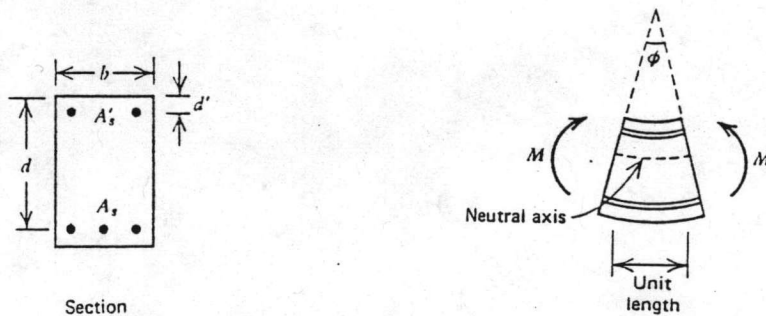


## บทที่ 5

### การหาค่าอัตราส่วนความเหนียวของโครงสร้าง

ความเหนียวของโครงสร้าง คือความสามารถของโครงสร้างที่จะยืดหด เปลี่ยนรูปต่อไปอีก หลังจากที่ผ่านมาช่วงอีลาสติกแล้ว โดยที่ยังคงรักษากำลังคลาก (yield strength) หรือส่วนใหญ่ของกำลังคลากไว้ได้ ความเหนียวของโครงสร้างสามารถกำหนดได้ด้วยดรรชนีตัวหนึ่ง เรียกว่า อัตราส่วนความเหนียว (ductility ratio) ซึ่งสามารถหาได้จากการเปรียบเทียบค่าต่าง ๆ ได้หลายแบบ ดังนี้ คืออัตราส่วนระหว่างระยะโก่งมากที่สุดต่อระยะโก่งคลาก, อัตราส่วนของมุมหมุน (rotation) มากที่สุดต่อค่ามุมหมุนคลาก เป็นต้น ซึ่งในงานวิจัยนี้จะหาค่าอัตราส่วนความเหนียวจากอัตราส่วนอันหลังนี้

#### 5.1 อัตราส่วนความเหนียวของคาน

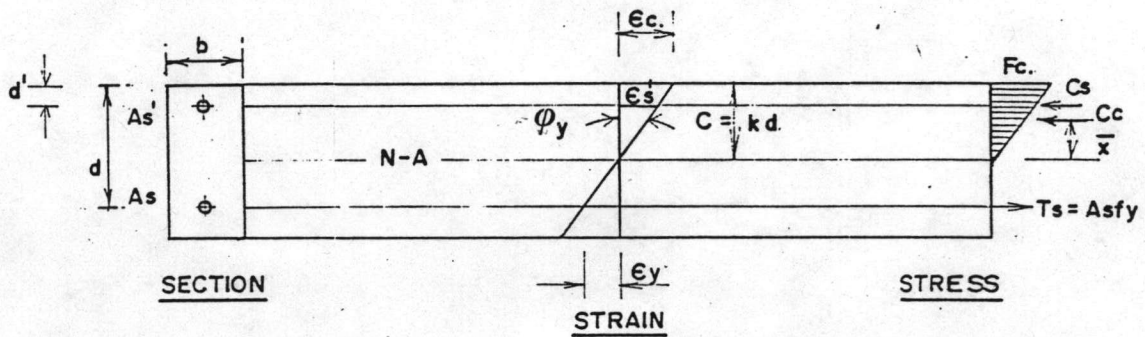


รูปที่ 5.1 หนึ่งหน่วยความยาวของคานภายใต้แรงดัด

โดยที่  $b$  คือ ความกว้างของฐาน,  $d$  คือ ความลึกประสิทธิภาพของคาน,  $d'$  คือ ระยะจากผิวบนสุดของคานรับแรงอัดถึงจุดศูนย์กลางของเหล็กเสริมรับแรงอัด,  $A_s$  คือ เหล็กเสริมรับแรงดึง,  $A_s'$  คือเหล็กเสริมรับแรงอัด,  $M$  คือ โมเมนต์ดัดที่กระทำต่อคาน

พิจารณารูปตัดของคานในรูปที่ 5.1 ภายใต้แรงกระทำเฉพาะแรงดัดที่สภาวะจุดคานและจุดประลัย ดังนี้

ที่จุดคาน



รูปที่ 5.2 แสดงการกระจายของความเครียดและความเค้นของคานที่จุดคาน

โดยที่  $kd$  คือ ระยะจากแกนสะเทิน (neutral axis) ถึงผิวนอกสุดด้านรับแรงอัด,  $j=1-k/3$

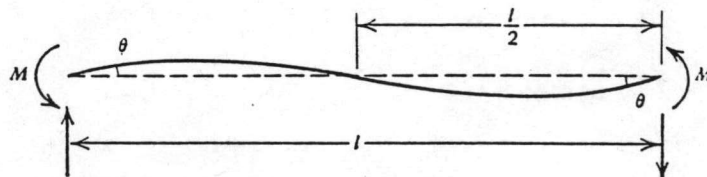
$\epsilon_c$  คือ ค่าความเครียดของคอนกรีตที่ผิวนอกสุดด้านรับแรงอัด,  $y$  คือ ค่าความเครียดคานของเหล็กเสริม

