หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 1

บทนำ

ความเป็นมา

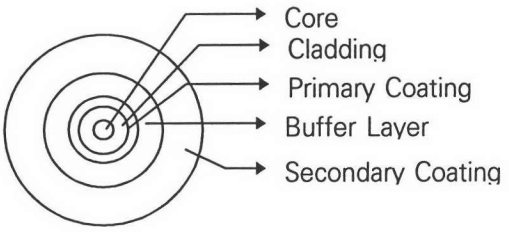
ในปัจจุบันนี้ระบบโทรคมนาคม เช่น ระบบสื่อสารไมโครเวฟบนภาคพื้นดิน ระบบสื่อสารดาวเทียม และระบบสื่อสารทางเส้นใยแก้วนำแสง ได้เข้ามามีบทบาทต่อระบบสื่อสารสมัยใหม่เป็นอย่างมาก ในระบบสื่อสารเหล่านี้จำเป็นต้องมีอุปกรณ์นำสัญญาณที่มีคุณภาพสูง อุปกรณ์นำสัญญาณที่มีบทบาทเป็นที่ยอมรับในปัจจุบันคือเส้นใยแสง (optical fiber) ซึ่งคุณสมบัติที่ดีของเส้นใยแสงคือมีการสูญเสียต่ำและสามารถรองรับกำลังได้สูง

ในการออกแบบเส้นใยแสงและการออกแบบระบบสื่อสารด้วยแสง จำเป็นต้องทราบคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสง (propagation characteristics) การวิเคราะห์หาพารามิเตอร์ (parameter) ที่สำคัญของคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสงนั้นเป็นสิ่งสำคัญ พารามิเตอร์ (parameter) ที่แสดงคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงคือ ค่าคงตัวการแพร่กระจาย (propagation constant) และแบบรูปของสนามแม่เหล็กไฟฟ้า (mode)

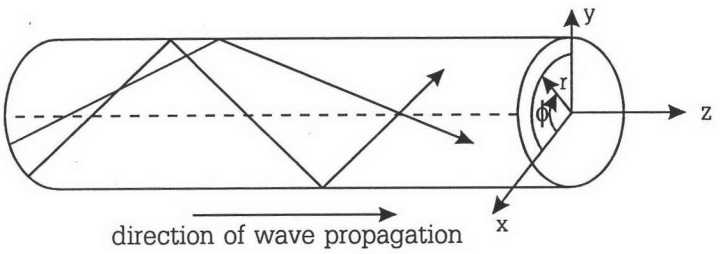
การวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงนั้นทำได้ 2 วิธีด้วยกัน วิธีแรกเป็นการใช้ทฤษฎีของแสง (Ray Theory) วิธีที่สองเป็นการใช้ทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้า (Electromagnetic wave Theory) ในงานวิจัยนี้จะใช้การวิเคราะห์ด้วยวิธีที่สองคือการใช้ทฤษฎีคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าผ่านชุดสมการของแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation)

โครงสร้างของเส้นใยแสงโดยทั่วไปจะมีโครงสร้างดังรูป 1.1 ประกอบไปด้วย แกน (core) เป็นบริเวณที่คลื่นแสงส่งผ่าน , วัสดุหุ้ม (cladding) เป็นวัสดุคลอบคลุมบริเวณแกนชั้นแรก ในทางทฤษฎีเพื่อการคำนวณหาคุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นแสงในเส้นใยแสงเป็นไปตามทฤษฎี จะให้วัสดุหุ้มมีขนาดเป็นอนันต์ (infinite) หรือเป็นบริเวณเปิด (open region) แต่ในทางปฏิบัติวัสดุหุ้มจะถูกคลอบคลุมด้วย แจ็กเก็ต (jacket) ซึ่งแจ็กเก็ตประกอบไปด้วยวัสดุเคลือบชั้นแรก (primary coating) , ชั้นบัฟเฟอร์ (buffer layer) เป็นวัสดุเคลือบที่ใช้ป้องกันความกดอากาศข้างเคียง และ วัสดุเคลือบชั้นทุติยภูมิ (secondary coating) เป็นวัสดุเคลือบชั้นนอกสุดดังแสดงดังรูปที่ 1.1 โครงสร้างของเส้นใยแสงที่นิยมใช้ในปัจจุบันจะมีรูปทรงกระบอก (cylindrical) ดังรูปที่ 1.2 และจะมีการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสง $n(r)$ อย่างสมมาตรรอบแกน (axisymmetrical) ยกเว้นในกรณีที่ต้องการคุณสมบัติในการส่งผ่านคลื่นแสงเป็นพิเศษบางอย่าง

