

บทที่ 3

การหาสเปกตรัมการตอบสนอง

3.1 การจำลองคลื่นแผ่นดินไหว

เนื่องจากข้อจำกัดของจำนวนข้อมูลคลื่นแผ่นดินไหวที่เกิดขึ้นจริงในอดีต วิธีการจำลองคลื่นแผ่นดินไหวจึงถูกพัฒนาขึ้นเพื่อใช้ประโยชน์ ในการสร้างบันทึกตามเวลา (time history record) ของอัตราเร่งของผิวดินตามคุณลักษณะของแผ่นดินไหวที่ต้องการ

ด้วยวิธีทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชันเพริโอดิก (periodic function) สามารถแยกออกเป็นอนุกรมของคลื่นไซน์ (sinusoidal) ได้ดังสมการที่ (3.1)

$$X(t) = \sum_{i=1}^n A_i \sin(\omega_i t + \Phi_i) \quad (3.1)$$

โดยที่ A_i คือ ขนาดของอัตราเร่ง $x(t)$ ใน ฮาร์โมนิค

Φ_i คือ มุมเฟส (phase angle) ซึ่งหาได้จากการสุ่ม

ω_i คือ ความถี่เชิงมุม

พลังงานสะสมทั้งหมดของคลื่นแผ่นดินไหวสามารถแสดง ในรูปของฟังก์ชัน พาวเวอร์สเปกตรัล เดนซิตี (POWER SPECTRAL DENSITY), $G(\omega)$ โดยค่าพลังงานสำหรับคลื่นที่มีความถี่ ω_i ใด ๆ คือ $A_i^2/2$ ค่า $G(\omega)$ นี้มีผู้เสนออยู่หลายรูปแบบ แต่ที่นิยมใช้กันอย่างแพร่หลาย คือรูปแบบที่เสนอโดย Kanai-Tajimi ซึ่งแสดงในสมการที่ (3.2) และรูปที่ 3.1

$$G(\omega) = \frac{1 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2}{[(1 - (\omega/\omega_g)^2)^2 + 4\zeta_g^2 (\omega/\omega_g)^2]} G_0 \quad (3.2)$$

โดยที่ G_0 เป็นค่าวัดความแรงของการสั่นไหว

ω_g เป็นความถี่เด่นของชั้นดินแข็ง (Predominant circular frequency)

ζ_g เป็นความหน่วงของชั้นดินแข็ง (damping)

ค่า G_0 สามารถหาได้จากทฤษฎีการสุมได้เป็น

$$G_0 = \frac{4\zeta_g a_0^2}{\left[\omega_g \pi \sqrt{1+4\zeta_g^2} \right] \left[\sqrt{2\ln(2qT)+\mathcal{V}} / \sqrt{2\ln(2qT)} \right]^2} \quad (3.3)$$

โดยที่ a_0 = เป็นอัตราเร่งสูงสุดที่ผิวดิน (ได้จากการสุม)

q = เป็นความถี่เฉลี่ยของการตัดผ่านแกนศูนย์ = 4.199678

\mathcal{V} = เป็นค่า peak enhancement factor = 0.577216

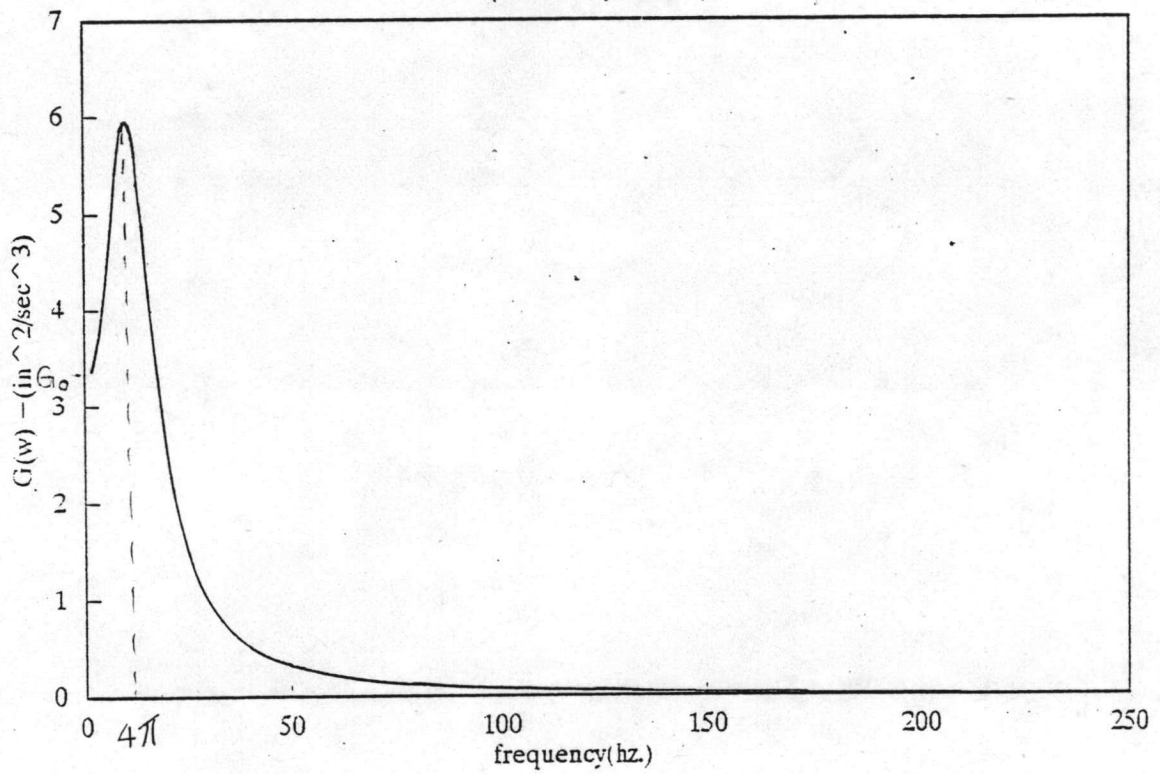
T = เป็นช่วงเวลาของการเกิดแผ่นดินไหวที่มีความรุนแรง

ในงานวิจัยนี้ใช้ค่า $\omega_g = 4\pi$, $\zeta_g = 0.6$, $T = 12$ วินาที และใช้ฟังก์ชัน สเปกตรัล เดนซิตี (Spectral density function) ของ Kanai-Tajimi ในการจำลองคลื่นแผ่นดินไหว ซึ่งหลังจากที่ได้คลื่นแผ่นดินไหวในสภาวะคงที่ (steady state) โดยการรวมคลื่นดังสมการที่ 3.1 โดยใช้ $G(\omega)$ ของ Kanai-Tajimi แล้วจะต้องปรับแก้คลื่นที่ได้ด้วยฟังก์ชันความเข้ม $I(t)$ เพื่อให้ได้คลื่นแผ่นดินไหวใกล้เคียงกับสภาพความเป็นจริงมากที่สุด มีผู้เสนอฟังก์ชันความเข้มอยู่หลายแบบแต่ที่จะใช้ในงานวิจัยนี้เป็นดังรูปที่ 3.3 และคลื่นที่จำลองได้จะเป็นดังสมการที่ 3.4 และรูปที่ 3.4

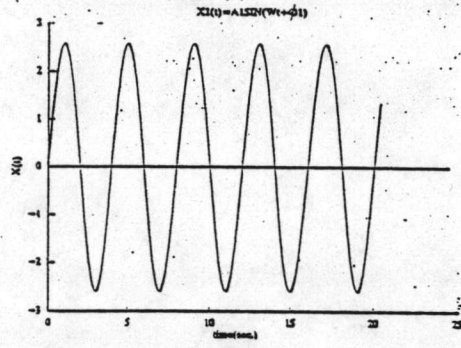
$$Z(t) = I(t) \sum_n A_n \sin(\omega_n t + \Phi_n) \quad (3.4)$$

ขั้นตอนการจำลองคลื่นแผ่นดินไหวทั้งหมดสามารถทำได้โดยใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SIMQKE โดยที่การเตรียมค่า G_0 และข้อมูลสำหรับการวิเคราะห์ด้วยโปรแกรม SIMQKE แสดงอยู่ในภาคผนวก จ.

