างของสื่ออยู่ในคาบที่ 13)

ขั้นสอน

1. ครูยกตัวอย่างที่ 1 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้ให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหาเพื่อหาความสูงของเสาไฟฟ้า

2. ครูยกตัวอย่างที่ 2 โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูชี้ให้นักเรียนใช้สมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันในการแก้ปัญหา เพื่อหาความกว้างของแม่น้ำทั้งสองแล้วนำมาเปรียบเทียบกันภายหลัง

3. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ช่วยกันทำแบบฝึกหัด 63 ข้อ 3, 4 และ 5 ในหนังสือเรียนหน้า 198-199 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ครูสุมนักเรียนออกมาแสดงวิธีทำบนกระดานดำ

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนบอกประโยชน์ของการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันไปใช้
2. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกันอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน
3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด ๘3 ข้อ 1, 2 และ 6 ในหนังสือเรียน หน้า 197–199 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

<u>การวัดผล</u>	<u>การประเมินผล</u>
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานเป็นกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดท้ายชั่วโมง	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดท้ายชั่วโมงได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

คาบที่ 15

หัวข้อเรื่อง ทบทวนเรื่องความคล้าย

จุดประสงค์การเรียนรู้

เมื่อเรียนจบคาบเรียนนี้แล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้
2. บอกด้านคู่ที่สมนัยกันสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันได้

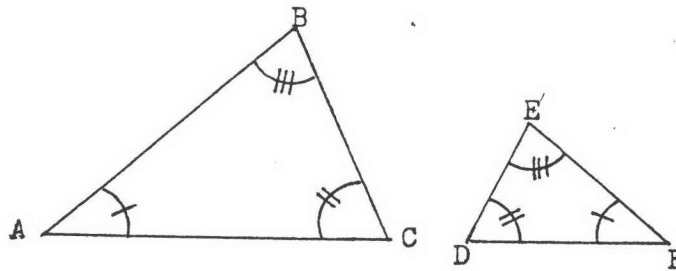
3. บอกได้ว่าเมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่อที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า เมื่อรูปสามเหลี่ยมสองรูปคล้ายกันอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน

4. นำสมบัติในจุดประสงค์ข้อ 3 ไปใช้แก้โจทย์ปัญหาได้

เนื้อหา

1. บทนิยาม รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2. พิจารณาจากรูปที่กำหนดให้

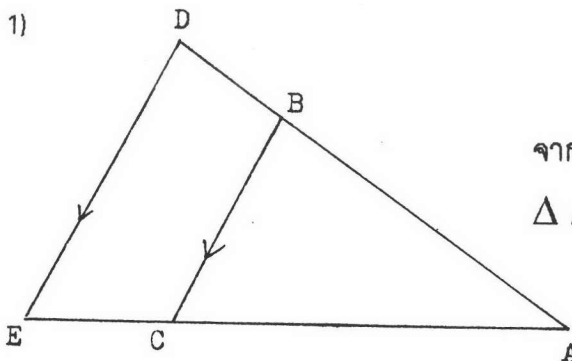


จะได้ว่า $\triangle ABC \sim \triangle FED$
 โดยมี \overline{AB} สมนัยกับ \overline{FE}
 \overline{BC} สมนัยกับ \overline{ED}
 \overline{AC} สมนัยกับ \overline{FD}

3. ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่อที่เท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งว่า

ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดคล้ายกัน อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

4. แบบฝึกหัดเสริมท้ายบท(10 ข้อ)



จากรูป กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$
 $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ หรือไม่ จงให้เหตุผล

(เฉลย)

เนื่องจาก $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

(1) $\angle ABC = \angle ADE$

(มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดเส้นขนานมีขนาดเท่ากัน)

(2) $\angle ACB = \angle AED$

(เหตุผลเหมือนข้อ 1)

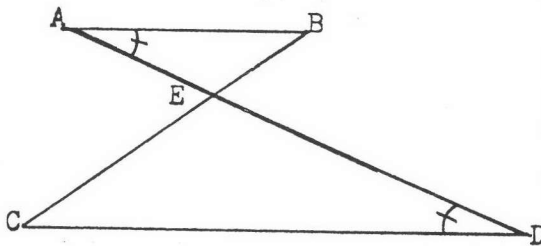
(3) $\angle BAC = \angle DAE$

(มุมเดียวกัน)

(4) ดังนั้น $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

(มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่)

2)



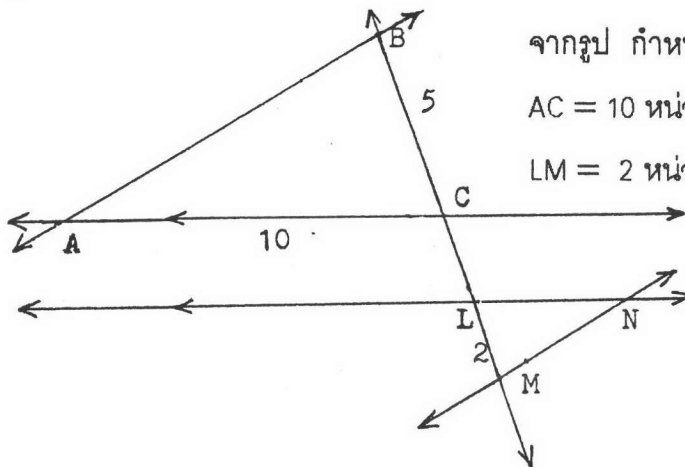
จากรูป กำหนดให้ $\hat{BAE} = \hat{CDE}$

ถ้าจะกล่าวว่ \overline{BE} สมัยกับ \overline{CE} และ \overline{AE} สมัยกับ \overline{DE}

นักเรียนคิดว่าถูกหรือไม่ จงอธิบาย

(เฉลย) ถูก เนื่องจาก $\triangle ABE \sim \triangle CDE$ (มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ และเป็นด้านที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่ที่เท่ากันสองคู่)

3)



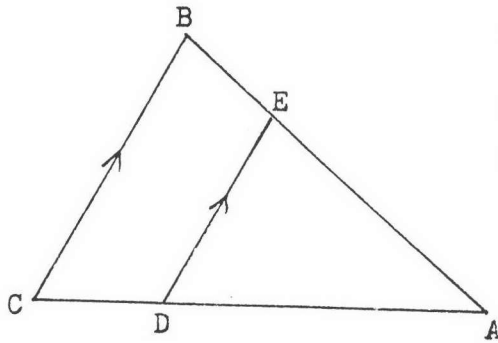
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AC} \parallel \overleftrightarrow{LN}$ และ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{MN}$

$AC = 10$ หน่วย $BC = 5$ หน่วย และ

$LM = 2$ หน่วย จงหาว่า \overline{LN} ยาวเท่าไร

(เฉลย) \overline{LN} ยาว 4 หน่วย

4)



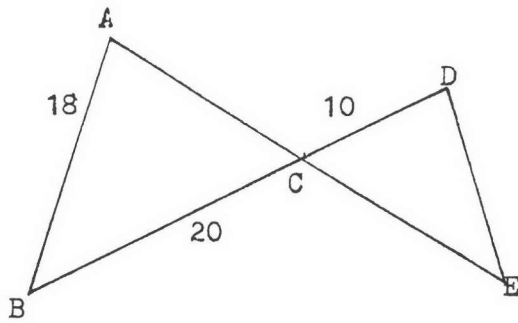
จากรูป กำหนดให้ $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$

$AE = 6$ นิ้ว $BE = 3$ นิ้ว และ $AD = 7$ นิ้ว

จงหาว่า \overline{AC} ยาวเท่าไร

(เฉลย) \overline{AC} ยาว 10.5 นิ้ว

5)



จากรูป กำหนดให้ $AB = 18$ หน่วย

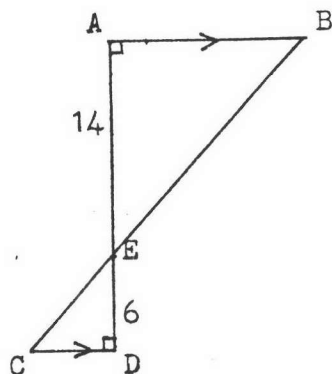
$BC = 20$ หน่วย และ $CD = 10$ หน่วย

นักเรียนจะหาความยาวของ \overline{DE} ได้หรือไม่

ถ้าสามารถหาได้ จงหาว่า \overline{DE} ยาวเท่าไร

(เฉลย) ไม่สามารถหาความยาวของ \overline{DE} ได้ เพราะไม่ทราบว่า $\triangle ABC \sim \triangle CDE$ หรือไม่

6)



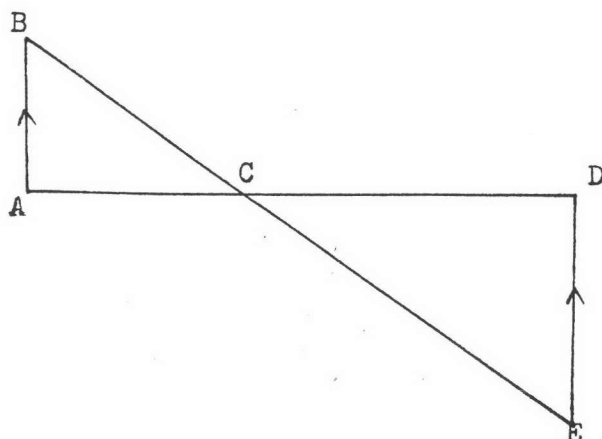
จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $AE = 14$ หน่วย

และ $ED = 6$ หน่วย

จงหาอัตราส่วนของ $AB : CD$ และ $BE : CE$

(เฉลย) $AB : CD = 7 : 3$ และ $BE : CE = 7 : 3$

7)



จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$ $AB = 10$ หน่วย

$DE = 15$ หน่วย และ $AD = 35$ หน่วย

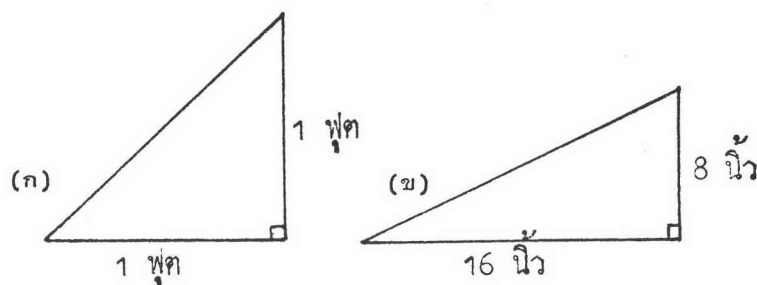
จงหาว่า \overline{AC} และ \overline{CD} ยาวเท่าไร

(เฉลย) \overline{AC} ยาว 14 หน่วย และ \overline{CD} ยาว 21 หน่วย

8) มาลีสูง 160 เซนติเมตร ขณะที่มาลียืนอยู่กลางสนาม เงาของมาลีทอดยาว 2 เมตร ถ้าเงาของอาคารเรียนทอดยาว 30 เมตร จงหาความสูงของอาคารเรียน

