บทที่ 2
วิธีวิเคราะห์ระบบโครงสร้างกริด

2.1 ความนำ

ระบบโครงสร้างซึ่งทุกๆองค์อาคารและจุดต่อระหว่างองค์อาคารอยู่บนระนาบเดียวกัน และมีแรงกระทำตั้งฉากกับระนาบของโครงสร้างหรือมีโมเมนต์กระทำอยู่ในระนาบของโครงสร้างเรียกว่า Plane Grid โดยที่จุดต่อระหว่างองค์อาคารถูกพิจารณาให้มีความสามารถในการส่งผ่านแรงเฉือน โมเมนต์ดัด และโมเมนต์บิดได้

2.2 การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยวิธีการเปลี่ยนตำแหน่ง เริ่มต้นจากจำลองโครงสร้างจริงให้ประกอบด้วยชิ้นส่วนหลาย ๆ ชิ้นส่วนยึดติดต่อกันที่ขั้ว (Nodal Point) จากนั้นคำนวณหาสติฟเนสของแต่ละชิ้นส่วนโดยการสมมุติลักษณะการเปลี่ยนตำแหน่ง (Displacement Pattern) ขึ้นในแต่ละชิ้นส่วน ซึ่งจากการกำหนดลักษณะของการเปลี่ยนตำแหน่งนี้ จะทำให้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง ณ จุดต่าง ๆ ภายในชิ้นส่วนสามารถคำนวณได้ในเทอมของการเปลี่ยนตำแหน่งที่ขั้ว ดังสมการ

$$u = \{N\}\{r\} \qquad (2.1)$$

โดยที่ u = ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่จุดใดๆ ในชิ้นส่วนย่อย

$\{N\}$ = เวคเตอร์ของฟังก์ชั่นการเปลี่ยนตำแหน่ง

$\{r\}$ = เวคเตอร์ของค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ขั้ว

สมการ 2.1 แสดงความสัมพันธ์ของค่าการเปลี่ยนตำแหน่ง ณ จุดใด ๆ ในชิ้นส่วนย่อยกับค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ขั้ว จากนั้นค่าสติฟเนสของชิ้นส่วนย่อย (Element Stiffness) จะถูกคำนวณโดยอาศัยความสัมพันธ์ในสมการ 2.1 จะได้

$$[k_e] = \int [B]^T [D][B]\, dv \qquad (2.2)$$

โดยที่ $[k_e]$ = สติฟเนสแมททริกของชิ้นส่วนย่อย

$[B]$ = แมททริกแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับการเปลี่ยนตำแหน่ง

$[B]^T$ = Transpose ของ $[B]$

$[D]$ = แมททริกแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความเครียดกับแรงเค้น

ค่าสติฟเนสในแต่ละชิ้นส่วนที่คำนวณได้จากสมการ 2.2 ขึ้นอยู่กับขนาด ลักษณะและคุณสมบัติของแต่ละชิ้นส่วน โดยค่าสติฟเนสที่ได้จะมีแกนอยู่ในระดับชิ้นส่วนย่อย (Local Coordinate) ดังนั้นก่อนที่จะนำมารวมเป็นสติฟเนสของโครงสร้าง (Structural Stiffness) จำเป็นต้องทำการเปลี่ยนแกนให้อยู่ในแกนของโครงสร้าง (Global Coordinate) นั่นคือ

$$[k] = [T]^T [k_e][T] \qquad (2.3)$$

และ

$$[K] = \Sigma^N [k] \qquad (2.4)$$

โดยที่ $[k]$ = สติฟเนสแมททริกของชิ้นส่วนย่อยในระบบแกนของโครงสร้าง

$[T]$ = แมททริกของค่าการเปลี่ยนแกนจากแกนของโครงสร้างไปเป็นแกนของชิ้นส่วนย่อย

$[K]$ = สติฟเนสแมททริกของโครงสร้าง

Σ^N = ผลรวมจำนวน N ครั้ง

N = จำนวนชิ้นส่วนทั้งหมดในโครงสร้าง

การรวมสติฟเนสในสมการ 2.4 ใช้หลักการรวมโดยตรง (Direct Stiffness) จากนั้นสามารถเขียนระบบสมการสมดุลย์ (Equilibrium Equation System) ดังสมการ

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

$$[K]\{U\} = \{P\} \qquad (2.5)$$

โดยที่ $\{U\}$ = เวคเตอร์ของค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อ

$\{P\}$ = เวคเตอร์ของแรงกระทำที่ข้อ

การหาคำตอบจากสมการ 2.5 จำเป็นต้องแก้ไขค่าสติฟเนสให้สอดคล้องกับสภาพที่แท้จริงของโครงสร้างก่อน โดยการเปลี่ยนค่าสติฟเนสตามข้อต่าง ๆ ที่เป็นฐานรองรับให้มีสภาพตรงกับสภาพของฐานรองรับจริง จากนั้นสามารถหาคำตอบของค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อ ได้เป็น

$$\{U\} = [K]^{-1}\{P\} \qquad (2.6)$$

เมื่อได้ค่าการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อแล้วสามารถคำนวณหาแรงเค้นโดยอาศัยความสัมพันธ์

$$\{g\} = [D][B]\{r\} \qquad (2.7)$$

โดยที่ $\{g\}$ = เวคเตอร์ของแรงเค้น

สำหรับโครงสร้าง Plane Grid ซึ่งลักษณะการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อของแต่ละองค์อาคารซึ่งสอดคล้องกับการเปลี่ยนตำแหน่งที่ข้อขององค์อาคารในโครงสร้างจริงเป็นการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากแรงเฉือน การเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากโมเมนต์ และการเปลี่ยนตำแหน่งเนื่องจากโมเมนต์บิด ดังนั้นระบบสมการสมดุลย์ในสมการ 2.5 จะประกอบด้วยสมการสมดุลย์มีจำนวนเท่ากับจำนวนค่าการเปลี่ยนตำแหน่งอิสระที่ข้อทั้งหมดในโครงสร้าง ซึ่งมีจำนวนมากในระบบโครงสร้างจริงทั่ว ๆ ไป จึงได้มีการพัฒนาโปรแกรมเพื่ออาศัยเครื่องคอมพิวเตอร์ช่วยในการหาคำตอบของสมการดังกล่าว