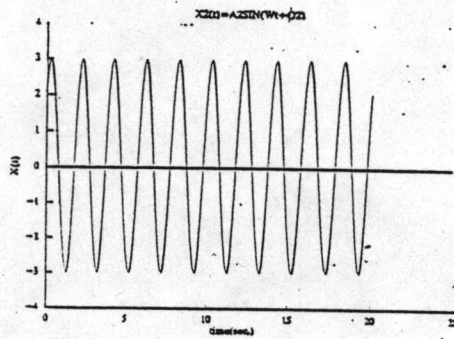
power spectral density
(kanai - tajimi s.d.f)



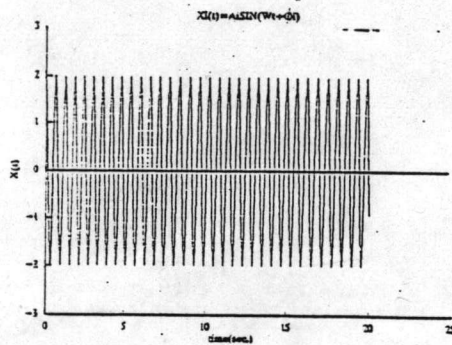
รูปที่ 3.1 แสดง Spectral density function ของ Kanai-Tajimi



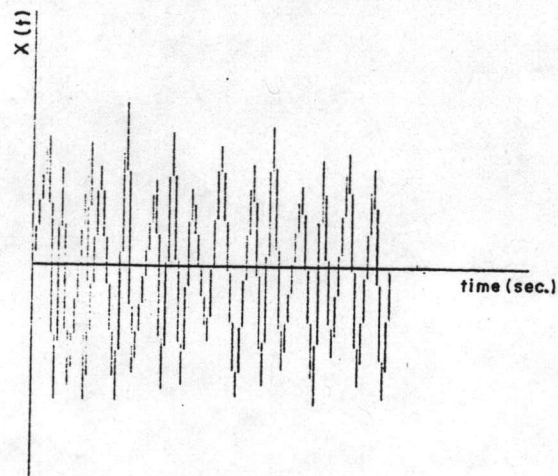
+



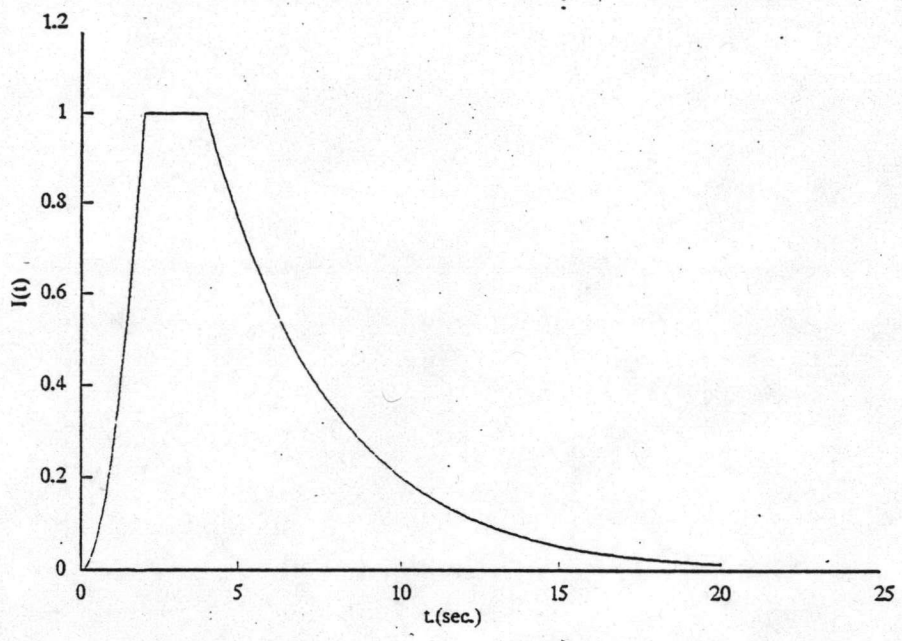
+



||

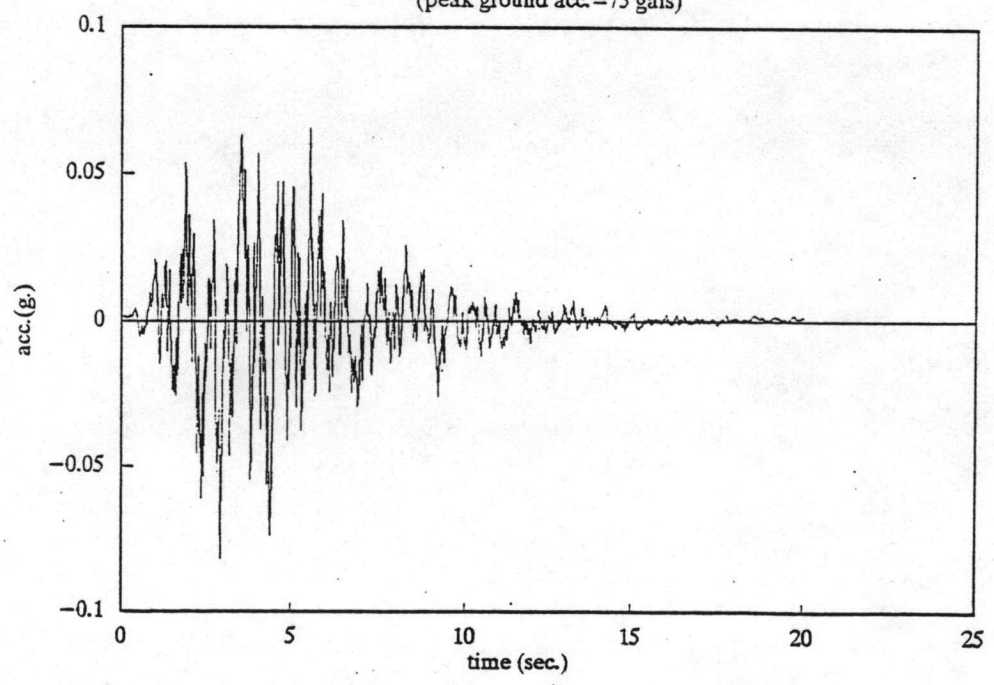


รูปที่ 3.2 การรวมคลื่นไซน์ที่มีความถี่ต่าง ๆ



รูปที่ 3.3 ฟังก์ชันความเข้มเพื่อใช้ปรับผลรวมของคลื่นชายน

earthquake time-history
(peak ground acc. = 75 gals)

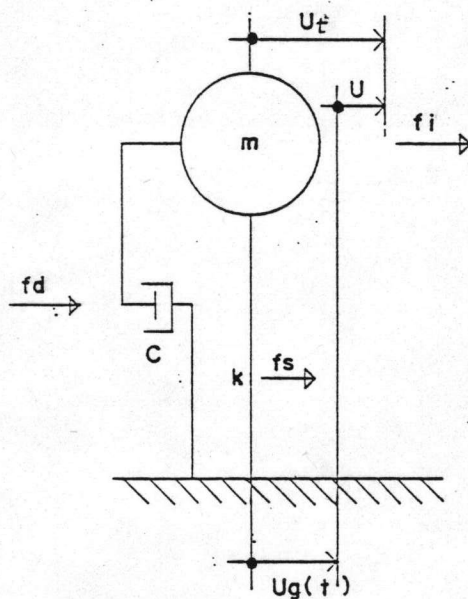


รูปที่ 3.4 คลื่นแผ่นดินไหวที่ถูกจำลองขึ้น

3.2 สเปกตรัมการตอบสนองต่อแผ่นดินไหว

ในการวิเคราะห์ผลของแผ่นดินไหวต่อโครงสร้างด้วยวิธีทางพลศาสตร์ เพื่อให้ง่ายต่อการวิเคราะห์ทางภาคปฏิบัติ นักวิเคราะห์ทั่วไปมักจะสนใจเฉพาะค่าการตอบสนองสูงสุดเท่านั้น เช่น ค่าการเคลื่อนที่สูงสุด, ค่าอัตราเร่งสูงสุด และค่าอัตราเร่งสูงสุด เป็นต้น

สเปกตรัมการตอบสนอง (response spectrum) เป็นกราฟระหว่างค่าการตอบสนองสูงสุดของระบบดักิริของความเป็นอิสระเดียว (single degree of freedom), SDOF กับคาบการสั่นไหวธรรมชาติ (natural period of vibration) ของระบบ SDOF ภายใต้แรงกระทำเช่น แรงกระแทก (impact) หรือแรงแผ่นดินไหว เป็นต้น



รูปที่ 3.5 แสดงระบบ SDOF ซึ่งมีมวล = m , ค่าคงที่ของสปริง = k ,
และค่าสัมประสิทธิ์ความหน่วง = C

จากรูปที่ 3.5 การเคลื่อนที่ทั้งหมดของระบบเป็นผลรวมของการเคลื่อนที่ที่ผิวดินกับการเคลื่อนที่สัมพัทธ์ของมวลเทียบกับฐาน นั่นคือ

$$U_i(t) = U_g(t) + U(t) \quad (3.5)$$

สมการสมดุลของแรงทางพลศาสตร์เขียนได้ดังนี้

$$f_i + f_D + f_s = 0 \quad (3.6)$$

โดยที่ แรงจากสปริง, $f_s = kU$ (3.7ก)

แรงหน่วง, $f_D = C\dot{U}$ (3.7ข)

และ แรงเฉื่อย, $f_i = m\ddot{U}_i$ (3.7ค)

ในที่นี้ \dot{U} หมายถึง อนุพันธ์ของการเคลื่อนที่เทียบกับเวลา, \ddot{U} หมายถึง อนุพันธ์ของ \dot{U} เทียบกับเวลา จากสมการที่ (3.5) และสมการที่ (3.7ค) จะได้

$$f_i = m(\ddot{U}_g + \ddot{U}) \quad (3.8)$$

แทนค่าสมการที่ (3.7ก,ข) และ (3.8) ในสมการที่ 3.6 จะได้สมการการเคลื่อนที่ของระบบ SDOF ดังนี้

$$m\ddot{U} + C\dot{U} + kU = -m\ddot{U}_g(t) \quad (3.9)$$

สัมประสิทธิ์ของความหน่วงสามารถหาได้จากความสัมพันธ์, $C = 2m\omega\zeta$ (3.10)