$\epsilon_s'$  คือ ค่าความเครียดของเหล็กเสริมรับแรงอัด

ค่าโมเมนต์คานและค่าความโค้งคานสามารถหาได้จากสมมูลของความเครียดและความเค้นดังนี้

$$\text{ค่าโมเมนต์คาน, } M_y = A_s f_y j d \tag{5.1}$$

$$\text{ค่าความโค้ง (curvature), } \phi_y = \frac{\epsilon_c}{C} = \frac{f_y/E_s}{d(1-k)} \tag{5.2}$$



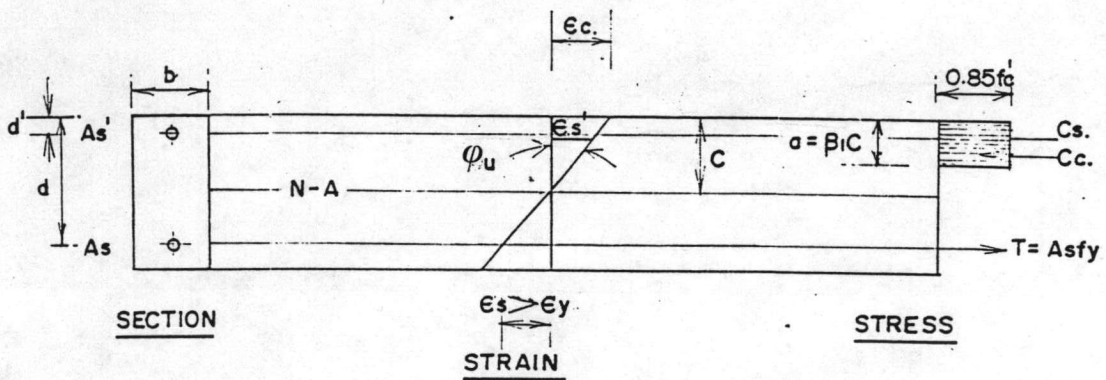
รูปที่ 5.3 แสดงความโค้งคู่ (double curvature) ของคานในลักษณะสมมาตร

โดยมีมุมหมุน (rotation) ที่หลายคาน =  $\theta$

พิจารณาให้ความโค้ง ในคานของโครงข้อแข็งภายใต้การกระทำของแรงแผ่นดินไหวเป็นไป  
 ดังรูปที่ 5.3 ค่ามูเมนต์ที่ปลายคานสามารถหาได้จากวิธีงานสมมติ (virtual work) ได้ค่าดังสมการที่  
 5.3

$$\theta_y = M_y L / 6EI \tag{5.3}$$

ที่จุดประลัย



รูปที่ 5.4 แสดงการกระจายของความเครียดและความเค้นของคานที่จุดประลัย  
 ค่าโมเมนต์ประลัยสามารถหาได้จากสมมูลย์ของความเครียดและความเค้นดังนี้

$$\text{ค่าโมเมนต์ประลัย, } M_u = 0.85f'_c ab(d-a/2) + A'_s f_y (d-d') \tag{5.4}$$

โดยที่สมการที่ (5.4) เป็นกรณีที่หน่วยแรงของเหล็กเสริมรับแรงอัดถึงจุดคานานั้นคือ จะต้อง  
 เป็นไปตามสมการที่ (5.5) มิฉะนั้นจะหาค่าโมเมนต์ประลัยได้จากสมการที่ (5.6) ซึ่งเป็นกรณีที่หน่วย  
 แรงของเหล็กเสริมรับแรงอัดไม่ถึงจุดคานาก การพิสูจน์สมการที่ 5.5-5.8 ดูได้จากเอกสารอ้างอิง (20)

$$\epsilon_c [1 - \beta_1 d'(0.85f'_c b) / (A_s f_y - A'_s f_y)] > f_y / E_s \tag{5.5}$$

$$M_u = 0.85f'_c ab(d-a/2) + A'_s E_s \epsilon_c (a - \beta_1 d') (d-d') / a \tag{5.6}$$

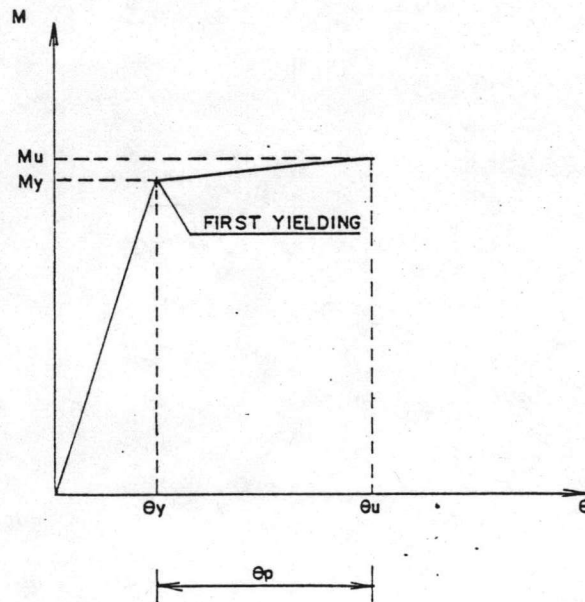
โดยที่ค่า  $a$  หาได้จากการแก้สมการที่ (5.7)

$$(a/d)^2/2 + (a/d)(\rho'_c E_s - \rho f_y)/(1.7f'_c) - (\rho'_c E_s \beta_1 d)/(1.7f'_c) = 0 \quad (5.7)$$

$$\text{ค่าความโค้ง ปลาย, } \phi_u = \frac{\epsilon_c}{c} = \frac{\epsilon_c \beta_1}{a} \quad (5.8)$$