(เฉลย) อาคารเรียนสูง 24 เมตร

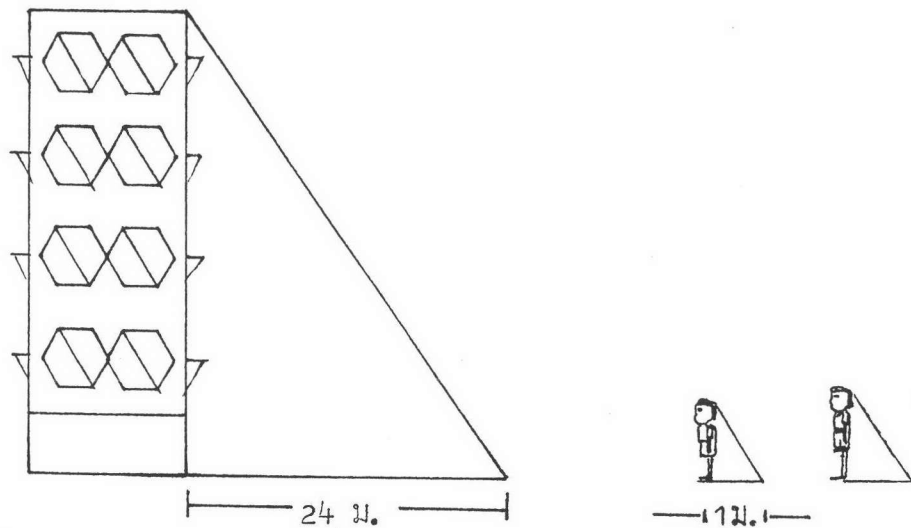
9) ชาลีมีกระดาษรูปสามเหลี่ยม 2 แผ่น ดังรูป



ชาลีใช้กระดาษรูปสามเหลี่ยมแผ่น (ก) เล็งดูยอดตึก และชาลีพบว่าจะต้องยืนอยู่ห่างจากตึกเป็นระยะทาง 40 เมตร จึงแลเห็นยอดของตึกพอดี นักเรียนคิดว่าชาลีจะต้องยืนห่างจากตึกเป็นระยะทางเท่าไร ถ้าชาลีใช้กระดาษรูปสามเหลี่ยมแผ่น (ข) เล็งดูยอดตึกเดียวกัน

(เฉลย) ชาลีจะต้องยืนห่างจากตึก 80 เมตร

10)



จากรูป กำหนดให้ นาย (ก) สูง 150 เซนติเมตร
 นาย (ข) สูง 180 เซนติเมตร
 เงามของตึกทอดยาว 24 เมตร
 และ เงามของนาย (ก) ทอดยาว 1 เมตร
 จงหาว่า ตึกสูงเท่าไร และเงาของนาย (ข) ทอดยาวเท่าไร

(เฉลย) ตึกสูง 36 เมตร และเงาของนาย (ข) ทอดยาว 1.2 เมตร

สื่อการเรียนรู้การสอน

1. ไม้บรรทัด
2. ครึ่งวงกลม
3. ชอล์กสี
4. เอกสารแบบฝึกหัดเสริมท้ายบทเรื่องความคล้าย

กิจกรรมการเรียนรู้การสอน

ขั้นนำ

1. ครูทบทวนบทนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน โดยใช้คำถามประกอบการเขียนรูป และครูเน้นบทสรุปที่ว่ารูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่ เรียกว่ารูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

2. ครูเขียนรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน แล้วให้นักเรียนหาด้านคู่ที่สมนัยกันทั้งสามคู่ของรูปสามเหลี่ยมทั้งสอง

3. ครูทบทวนสมบัติของรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกันสองรูป โดยใช้คำถามประกอบการเขียนอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกัน

ขั้นสอน

ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม ๆ ละ 3-4 คน ครูแจกเอกสารแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท และให้นักเรียนช่วยกันทำข้อ 2, 3, 6, 7 และ 9 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้ว ให้ตัวแทนของกลุ่มออกมาแสดงวิธีทำบนกระดาน

ขั้นสรุป

1. ครูให้นักเรียนบอกประโยชน์ของการนำสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันไปใช้

2. ครูถามให้นักเรียนสรุปสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน ซึ่งนักเรียนควรจะสรุปได้ว่า ถ้ารูปสามเหลี่ยมสองรูปใดที่คล้ายกันอัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่สมนัยกันจะเท่ากัน

3. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบทข้อ 1, 4, 5, 8 และ 10 เป็นการบ้าน

การวัดผลและประเมินผล

การวัดผล	การประเมินผล
1. สังเกตจากการตอบคำถาม	1. นักเรียนส่วนใหญ่ตอบคำถามได้ถูกต้อง
2. สังเกตจากการเข้าร่วมกิจกรรม	2. นักเรียนส่วนใหญ่เข้าร่วมกิจกรรมดี
3. สังเกตจากความสนใจ	3. นักเรียนส่วนใหญ่สนใจเรียนดี
4. สังเกตจากการทำงานเป็นกลุ่ม	4. นักเรียนส่วนใหญ่ทำงานกลุ่มได้ดี
5. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ในชั้นเรียน	5. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดเสริม ท้ายบทในชั้นเรียนได้ถูกต้อง
6. สังเกตจากการทำแบบฝึกหัดเสริมท้ายบท ที่ครูให้ทำเป็นการบ้าน	6. นักเรียนส่วนใหญ่ทำแบบฝึกหัดเสริม ท้ายบทที่ครูให้ทำเป็นการบ้านได้ถูกต้อง

ภาคผนวก ง

ตัวอย่างแบบฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

หมายเหตุ

แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน เหตุผล และมิติสัมพันธ์ ฉบับสมบูรณ์ ได้มอบไว้ให้
ศูนย์ทดสอบ คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เพื่อให้นิสิต/นักศึกษา ตลอดจนผู้สนใจ
ได้ศึกษาค้นคว้าต่อไป

แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน

คำแนะนำสำหรับการใช้แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน

แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน เป็นแบบฝึกที่มุ่งให้ผู้รับการฝึกมีความสามารถในการที่จะเข้าใจและมองเห็นความสัมพันธ์ระหว่างจำนวน รวมทั้งสามารถบวก ลบ คูณ และหาร ในวิชาเลขคณิตได้อย่างถูกต้องและรวดเร็ว

แบบฝึกความสามารถด้านจำนวน มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 การเรียงลำดับแบบอนุกรมธรรมดา (การบวก)
- ชุดที่ 2 การเรียงลำดับแบบอนุกรมธรรมดา (การลบ)
- ชุดที่ 3 การเรียงลำดับแบบอนุกรมธรรมดา (การคูณ)
- ชุดที่ 4 การเรียงลำดับแบบอนุกรมธรรมดา (การหาร)
- ชุดที่ 5 การเรียงลำดับแบบอนุกรมสัมพันธ์

การดำเนินการฝึกตามแบบฝึกแต่ละชุดใช้เวลาประมาณ 10 นาที โดยดำเนินการฝึกดังนี้

1. ครูแจกแบบฝึกและกระดาษคำตอบให้นักเรียนเป็นรายบุคคล และครูอธิบายวิธีทำแบบฝึกประกอบการยกตัวอย่างตามคำชี้แจงของแบบฝึก พร้อมให้นักเรียนอ่านตามในใจ (ใช้เวลาประมาณ 2 นาที)
2. เมื่อนักเรียนทุกคนเข้าใจวิธีการแล้ว ให้นักเรียนลงมือทำแบบฝึกได้ ซึ่งแบบฝึกแต่ละชุดจะมี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก โดยที่ 5 ข้อแรก จะมีส่วนชี้แนะแนวความคิดไว้ส่วนท้ายของแต่ละข้อ เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนหาคำตอบได้ง่ายขึ้น สำหรับ 5 ข้อหลัง จะไม่มีส่วนชี้แนะแนวความคิดไว้ส่วนท้าย เพราะต้องการให้นักเรียนได้มีโอกาสวัดความสามารถที่แท้จริงของตน นักเรียนจะต้องหาคำตอบของแต่ละข้อคำถาม แล้วเขียนลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)
3. เมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จภายในเวลาที่กำหนดแล้ว ครูดำเนินการให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบของตนเองกับเฉลยของครู โดยการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนหาแนวทางในการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือวิธีการคิดที่ดีที่สุด และให้นักเรียนบันทึกคะแนนของตนเองลงในกระดาษคำตอบไว้ด้วย แล้วครูเก็บแบบฝึกและกระดาษคำตอบทั้งหมดกลับคืน (ใช้เวลาประมาณ 3 นาที)

แบบฝึกความสามารถด้านจำนวนชุดที่ 1: การเรียงลำดับแบบอนุกรมธรรมดา (การบวก)

คำชี้แจง

1. แบบฝึกชุดนี้เป็นแบบฝึกการเรียงตัวเลข โดยพิจารณาลำดับตัวเลขถัดไป ซึ่งเพิ่มขึ้นอย่างมีระบบโดยอาศัยการบวกเป็นหลัก สิ่งสำคัญคือโครงสร้างของระบบ ซึ่งอาจจะเพิ่มแบบธรรมดาหรือเพิ่มแบบมีกฎวิธี เลขหลักแรกมักจะมีค่าต่ำ ส่วนเลขหลักหลังมักจะมีค่าสูง

ตัวอย่าง

0) 5 7 9 11 ?

ก. 12 ข. 13 ค. 14 ง. 15 จ. 16

แนวคิดข้อ 0

ข้อนี้เกิดจาก $5 + 2 = 7, 7 + 2 = 9, 9 + 2 = 11$

โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 2 ตลอด

ดังนั้น ตัวเลขถัดไปคือ $11 + 2 = 13$ คำตอบที่ถูกต้องจึงเป็น ข้อ ข

00) 1 2 4 7 11 ?

ก. 12 ข. 13 ค. 14 ง. 15 จ. 16

แนวคิดข้อ 00

ข้อนี้เกิดจาก $1 + 1 = 2, 2 + 2 = 4, 4 + 3 = 7, 7 + 4 = 11$

โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 1,2,3,4,...

ดังนั้น ตัวเลขถัดไปคือ $11 + 5 = 16$ คำตอบที่ถูกต้องจึงเป็น ข้อ จ

2. แบบฝึกชุดนี้มี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก แต่ละข้อจะกำหนดชุดของตัวเลขมาให้ แล้วให้พิจารณาว่า ตัวเลขถัดไปคือจำนวนในข้อใด และให้ทำเครื่องหมาย X (กากบาท) ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

1) 0 2 4 6 ?

ก. 7

ข. 8

ค. 9

ง. 10

จ. 11

แนวคิดข้อ 1ข้อนี้เกิดจาก $0 + 2 = 2, 2 + 2 = 4, 4 + 2 = 6$ โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 2 ตลอด

2) 5 10 15 20 ?

ก. 21

ข. 23

ค. 25

ง. 27

จ. 29

แนวคิดข้อ 2ข้อนี้เกิดจาก $5 + 5 = 10, 10 + 5 = 15, 15 + 5 = 20$ โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 5 ตลอด

3) -5 -2 1 4 ?

ก. 5

ข. 6

ค. 7

ง. 8

จ. 9

แนวคิดข้อ 3ข้อนี้เกิดจาก $-5 + 3 = -2, -2 + 3 = 1, 1 + 3 = 4$ โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 3 ตลอด

4) 2 3 5 8 12 ?