2.3 การจำลองโครงสร้างสะพานคอนกรีต

การวิเคราะห์โครงสร้างโดยอาศัยแนวทางโครงสร้างกริด จะพิจารณาให้โครงสร้างสะพานคอนกรีตที่สร้างขึ้นจริงเป็นโครงสร้างจำลองซึ่งประกอบด้วยองค์อาคาร 1 มิติหลาย ๆ องค์อาคารยึดรั้งกัน ณ จุดต่อเป็นโครงสร้างกริดระนาบ ตำแหน่งและขนาดหน้าตัดประสิทธิผลขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองจะถูกกำหนดแตกต่างกันออกไปแล้วแต่ลักษณะของโครงสร้างจริง โดยที่การกำหนดตำแหน่งและขนาดหน้าตัดประสิทธิผลขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองยึดสมมุติฐานเบื้องต้นที่กล่าวว่า เมื่อจุดต่อใด ๆ ในโครงสร้างจำลองเกิดการเปลี่ยนตำแหน่งสอดคล้องกับจุดนั้น ๆ ในโครงสร้างจริง ความแข็งแรงขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองจะทำให้เกิดแรงซึ่งสอดคล้องกับแรงที่เกิดขึ้นในโครงสร้างจริง Hambly (7) แสดงให้เห็นว่าแรงที่เกิดขึ้นในโครงสร้างจำลองแบบกริด สามารถแทนพฤติกรรมในช่วงอีลาสติคของโครงสร้างจริง ณ ตำแหน่งที่สอดคล้องกันทั้งในกรณีของโครงสร้างสะพานแบบพื้น-คาน และโครงสร้างสะพานรูปกล่อง

2.3.1 ตำแหน่งและขนาดหน้าตัดประสิทธิผลขององค์อาคารสำหรับโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบพื้น-คาน

ในระบบโครงสร้างสะพานชนิดที่ประกอบด้วยคานและแผ่นพื้น ภายใต้น้ำหนักกระทำคานและแผ่นพื้นจะมีพฤติกรรมร่วมกันในลักษณะคานรูปตัวที โดยมีคานเป็นแผ่นเอว และมีพื้นเป็นแผ่นปีก AASHTO(8) เสนอให้พิจารณาส่วนของแผ่นพื้นซึ่งจะมีนัยสำคัญในการต้านแรงกระทำร่วมกับคานที่แผ่นพื้นนั้น ๆ หล่อติดอยู่ โดยพิจารณาให้ความกว้างประสิทธิผลของแผ่นพื้นที่จะเป็นปีกของคานรูปตัวทีมีค่าไม่มากกว่า

1. หนึ่งในสี่เท่าของความยาวช่วงพาดของสะพาน
2. ระยะห่างระหว่างคาน
3. ความหนาแผ่นเอวของคานบวกด้วย 16 เท่าความหนาของแผ่นพื้นสำหรับหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กอัดแรง หรือความหนาแผ่นเอวของคานบวกด้วย 12 เท่าของความหนาของแผ่นพื้นสำหรับหน้าตัดคานคอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดา

รูปที่ 2.1 แสดงรูปร่างของโครงสร้างสะพานที่สร้างขึ้นจริง ประกอบด้วยแผ่นพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กหล่อยึดกับคานทางยาวคอนกรีตอัดแรง และคานคอนกรีตเสริมเหล็กขวางเป็นระยะๆ เพื่อยึดคานทางยาวแต่ละตัวให้ทำหน้าที่พร้อมกัน โครงสร้างสะพานดังกล่าวมีฐานรองรับอย่างง่าย (Simply Support) ที่ปลายทั้งสองข้าง รูปที่ 2.2 แสดงรูปตัดขวางของโครงสร้างจริง จากลักษณะของโครงสร้างดังกล่าว การศึกษาในอดีตพบว่าองค์อาคารที่เหมาะสมในโครงสร้างจำลองควรอยู่ในตำแหน่งเดียวกันกับคานในโครงสร้างจริง โดยที่หน้าตัดขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองประกอบด้วยหน้าตัดของคานในโครงสร้างจริงกับแผ่นพื้นบางส่วน ลักษณะของโครงสร้างจำลองแสดงในรูปที่ 2.3 โดยมีองค์อาคารหลักขนานกับแกน X และองค์อาคารขวางตั้งฉากกับองค์อาคารหลัก ณ ตำแหน่งของคานทางขวางในโครงสร้างจริง