จึงต้องใช้โครงสร้างของเส้นใยแสงที่มีการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงอย่างไม่มีความสมมาตรรอบแกน (non-axisymmetrical)



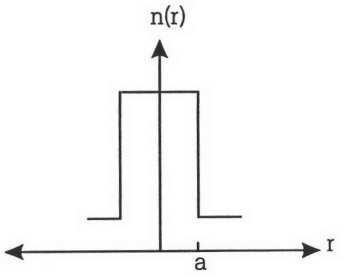
รูปที่ 1.1 โครงสร้างของเส้นใยแสงในแนวภาคตัดขวาง



รูปที่ 1.2 โครงสร้างของเส้นใยแสงในพิกัดทรงกระบอก

เราสามารถแบ่งชนิดของเส้นใยแสงตามลักษณะการเปลี่ยนแปลงของค่าดัชนีหักเหของแสงภายในโครงสร้างของเส้นใยแสง ในกรณีที่เส้นใยแสงมีการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงที่มีความสมมาตรรอบแนวแกนแบ่งได้เป็น

1. เส้นใยแสงแบบดัชนีขั้นบันได (step-index optical fiber) ตัวอย่างรูปแบบการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของแสง $n(r)$ แบบดัชนีขั้นบันไดตามระยะรัศมีเป็นดังรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 ตัวอย่างการเปลี่ยนแปลงของค่าดัชนีหักเหของแสงแบบขั้นบันได

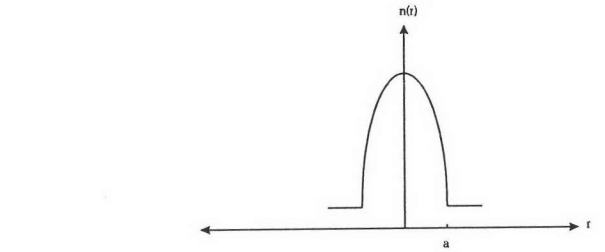
2. เส้นใยแสงแบบดัชนีลาด (grad-index optical fiber) ตัวอย่างรูปแบบการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของแสง $n(r)$ แบบดัชนีลาดตามระยะรัศมีเป็นดังรูปที่ 1.4

ซึ่งรูปสมการของค่าดัชนีหักเหแบบดัชนีลาดเป็น

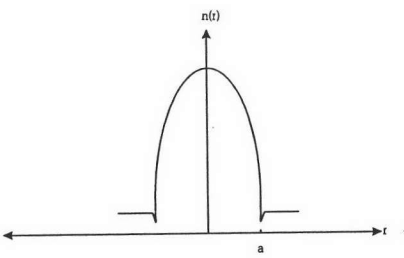
$$n(r) = \begin{cases} n_1\left[1 - 2\rho a\left(r/r_0\right)^{\alpha}\right]^{1/2} & 0 \le r \le r_0 \\ n_2 = n_1(1-2a)^{1/2} & r \ge r_0 \end{cases} \qquad (1.01)$$

$$a = \frac{\left(n_1^2 - n_2^2\right)}{2n_1^2} \approx \frac{n_1 - n_2}{n_1} \qquad (1.02)$$

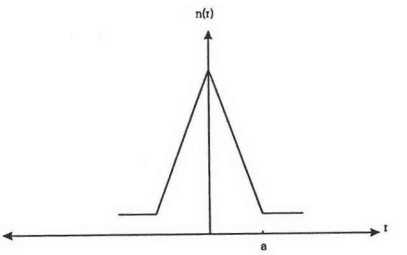
โดยที่ n_1 คือค่าดัชนีหักเหในแกน , n_2 คือค่าดัชนีหักเหในวัสดุหุ้ม , a คือค่าความแตกต่างของค่าดัชนีหักเห และ $n(r)$ คือค่าดัชนีหักเหในแกนตามระยะรัศมี (r)