ก. 14

ข. 15

ค. 16

ง. 17

จ. 18

แนวคิดข้อ 4ข้อนี้เกิดจาก $2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5, 5 + 3 = 8, 8 + 4 = 12$ โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 1,2,3,4....

5) 1 3 6 8 11 ?

ก. 12

ข. 13

ค. 14

ง. 15

จ. 16

แนวคิดข้อ 5

ข้อนี้เกิดจาก $1 + 2 = 3, 3 + 3 = 6, 6 + 2 = 8, 8 + 3 = 11$

โครงสร้างของระบบเป็นแบบ บวกด้วย 2,3,2,3...

6) 0 3 6 9 ?

ก. 10

ข. 11

ค. 12

ง. 13

จ. 14

7) 0 2 7 9 14 16 ?

ก. 17

ข. 18

ค. 19

ง. 20

จ. 21

8) -5 -1 3 7 11 ?

ก. 13

ข. 15

ค. 17

ง. 19

จ. 21

9) 3 10 16 21 25 ?

ก. 26

ข. 27

ค. 28

ง. 29

จ. 30

10) 4 5 7 8 11 12 ?

ก. 13

ข. 14

ค. 15

ง. 16

จ. 17

แบบฝึกความสามารถด้านเหตุผล

คำแนะนำสำหรับการใช้แบบฝึกความสามารถด้านเหตุผล

แบบฝึกความสามารถด้านเหตุผล เป็นแบบฝึกที่มุ่งให้ผู้รับการฝึกมีความสามารถในการเปรียบเทียบของหลายสิ่งพร้อม ๆ กัน และสามารถคิดอย่างมีวิจารณญาณ แล้ววินิจฉัยลงสรุปได้อย่างสมเหตุสมผล

แบบฝึกความสามารถด้านเหตุผล มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 การจำแนกประเภทชนิดไม่เข้าพวก (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 2 การจำแนกประเภทชนิดเข้าพวก (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 3 การอุปมาอุปไมย (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 4 การเรียงลำดับแบบอนุกรมภาพ (มิติเดียว)
- ชุดที่ 5 การเรียงลำดับแบบอนุกรมภาพ (หลายมิติ)

การดำเนินการฝึกตามแบบฝึกแต่ละชุดใช้เวลาประมาณ 10 นาที โดยดำเนินการฝึกดังนี้

1. ครูแจกแบบฝึกและกระดาษคำตอบให้นักเรียนเป็นรายบุคคล และครูอธิบายวิธีทำแบบฝึกประกอบการยกตัวอย่างตามคำชี้แจงของแบบฝึก พร้อมให้นักเรียนอ่านตามใจ (ใช้เวลาประมาณ 2 นาที)
2. เมื่อนักเรียนทุกคนเข้าใจวิธีการแล้ว ให้นักเรียนลงมือทำแบบฝึกได้ ซึ่งแบบฝึกแต่ละชุดจะมี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก โดยที่ 5 ข้อแรก จะมีส่วนชี้แนะแนวการคิดไว้ส่วนท้ายของแต่ละข้อ เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนหาคำตอบได้ง่ายขึ้น สำหรับ 5 ข้อหลัง จะไม่มีส่วนชี้แนะแนวการคิดไว้ส่วนท้าย เพราะต้องการให้นักเรียนได้มีโอกาสวัดความสามารถที่แท้จริงของตน นักเรียนจะต้องหาคำตอบของแต่ละข้อคำถาม แล้วเขียนลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)
3. เมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จภายในเวลาที่กำหนดแล้ว ครูดำเนินการให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบของตนเองกับเฉลยของครู โดยการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนหาแนวทางในการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือวิธีการคิดที่ดีที่สุด และให้นักเรียนบันทึกคะแนนของตนเองลงในกระดาษคำตอบไว้ด้วย แล้วครูเก็บแบบฝึกและกระดาษคำตอบทั้งหมดกลับคืน (ใช้เวลาประมาณ 3 นาที)

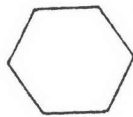
แบบฝึกความสามารถด้านเหตุผลชุดที่ 1: การจำแนกประเภทชนิดไม่เข้าพวก

คำชี้แจง

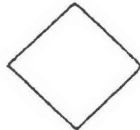
1. แบบฝึกชุดนี้เป็นแบบฝึกการจำแนกประเภทของภาพทรงเรขาคณิตต่าง ๆ ที่กำหนดไว้ให้ แล้ววินิจฉัยลงสรุปอย่างสมเหตุสมผล เพราะภาพที่กำหนดให้มันจะมีลักษณะโครงสร้างหรือมโนภาพบางอย่างร่วมกัน แต่จะมีภาพหนึ่งที่แตกต่างออกไป ดังนั้นจะต้องทำการเปรียบเทียบแล้วแยกแยะให้ดีจึงจะมองเห็นความแตกต่างได้ แล้วพิจารณาหาภาพที่ไม่เข้าพวกนั้น

ตัวอย่าง

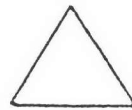
0)



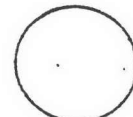
ก.



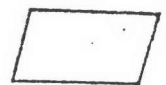
ข.



ค.



ง.



จ.

แนวคิดข้อ 0

ภาพที่ไม่เข้าพวกคือ ข้อ ง เพราะภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ เป็นรูปหลายเหลี่ยม

00)



ก.



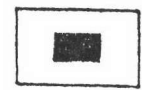
ข.



ค.



ง.



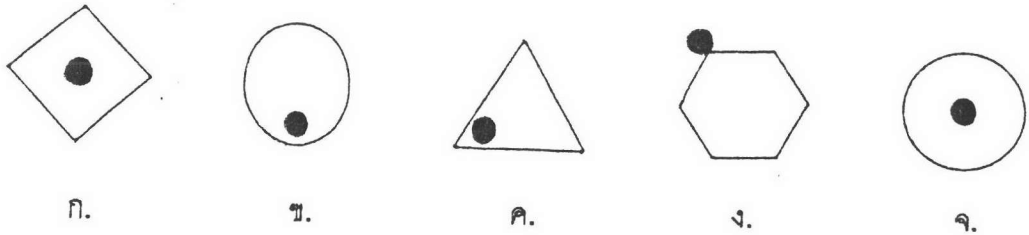
จ.

แนวคิดข้อ

ภาพที่ไม่เข้าพวกคือ ข้อ ค เพราะภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ ส่วนที่บิสีดำที่อยู่ภายในมีรูปร่างเช่นเดียวกันกับเส้นรอบรูปที่อยู่ภายนอก

2. แบบฝึกชุดนี้มี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก แต่ละข้อจะกำหนดภาพมาให้ แล้วให้พิจารณาว่าภาพที่ไม่เข้าพวกกับภาพอื่น ๆ คือภาพในข้อใด และให้ทำเครื่องหมาย X (กากบาท) ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

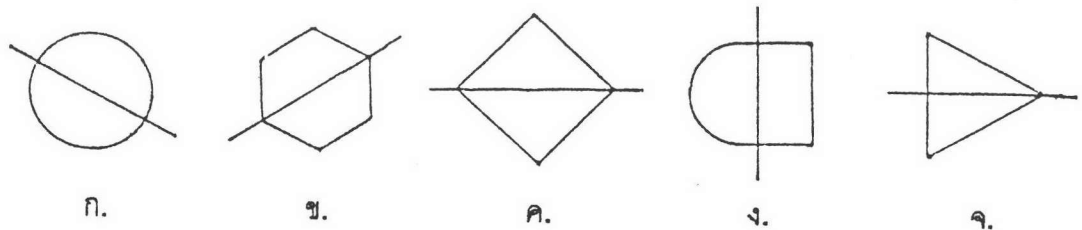
1)



แนวคิดข้อ 1

ภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ มีวงกลมสีดำเล็ก ๆ อยู่ภายในภาพ

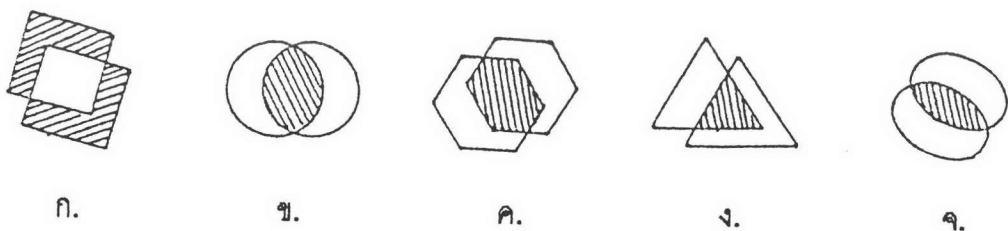
2)



แนวคิดข้อ 2

ภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ เส้นที่ลากผ่านภาพจะแบ่งภาพออกเป็น 2 ส่วนเท่า ๆ กัน

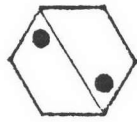
3)



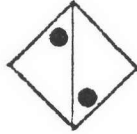
แนวคิดข้อ 3

ภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ ส่วนที่ซ้อนกันของภาพจะถูกแรเงา

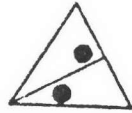
4)



ก.



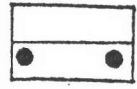
ข.



ค.



ง.

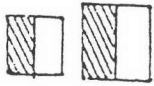


จ.

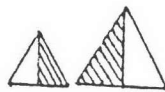
แนวคิดข้อ 4

ภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ มีวงกลมสีดำ 2 วง อยู่แย้งกันระหว่างเส้นผ่านศูนย์กลางของภาพ

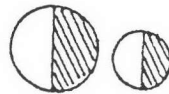
5)



ก.



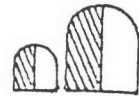
ข.



ค.



ง.

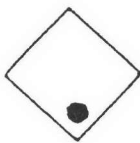


จ.

แนวคิดข้อ 5

ภาพอื่น ๆ มีลักษณะร่วมกันคือ ภาพเล็กและภาพใหญ่จะแรเงาครึ่งภาพด้านเดียวกัน

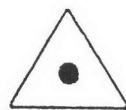
6)



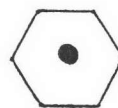
ก.



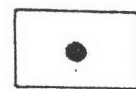
ข.



ค.

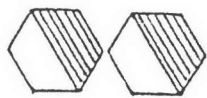


ง.



จ.

7)



ก.



ข.



ค.

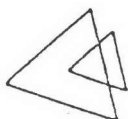


ง.

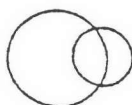


จ.

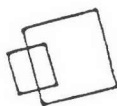
8)



ก.



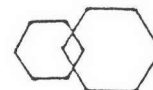
ข.



ค.



ง.

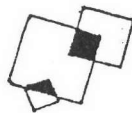


จ.

9)



ก.



ข.



ค.

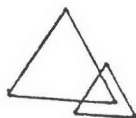


ง.

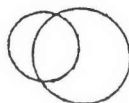


จ.

10)



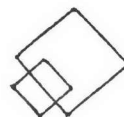
ก.



ข.



ค.



ง.



จ.

แบบฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

คำแนะนำสำหรับการใช้แบบฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์

แบบฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ เป็นแบบฝึกที่มุ่งให้ผู้รับการฝึกมีความสามารถในการมองเห็นความสัมพันธ์กันของรูปทรงเรขาคณิตต่าง ๆ และสามารถที่จะสร้างจินตนาการถึงขนาดและมิติต่าง ๆ ตลอดจนทรวดทรงที่มีรูปร่างลักษณะแตกต่างกัน ทั้งอยู่ในระนาบเดียวและหลายระนาบ

แบบฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ มีทั้งหมด 5 ชุด ดังนี้

- ชุดที่ 1 การซ้อนภาพ (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 2 การซ้อนภาพ (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 3 การต่อภาพ (แบบภาพทรงเรขาคณิต)
- ชุดที่ 4 การค้นหาด้านตรงข้ามของลูกบาศก์
- ชุดที่ 5 การนับลูกบาศก์

การดำเนินการฝึกตามแบบฝึกแต่ละชุดใช้เวลาประมาณ 10 นาที โดยดำเนินการฝึกดังนี้

1. ครูแจกแบบฝึกและกระดาษคำตอบให้นักเรียนเป็นรายบุคคล และครูอธิบายวิธีทำแบบฝึกประกอบการยกตัวอย่างตามคำชี้แจงของแบบฝึก พร้อมให้นักเรียนอ่านตามในใจ (ใช้เวลาประมาณ 2 นาที)
2. เมื่อนักเรียนทุกคนเข้าใจวิธีการแล้ว ให้นักเรียนลงมือทำแบบฝึกได้ ซึ่งแบบฝึกแต่ละชุดจะมี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก โดยที่ 5 ข้อแรก จะมีส่วนชี้แนะแนวความคิดไว้ส่วนท้ายของแต่ละข้อ เพื่อเป็นแนวทางให้นักเรียนหาคำตอบได้ง่ายขึ้น สำหรับ 5 ข้อหลัง จะไม่มีส่วนชี้แนะแนวความคิดไว้ส่วนท้าย เพราะต้องการให้นักเรียนได้มีโอกาสดัดความสามารถที่แท้จริงของตน นักเรียนจะต้องหาคำตอบของแต่ละข้อคำถาม แล้วเขียนลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)
3. เมื่อนักเรียนทุกคนทำเสร็จภายในเวลาที่กำหนดแล้ว ครูดำเนินการให้นักเรียนได้ตรวจสอบคำตอบของตนเองกับเฉลยของครู โดยการอภิปรายร่วมกันเพื่อให้นักเรียนหาแนวทางในการหาคำตอบที่ถูกต้องหรือวิธีการคิดที่ดีที่สุด และให้นักเรียนบันทึกคะแนนของตนเองลงในกระดาษคำตอบไว้ด้วย แล้วครูเก็บแบบฝึกและกระดาษคำตอบทั้งหมดกลับคืน (ใช้เวลาประมาณ 3 นาที)

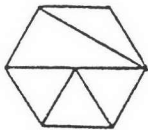
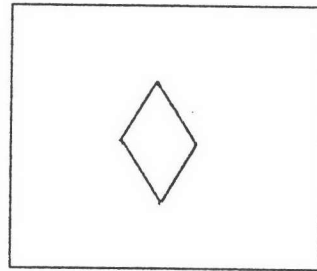
แบบฝึกความสามารถด้านมิติสัมพันธ์ชุดที่ 1: การซ่อนภาพ

คำชี้แจง

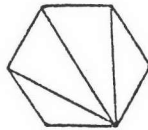
1. แบบฝึกชุดนี้เป็นแบบฝึกการสร้างจินตนาการถึงขนาดและมิติต่าง ๆ ตลอดจนรูปร่าง ของภาพทรงเรขาคณิตที่อยู่ในระนาบเดียว โดยค้นหาภาพที่กำหนดให้ว่า ภาพนั้นซ่อนอยู่ในภาพของข้อใด โดยที่ขนาดและทิศทางของภาพที่ซ่อนจะเหมือนเดิมทุกประการ

ตัวอย่าง

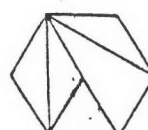
0)



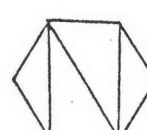
ก.



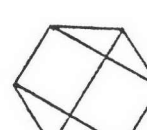
ข.



ค.



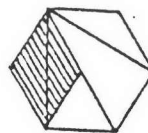
ง.



จ.

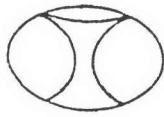
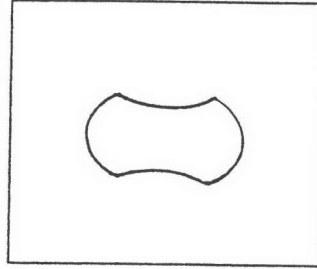
แนวคิดข้อ 00

ภาพที่มีภาพที่กำหนดให้ซ่อนอยู่คือ ข้อ ค เพราะเมื่อแรเงาส่วนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป

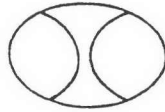


ตัวอย่าง

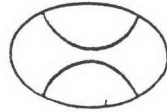
00)



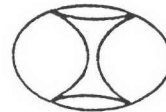
ก.



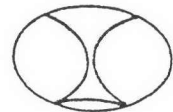
ข.



ค.



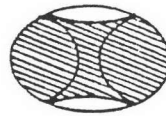
ง.



จ.

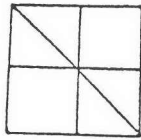
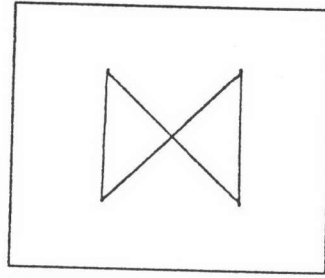
แนวคิดข้อ 00

ภาพที่มีภาพที่กำหนดให้ซ่อนอยู่คือ ข้อ ง เพราะเมื่อแรเงาส่วนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป

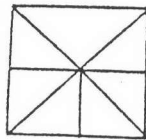


2. แบบฝึกชุดนี้มี 10 ข้อคำถาม เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 5 ตัวเลือก แต่ละข้อจะกำหนดภาพมาให้ แล้วให้พิจารณาว่าภาพนั้นซ่อนอยู่ในภาพของข้อใด โดยที่ขนาดและทิศทางของภาพที่ซ่อนจะเหมือนเดิมทุกประการ และทำเครื่องหมาย X (กากบาท) ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียว โดยทำลงในกระดาษคำตอบ (ใช้เวลาประมาณ 5 นาที)

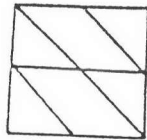
1)



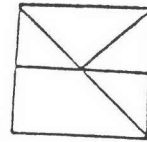
ก.



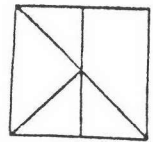
ข.



ค.



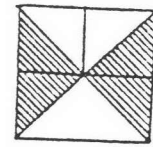
ง.



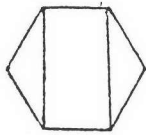
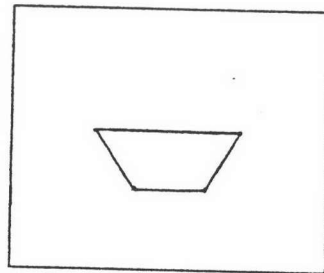
จ.

แนวคิดข้อ 1

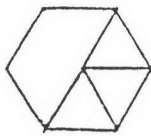
เมื่อแรเงาส่วนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป



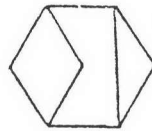
2)



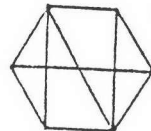
ก.



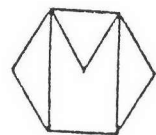
ข.



ค.



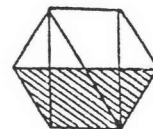
ง.



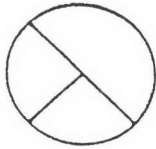
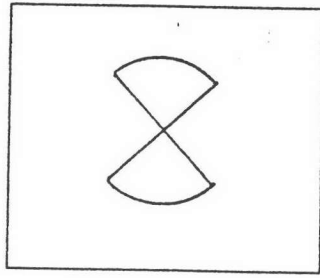
จ.

แนวคิดข้อ 2

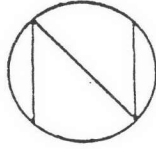
เมื่อแรเงาส่วนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป



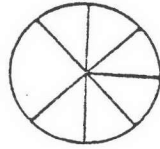
3)



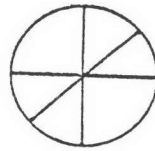
ก.



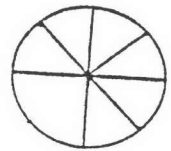
ข.



ค.



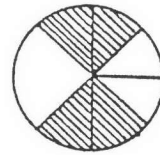
ง.



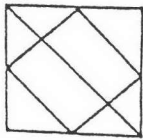
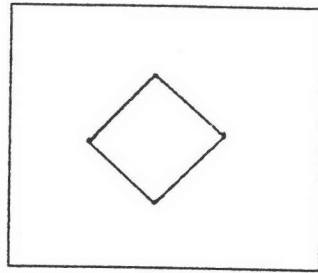
จ.

แนวคิดข้อ 3

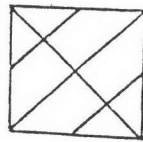
เมื่อแรเงาสวนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป



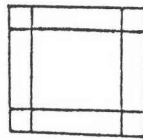
4)



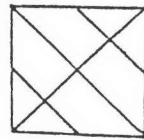
ก.



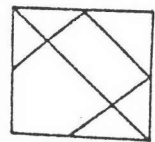
ข.



ค.



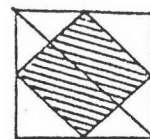
ง.



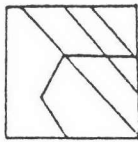
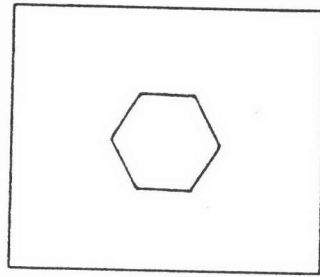
จ.

แนวคิดข้อ 4

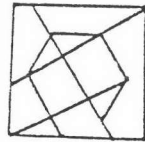
เมื่อแรเงาสวนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป



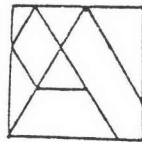
5)



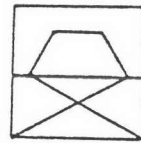
ก.



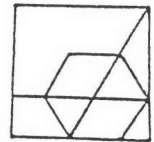
ข.



ค.



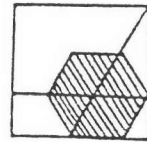
ง.



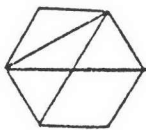
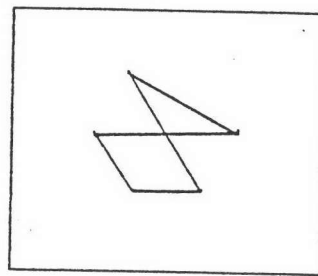
จ.