เพื่อที่จะใช้วิธีสติฟเนสวิเคราะห์โครงสร้างจำลองซึ่งจำเป็นต้องทราบคุณสมบัติของแต่ละองค์อาคารก่อน คุณสมบัติดังกล่าวได้แก่ Flexural และ Torsional Rigidity โดยที่การคำนวณค่า Flexural constant,I ของแต่ละองค์อาคารในโครงสร้างจำลองจะคำนวณรอบแกนศูนย์ถ่วงของแต่ละหน้าตัดของโครงสร้างจริง (ภาคผนวก ก) สำหรับค่า Torsional constant,J คำนวนจากสมการ 2.8 (9)

$$J = \underline{k}bt^3 \qquad (2.8)$$

โดยที่ b = ความกว้างของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

t = ความหนาของหน้าตัดรูปสี่เหลี่ยมผืนผ้า

$\underline{k}$ = ค่าสัมประสิทธิ์ขึ้นกับรูปร่างของหน้าตัด มีค่าเท่ากับ

$[1-0.63(t/b)(1-t^4/12b^4)]/3$

2.3.2 <u>ตำแหน่งและขนาดหน้าตัดประสิทธิผลขององค์อาคารสำหรับโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบรูปกล่อง</u>

จากการศึกษาพฤติกรรมของโครงสร้างสะพานรูปกล่องภายใต้น้ำหนักกระทำ โดยอาศัยแนวทางโครงสร้างกริด พบว่าพฤติกรรมของโครงสร้างสะพานรูปกล่องสามารถอธิบายได้

ด้วยแรงภายในองค์อาคารของโครงสร้างจำลองที่อยู่บนระนาบของแกนหลักของหน้าตัดทั้งหมด (ภาคผนวก ก) โดยให้องค์อาคารทางยาวในโครงสร้างจำลองอยู่ตรงตำแหน่งแผ่นเอวในโครงสร้างจริง และพบอีกว่าการจำลองให้โครงสร้างจำลองมีองค์อาคารทางขวางหลาย ๆ องค์อาคารในตำแหน่งที่ดี ๆ จะให้ผลที่ดีกว่าการจำลองให้มีองค์อาคารทางขวางจำนวนน้อยและอยู่ห่าง ๆ กัน โดยสรุปองค์อาคารทางขวางในโครงสร้างจำลองควรมีระยะห่างกันไม่เกิน 1/4 เท่าของความยาวช่วงพาดของสะพาน และในกรณีที่โครงสร้างสะพานรูปกล่องประกอบด้วยแผ่นครีบทางขวาง องค์อาคารทางขวางในโครงสร้างจำลองควรอยู่ตรงตำแหน่งของแผ่นครีบทางขวางนั้น ๆ รูปที่ 2.6 และ 2.7 แสดงลักษณะรูปร่างของโครงสร้างสะพานรูปกล่องซึ่งมีฐานรองรับอย่างง่ายและมีแผ่นครีบแข็งเกร็งที่ฐานรองรับทั้งสองข้าง รูปที่ 2.8 และ 2.9 แสดงตำแหน่งและหน้าตัดประสิทธิผลขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองซึ่งมีองค์อาคารทางยาวอยู่ตรงตำแหน่งแผ่นเอวของโครงสร้างจริง และมีองค์อาคารทางขวางที่ทุก ๆ ระยะ L/8 ของช่วงพาดของสะพาน สำหรับค่า Flexural Constant ขององค์อาคารทางยาวในโครงสร้างจำลองจะคำนวณรอบแกนศูนย์ถ่วงของหน้าตัดของโครงสร้างจริง ส่วนค่า Flexural Constant ของชิ้นส่วนทางขวางเมื่อไม่มีแผ่นครีบ คำนวณได้จากสมการ 2.9

$$I_y = h^2 d_t d_b/(d_t + d_b) \text{ ต่อหนึ่งหน่วยความกว้างของแผ่นพื้น} \qquad (2.9)$$

โดยที่ h = ระยะระหว่างระนาบกึ่งกลางความหนาของแผ่นพื้นด้านบนและล่าง

d_t = ความหนาของแผ่นพื้นด้านบน

d_b = ความหนาของแผ่นพื้นด้านล่าง

สำหรับค่า Torsional Constant , J ขององค์อาคารทางยาวหรือทางขวางในโครงสร้างจำลองคำนวณจากสมการ 2.10

$$J = 2\, h^2 d_t d_b/(d_t + d_b) \text{ ต่อหนึ่งหน่วยความกว้าง} \qquad (2.10)$$

และพื้นที่หน้าตัดรับแรงเฉือนขององค์อาคารทางยาวคือพื้นที่หน้าตัดของแผ่นเอวในโครงสร้างจริง ในขณะที่พื้นที่หน้าตัดรับแรงเฉือนขององค์อาคารทางขวางคำนวณจากสมการ 2.11

$$a_s = (d_t^3 + d_b^3)[d_w^3 l/(d_w^3 + (d_t^3 + d_b^3)h)E/l^2 G$$

ต่อหนึ่งหน่วยความกว้างของแผ่นพื้น (2.11)