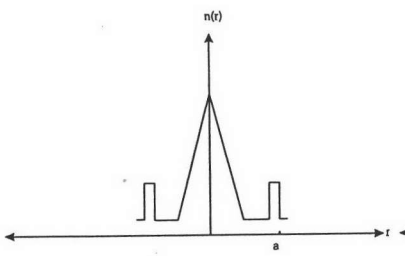
(a) α -Power Profile Optical Fiber



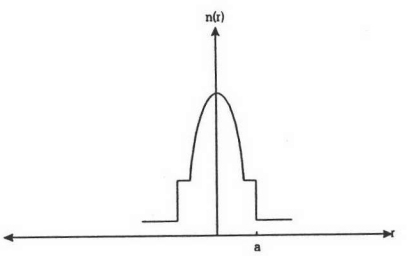
(b) W-type α -Power Profile Optical Fiber



(C) Triangular Profile Optical Fiber



(d) Segment Core Optical Fiber



(e) Dual-Shape-Core Optical Fiber

รูปที่ 1.4 ตัวอย่างการเปลี่ยนแปลงค่าดัชนีหักเหของแสงแบบดัชนีลาด

ถ้า $\rho < 1$, ขั้นบันไดจะอยู่ภายในระหว่างแกนกับวัสดุหุ้ม
ถ้า $\rho > 1$, จะทำให้เกิดรอยบากขึ้นบริเวณแกนต่อกับบริเวณวัสดุหุ้ม

จากรูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงที่แสดงดังรูปที่ 1.3 - 1.4 การวิเคราะห์เพื่อหาคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสงผ่านชุดสมการแมกเวลล์นั้น ในกรณีที่เส้นใยแสงมีรูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงที่ไม่ซับซ้อนนักสามารถทำได้ ยกเว้นในกรณีที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหมีความซับซ้อนการวิเคราะห์ผ่านชุดสมการแมกซ์เวลล์ทำได้ยาก

แนวทางการวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นแสงในเส้นใยแสง

1. วิธีเชิงวิเคราะห์ (Analytical method)

วิธีเชิงวิเคราะห์เพื่อหาคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสงนั้น สามารถวิเคราะห์ได้ด้วยชุดสมการแมกซ์เวลล์ (Maxwell's equation) ซึ่งการหาคำตอบจากชุดสมการแมกซ์เวลล์เป็นไปได้ยากหรือไม่ได้เลย และข้อจำกัดอื่น ๆ ที่ทำให้วิธีเชิงวิเคราะห์เป็นไปได้ยากสรุปได้ดังนี้

1.1 โครงสร้างของเส้นใยแสงที่นิยมใช้ในปัจจุบันมีความซับซ้อนมากขึ้น

1.2 แบบแผนคลื่นสนามไฟฟ้าในเส้นใยแสงโดยทั่วไปจะเป็น แบบแผนคลื่นไฮบริด (hybrid mode)

1.3 รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสง $n(r)$ มีความซับซ้อน

1.4 การแพร่กระจายสนามแม่เหล็กไฟฟ้าในเส้นใยแสง ขอบเขตของปัญหาจะเป็นบริเวณเปิด (open region)

จากเหตุผลดังกล่าวแสดงให้เห็นว่าข้อจำกัดของวิธีเชิงวิเคราะห์เส้นใยแสงมีมาก ดังนั้นวิธีเชิงตัวเลข (numerical method) จึงเป็นแนวทางแก้ปัญหาเส้นใยแสงที่เหมาะสมกว่า

2. วิธีเชิงตัวเลข (numerical method)

ในรอบ 20 ปีที่ผ่านมานั้น มีการนำวิธีเชิงตัวเลขมาวิเคราะห์คุณลักษณะการแพร่กระจายคลื่นแสงในเส้นใยแสงหลายวิธีด้วยกัน (Masanori Koshiba , 1990) วิธีหนึ่งที่เป็นที่ยอมรับและให้ประสิทธิภาพในการคำนวณมากคือวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ (finite element method หรือ FEM) ซึ่งแนวคิดพื้นฐานของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์จะเป็นดังนี้

แนวความคิดพื้นฐานของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ (finite element method)

วิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ เป็นวิธีการคำนวณวิเคราะห์ปัญหาทางฟิสิกส์ที่เข้าถึงการแก้ปัญหาในลักษณะแตกต่างจากวิธีอื่นคือ ไม่ได้พยายามหาคำตอบโดยตรงจากสมการดิฟเฟเรนเชียล ซึ่งเราเรียกสมการรูปแบบนี้ว่า นิพจน์แปรผัน (variational expression) คุณสมบัติที่สำคัญของนิพจน์แปรผัน คือจะให้ค่าของนิพจน์แปรผันจะมีค่าต่ำที่สุดหรือสูงที่สุดเมื่อแทนคำตอบของสมการดิฟเฟเรนเชียลที่ต้องการทราบค่าลงในนิพจน์แปรผัน ตามที่กล่าวมานี้จะเห็นว่า ลักษณะการแก้ปัญหานั้นเปลี่ยนรูปแบบไปจากการหาคำตอบที่สอดคล้องกับสมการดิฟเฟเรนเชียลโดยตรงสู่การหาคำตอบที่ทำให้ค่าของนิพจน์แปรผันมีค่าต่ำที่สุดหรือสูงที่สุด

การหาคำตอบที่ทำให้นิพจน์แปรผันมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดนั้น สามารถทำได้โดยการสร้างคำตอบทดสอบ (trial solution) ขึ้นมาโดยคำตอบทดสอบนี้สามารถเปลี่ยนรูปของคำตอบได้โดยการเปลี่ยนค่าตัวแปร ด้วยเหตุนี้จึงสามารถเปลี่ยนแปลงค่าของตัวแปรจนได้คำตอบที่ทำให้นิพจน์แปรผันมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดวิธีการที่ใช้ในการพิจารณาค่าของตัวแปรที่ทำให้นิพจน์แปรผันมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด คือการหาอัตราการเปลี่ยนแปลงของค่านิพจน์แปรผันเมื่อเทียบกับตัวแปรแต่ละตัว เป็นที่ทราบดีว่าจุดที่ค่าของนิพจน์แปรผันมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุด เป็นจุดที่อัตราการเปลี่ยนแปลงเป็นศูนย์ เงื่อนไขของอัตราการเปลี่ยนแปลงที่เป็นศูนย์จะถูกนำมาใช้ในการพิจารณาหาค่าของตัวแปร เรียกเงื่อนไขข้อนี้ว่า ภาวะคงที่ (stationary condition)

วิธีการไฟไนต์อีลีเมนท์เป็นวิธีการเฉพาะแบบหนึ่งที่นำมาใช้เพื่อสร้างคำตอบทดสอบ โดยเริ่มต้นจากการแบ่งโดเมนหรือโครงสร้างของปัญหาออกเป็นส่วนย่อยเรียกว่า อีลีเมนท์ (element) ซึ่งสามารถเป็นได้ทั้งเส้น พื้นที่ และปริมาตร ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับกำลังพิจารณาปัญหาหนึ่งมิติหรือสองมิติ คำตอบทดสอบภายในอีลีเมนท์จะถูกสร้างขึ้นอย่างเป็นระบบเหมือน ๆ กันทุกอีลีเมนท์ และตัวแปรของคำตอบทดสอบก็คือค่าของคำตอบที่ตรงจุดที่เรียกว่า โนด (node) เมื่อสร้างคำตอบภายในอีลีเมนท์ครบทุกอีลีเมนท์แล้ว คำตอบทดสอบของทั้งโดเมนก็จะสามารถสร้างขึ้นมาได้โดยการรวมคำตอบภายในอีลีเมนท์เข้าด้วยกันมีค่าสูงสุดหรือต่ำสุดโดยใช้เงื่อนไข ภาวะคงที่ (stationary condition)

การแก้ปัญหาโดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนท์นั้น ไม่จำเป็นต้องใช้เงื่อนไขของค่าสูงสุดหรือต่ำสุดของนิพจน์แปรผันแต่เพียงอย่างเดียว มีปัญหาบางประเภทที่ไม่สามารถหานิพจน์แปรผันที่สอดคล้องกับปัญหาที่ต้องการทราบคำตอบได้ จึงต้องหาคำตอบโดยวิธีอื่นแทนวิธีการของนิพจน์แปรผันซึ่งวิธีถ่วงน้ำหนักตกค้าง (weighted residual) เป็นวิธีหนึ่งที่นิยมใช้กัน