แนวคิดข้อ 5

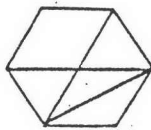
เมื่อแรเงาส่วนที่ซ่อนอยู่ในภาพให้เห็นชัดเจน จะได้ภาพดังรูป



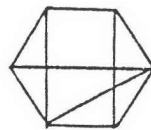
6)



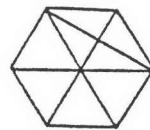
ก.



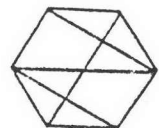
ข.



ค.

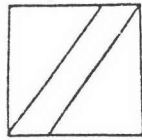
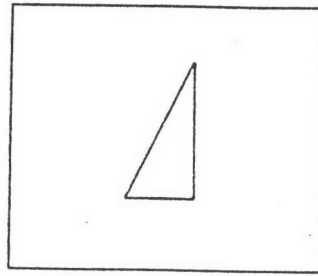


ง.

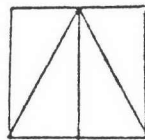


จ.

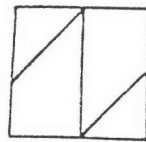
7)



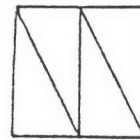
а.



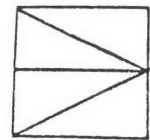
б.



в.

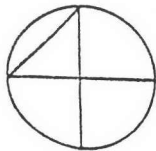
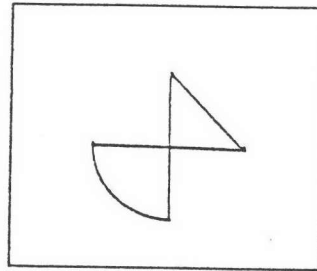


г.

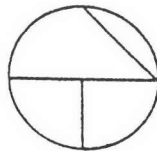


д.

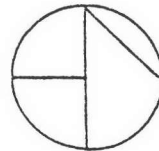
8)



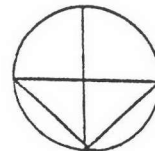
а.



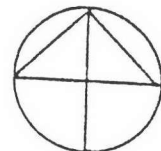
б.



в.

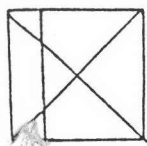
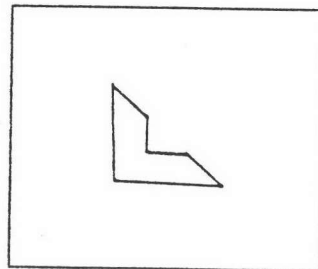


г.

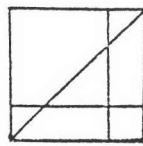


д.

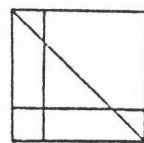
9)



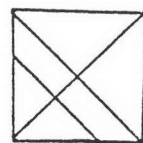
а.



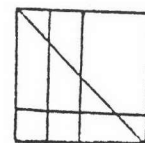
б.



в.

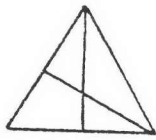
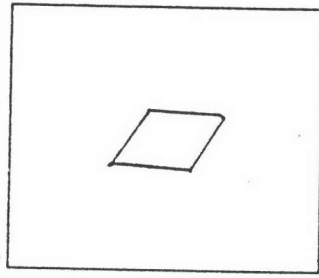


г.

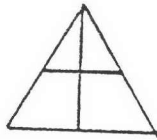


д.

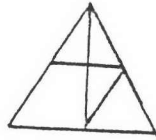
10)



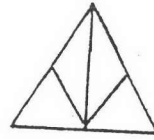
а.



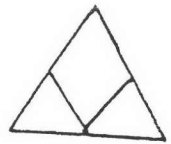
б.



в.



г.



д.



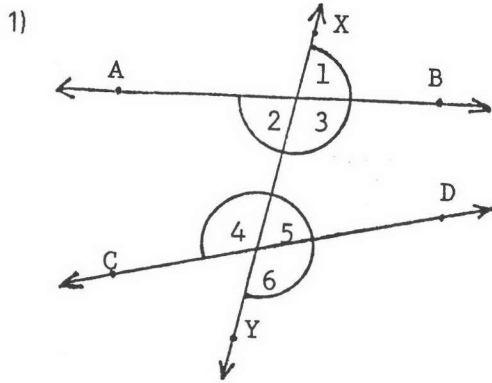
ภาคผนวก จ

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

แบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์
เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย
ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

คำชี้แจง

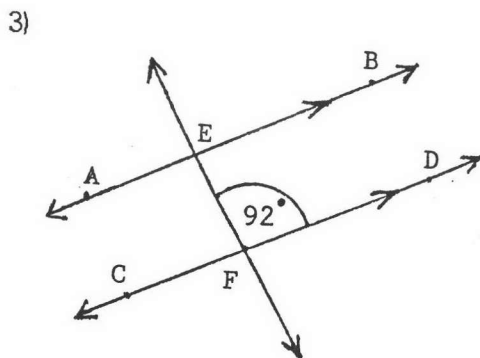
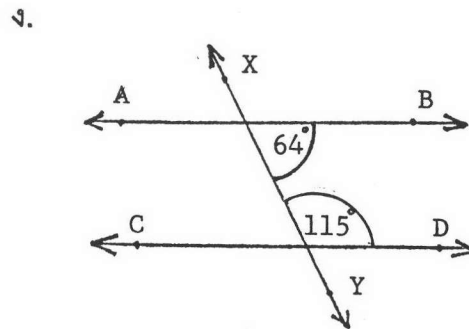
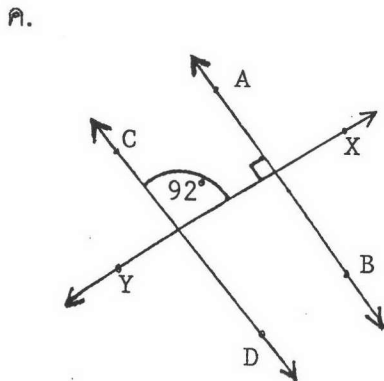
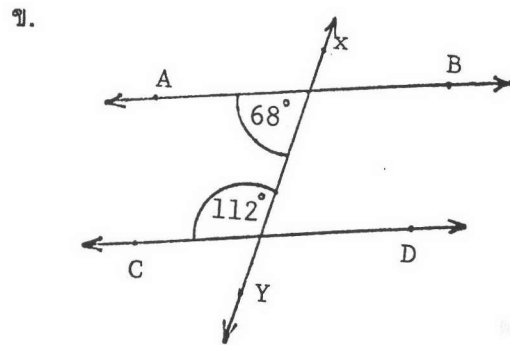
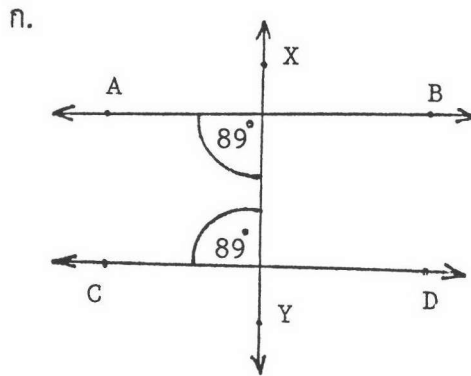
1. แบบทดสอบฉบับนี้เป็นแบบปรนัยเลือกคำตอบ 4 ตัวเลือก มีข้อสอบทั้งสิ้น 40 ข้อ
2. แบบทดสอบฉบับนี้ใช้เวลาในการทำ 50 นาที
3. ให้นักเรียนทำเครื่องหมาย × (กากบาท) ทับตัวเลือกที่ถูกต้องที่สุดเพียงคำตอบเดียวโดยทำลงในกระดาษคำตอบ
4. ถ้าต้องการเปลี่ยนคำตอบใหม่ ให้ทำเครื่องหมาย = ทับคำตอบเดิมที่ไม่ต้องการ แล้วทำเครื่องหมาย × (กากบาท) ทับตัวเลือกใหม่ที่ต้องการ
5. ถ้านักเรียนตอบถูกให้ 1 คะแนน ตอบผิดหรือไม่ตอบหรือตอบมากกว่า 1 คำตอบ ให้ 0 คะแนน
6. ห้ามนักเรียนเขียนข้อความหรือทำเครื่องหมายใด ๆ ลงในข้อสอบโดยเด็ดขาด
7. ขอให้นักเรียนทำข้อสอบทุกข้อในแบบทดสอบฉบับนี้อย่างเต็มความสามารถ
8. หากมีข้อสงสัยอื่นใด ให้ยกมือเรียกครูผู้คุมสอบแต่เพียงผู้เดียว
9. หลังสอบเสร็จแล้ว ให้นักเรียนส่งแบบทดสอบและกระดาษคำตอบคืนครูผู้คุมสอบ



จากรูปที่กำหนดให้ มุมคูใดเป็นมุมภายในที่อยู่
บนข้างเดียวกันของเส้นตัด XY

- ก. 1 และ 6
- ข. 2 และ 5
- ค. 2 และ 3
- ง. 2 และ 4

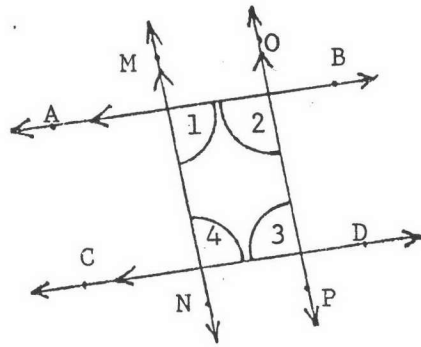
2) จากรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ ข้อใดที่ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ขนานกัน



จากรูป กำหนดให้ $AB \parallel CD$ และ $\hat{EFD} = 92$ องศา
มุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันกับ \hat{EFD} มีขนาด
เท่ากับกี่องศา

- ก. 88 องศา
- ข. 90 องศา
- ค. 92 องศา
- ง. 180 องศา

4)

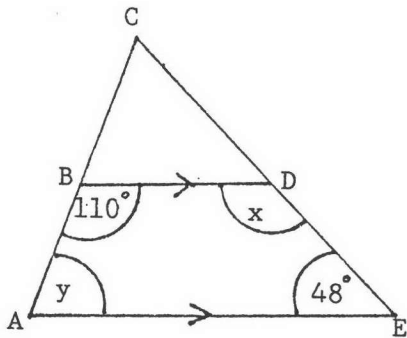


จากรูป ให้ $AB \parallel CD$ และ $MN \parallel OP$ ข้อใดสรุป

ถูกต้อง

- ก. $\hat{1} = \hat{2}$
- ข. $\hat{2} = \hat{3}$
- ค. $\hat{2} = \hat{4}$
- ง. $\hat{3} = \hat{4}$

5)



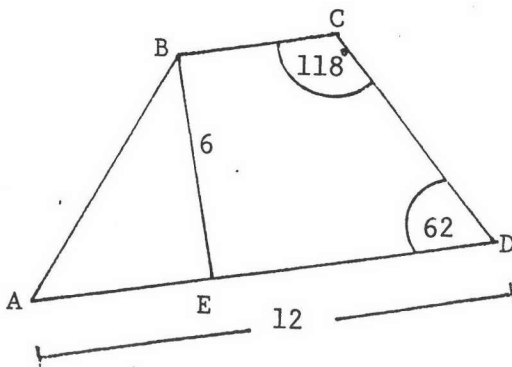
จากรูป กำหนดให้ $\overline{AE} \parallel \overline{BD}$ $\hat{A}BD = 120$ องศา