โดยที่ ω คือ ความถี่เชิงมุม และ ζ คือ อัตราส่วนความหน่วง (damping ratio) ค่าความถี่เชิงมุมได้จากการแก้ปัญหา ไอเกน แวลู (Eigen value problem) ผลที่ได้คือ

$$\omega^2 = k/m \quad (3.11)$$

แทนค่า C และ k ในสมการที่ (3.9) จะได้

$$\ddot{U} + 2\zeta\omega\dot{U} + \omega^2U = -\ddot{U}_g(t) \quad (3.12)$$

สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่, S_d สามารถหาได้จากการแก้สมการที่ (3.12) โดยวิธี Duhamel integral แล้วใช้ค่าสูงที่สุด ซึ่งผลที่ได้แสดงในสมการที่ (3.13) (ดูเอกสารอ้างอิง (18))

$$S_d = \max [U(t)] \\ = \max \left[\frac{1}{m\omega_D} \int_0^t (-m\ddot{U}_g(\tau)) \exp(-\zeta\omega(t-\tau)) \sin\omega_D(t-\tau) d\tau \right] \quad (3.13)$$

$$\text{ค่าสเปกตรัมของอัตราเร็ว, } S_v \text{ หาได้จาก } S_v = \omega S_d \quad (3.14)$$

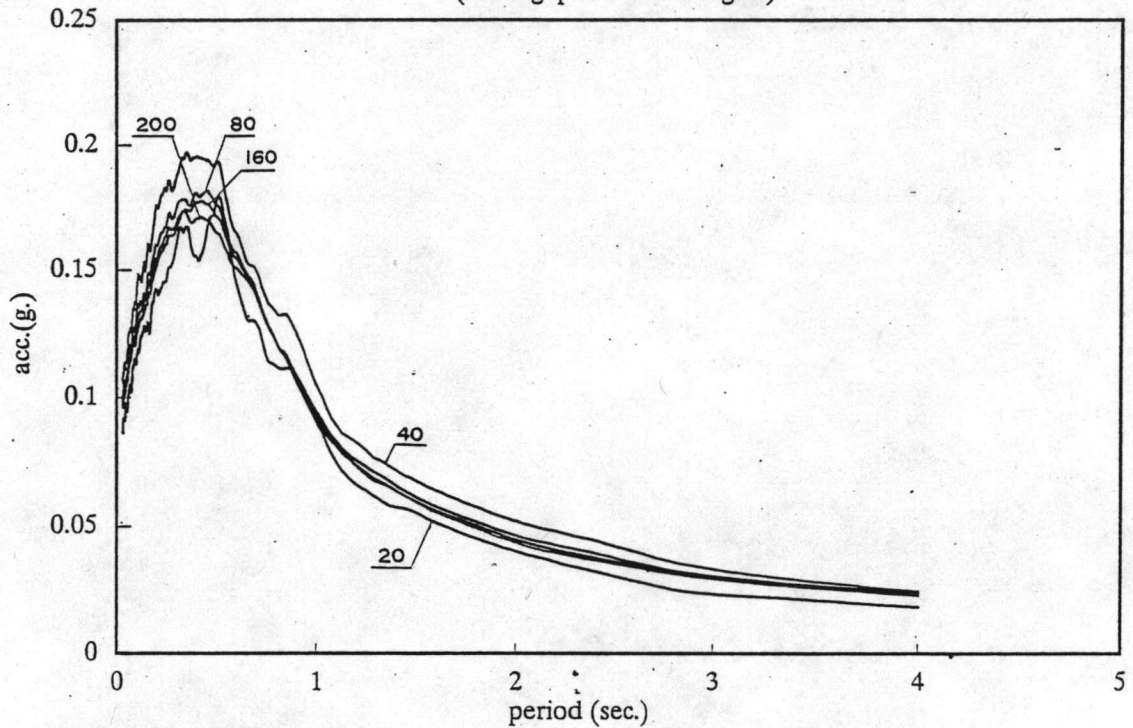
$$\text{ค่าสเปกตรัมของอัตราเร่ง, } S_a \text{ หาได้จาก } S_a = \omega S_v \quad (3.15)$$

ในการวิจัยนี้จะใช้โปรแกรมสำเร็จรูป SIMQKE หาค่าสเปกตรัมการตอบสนองโดยที่ผลลัพธ์จาก SIMQKE จะได้ค่าสเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร็ว สำหรับค่าการตอบสนองของอัตราเร่งและการเคลื่อนที่จะหาได้จากสมการที่ (3.13) และ (3.14) ตามลำดับ

ค่าสเปกตรัมการตอบสนองซึ่งหาได้จากโปรแกรมสำเร็จรูป SIMQKE เป็นค่าการตอบสนองในช่วงอีลาสติก (Elastic) รูปสเปกตรัมการตอบสนองในภาคตะวันตกและภาคเหนือของประเทศไทย สำหรับโครงสร้างที่มีอัตราส่วนความหน่วง (damping ratio) = 5% โดยใช้ค่าอัตราเร่งสูงสุดที่ผิวดินเฉลี่ยเท่ากับ 75 gals และค่าอัตราเร่งสูงสุดเฉลี่ยบวกค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 116 gals ได้แสดงไว้ในรูปที่ (3.6)-(3.14) สำหรับบริเวณที่มีค่าอัตราเร่งสูงสุดที่ผิวดินเฉลี่ยเท่ากับ 90 gals และค่าอัตราเร่งสูงสุดเฉลี่ยบวกค่าความเบี่ยงเบนมาตรฐานเท่ากับ 140 gals รูปสเปกตรัมการตอบสนองได้แสดงอยู่ในรูปที่ (3.15)-(3.23) ค่าสเปกตรัมการตอบสนองที่ได้นี้เป็นค่าที่ได้จากการเฉลี่ยการตอบสนองต่อแผ่นดินไหวจำนวน 200 เหตุการณ์ที่ถูกจำลองขึ้นจากค่าอัตราเร่งที่ผิวดินซึ่งได้จากการสุ่ม

ข้อมูลของสเปกตรัมการตอบสนองแสดงไว้ในภาคผนวก ฉ.

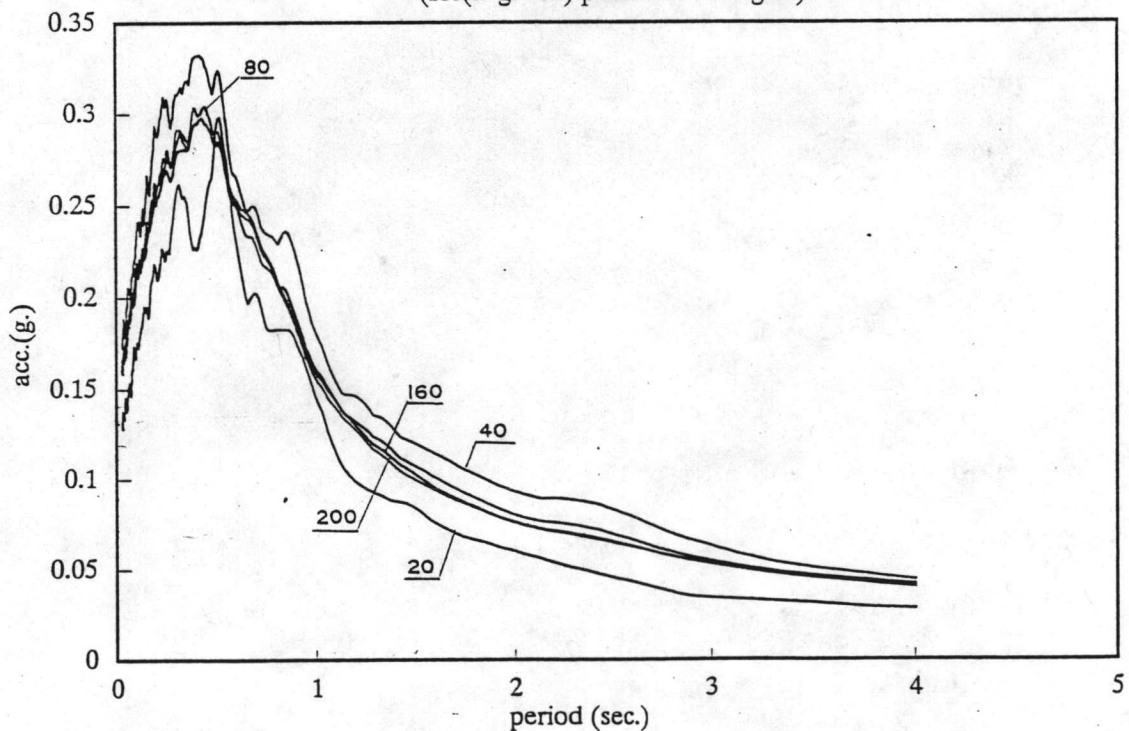
acc. response spectrum (for avg. peak acc. = 75 gals)