จากการวิเคราะห์โครงสร้างต้านทานแผ่นดินไหวโดยใช้โปรแกรม DRAIN-2D จะได้ค่า มุมหมุนพลาสติก (plastic hinge rotation),  $\theta_p$  ในกรณีที่ค่ามุมหมุนนั้นมีค่ามากกว่ามุมหมุนคลาก ดังนั้นจะหาค่ามุมหมุนปลายได้จาก

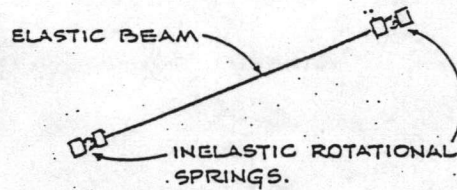
$$\text{ค่ามุมหมุนปลาย, } \theta_u = \theta_y + \theta_p \quad (5.11)$$



รูปที่ 5.5 กราฟระหว่างโมเมนต์กับมุมหมุนของหน้าตัดคาน

$$\text{ค่าอัตราส่วนความเหนียวของหน้าตัดคาน} = \theta_u / \theta_y \quad (5.12)$$

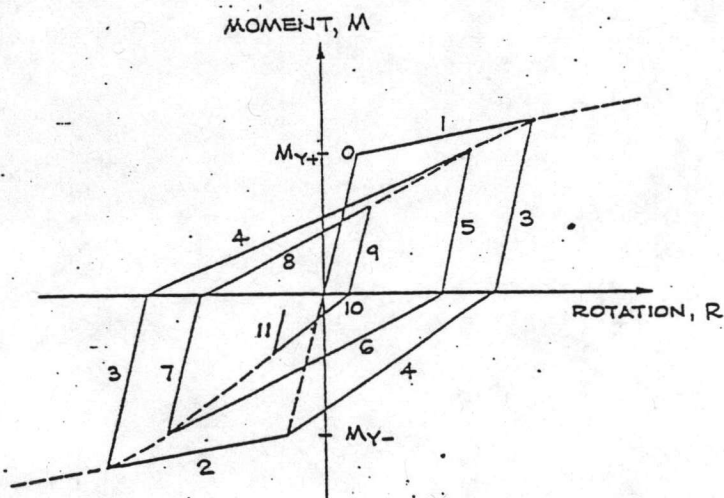
## 5.2 แบบจำลองในการวิเคราะห์คานคองกรีตเสริมเหล็กของโปรแกรม DRAIN-2D



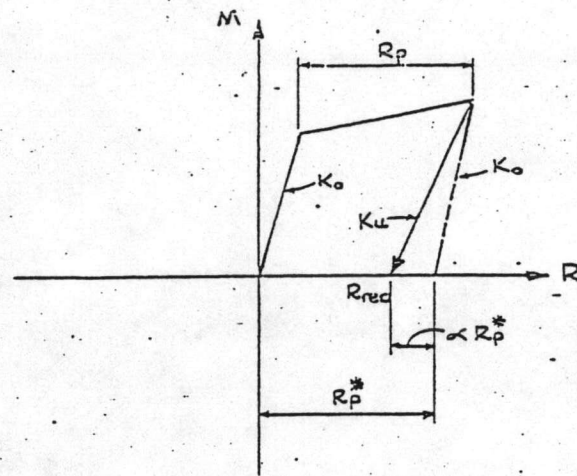
รูปที่ 5.6 การจำลองชิ้นส่วนของคานคองกรีตเสริมเหล็ก

ในการวิเคราะห์ผลการตอบสนองต่อแรงที่กระทำซ้ำ ๆ (cyclic load) ของคานคองกรีตเสริมเหล็กนั้น โดยการใช้โปรแกรม DRAIN-2D คานคองกรีตเสริมเหล็กจะถูกจำลองเป็นชิ้นส่วนของคานซึ่งมีคุณสมบัติอีลาสติกเชิงเส้น (linear elastic) โดยมีสปริงหมุน (rotational spring) ซึ่งสามารถรับแรงกระทำในช่วงอินอีลาสติก (inelastic) ที่ปลายทั้ง 2 ข้างของคาน ดังนั้นความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมหมุนของคานจะหาได้จากผลของแรงกระทำต่อสปริงหมุน แบบจำลองของคานนี้แสดงอยู่ในรูปที่ 5.5

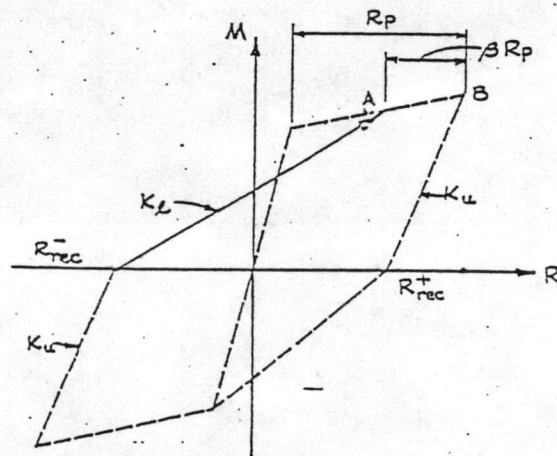
ความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมหมุนในโปรแกรม DRAIN-2D นั้น ได้มาจากการปรับปรุงแบบจำลองของ Takeda (Takeda's model) โดยได้คิดผลการเปลี่ยนแปลงของสติฟเนสของคาน (stiffness) ภายใต้แรงกระทำซ้ำๆ แต่ทั้งนี้รูปแบบของกราฟยังคงมีลักษณะไบลิเนียร์ (bilinear curve) ความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมหมุนตามแบบจำลองของ Takeda นั้นแสดงอยู่ในรูปที่ 5.6