โดยที่ a_s = พื้นที่หน้าตัดรับแรงเฉือนขององค์อาคารทางขวาง

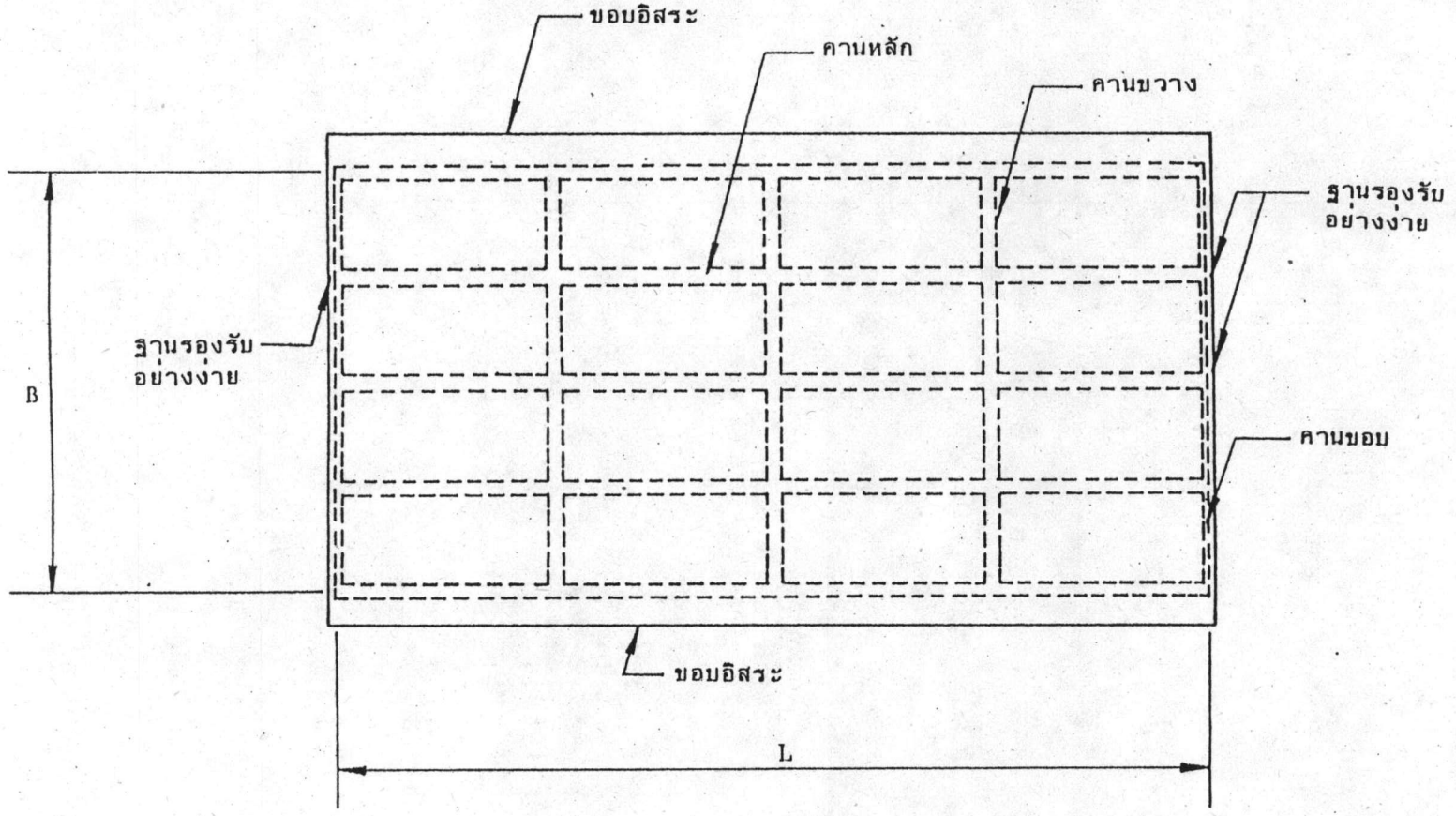
d_w = ความหนาของแผ่นเอว

l = ระยะระหว่างแผ่นเอว

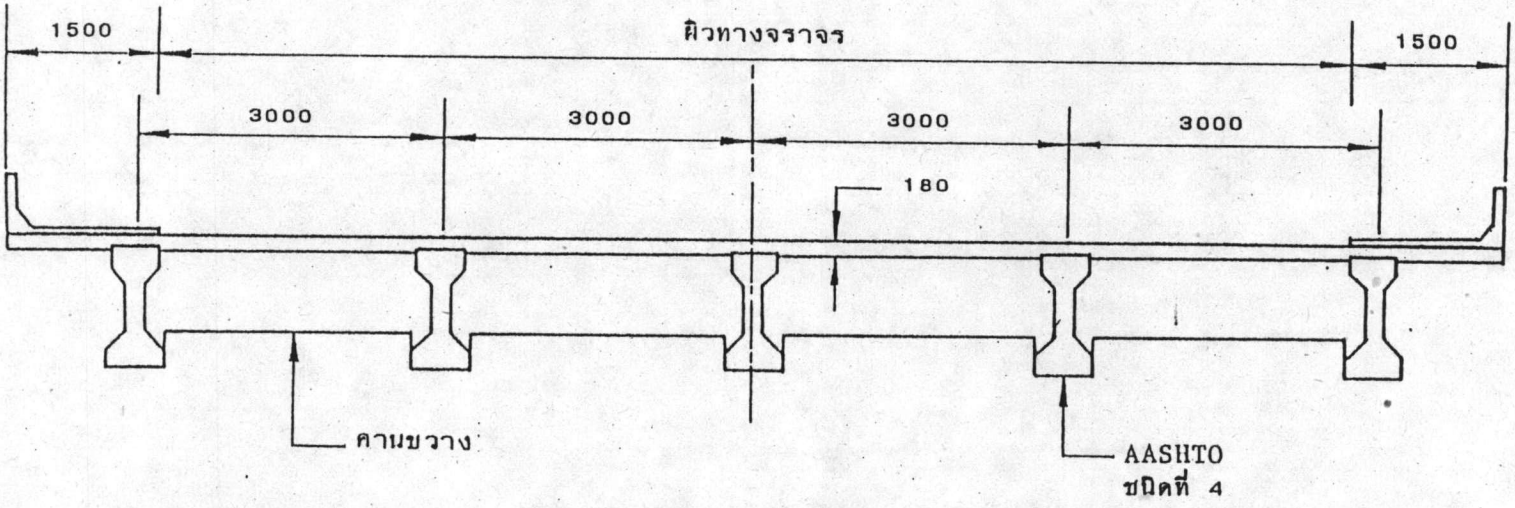
E = โมดูลัสของความยืดหยุ่น

G = โมดูลัสของแรงเฉือน

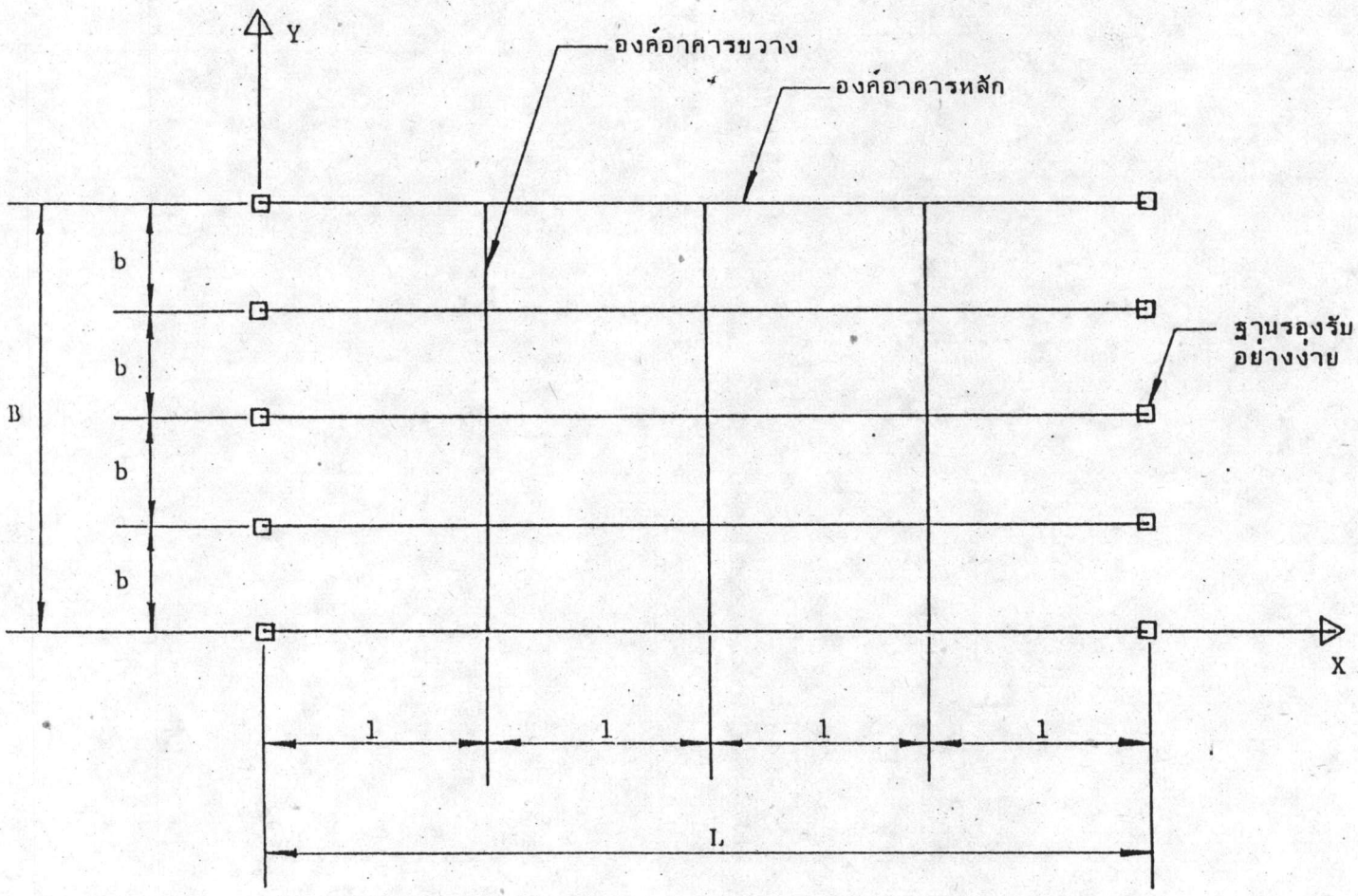