และ $\hat{A}ED = 48$ องศา

มุม X มีขนาดมากกว่ามุม Y กี่องศา

- ก. 42 องศา
- ข. 60 องศา
- ค. 68 องศา
- ง. 72 องศา

6)



จากรูป กำหนดให้ $BE \perp AD$ $BE = 6$ หน่วย

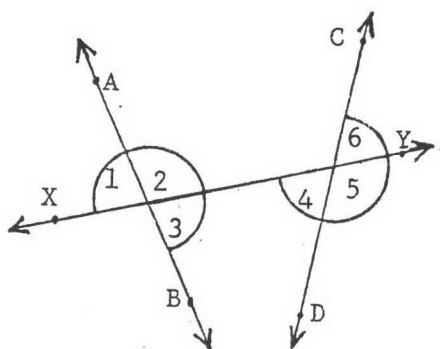
$BC = 4$ หน่วย $AD = 12$ หน่วย

$\hat{BCD} = 118$ องศา และ $\hat{CDE} = 62$ องศา

พื้นที่ $\square ABCD$ เท่ากับเท่าไร

- ก. 22 ตารางหน่วย
- ข. 48 ตารางหน่วย
- ค. 96 ตารางหน่วย
- ง. 144 ตารางหน่วย

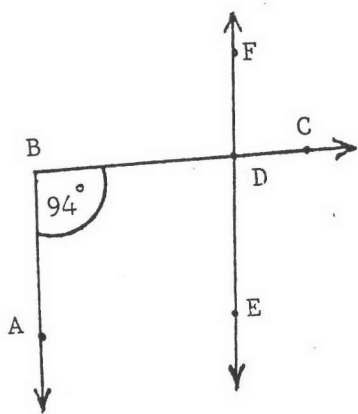
7)



จากรูปที่กำหนดให้ มุมคู่ใดเป็นมุมแย้ง

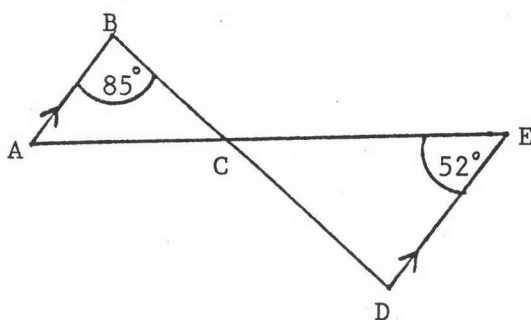
- ก. $\hat{1}$ และ $\hat{4}$
 ข. $\hat{1}$ และ $\hat{5}$
 ค. $\hat{2}$ และ $\hat{4}$
 ง. $\hat{3}$ และ $\hat{6}$

8)

จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = 94$ องศา \overleftrightarrow{EF} ตัด \overleftrightarrow{BC} ที่จุด D \overleftrightarrow{EF} จะขนานกับ \overleftrightarrow{BA} ก็ต่อเมื่อ \hat{BDF} มีขนาดเท่ากับกี่องศา

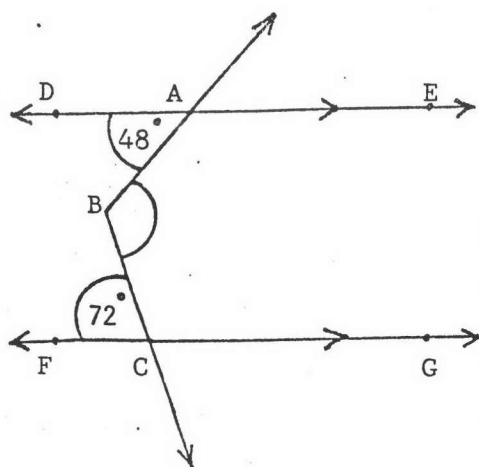
- ก. 86 องศา
 ข. 90 องศา
 ค. 94 องศา
 ง. 96 องศา

9)

จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ $\hat{ABC} = 85$ องศา และ $\hat{CED} = 52$ องศา ข้อใดสรุปถูกต้อง

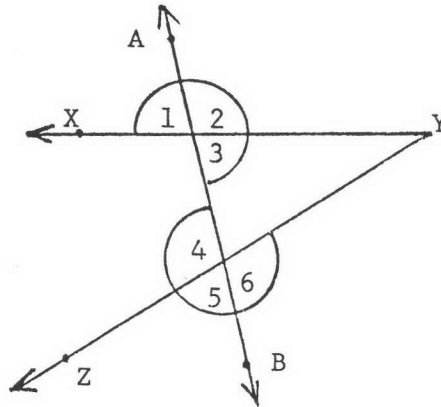
- ก. $\hat{ABC} + \hat{CDE} = 180$ องศา
 ข. $\hat{ACB} = 52$ องศา
 ค. $\hat{BAC} = \hat{CDE}$
 ง. $\hat{BAC} = 52$ องศา

10)

จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{DE} \parallel \overleftrightarrow{FG}$ $\hat{DAB} = 48$ องศา และ $\hat{FCB} = 72$ องศา \hat{ABC} มีขนาดเท่ากับกี่องศา

- ก. 108 องศา
 ข. 118 องศา
 ค. 120 องศา
 ง. 132 องศา

11)

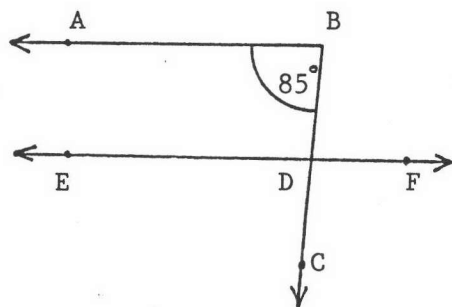


จากรูปที่กำหนดให้ มุมคูใดเป็นมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่บนข้างเดียวกันของเส้นตัด

- ก. $\hat{1}$ และ $\hat{4}$
 ข. $\hat{2}$ และ $\hat{6}$
 ค. $\hat{3}$ และ $\hat{5}$
 ง. $\hat{4}$ และ $\hat{6}$

- 12) ข้อใดกล่าวถึงความสัมพันธ์ระหว่างเส้นขนานกับมุมภายนอกและมุมภายใน
- ก. เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง ขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศาเสมอ
- ข. เส้นตรงเส้นหนึ่งตัดเส้นตรงคู่หนึ่ง มุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากันเสมอ
- ค. ถ้ามุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดมีขนาดเท่ากัน แล้วเส้นตรงคู่นั้นจะขนานกัน
- ง. เส้นตรงสองเส้นขนานกันก็ต่อเมื่อขนาดของมุมภายนอกและมุมภายในที่อยู่ตรงข้ามบนข้างเดียวกันของเส้นตัดรวมกันเป็น 180 องศา

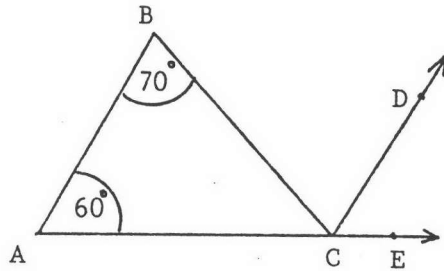
13)



จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = 85$ องศา \overleftrightarrow{EF} ตัด \overleftrightarrow{BC} ที่จุด D \overleftrightarrow{EF} จะขนานกับ \overleftrightarrow{BA} ก็ต่อเมื่อ \hat{CDE} มีขนาดเท่ากับกี่องศา

- ก. 80 องศา
 ข. 85 องศา
 ค. 90 องศา
 ง. 95 องศา

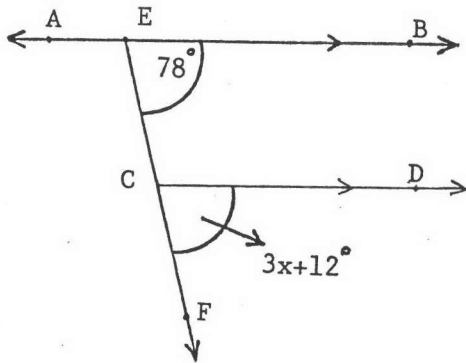
14)



จากรูป กำหนดให้ $\hat{A}BC = 70$ องศา และ $\hat{B}AC = 60$ องศา \overrightarrow{CD} จะขนานกับ \overline{AB} ก็ต่อเมื่อ $\hat{D}CE$ มีขนาดเท่ากับกี่องศา

ก. 50 องศา
 ข. 60 องศา
 ค. 70 องศา
 ง. 110 องศา

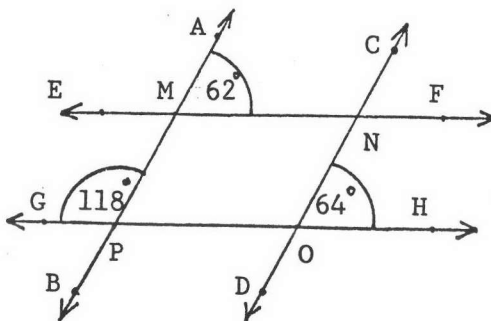
15)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ $\hat{B}EC = 78$ องศา และ $\hat{D}CF = 3x + 12^\circ$ x มีค่าเท่ากับเท่าไร

ก. 20 องศา
 ข. 22 องศา
 ค. 25 องศา
 ง. 30 องศา

16)

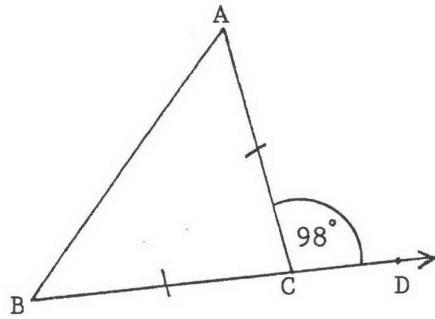


จากรูป กำหนดให้ $\hat{A}MF = 62$ องศา $\hat{G}PA = 118$ องศา และ $\hat{C}OH = 64$ องศา

ข้อใดสรุปถูกต้อง

ก. $EF \parallel GH$
 ข. $AB \parallel CD$
 ค. $\hat{M}ND = 62$ องศา
 ง. $\square MNOP$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านขนาน

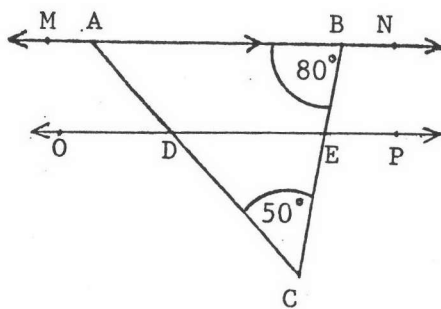
17)



จากรูป กำหนดให้ $AC = BC$ และ $\widehat{ACD} = 98$ องศา \widehat{ABC} มีขนาดกี่เท่ากับองศา