รูปที่ 5.7 ความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมุมหมุนตามแบบจำลองของ Takeda



(a) Unloading Stiffness



(b) Reloading Stiffness

รูปที่ 5.8 ความสัมพันธ์ของโมเมนต์และมูมทูนจากการปรับปรุงแบบจำลองของ Takeda

การปรับปรุงแบบจำลองของ Takeda ที่ใช้ในโปรแกรม DRAIN-2D นั้น มีจุดสำคัญอยู่

2 จุด คือ

- 1) การลดลงของสติฟเนสหลังจากที่มีการลดแรงที่กระทำลง ทั้งนี้จะขึ้นอยู่กับขนาดของมูมทูนก่อนที่จะมีการลดแรง ดังแสดงในรูปที่ 5.7 (a)
- 2) หลังจากที่มีการเพิ่มแรงกระทำต่อคานใหม่ ค่าสติฟเนสก็จะมีการเปลี่ยนแปลงอีกแต่ค่าสติฟเนสนี้จะมีค่ามากกว่าแบบจำลองของ Takeda

### 5.3 กรณีศึกษา

ในงานวิจัยนี้จะทำการศึกษาอัตราส่วนความเหนียวของโครงสร้างโดยใช้กรณีศึกษาทั้ง 3 ของบทที่ 4 ภายใต้แรงกระทำของแผ่นดินไหวซึ่งมีอัตราเร่งที่ผิวดินเท่ากับ 116 gals โดยแต่ละกรณีศึกษาจะคิดผลของโมเมนต์ดัดที่ปลายคานซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่คูณด้วยตัวประกอบภาระ 1.7 และน้ำหนักบรรทุกจรคูณด้วยตัวประกอบภาระ 2.0 ผลของแต่ละกรณีศึกษาเป็นดังนี้

#### กรณีศึกษาที่ 1

เมื่อคิดผลของแรงแผ่นดินไหวร่วมกับผลของโมเมนต์ดัดที่ปลายคานซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่ จะเกิดตำแหน่งของข้อที่เกิดการคลากบางส่วนแต่จะเกิดขึ้นมากในบริเวณข้อริม ดังแสดงในรูปที่ 5.9

เมื่อคิดผลของแรงแผ่นดินไหวร่วมกับผลของโมเมนต์ดัดที่ปลายคานซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่และน้ำหนักบรรทุกจร จะเกิดตำแหน่งของข้อที่เกิดการคลากเกือบทั้งหมด และมีค่าสูงมากที่ข้อริม ดังแสดงในรูปที่ 5.10

ผลสรุปของกรณีศึกษาที่ 1 แสดงในรูปที่ 5.11

#### กรณีศึกษาที่ 2

เมื่อคิดผลของแรงแผ่นดินไหวร่วมกับผลของโมเมนต์ดัดที่ปลายคานซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่ ปรากฏว่าไม่มีข้อใดที่เกิดการคลาก

เมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรจะเพิ่มขึ้น ปรากฏว่าเกิดการคลากในหลาย ๆ ข้อแต่มีค่าไม่มากนัก ดังแสดงในรูปที่ 5.12

ผลสรุปของกรณีศึกษาที่ 2 แสดงในรูปที่ 5.13

#### กรณีศึกษาที่ 3

เมื่อคิดผลของแรงแผ่นดินไหวร่วมกับผลของโมเมนต์ดัดที่ปลายคานซึ่งเกิดจากน้ำหนักบรรทุกทุกครั้งที่ ปรากฏว่าเกิดการคลากในบางส่วน แต่มีค่าไม่มากนัก ดังแสดงในรูปที่ 5.14

เมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรเพิ่มขึ้น ปรากฏว่าเกิดการคลากในบริเวณหลายข้อ ดังแสดงในรูปที่ 5.15