สรุปขั้นตอนของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์มีดังนี้คือ

1. ทำการแบ่งโดเมน (domain) ของปัญหาทั้งหมด ซึ่งแทนด้วยตัวแปร Ω ออกเป็นโดเมนย่อยๆ (subdomain) $\Omega^e (e = 1,2,3,...,m)$ เมื่อ m คือจำนวนของโดเมนย่อยทั้งหมด และแต่ละโดเมนย่อยเรียกว่า อีลีเมนท์ (element)

หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

2. จัดรูปสมการระบบโดยใช้วิธีของกาเลอร์เกิน (Galerkin's method) หรือ วิธีเรย์ลี-ริตซ์ (Rayleigh-Ritz method)

3. ทำการแทนคำตอบทดสอบในสมการระบบของแต่ละอีลีเมนท์

4. นำคำตอบทดสอบของทุกอีลีเมนท์มาประกอบเป็นคำตอบรวมของระบบทั้งโดเมน จากนั้นหาผลเฉลยของสมการระบบ

จากแนวคิดพื้นฐานของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ที่นำเสนอในช่วงต้น จะเห็นได้ว่าวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์เป็นวิธีเชิงตัวเลขที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งในการแก้ปัญหาเส้นใยแสง โดยเฉพาะเมื่อโครงสร้างของเส้นใยแสงมีความซับซ้อนมากขึ้นวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์สามารถยืดหยุ่นเข้ากับปัญหาได้ดี สำหรับวิธีไฟไนต์ อีลีเมนท์ที่นำมาวิเคราะห์หาคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสงที่มีการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงอย่างที่มีความสมมาตรรอบแนวแกนที่ผ่านมา สามารถสรุปได้ดังนี้

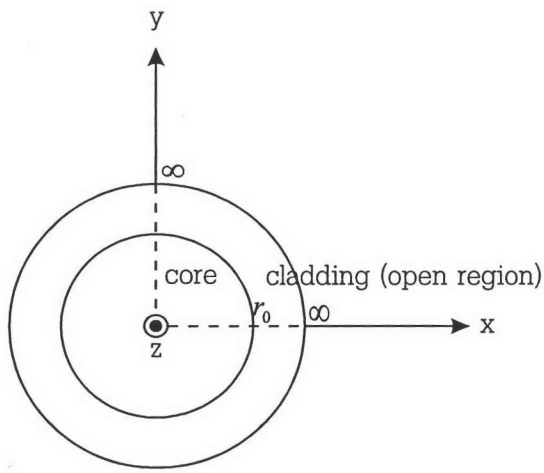
1. วิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนท์ (scalar finite element method) เป็นวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กเพียงองค์ประกอบเดียวในการวิเคราะห์หาคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสง (Koshiba M. , Hayata K. , Suzuki M. 1984) (Chiang K.S.1986) (Hayata K. , Eguchi M. , Koshiba M. 1988) วิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนท์เป็นวิธีที่ใช้องค์ประกอบเพียงองค์ประกอบเดียวในการคำนวณจึงทำให้ประสิทธิภาพในการคำนวณต่ำและปัญหาคำตอบแปลกปลอมเป็นอีกปัญหาหนึ่งที่เกิดขึ้นในการนำวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนท์มาใช้

2. วิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อีลีเมนท์ (vector finite element method) เป็นวิธีเชิงตัวเลขที่ใช้องค์ประกอบของสนามไฟฟ้าหรือสนามแม่เหล็กทั้งสามองค์ประกอบ ในการวิเคราะห์หาคุณลักษณะการแพร่กระจายของคลื่นแสงในเส้นใยแสง (Masanori Matsuhara , Fuminori Ohkubo , Akihiro Maruta 1992) (Masanori Matsuhara , Hirotomo Yunoki , Akihiro Maruta 1991) วิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อีลีเมนท์นั้นสามารถให้คำตอบที่แม่นตรงและมีประสิทธิภาพในการขจัดคำตอบแปลกปลอมได้ดีกว่าวิธีสเกลาร์ไฟไนต์อีลีเมนท์