damping ratio = 5%

รูปที่ 3.6 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 75 gals

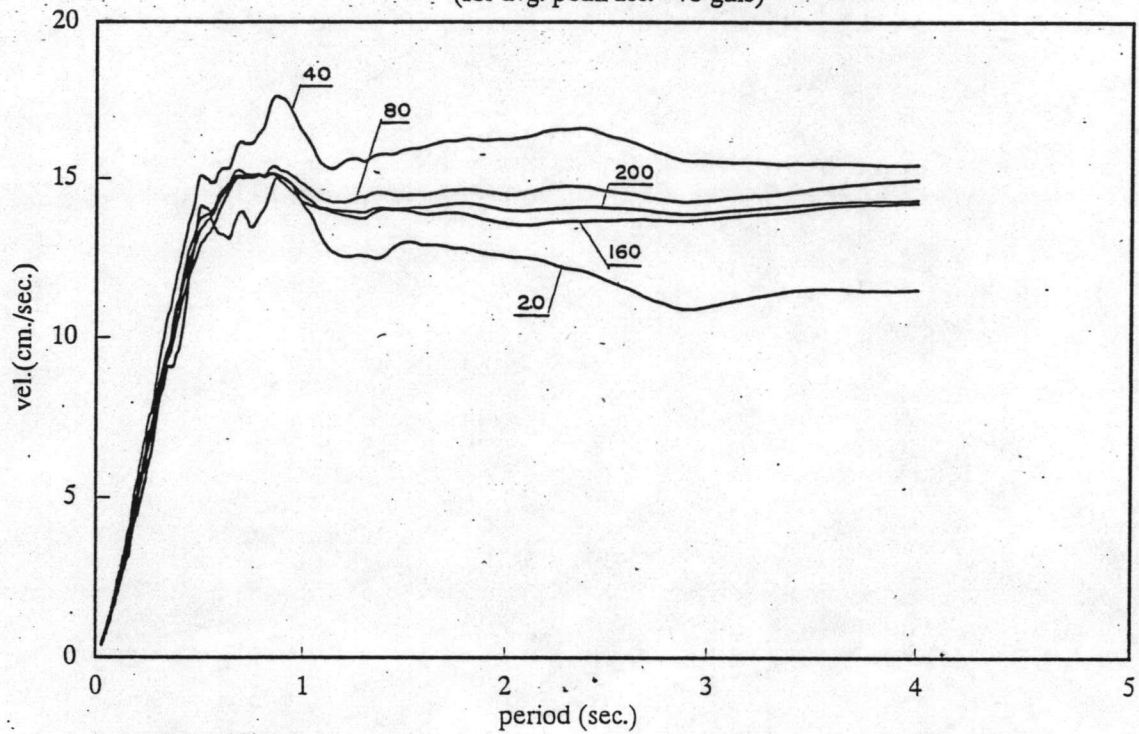
acc. response spectrum (for (avg. +sd) peak acc. = 116 gals)



damping ratio = 5%

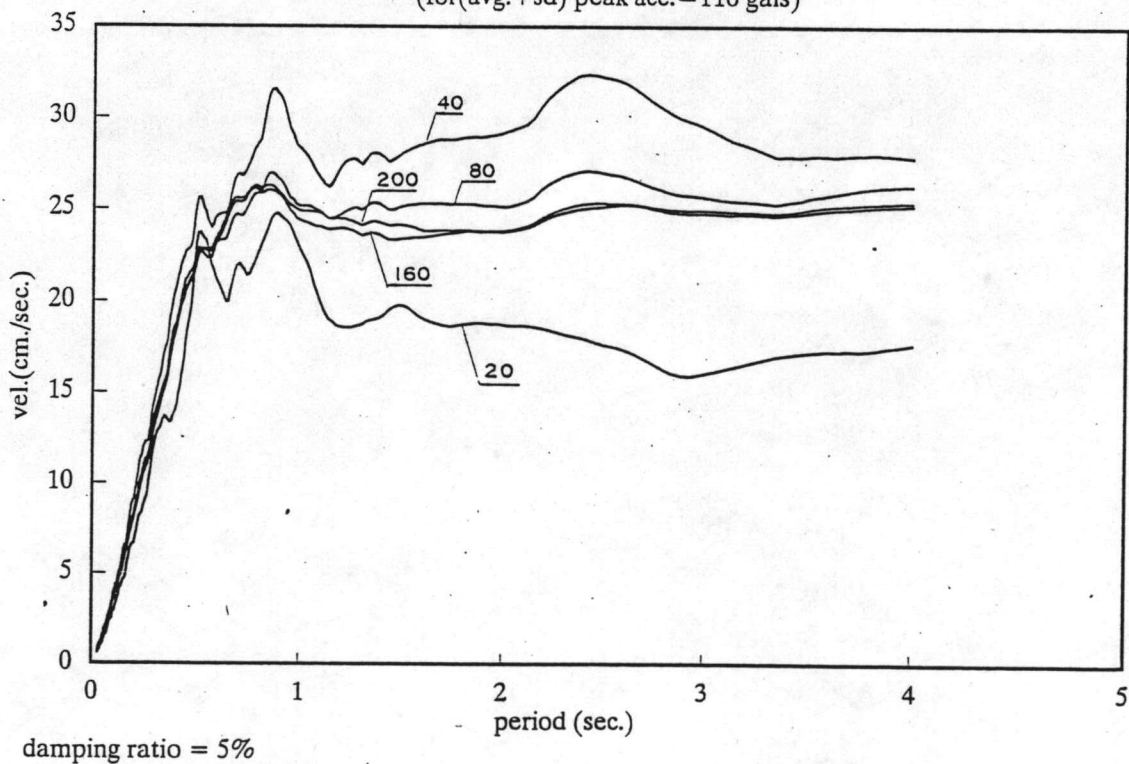
รูปที่ 3.7 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 116 gals

vel. response spectrum (for avg. peak acc. = 75 gals)



รูปที่ 3.8 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 75 gals

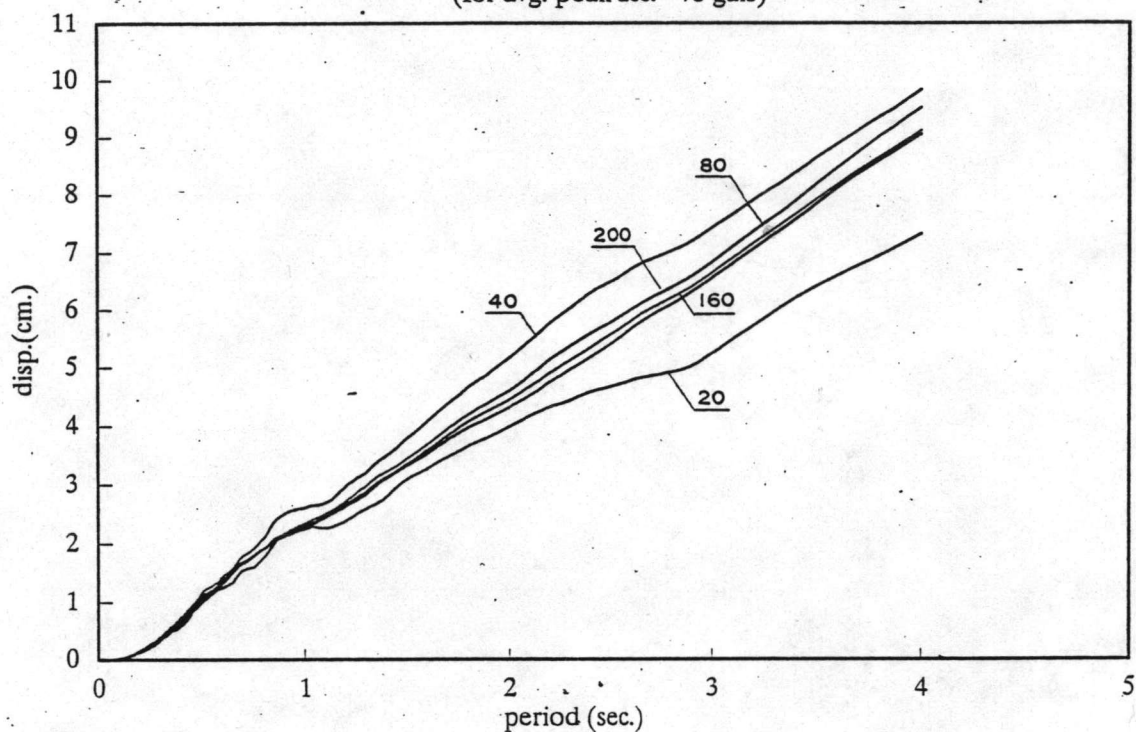
vel. response spectrum (for (avg.+sd) peak acc. = 116 gals)



รูปที่ 3.9 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 116 gals

disp. response spectrum

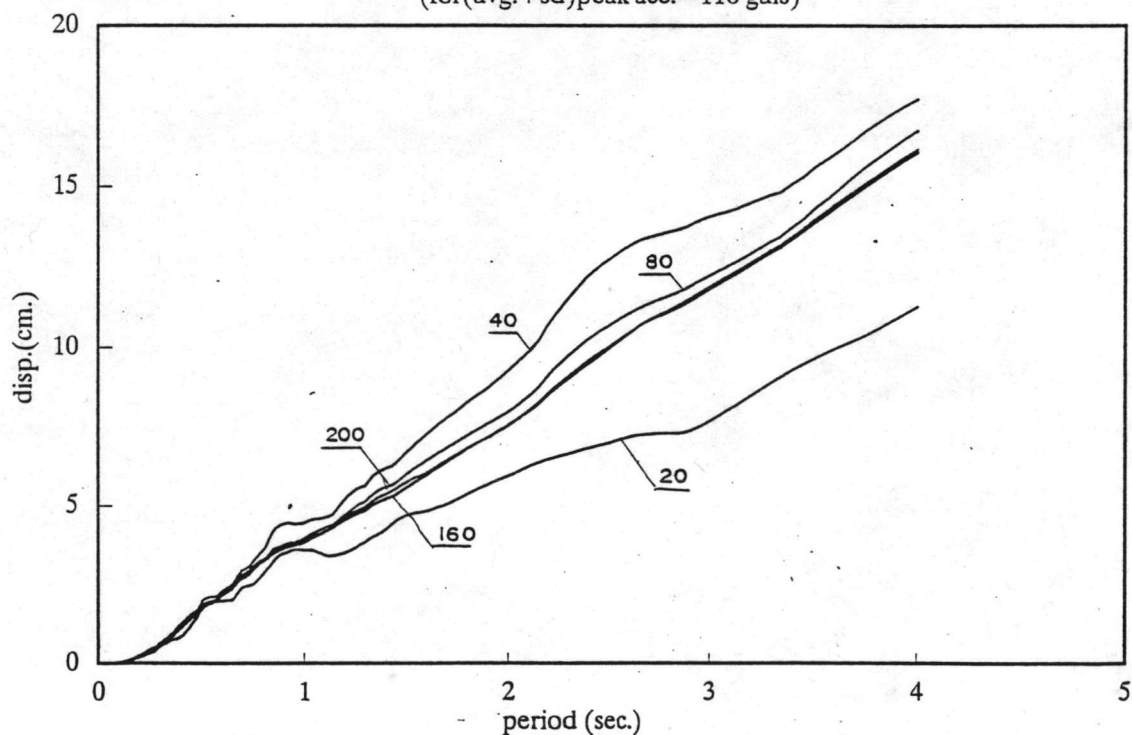
(for avg. peak acc. = 75 gals)