ผลสรุปของกรณีศึกษาที่ 3 แสดงในรูปที่ 5.16

#### 5.4 บทวิจารณ์

จากผลการวิจัยสามารถตั้งข้อสังเกตได้ดังต่อไปนี้

- ก. ค่าอัตราส่วนความเหนียวที่ต้องการของกรณีอาคาร 4 ชั้น ซึ่งหมายถึงให้ใกล้เคียงกับอาคารตึกแถวนั้นมีค่าสูงมาก โดยเฉพาะบริเวณชั้นวีรมซึ่งมีค่าสูงสุดประมาณ 9 ทั้งนี้เป็นเพราะว่าในการออกแบบอาคารประเภทนี้มักพิจารณาข้อต่อริมเป็นข้อต่อธรรมดาไม่รับโมเมนต์ ผลก็คือจะเสริมเหล็กเสริมไว้น้อย ทำให้เกิดการคลากอย่างรวดเร็วเมื่อรับแรงแผ่นดินไหว
- ข. ค่าอัตราส่วนความเหนียวของอาคาร 12 ชั้น ในกรณีศึกษาที่ 2 และ 3 นั้น เมื่อคิดเฉพาะผลของน้ำหนักบรรทุกคงที่ปรากฏว่าต้องการไม่เกิน 2 และเมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรด้วยปรากฏว่าต้องการไม่เกิน 4 ผลดังกล่าวใกล้เคียงกับผลการวิจัยของ Fintel และ Ghosh (22) ซึ่งได้ทำการศึกษาอัตราส่วนความเหนียวของอาคารสูง 22 ชั้น ภายใต้แรงจากแผ่นดินไหวขนาดต่าง ๆ สำหรับแผ่นดินไหวซึ่งทำให้เกิดค่าอัตราเร่งที่ผิวดินเท่ากับ 0.1 g Fintel และ Ghosh พบว่าค่าอัตราส่วนความเหนียวที่ต้องการเท่ากับ 5 สำหรับคานตัวริม และเท่ากับ 4 สำหรับคานตัวใน
- ค. จากผลการวิจัยจะเห็นได้ว่าค่าอัตราส่วนความเหนียวของหน้าตัดคานที่ต้องการภายใต้โมเมนต์บวกจะมีค่ามากกว่าภายใต้โมเมนต์ลบ ทั้งนี้เป็นเพราะปริมาณของเหล็กเสริมรับแรงดึงสำหรับโมเมนต์บวกมีค่าน้อยกว่าเหล็กเสริมรับแรงดึงของโมเมนต์ลบ หน้าตัดจึงถึงจุดคลากในสภาวะโมเมนต์บวกก่อน ทำให้ต้องการความสามารถในการหมุนของหน้าตัดในสภาวะโมเมนต์บวกมากกว่าในสภาวะโมเมนต์ลบ
- ง. ค่าอัตราส่วนความเหนียวของกรณีอาคาร 4 ชั้น มีค่ามากกว่าของกรณีอาคาร 12 ชั้น มาก ทั้งนี้เป็นเพราะในกรณีอาคาร 12 ชั้น ได้มีการพิจารณาผลของแรงลมในการออกแบบซึ่งทำให้เกิดโมเมนต์ในลักษณะเดียวกันกับผลจากแผ่นดินไหวด้วย ทำให้หน้าตัดมีความสามารถต้านโมเมนต์จากแผ่นดินไหวได้มากขึ้น และหน้าตัดถึงจุดคลากช้าลง
- จ. ค่าอัตราส่วนความเหนียวที่ศึกษานี้เป็นค่าสำหรับพื้นที่ทั่วไป สำหรับเขตแผ่นดินไหวรุนแรงนั้นควรออกแบบตามมาตรฐาน ACI ที่ได้กำหนดไว้

โดยที่  $g =$  อัตราเร่งเนื่องจากแรงดึงดูดของโลก  $= 9.81$  เมตร/(วินาที)<sup>2</sup>

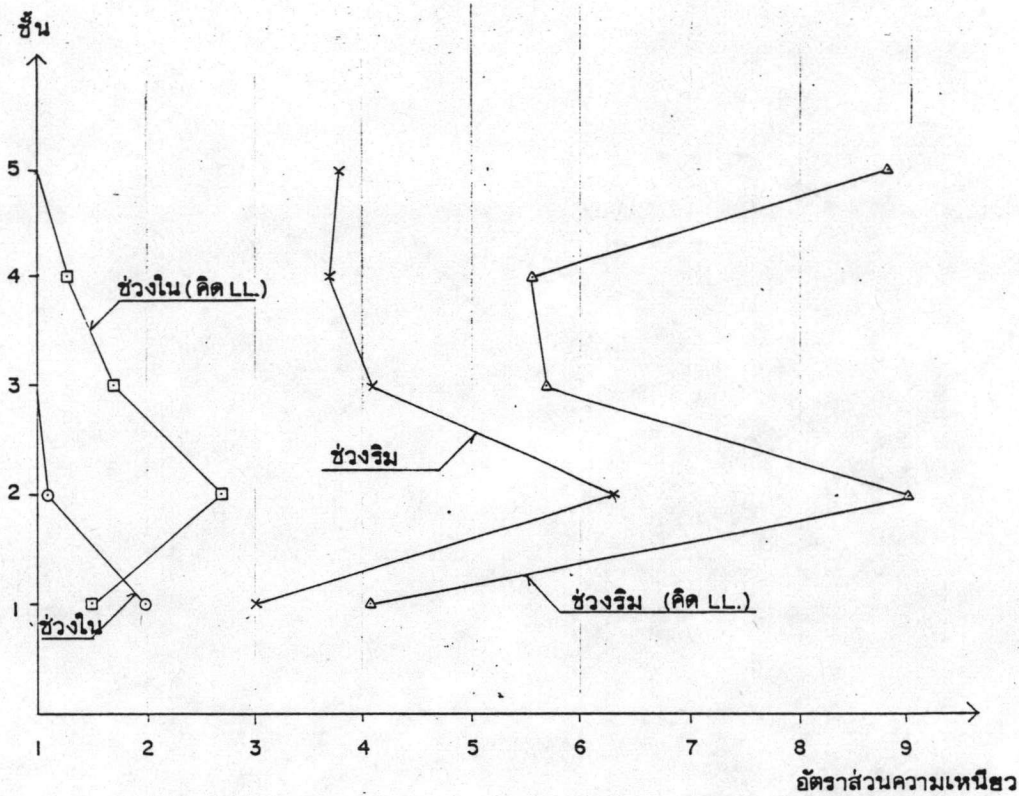


(21)	5	(22)	10	(23)	15	(24)
32	.0037 (3.8)	33		34		35 .00334 (3.5)
(17)	4	(18)	9	(19)	14	(20)
28	.00341 (3.6)	29		30		31 .00354 (3.7)
(13)	3	(14)	8	(15)	13	(16)
24	.00370 (3.8)	25		26		27 .00415 (4.1)
(9)	2	(10)	7	(11)	12	(12)
20	.00707 (6.3)	.00018 (1.07)	.00012 (1.07)		.00018 (1.1)	.00487 (4.7)
(5)	1	(6)	6	(7)	11	(8)
16	.00174 (3.0)	17	.00085 (2.0)	18	.00088 (2.0)	.00048 (1.5)
(1)		(2)		(3)		(4)