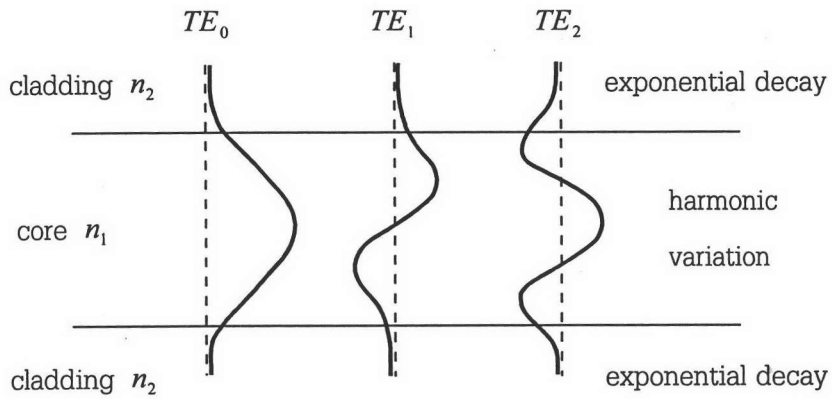
รูปแบบปัญหาเส้นใยแสง

จากลักษณะขอบเขตปัญหาของเส้นใยแสงแสดงดังรูปที่ 1.5 ฟังก์ชันของการลดลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นตรงบริเวณรอยต่อระหว่าง แกน (core) กับ วัสดุหุ้ม (cladding) ดังแสดงดังรูปที่ 1.6 ถ้าเรานำวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์มาใช้แก้ปัญหาโดยตรง ที่บริเวณวัสดุหุ้ม ต้องแบ่งโดเมนย่อยหรืออีลีเมนท์เป็นจำนวนมากเพื่อให้สามารถครอบคลุมบริเวณที่เป็นปัญหาทั้งหมดที่เกิดขึ้นจริง แต่ถ้าเราพิจารณารูปแบบของฟังก์ชันของการลดลงที่เกิดจริงที่ในบริเวณวัสดุหุ้ม (cladding) ฟังก์ชันของการลดลงจะมีค่าลดลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรก และจะมีการลดลงช้าลงเมื่ออยู่ไกลออกไปดังรูปที่ 1.6 หรืออาจมองได้ว่ามีการเปลี่ยน

แปลงน้อยมากที่บริเวณไกลออกไปดังรูปที่ 1.6 (หรืออาจแทนค่าการลดลงของคลื่นแม่เหล็กไฟฟ้าในรูปของฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล $e^{(-\alpha r)}$ ซึ่งนับว่าเป็นบริเวณที่มีนัยสำคัญน้อยแต่เราก็ไม่สามารถละทิ้งไปได้



รูปที่ 1.5 ลักษณะของปัญหาเส้นใยแสงที่เป็นบริเวณเปิด



รูปที่ 1.6 การแพร่กระจายของสนามไฟฟ้าในเส้นใยแสงแบบแผ่นคู่ขนาน (dielectric slab waveguide)

เทคนิคการแก้ปัญหาเส้นใยแสงด้วยไฟไนต์อีลีเมนท์ที่ขอบเขตของปัญหาเป็นบริเวณเปิด

ในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาใดก็ตามต้องทราบขอบเขตปัญหาที่แน่นอน แต่ในการแก้ปัญหาเส้นใยแสงในงานวิจัยนี้ขอบเขตปัญหาเป็นบริเวณเปิด (open boundary) ดังรูปที่ 1.5 ซึ่งในการนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่เป็นบริเวณเปิดนั้น จากงานวิจัยที่ผ่านมาแนวทางแก้ปัญหาที่ลักษณะของขอบเขตปัญหาเป็นบริเวณเปิดมีผู้นำเสนอหลายวิธีด้วยกัน (C.R.I Emson , DipEng 1988) (Marc J. McDOYGALL , J.P. WEBB. 1989)