- ก. 44 องศา
- ข. 49 องศา
- ค. 50 องศา
- ง. 52 องศา

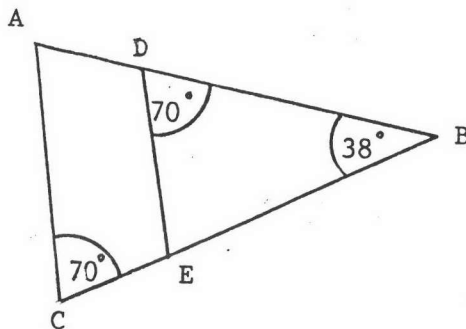
18)



จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{MN} \parallel \overleftrightarrow{OP}$ $\widehat{DCE} = 50$ องศา และ $\widehat{ABE} = 80$ องศา \widehat{ADO} มีขนาดเท่ากับกี่องศา

- ก. 40 องศา
- ข. 50 องศา
- ค. 60 องศา
- ง. 80 องศา

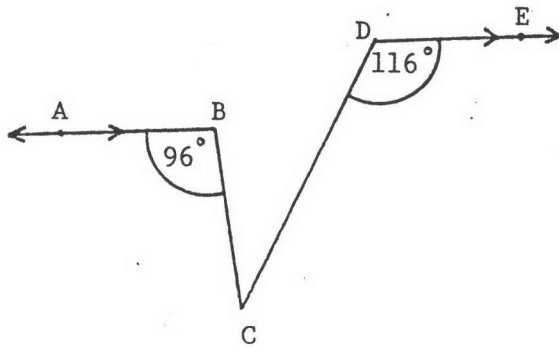
19)



จากรูป กำหนดให้ $\widehat{BDE} = \widehat{BCA} = 70$ องศา และ $\widehat{DBE} = 38$ องศา ข้อใดสรุปถูกต้อง

- ก. $AC \parallel DE$
- ข. 70 องศา
- ค. $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว
- ง. $\widehat{CAB} = \widehat{DEB}$

20)

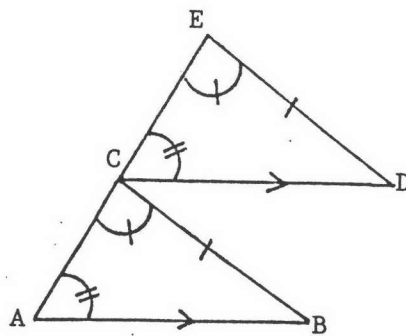


จากรูป กำหนดให้ $\vec{BA} \parallel \vec{DE}$ $\hat{CDE} = 116$ องศา

และ $\hat{ABC} = 96$ องศา \hat{BCD} มีขนาดเท่ากับ
กี่องศา

- ก. 26 องศา
- ข. 28 องศา
- ค. 32 องศา
- ง. 34 องศา

21)



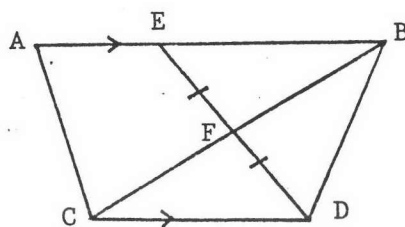
จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC \cong \triangle CDE$

$\hat{ACB} = \hat{CED}$ $\hat{CAB} = \hat{ECD}$ $CB = ED$ และ

$\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. $\hat{ABC} = \hat{CDE}$
- ข. $\hat{BCD} = \hat{CED}$
- ค. $\hat{ABC} = \hat{BCD}$
- ง. $\hat{BCD} = \hat{CDE}$

22)

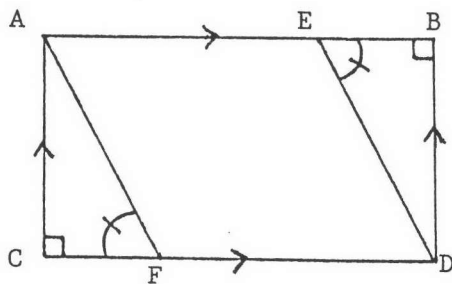


จากรูป กำหนดให้ $\vec{AB} \parallel \vec{CD}$ และ $EF = FD$

ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

- ก. $\hat{EBF} = \hat{DCF}$
- ข. $\triangle EBF \cong \triangle DCF$
- ค. $CF = FB$
- ง. $\hat{FEB} = \hat{FDB}$

23)



จากรูป กำหนดให้ $\square ABCD$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

และ $\hat{AFC} = \hat{DEB}$ ข้อใดกล่าวไม่ถูกต้อง

ก. $\triangle AFC \cong \triangle DEB$

ข. $\hat{AFC} = \hat{FAE}$

ค. $\hat{AFC} = \hat{EDF}$

ง. $\square AEDF$ เป็นรูปสี่เหลี่ยมด้านเท่า

24) ข้อใดเป็นนิยามของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่เท่ากันทุกประการ

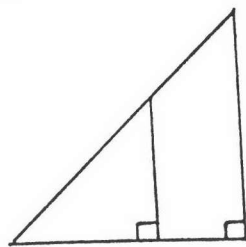
ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-ด้าน-มุม

ค. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน

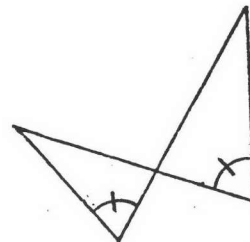
ง. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่มีขนาดของมุมเท่ากันสามคู่

25) รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่กำหนดให้ในแต่ละข้อ ข้อใดไม่เป็นรูปสามเหลี่ยมที่คล้ายกัน

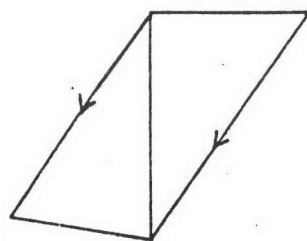
ก.



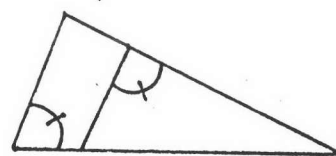
ข.



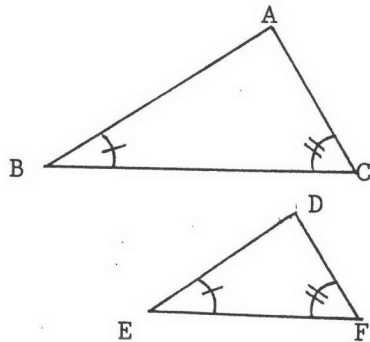
ค.



ง.



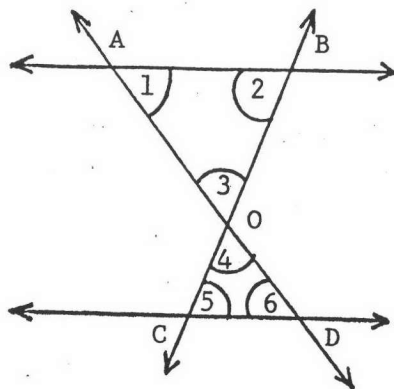
26)



จากรูป กำหนดให้ $\hat{A}BC = \hat{D}EF$ และ $\hat{B}CA = \hat{E}FD$ ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

- ก. $\hat{B}AC = \hat{E}DF$
 ข. $\triangle ABC \cong \triangle DEF$
 ค. $\triangle ABC \sim \triangle DEF$
 ง. ขนาดของมุมทั้งสามของ $\triangle ABC$ รวมกันได้เท่ากับขนาดของมุมทั้งสามของ $\triangle DEF$ รวมกัน

27)



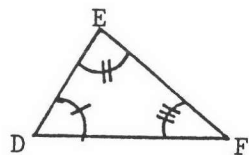
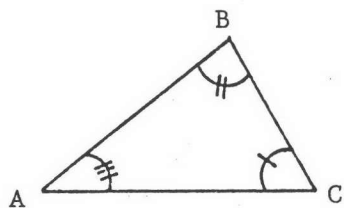
จากรูป กำหนดให้ $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$ ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

- ก. $\hat{1} = \hat{6}$
 ข. $\hat{2} = \hat{5}$
 ค. $\hat{3} = \hat{6}$
 ง. $\triangle ABO \sim \triangle DCO$

28) ข้อใดกล่าวถึงสมบัติของรูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกัน

- ก. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะเท่ากันทุกประการ
 ข. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะมีด้านที่ยาวเท่ากันทั้งสามด้าน
 ค. รูปสามเหลี่ยมสองรูปที่คล้ายกันจะมีความสัมพันธ์กันแบบ มุม-มุม-ด้าน
 ง. อัตราส่วนของความยาวของด้านคู่ที่อยู่ตรงข้ามมุมคู่นั้นที่มีขนาดเท่ากันจะเท่ากันทั้งสามอัตราส่วน

29)

จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle FED$

ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

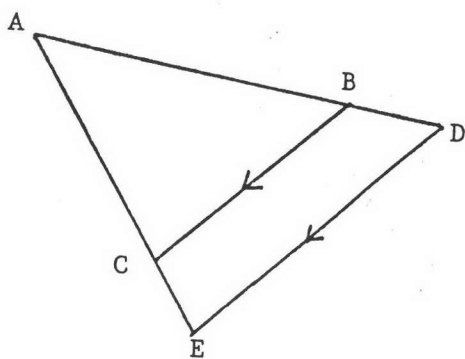
ก. $\frac{BC}{ED} = \frac{AC}{FD}$

ข. $\frac{AB}{AC} = \frac{FE}{FD}$

ค. $\frac{BC}{AC} = \frac{ED}{FD}$

ง. $\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF}$

30)

จากรูป กำหนดให้ $BC \parallel DE$ และ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ $\frac{AD}{AB}$ มีค่าเท่ากับข้อใด

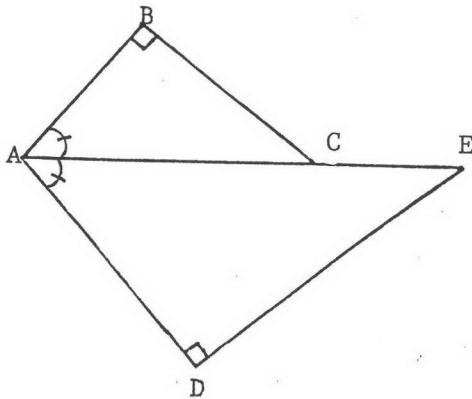
ก. $\frac{DE}{BC}$

ข. $\frac{AB}{AC}$

ค. $\frac{AD}{AC}$

ง. $\frac{BD}{CE}$

31)

จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC \sim \triangle ADE$ $\hat{BAC} = \hat{DAE}$ และ $\hat{ABC} = \hat{ADE} = 90$ องศา

ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

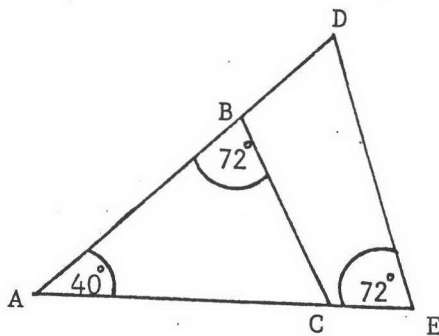
ก. $\hat{ACB} = \hat{AED}$

ข. $\triangle ABC$ และ $\triangle ADE$ มีขนาดของมุมเท่ากัน
สามคู่

ค. ด้าน BC สมัยกับด้าน AC

ง. ด้าน AB สมัยกับด้าน AD

32)

จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = \hat{AED} = 72$ องศาและ $\hat{DAE} = 40$ องศา ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