รูปที่ 5.9 แสดงค่ามุมหมุนพลาสติกและค่าอัตราส่วนความเหนียว (ในวงเล็บ) ของกรณีศึกษาที่ 1

(21)	5	(22)	10	(23)	15	(24)
32	.01032 (8.8)	33		34		35 .00848 (7.4)
(17)	4	(18)	9	(19)	14	(20)
28	.00613 (5.6)	.00018 (1.1)	.00054 (1.3)	.0007 (1.3)		31 .00489 (4.7)
(13)	3	(14)	8	(15)	13	(16)
24	.0062 (5.7)	.00024 (1.1)	.00055 (1.3)	.00069 (1.3)	.00128 (1.7)	27 .00777 (6.9)
(9)	2	(10)	7	(11)	12	(12)
20	.01089 (9.2)	.00071 (1.3)	.00305 (2.7)		.0028 (2.5)	.00631 (5.8)
(5)	1	(6)	6	(7)	11	(8)
16	.00268 (4.1)	.00054 (1.5)	.00192 (3.2)	.00056 (1.5)	.00192 (3.2)	.00138 (2.6)
(1)		(2)		(3)		(4)

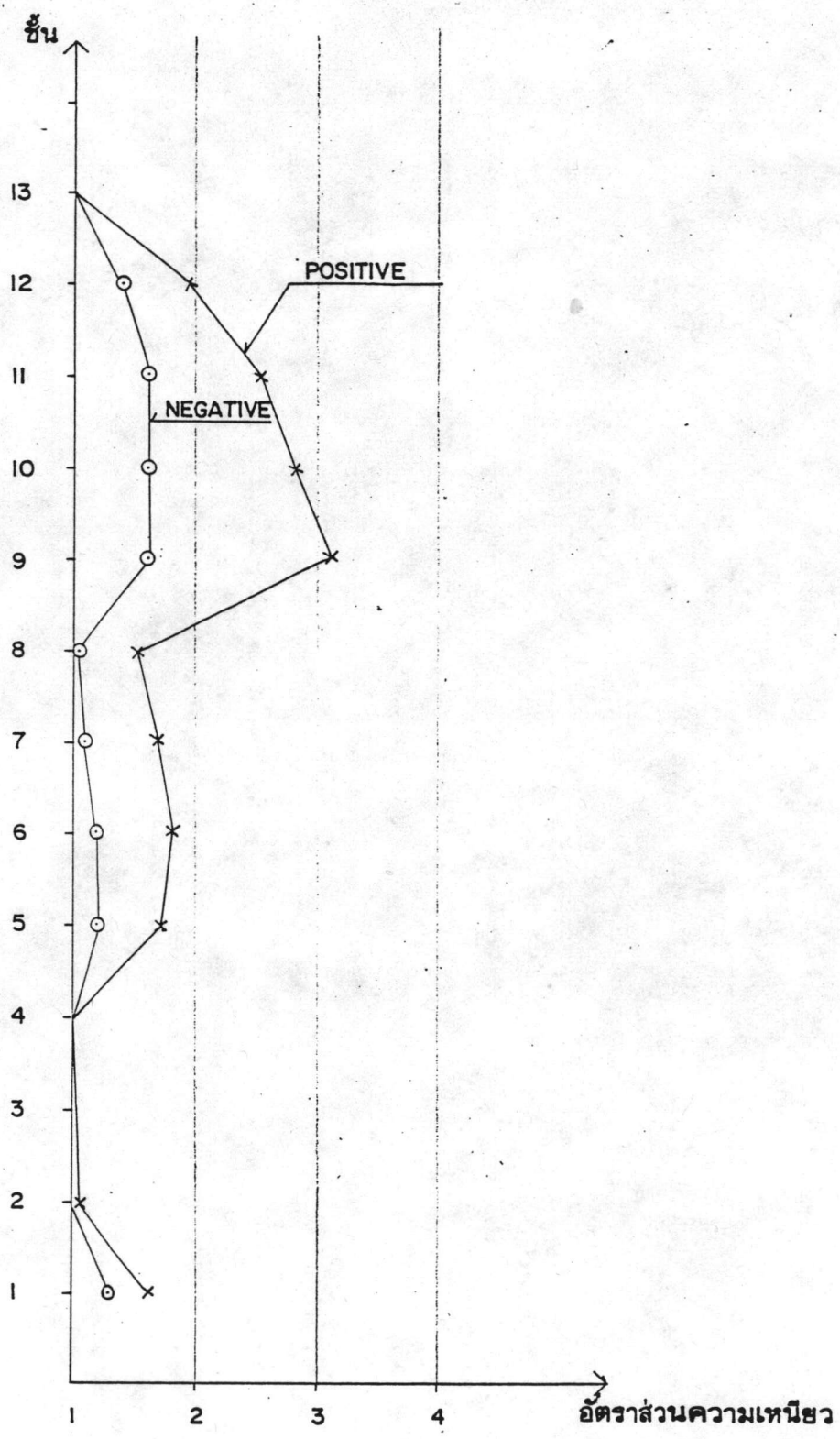
รูปที่ 5.10 แสดงค่ามุมหมุนพลาสติกและค่าอัตราส่วนความเหนียว (ในวงเล็บ) ของกรณีศึกษาที่ 1  
เมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรด้วย