ในกรณีที่โครงสร้างสะพานรูปกล่องประกอบด้วยแผ่นครีบ คุณสมบัติขององค์อาคารทางขวางจะถูกรวมด้วยคุณสมบัติของแผ่นครีบ โดยคิดแผ่นครีบเป็นชิ้นส่วนหน้าตัดตัน



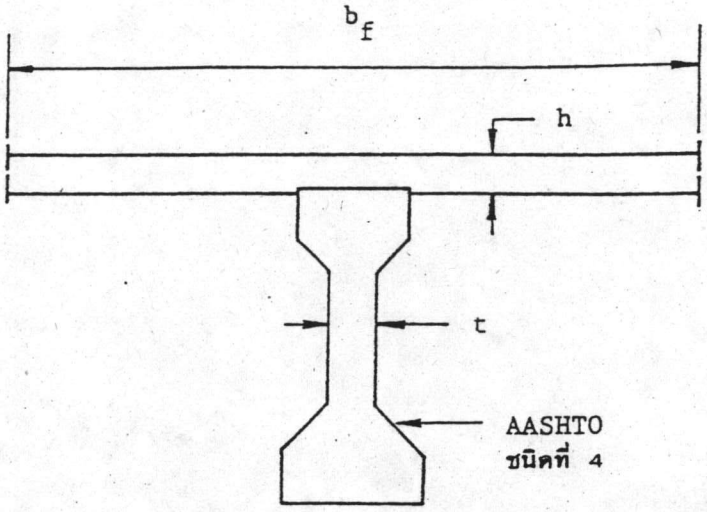
รูปที่ 2.1 รูปแปลนของโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบพื้น-คาน