1. การตัดปลาย (Truncation) เทคนิคการตัดปลายเป็นการประมาณว่าที่บริเวณโดเมนระยะไกลการเปลี่ยนแปลงของสนามไฟฟ้ามีค่าน้อยมากหรือไม่มีการเปลี่ยนแปลงเลย ซึ่งการนำเทคนิคการตัดปลายไปประยุกต์ใช้นี้จะสามารถจำกัดขอบเขตของปัญหาได้ แต่ว่าคำตอบที่ได้จากการนำเทคนิคการแก้ปัญหาแบบตัดปลายไปประยุกต์ใช้คำตอบที่ได้มีประสิทธิภาพต่ำ (Wood , W.L. 1976)

2. การแปลงบริเวณ (Mapping) เทคนิคการแปลงบริเวณนี้เป็นเทคนิคที่อาศัยคุณสมบัติของฟังก์ชันที่มาแปลงบริเวณทำการแปลงบริเวณของปัญหา ซึ่งเทคนิคการแปลงบริเวณที่อาศัยคุณสมบัติของฟังก์ชันนี้ประสิทธิภาพของคำตอบขึ้นอยู่กับว่าเราต้องเลือกฟังก์ชันการแปลงบริเวณให้เหมาะสมกับปัญหา ข้อดีของเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชันการแปลงบริเวณคือสามารถหารูปฟังก์ชันการแปลงบริเวณได้หลายรูปแบบขึ้นอยู่กับปัญหาที่พิจารณา ซึ่งทำให้เทคนิคการแปลงบริเวณสามารถยืดหยุ่นเข้ากับปัญหาได้หลายรูปแบบ (Matsuhara et .al. 1992) (Matsuhara et al. 1991) (Matsuhara and Masato Ishizaki 1990)

3. วิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ร่วมกับคำตอบเชิงวิเคราะห์ (Finite element with Analytic solution) เป็นการหาคำตอบโดยที่บริเวณแกนซึ่งเป็นบริเวณที่จำกัดวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์สามารถประยุกต์ใช้ และในบริเวณวัสดุหุ้มซึ่งเป็นบริเวณเปิดคำตอบจะอยู่ในรูปคำตอบเชิงวิเคราะห์ ซึ่งการหาคำตอบจากวิธีเชิงวิเคราะห์มีข้อจำกัดได้เสนอไปแล้วในตอนต้น (Wood , W.L. 1976)

ในการนำเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping technique) มาประยุกต์ใช้กับปัญหาที่ผ่านมา (Matsuhara et al. 1992) , (Matsuhara et al. 1991) และ (Matsuhara et al. 1990) แสดงให้เห็นว่าการนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้เป็นวิธีที่มีประสิทธิภาพวิธีหนึ่งเพื่อแก้ปัญหาเส้นใยแสงที่ขอบเขตเป็นบริเวณเปิดจากลักษณะของปัญหาเส้นใยแสงที่นำเสนอในตอนต้นถ้าสามารถหารูปแบบของฟังก์ชันของการแปลงบริเวณ (mapping) ที่มีความสอดคล้องกับการลดลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้าที่เกิดขึ้นจริงในเส้นใยแสงได้ ก็อาจจะยังผลให้การนำวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์มาประยุกต์ใช้มีประสิทธิภาพดีขึ้นและเวลาที่ใช้ในการคำนวณน้อยลง จากงานวิจัยที่ผ่านการนำเทคนิคการแปลงบริเวณไปประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงจะมีดังนี้

1. (Matsuhara et al. 1992) ได้เสนอวิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อีลีเมนท์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s = \frac{1}{r}$ ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาเส้นใยแสงที่เป็นบริเวณเปิด

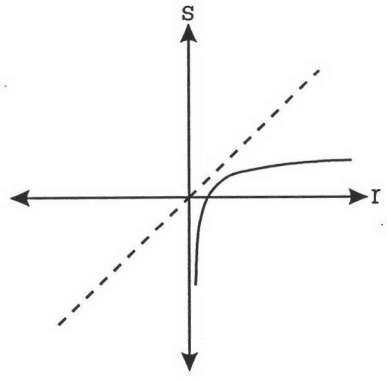
2. (Matsuhara et al. 1991) ได้เสนอวิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อีลีเมนท์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s=\frac{1}{r}$ ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาท่อนำคลื่น