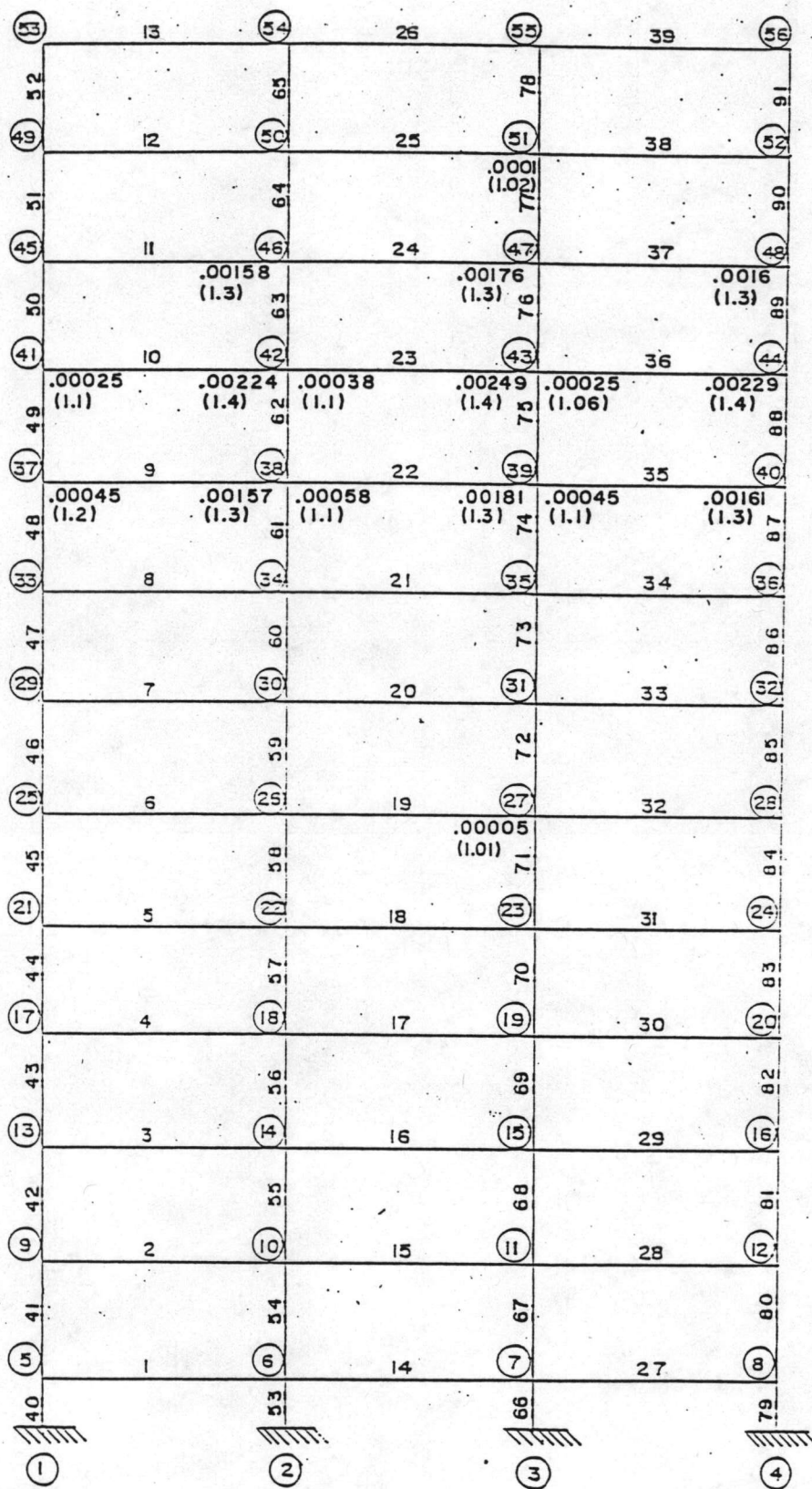
รูปที่ 5.11 ค่าอัตราส่วนความเหนียวของกรณีศึกษาที่ 1

53	13	54	26	55	39	56
52		65		78		91
49	12	50	25	51	38	52
51	.00120 (1.8)	.00146 (1.3)	.0014 (1.9)	.00169 (1.4)	.00116 (1.8)	.00151 (1.4)
50	11	46	24	47	37	48
4	.00205 (2.4)	.00228 (1.5)	.00223 (2.5)	.00252 (1.6)	.00199 (2.6)	.00235 (1.6)
49	10	42	23	43	36	44
37	.00248	.00245	.00263	.00268	.00243	.00251
48	9	58	22	59	35	40
48	.00294 (3.0)	.00242 (1.6)	.00307 (3.1)	.00263 (1.6)	.00285 (2.9)	.00252 (1.6)
47	8	54	21	55	34	56
47	.00112 (1.4)	.0001 (1.02)	.00122 (1.5)	.00023 (1.05)	.00113 (1.5)	.00009 (1.02)
46	7	50	20	51	33	52
46	.00162 (1.6)	.00038 (1.1)	.00169 (1.7)	.00051 (1.1)	.00159 (1.6)	.00041 (1.1)
45	6	55	19	56	32	57
45	.00187 (1.7)	.0008 (1.2)	.00193 (1.8)	.00091 (1.2)	.00184 (1.7)	.00083 (1.2)
44	5	51	18	52	31	53
44	.00176 (1.7)	.00092 (1.2)	.00181 (1.7)	.00102 (1.2)	.00172 (1.7)	.00097 (1.2)
43	4	48	17	49	30	50
43		56	16	57	29	58
42	3	44	15	45	28	46
9	2	10	14	11	27	12
41	.00014 (1.04)		.00017 (1.05)		.00017 (1.05)	
5	1	6	14	7	27	8
40	.00102 (1.6)	.00125 (1.3)	.00098 (1.6)	.00125 (1.3)	.00099 (1.6)	.00129 (1.3)
①		②		③		④