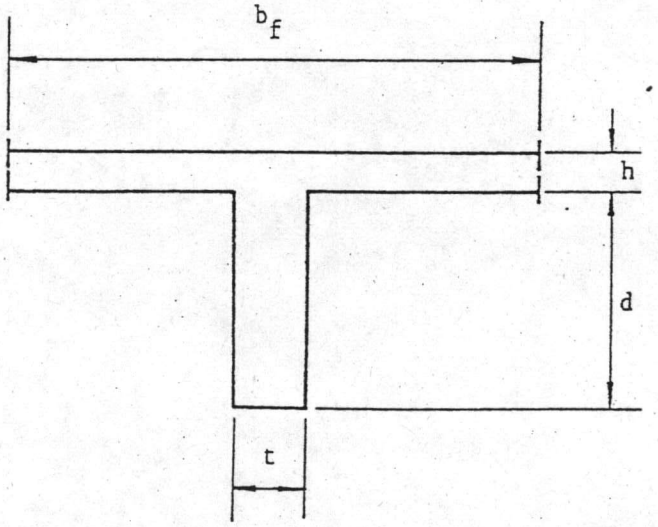
รูปที่ 2.2 รูปตัดขวางของโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบพื้น-คาน



รูปที่ 2.3 ตำแหน่งขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองที่จำลองจากโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบพื้น-คาน

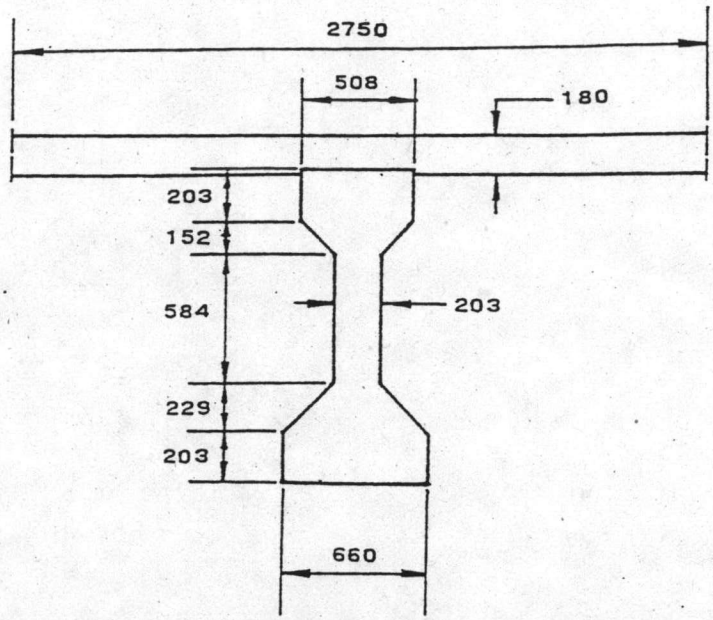


องค์อาคารทางยาว

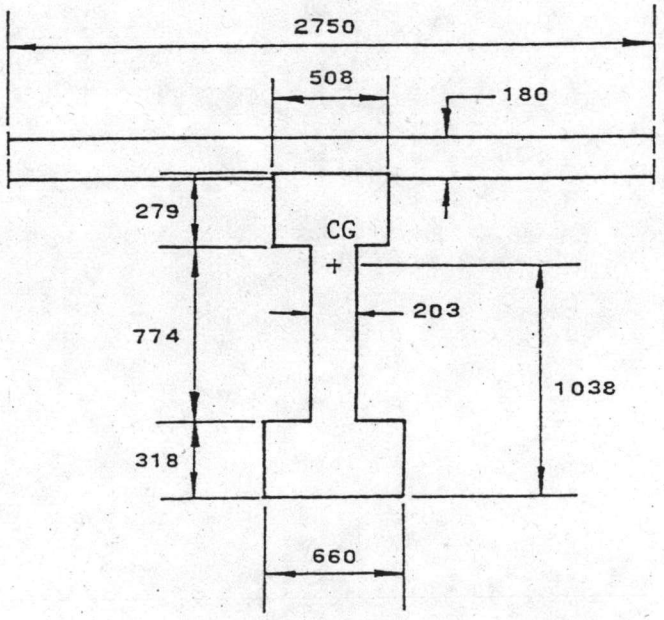


องค์อาคารทางขวาง

รูปที่ 2.4 การจำลององค์อาคารในระบบโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบพื้น-คาน.