รูปที่ 3.10 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 75 gals

disp. response spectrum

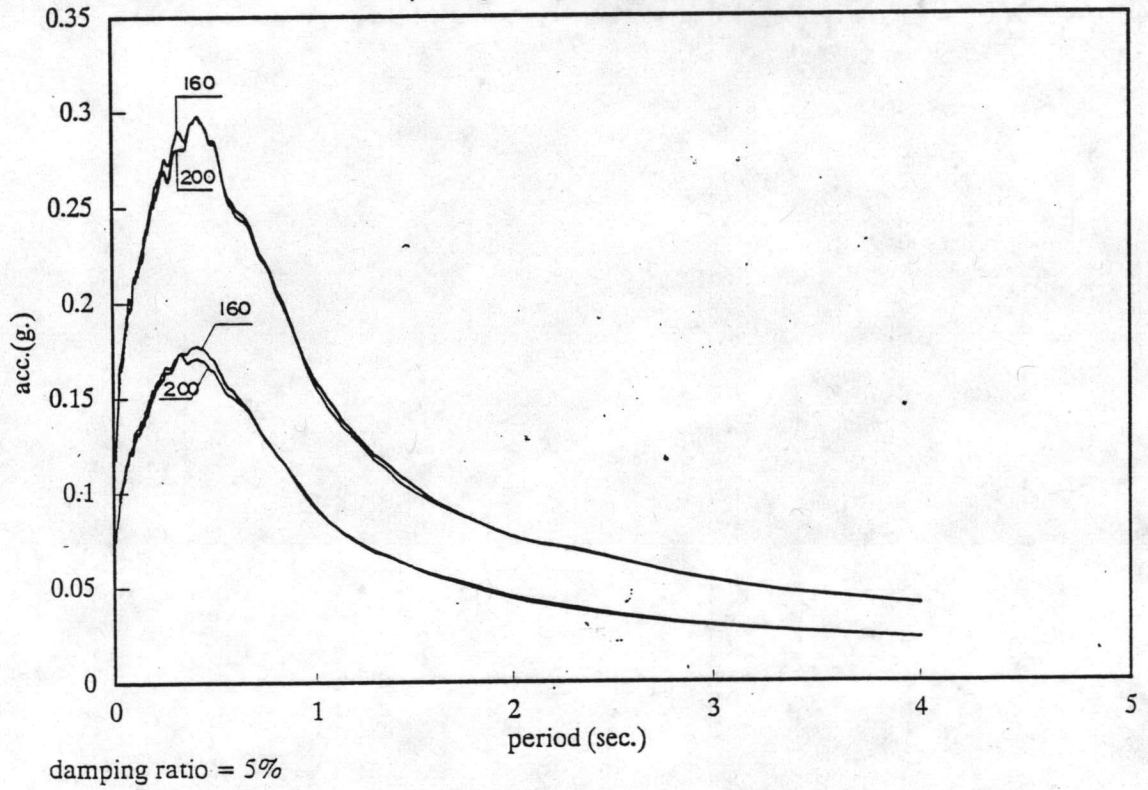
(for (avg. + sd) peak acc. = 116 gals)



รูปที่ 3.11 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 116 gals

acc. response spectrum

(for avg.=75 gals,avg.+sd=116 gals)

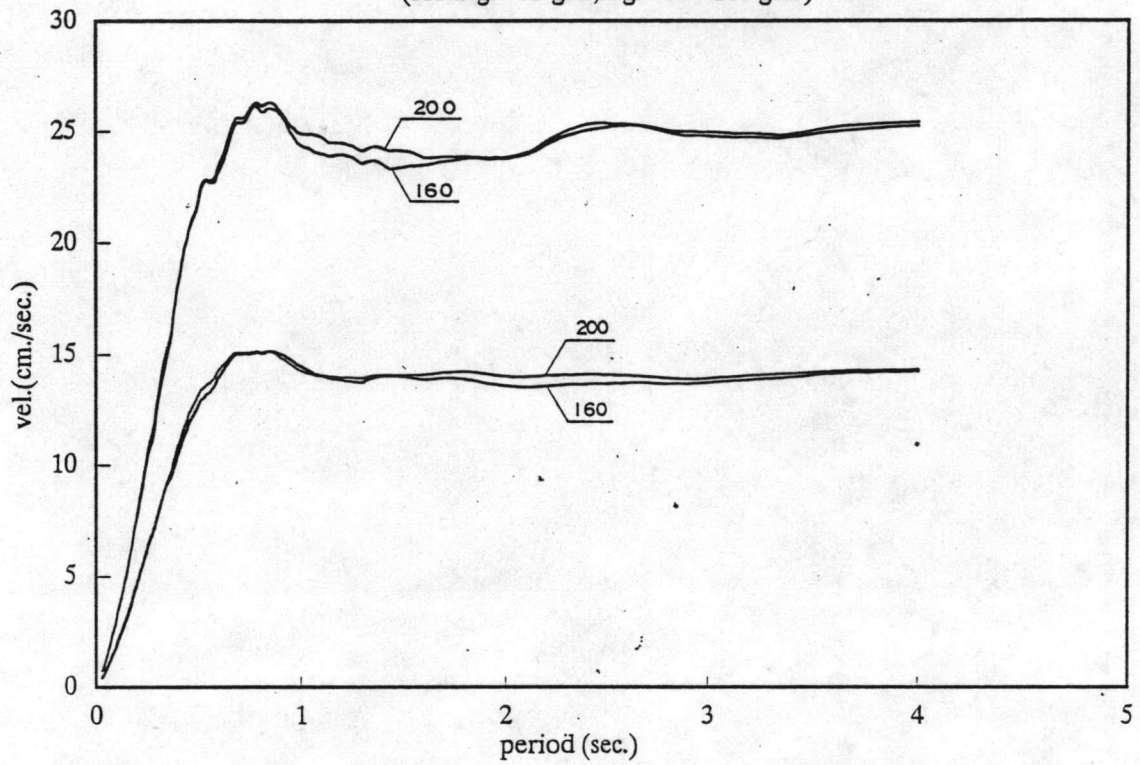


รูปที่ 3.12 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่ง

ที่ผิวดิน = 75 และ 116 gals

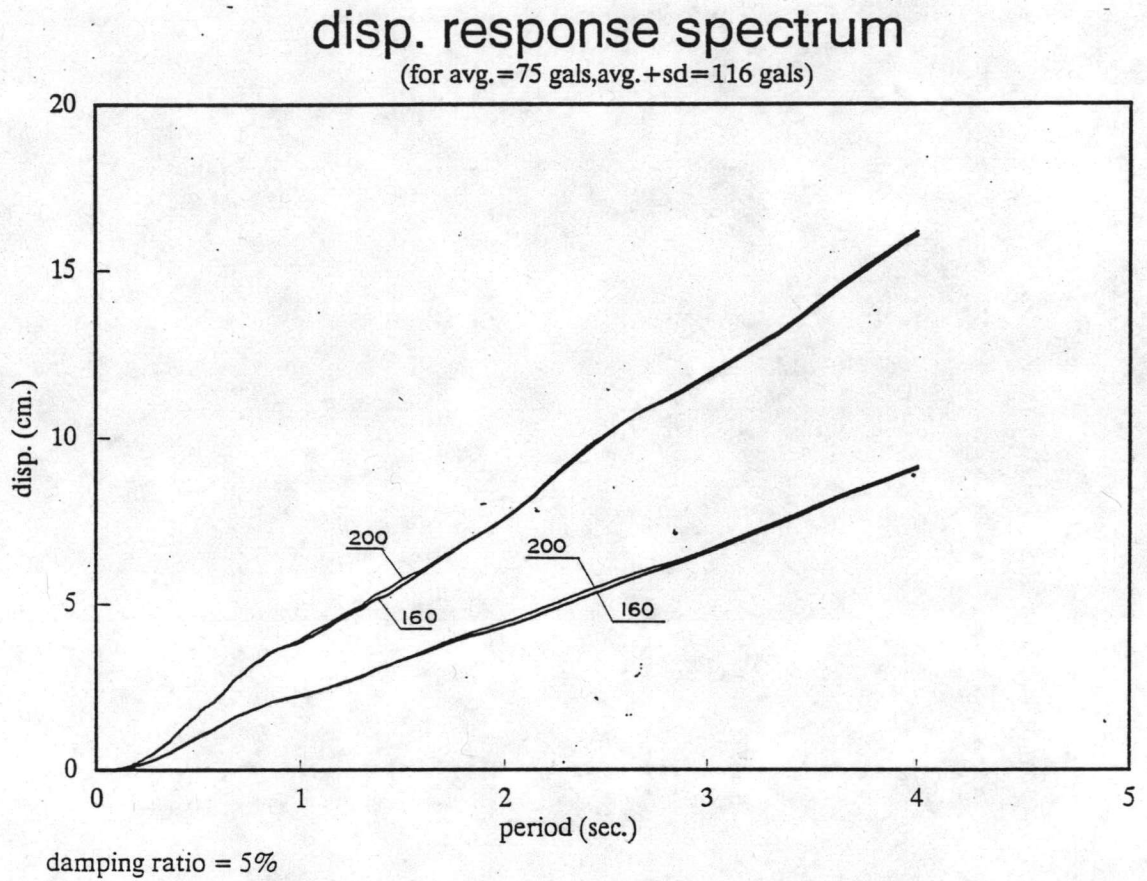
vel. response spectrum

(for avg.=75 gals,avg.+sd=116 gals)