รูปที่ 5.12 แสดงค่ามุมหมุนพลาสติกและค่าอัตราส่วนความเหนียว (ในวงเล็บ) ของกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรด้วย

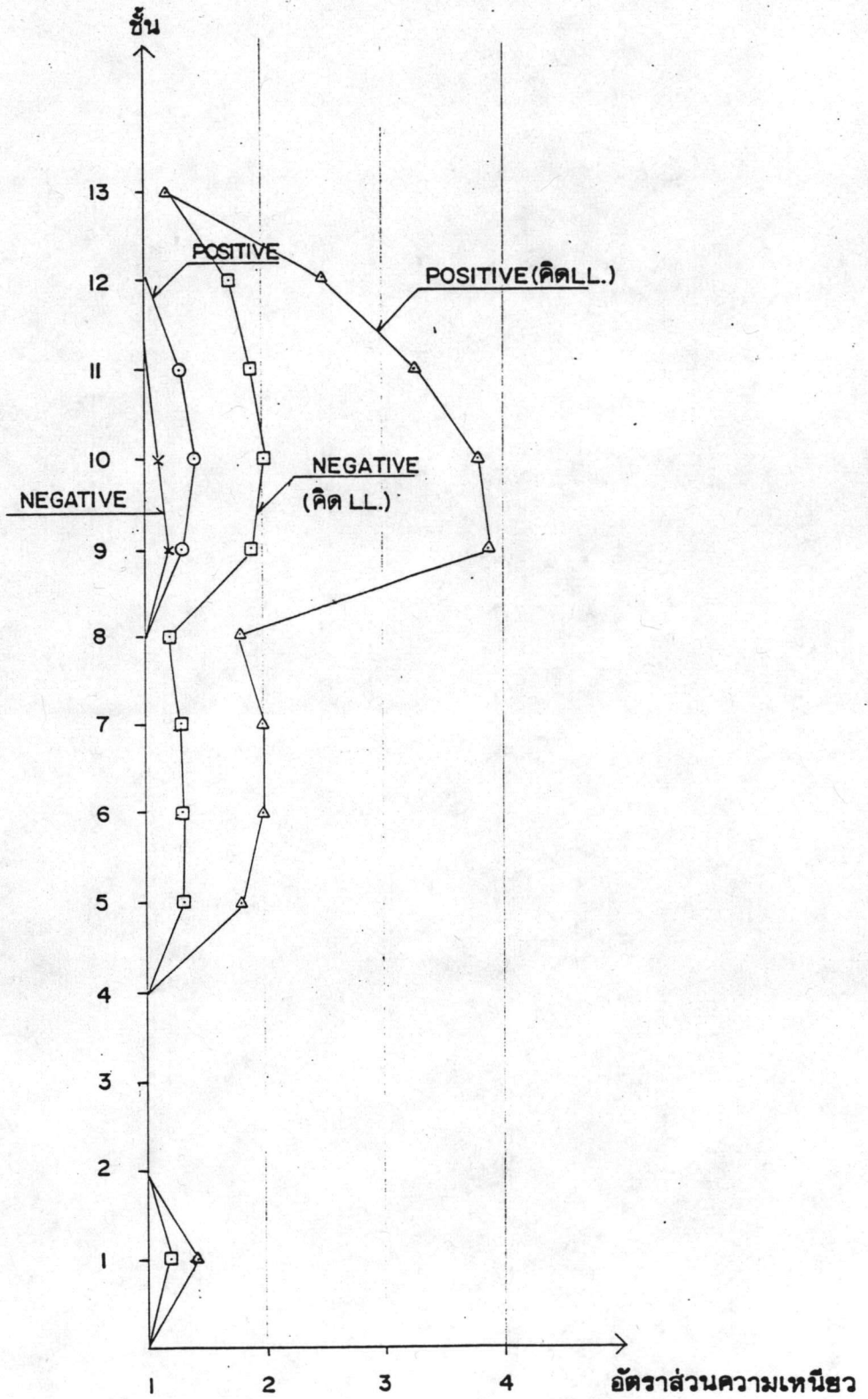


รูปที่ 5.13 ค่าอัตราส่วนความเหนียวของกรณีศึกษาที่ 2 เมื่อคิดผลของน้ำหนักบรรทุกจรด้วย



รูปที่ 5.14 แสดงค่ามูมพลาสต์ิกและค่าอัตราส่วนความเหนียว (ในวงเล็บ) ของกรณีศึกษาที่ 3





รูปที่ 5.16 ค่าอัตราส่วนความเหนียว ของกรณีศึกษาที่ 3