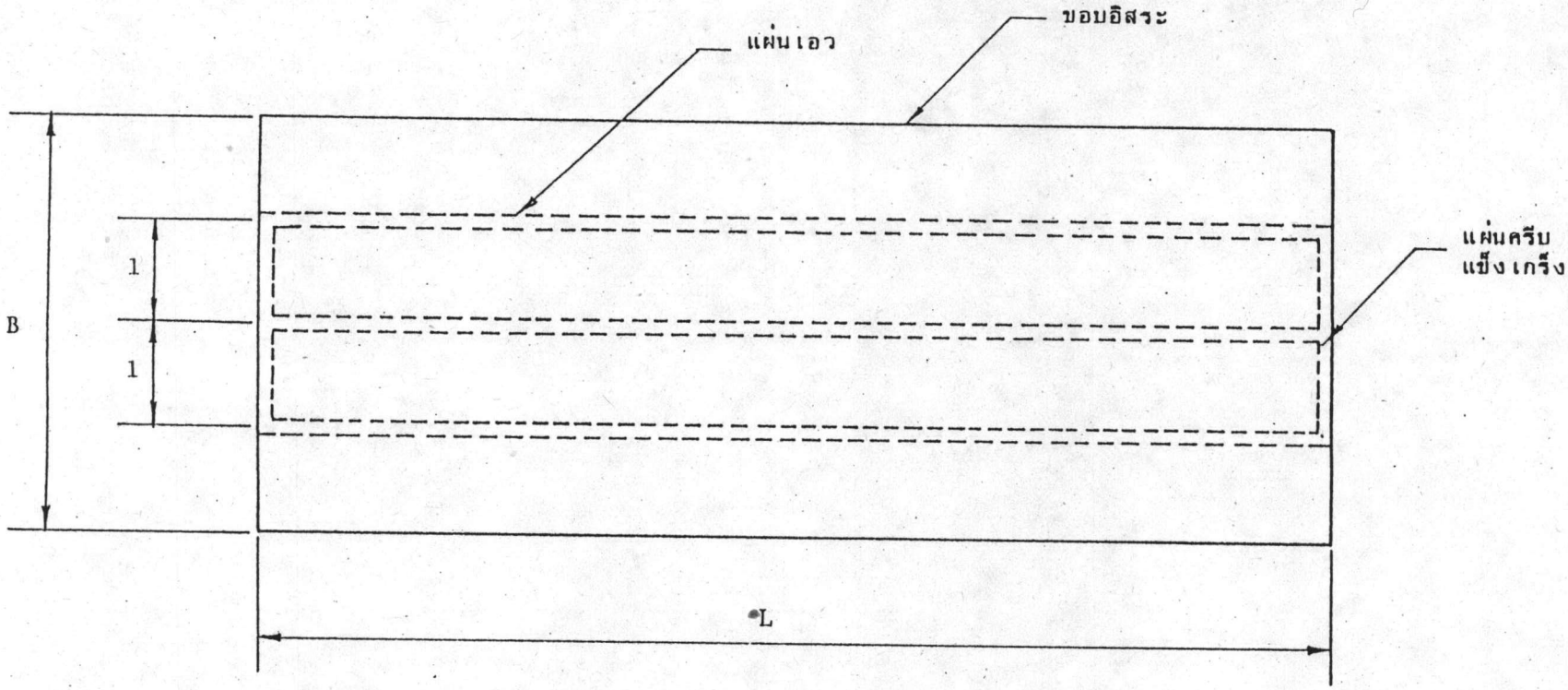
หน้าตัดแท้จริง



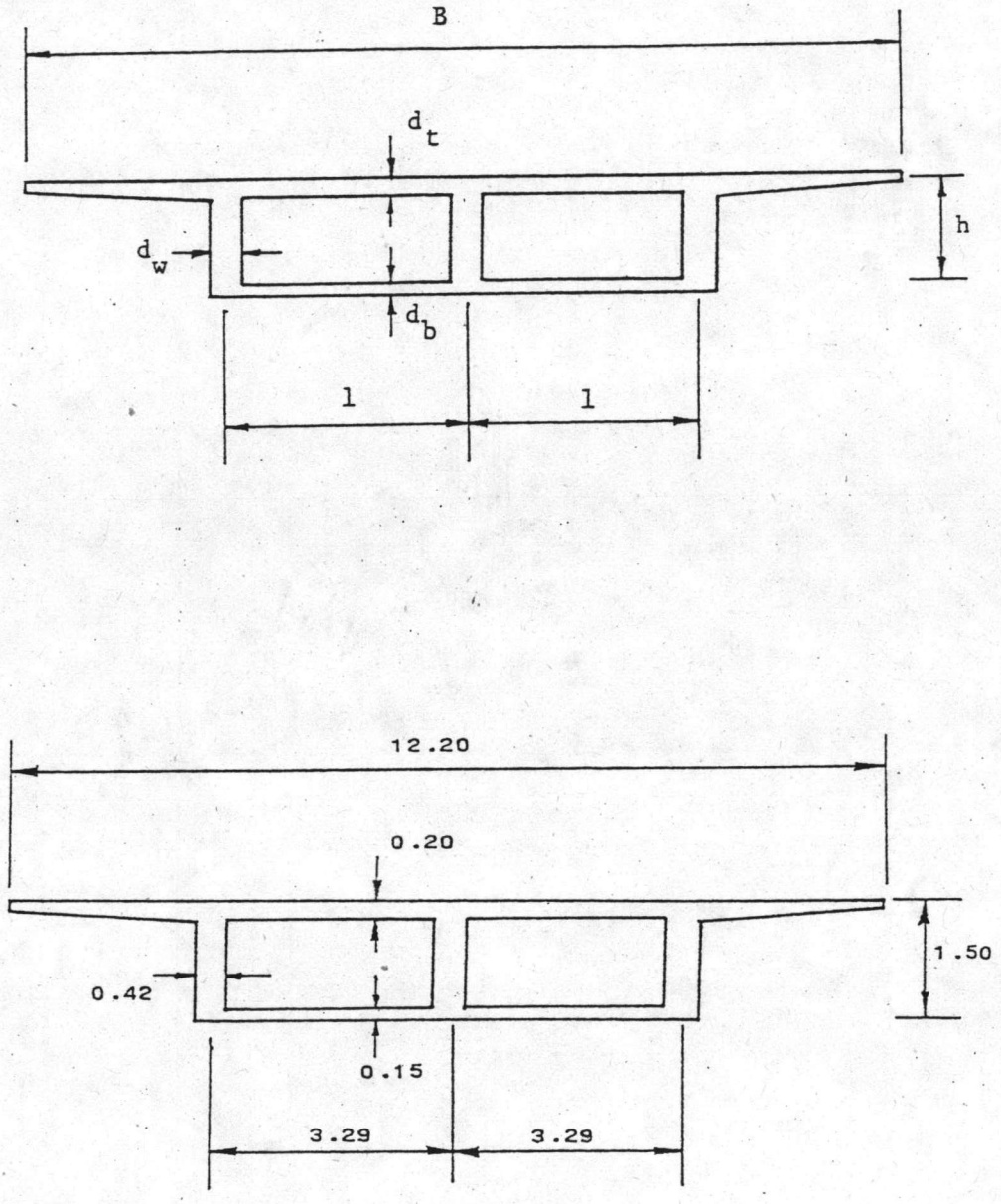
หน้าตัดสมมุติ

รูปที่ 2.5 ขนาดหน้าตัดประสิทธิผลในโครงสร้างจำลอง

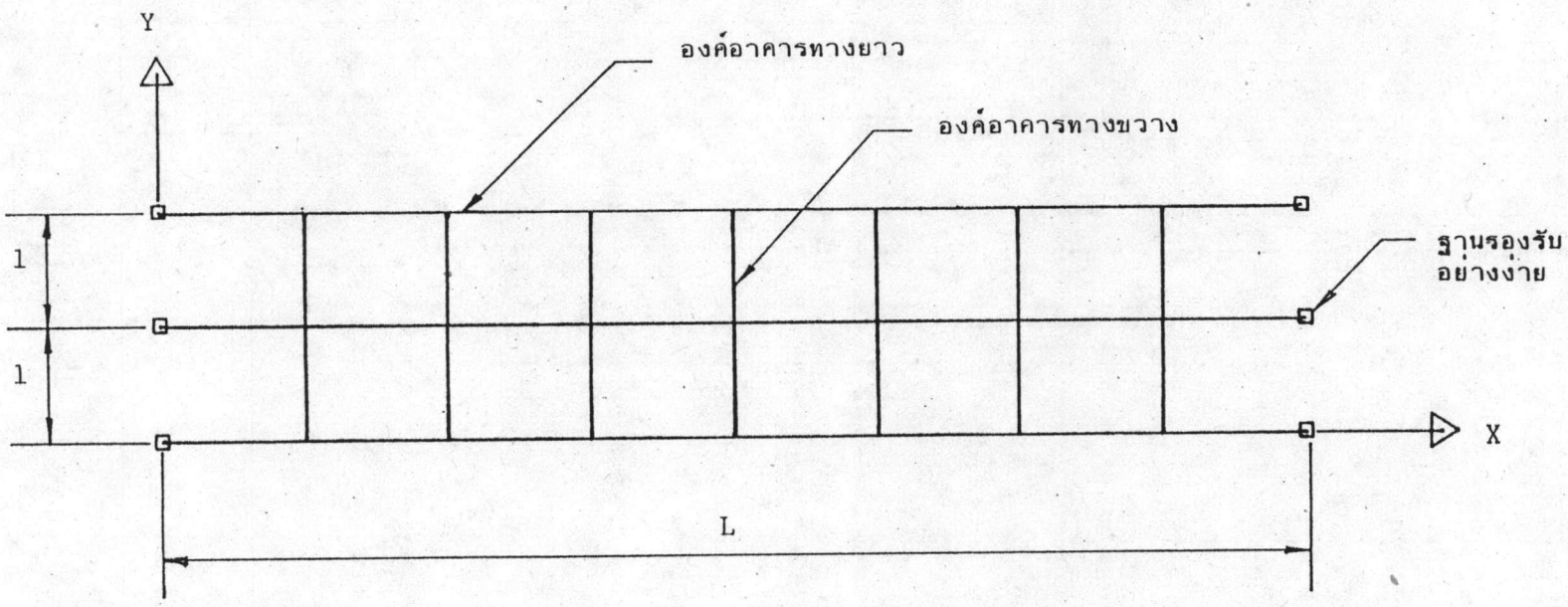
015699



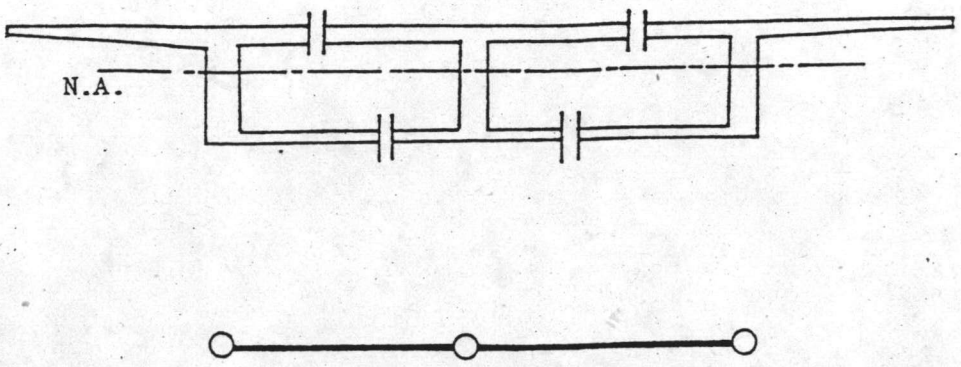
รูปที่ 2.6 รูปแปลนของโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบรูปกล่อง



รูปที่ 2.7 รูปตัดขวางของโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบรูปกล่อง



รูปที่ 2.8 ตำแหน่งขององค์อาคารในโครงสร้างจำลองที่จำลองจาก
โครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบรูปกล่อง



รูปที่ 2.9 การจำลององค์อาคารในระบบโครงสร้างสะพานคอนกรีตแบบรูปกล่อง.