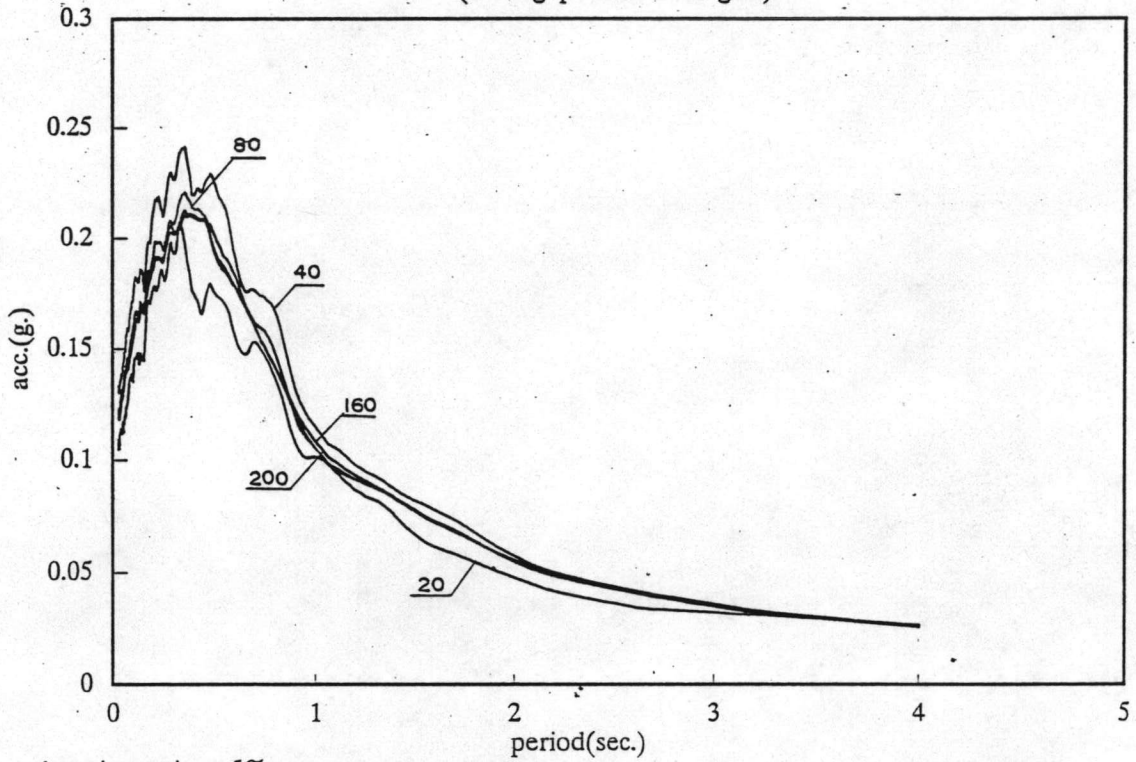
damping ratio = 5%

รูปที่ 3.13 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่ง
ที่ผิวดิน = 75 และ 116 gals



รูปที่ 3.14 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่ง
ที่ผิวดิน = 75 และ 116 gals

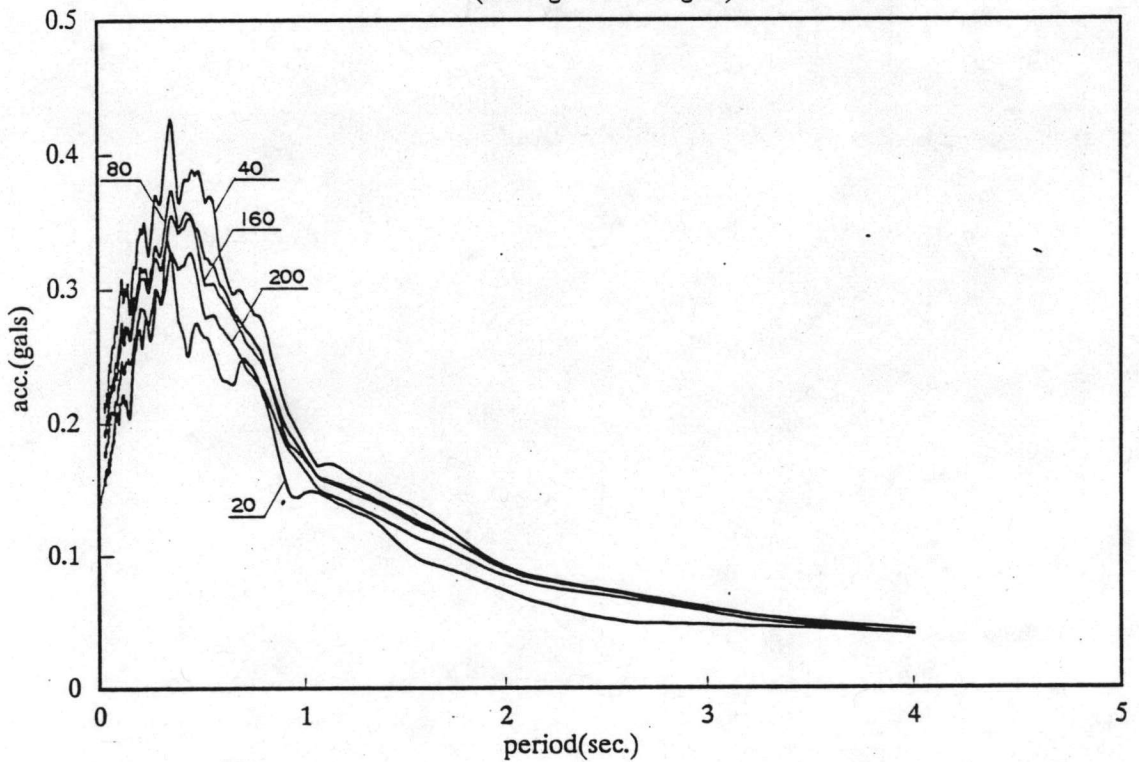
acc. response spectrum (for avg. peak acc.=90 gals)



damping ratio = 5%

รูปที่ 3.15 สเปกตรัมการตอบสนองของค่าอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 90 gals

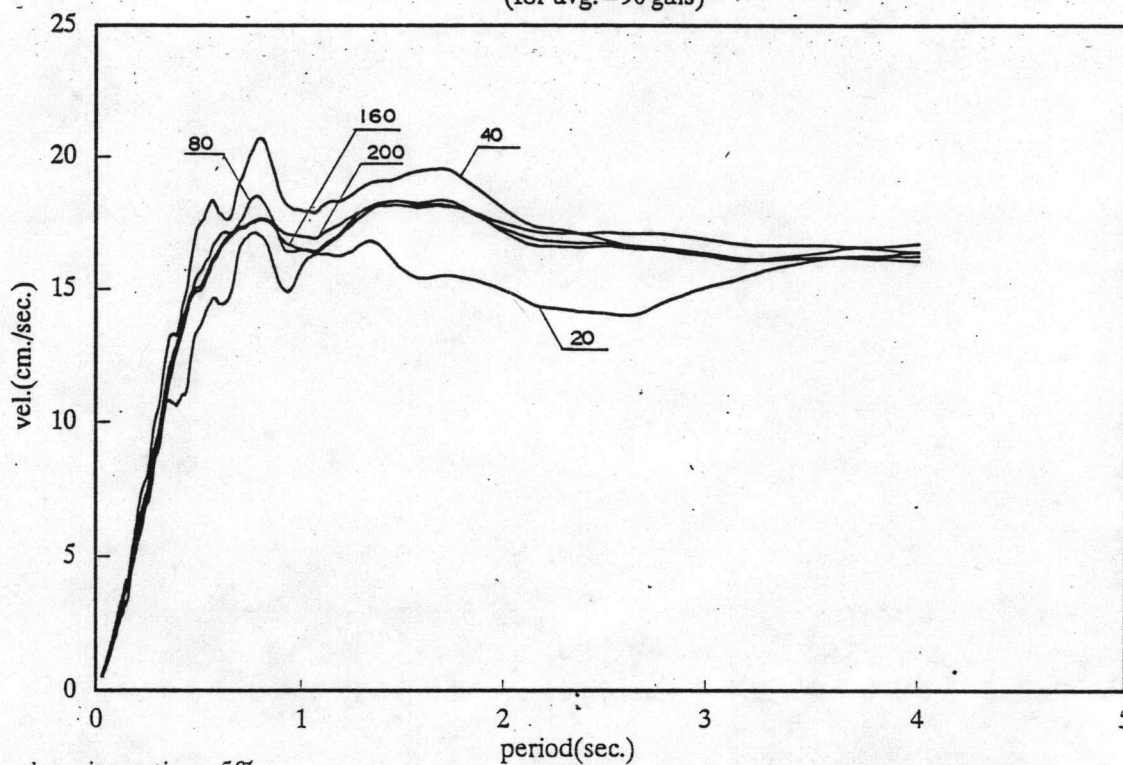
acc. response spectrum (for avg.+sd=140 gals)