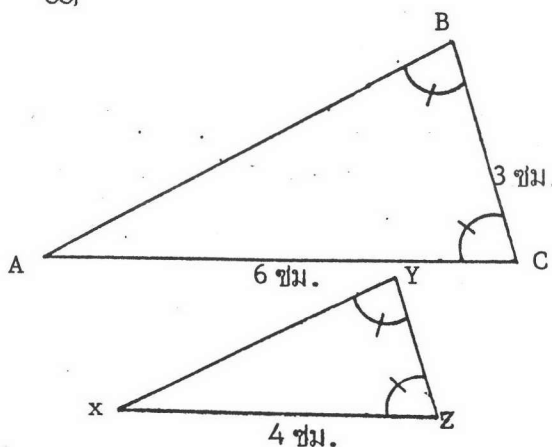
ก. $\hat{ACB} = \hat{ADE}$

ข. $\triangle ABC \sim \triangle AED$

ค. ด้าน AB สมัยกับด้าน AE

ง. $\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE}$

33)

จากรูป กำหนดให้ $\hat{ABC} = \hat{XYZ}$ $\hat{ACB} = \hat{XZY}$

AC = 6 เซนติเมตร BC = 3 เซนติเมตร

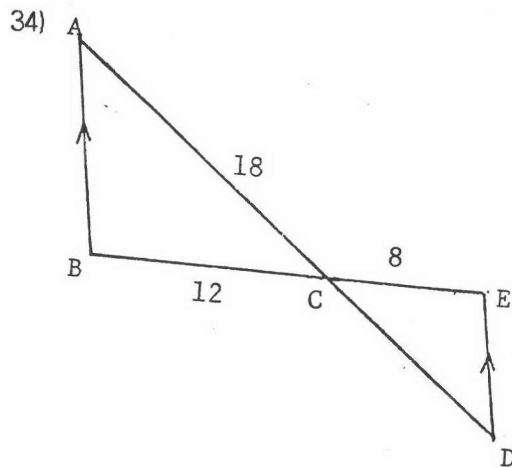
และ XZ = 4 เซนติเมตร ข้อใดสรุปไม่ถูกต้อง

ก. $\hat{BAC} = \hat{YXZ}$

ข. $\triangle ABC \sim \triangle XYZ$

ค. YZ = 2 เซนติเมตร

ง. AB : XY = 4 : 3



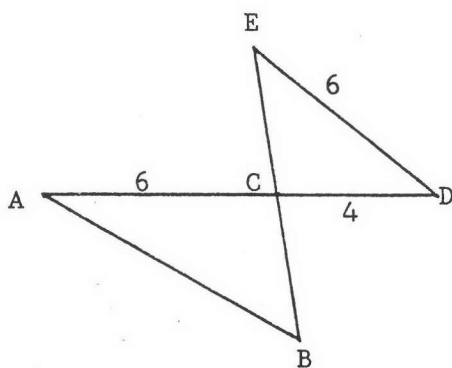
จากรูป กำหนดให้ $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ $AC = 18$ หน่วย

$BC = 12$ หน่วย และ $CE = 8$ หน่วย

\overline{CD} ยาวเท่าไร

- ก. 8 หน่วย
- ข. 10 หน่วย
- ค. 12 หน่วย
- ง. 14 หน่วย

35)

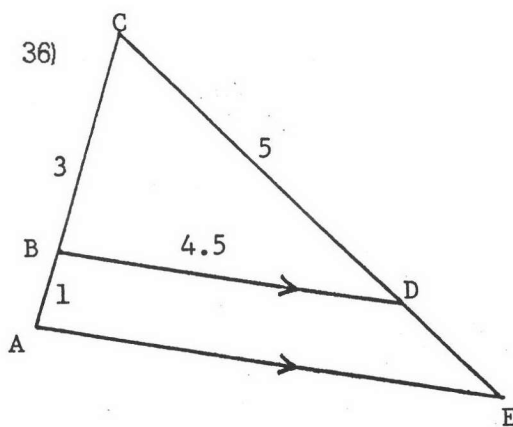


จากรูป กำหนดให้ $AC = 6$ หน่วย

$CD = 4$ หน่วย และ $ED = 6$ หน่วย

\overline{AB} ยาวเท่าไร

- ก. 8 หน่วย
- ข. 9 หน่วย
- ค. 10 หน่วย
- ง. หาไม่ได้ เพราะไม่ทราบว่า $\triangle ABC$ และ $\triangle DEC$ คล้ายกันหรือไม่



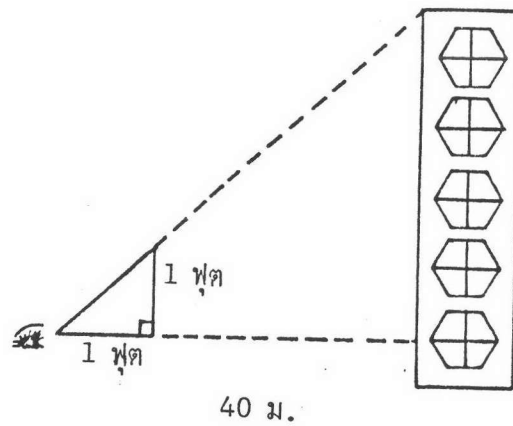
จากรูป กำหนดให้ $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$ $AB = 1$ หน่วย

$BC = 3$ หน่วย $BD = 4.5$ หน่วย และ

$CD = 5$ หน่วย AE ยาวเท่าไร

- ก. 5 หน่วย
- ข. 5.5 หน่วย
- ค. 6 หน่วย
- ง. 6.5 หน่วย

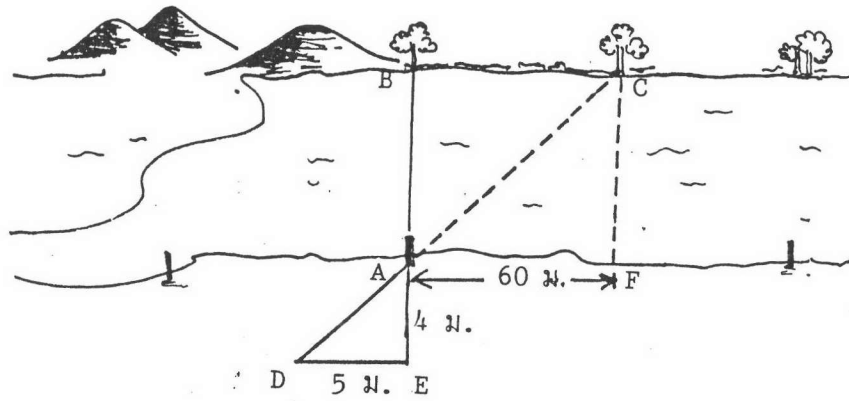
- 37) สมศักดิ์ยืนห่างจากตึกหลังหนึ่ง 40 เมตร ใช้กระดาษรูปสามเหลี่ยมมุมฉากเล็งดูจุดยอดของตึก ดังรูป ถ้าสมศักดิ์สูง 150 เซนติเมตร จงหาว่าตึกหลังนี้สูงเท่าไร



- ก. 40 เมตร
 ข. 41.5 เมตร
 ค. 43 เมตร
 ง. 45.5 เมตร
- 38) ชายคนหนึ่งสูง 6 ฟุต เงาของเขาทอดยาว 10 ฟุต ถ้าเสาไฟฟ้าต้นหนึ่งเกิดเงายาว 60 ฟุต จงหาว่าเสาไฟฟ้าต้นนี้สูงเท่าไร

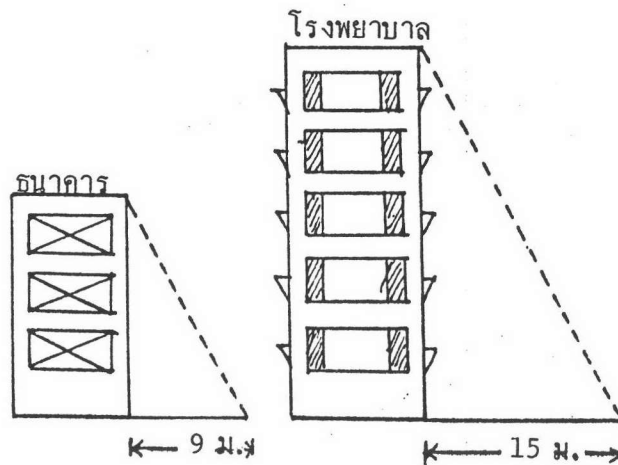
- ก. 30 ฟุต
 ข. 32 ฟุต
 ค. 36 ฟุต
 ง. 40 ฟุต

39) ชาลีใช้หลักไม้และต้นไม้ที่อยู่อีกฝั่งหนึ่งสร้างรูปสามเหลี่ยม ABC แล้วสร้างรูปสามเหลี่ยม AED ให้คล้ายกับรูปสามเหลี่ยม ABC ดังรูป จงหาว่าแม่น้ำสายนี้กว้างเท่าไร



- ก. 30 เมตร
- ข. 36 เมตร
- ค. 45 เมตร
- ง. 48 เมตร

40) ณ บริเวณใกล้ ๆ บ้านของจักรกฤษ เขาวัดความยาวของเงาของธนาคารที่ทอดไปตามพื้นได้ยาว 9 เมตร ในขณะที่วัดความยาวของเงาของโรงพยาบาลได้ยาว 15 เมตร ดังรูป ถ้าธนาคารสูง 18 เมตร จงหาว่าโรงพยาบาลสูงเท่าไร



- ก. 22 เมตร
- ข. 24 เมตร
- ค. 26 เมตร
- ง. 30 เมตร

เฉลยแบบทดสอบวัดผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนคณิตศาสตร์ (ค 204)

เรื่อง เส้นขนานและความคล้าย

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 2

ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ	ข้อที่	คำตอบ
1	ง	11	ก	21	ข	31	ค
2	ข	12	ค	22	ง	32	ง
3	ก	13	ข	23	ง	33	ง
4	ค	14	ข	24	ง	34	ค
5	ง	15	ข	25	ค	35	ง
6	ข	16	ก	26	ข	36	ค
7	ค	17	ข	27	ค	37	ข
8	ค	18	ข	28	ง	38	ค
9	ง	19	ง	29	ง	39	ง
10	ค	20	ค	30	ก	40	ง



ประวัติผู้เขียน

นางสาวกมลชนก พิพัฒน์ชัยนันท์ เกิดวันที่ 20 ตุลาคม พ.ศ.2511 ที่อำเภอเมือง
จังหวัดนครพนม สำเร็จการศึกษาปริญญาตรีศึกษาศาสตร์บัณฑิต (เกียรตินิยมอันดับสอง)
วิชาเอกคณิตศาสตร์ สาขาวิชาการมัธยมศึกษา คณะศึกษาศาสตร์ มหาวิทยาลัยขอนแก่น
ในปีการศึกษา 2532 และเข้าศึกษาต่อในหลักสูตรปริญญาครุศาสตรมหาบัณฑิต สาขาวิชา
การศึกษาคณิตศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย เมื่อปีการศึกษา 2536 ปัจจุบันรับราชการ
สังกัดกรมสามัญศึกษา กระทรวงศึกษาธิการ ที่โรงเรียนสา อำเภอเวียงสา จังหวัดน่าน