damping ratio = 5%

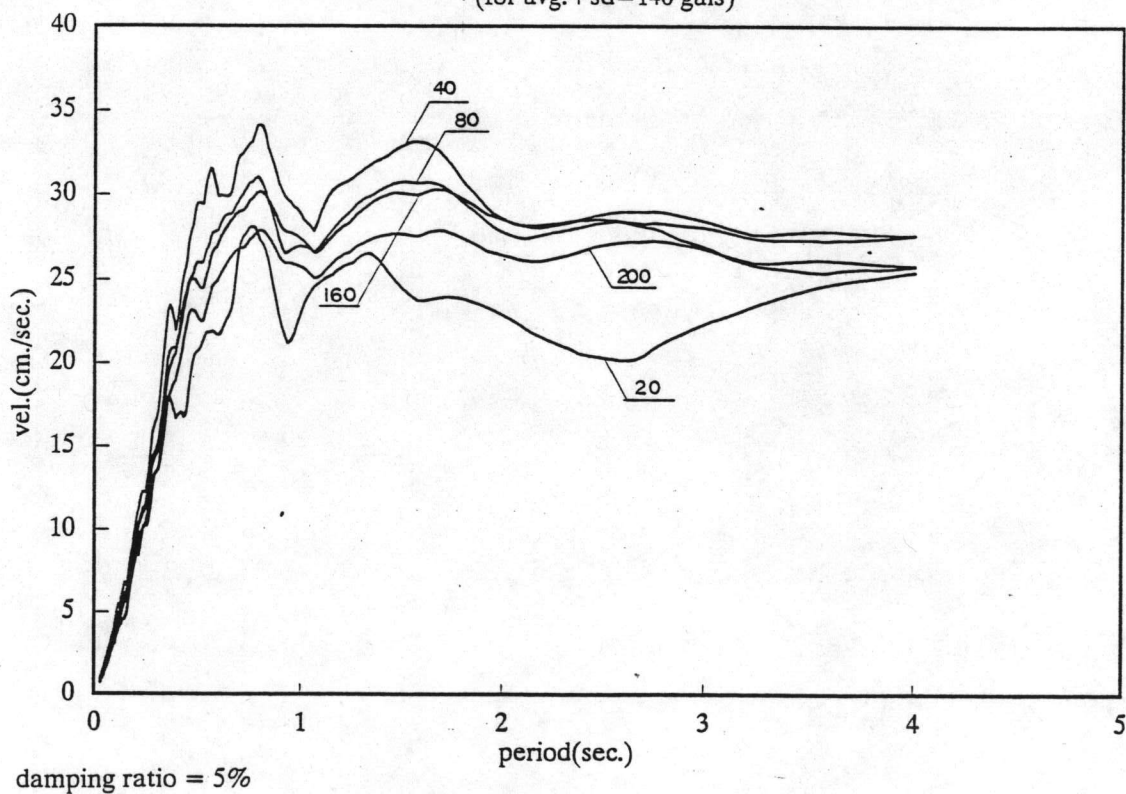
รูปที่ 3.16 สเปกตรัมการตอบสนองของค่าอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 140 gals

vel. response spectrum (for avg. = 90 gals)



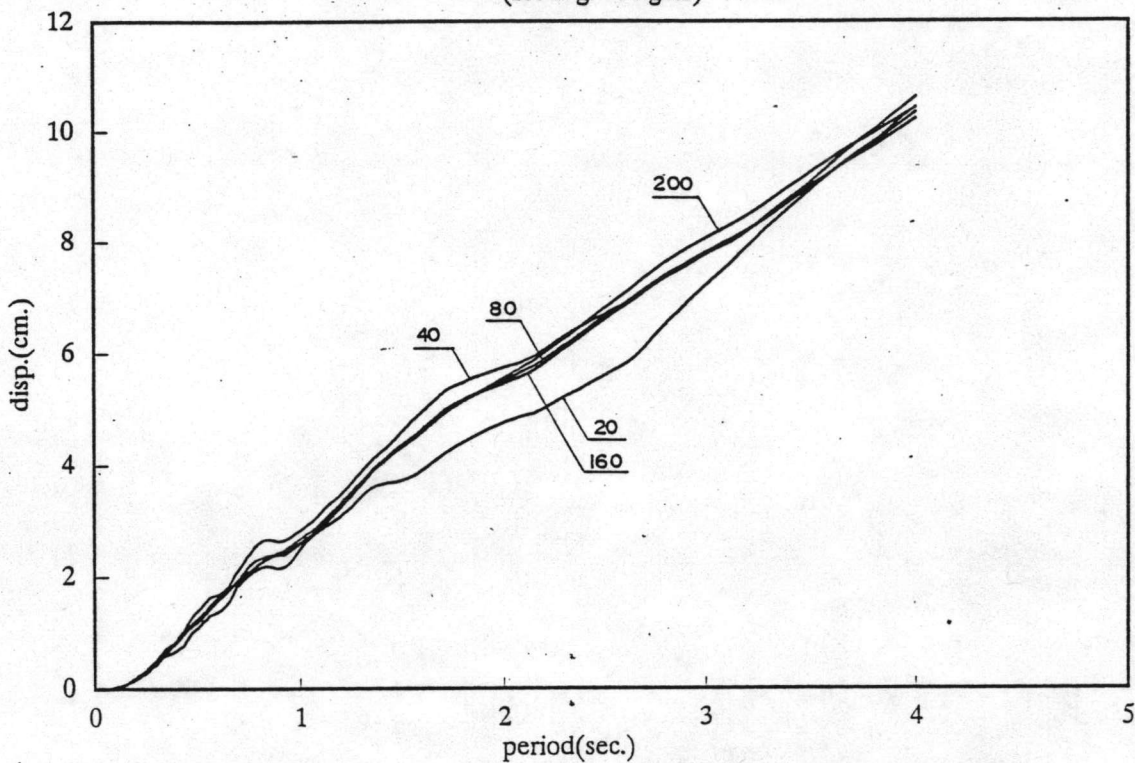
รูปที่ 3.17 สเปกตรัมการตอบสนองของค่าอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 90 gals

vel. response spectrum (for avg. +sd=140 gals)



รูปที่ 3.18 สเปกตรัมการตอบสนองของค่าอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 140 gals

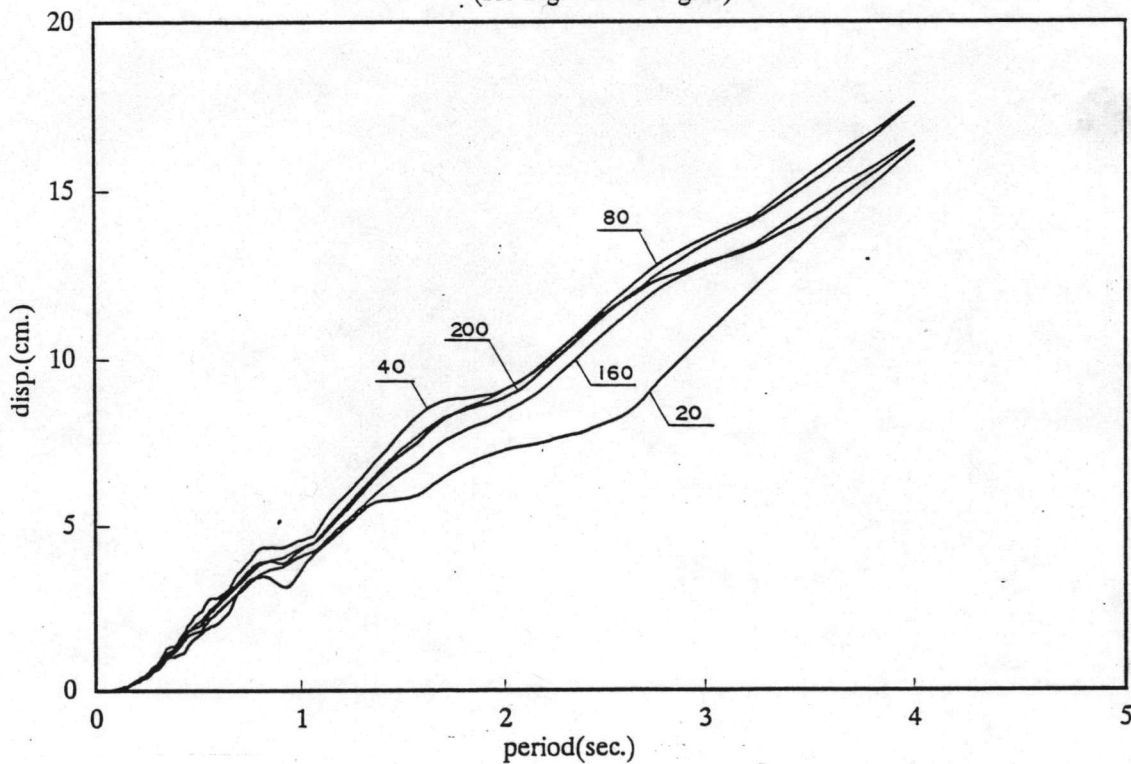
disp. response spectrum (for avg. = 90 gals)



damping ratio = 5%

รูปที่ 3.19 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 90 gals

disp. response spectrum (for avg. +sd = 140 gals)

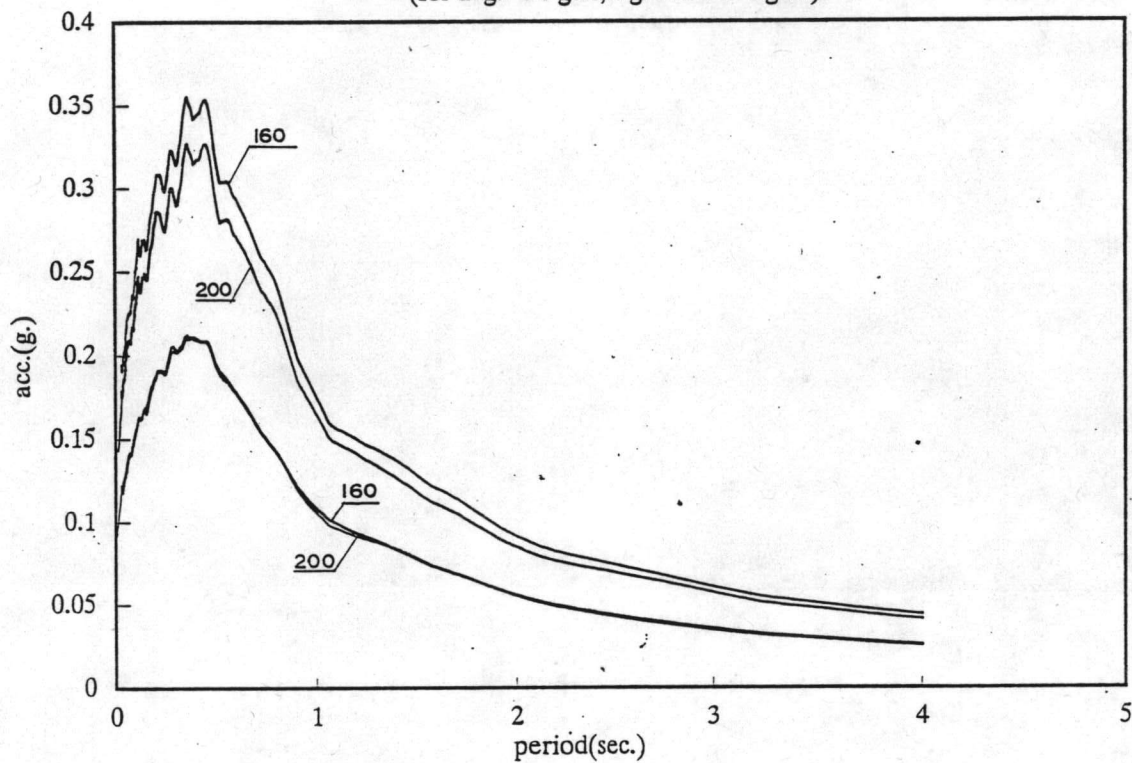


damping ratio = 5%

รูปที่ 3.20 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน = 140 gals

acc. response spectrum

(for avg.=90 gals, avg.+sd=140 gals)



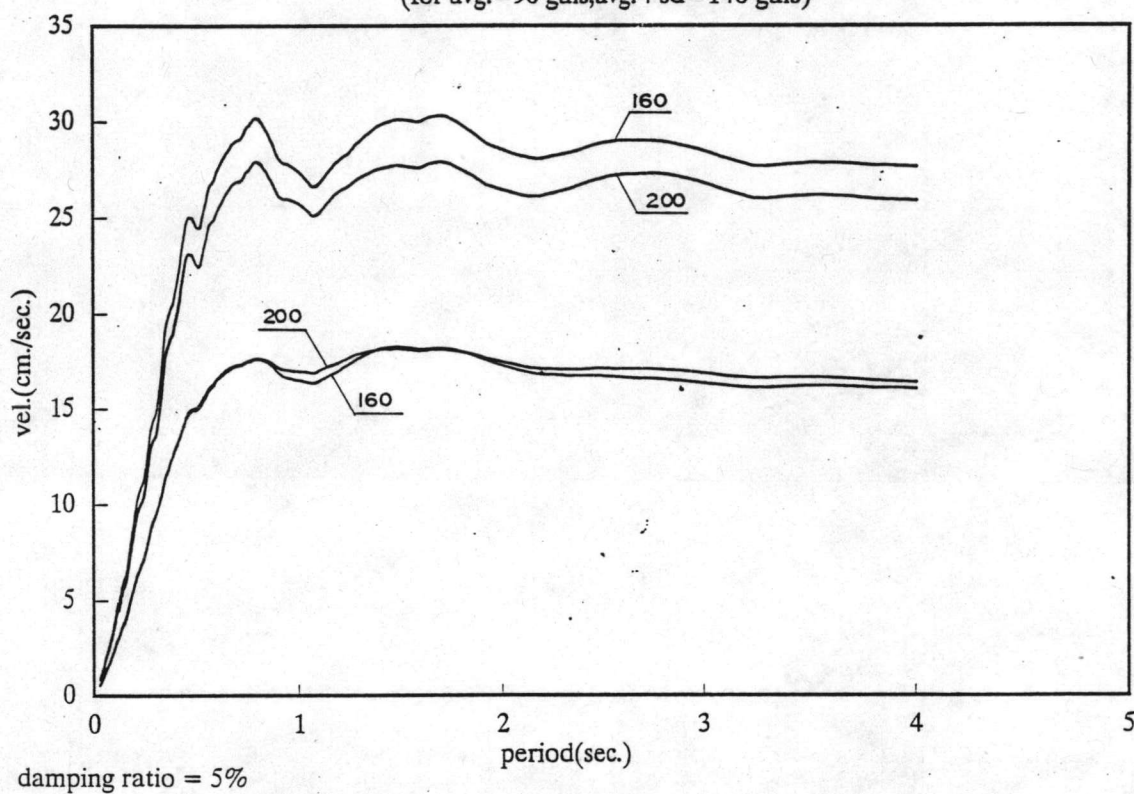
damping ratio = 5%

รูปที่ 3.21 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร่ง สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน

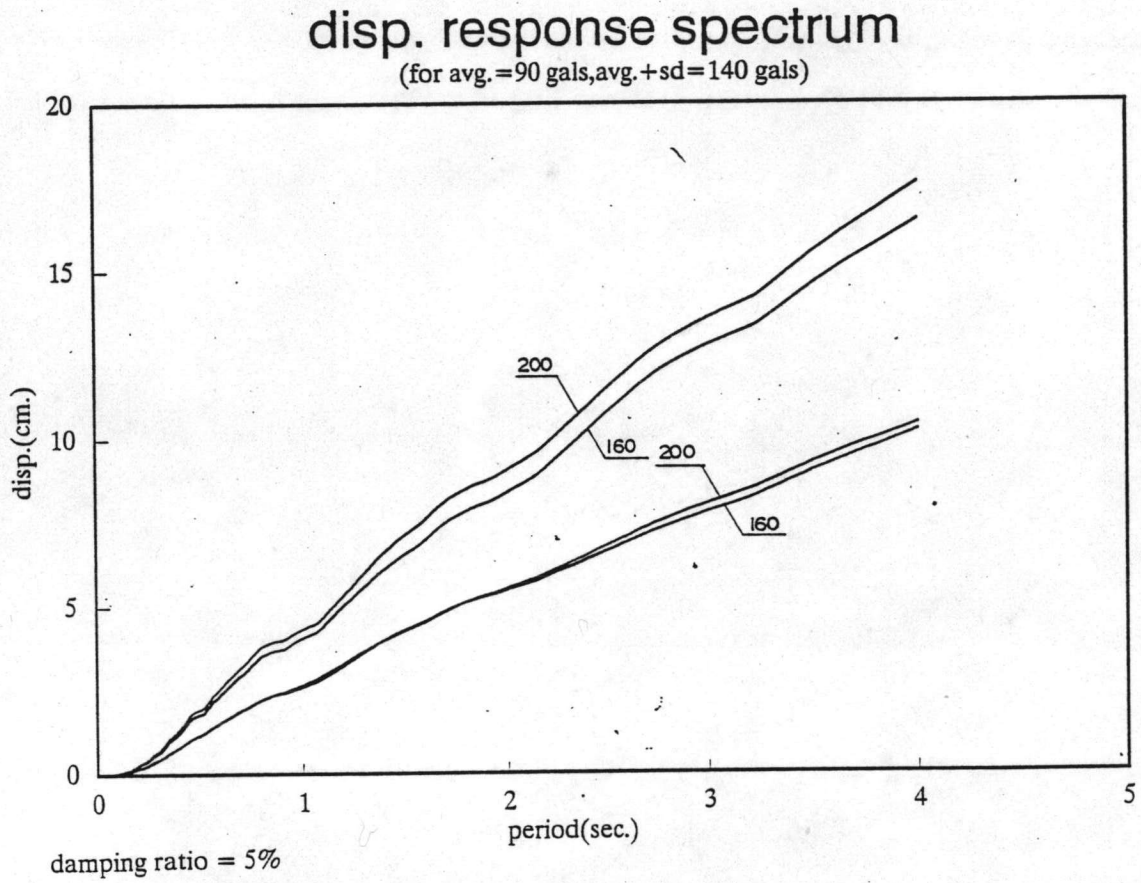
= 90 และ 140 gals

vel. response spectrum

(for avg.=90 gals, avg.+sd=140 gals)



รูปที่ 3.22 สเปกตรัมการตอบสนองของอัตราเร็ว สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน
= 90 และ 140 gals



รูปที่ 3.23 สเปกตรัมการตอบสนองของการเคลื่อนที่ สำหรับค่าอัตราเร่งที่ผิวดิน
= 90 และ 140 gals