3. (Matsuhara et al. 1990) ได้เสนอวิธีเวกเตอร์ไฟไนต์อีลีเมนท์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณแบบ $s=\frac{1}{r}$ ไปประยุกต์ใช้กับปัญหาท่อนำคลื่นและสายอากาศไมโครสตริป

จากงานวิจัยที่ผ่านมาฟังก์ชันการแปลงบริเวณจะถูกนำเสนออยู่รูปแบบเดียวคือ $s=\frac{1}{r}$ ซึ่งฟังก์ชันการแปลงบริเวณแบบ $s=\frac{1}{r}$ นี้จะทำให้เกิดปัญหาภาวะเอกฐาน (singularity) และฟังก์ชัน $s=\frac{1}{r}$ ยังคงต้องใช้การแบ่งอีลีเมนท์ไปถึงจุดอนันต์เพื่อจะทำให้ขอบเขตของปัญหาจำกัดได้จริงที่ $s_n \to 0$ ซึ่งข้อจำกัดอันนี้ถ้าสามารถหารูปแบบฟังก์ชันของแปลงบริเวณแบบอื่นที่เหมาะสมกับปัญหาเส้นใยแสงมากกว่าก็จะทำให้การคำนวณด้วยวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ที่มีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณมาประยุกต์ใช้ที่บริเวณวัสดุหุ้มมีความแม่นยำมากขึ้นและยังสามารถลดจำนวนอีลีเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณลงได้

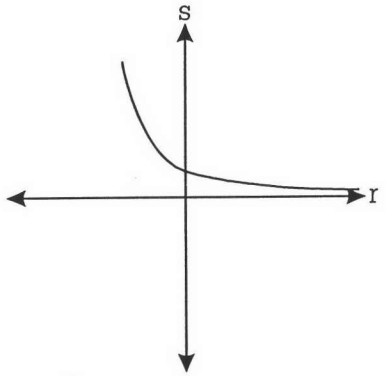
เทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping technique) ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้คือ

1. $s=\ln(r)$ ข้อดีของเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s=\ln(r)$ ที่โดเมนระยะไกล คือที่ระยะไกลออกไปจากจุดรอยต่อระหว่างแกนกับวัสดุหุ้มมากๆ อัตราการลดลงของสนามแม่เหล็กไฟฟ้ามีน้อยหรือแทบจะไม่มีการเปลี่ยนแปลงเลย ซึ่งในบริเวณนี้ถ้าเรานำเทคนิคการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชันแบบ $s=\ln(r)$ มาประยุกต์ใช้จะเห็นได้ว่าเหมาะสมกับปัญหามากเพราะรูปแบบการเปลี่ยนแปลงของฟังก์ชัน $s=\ln(r)$ จะมีการเปลี่ยนแปลงอย่างรวดเร็วในช่วงแรกและจะมีการเปลี่ยนแปลงน้อยลงที่บริเวณไกลออกไป ซึ่งข้อดีนี้จะทำให้เราสิ้นเปลืองจำนวนอีลีเมนท์ที่ใช้ในการคำนวณลดลงและสามารถครอบคลุมปัญหาได้มากขึ้น



รูปที่ 1.7 ฟังก์ชันการแปลงบริเวณแบบ $s=\ln(r)$

2. $s = e^{(-\alpha r)}$ รูปแบบการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = e^{(-\alpha r)}$ นี้เป็นการประยุกต์มาจากวิธีการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = \frac{1}{r}$ คือที่จุดอนันต์ $r \to \infty$ จะได้ว่า $s = e^{(-\alpha\infty)} = 0$ ซึ่งสามารถทำให้ครอบคลุมปัญหาที่เกิดขึ้นจริงได้ทั้งหมด แต่ฟังก์ชันการแปลงบริเวณด้วยฟังก์ชัน $s = e^{(-\alpha r)}$ มีการปรับความชันของกราฟเอกซ์โพเนนเชียลด้วยค่าα ซึ่งค่า α $(\alpha \geq 0)$ นี้จะทำให้กราฟเอกซ์โพเนนเชียลลู่เข้าสู่ค่าอนันต์เร็วกว่ากราฟ $s = \frac{1}{r}$ การลู่เข้าสู่ค่าอนันต์เร็วขึ้นนี้จะมีผลทำให้ลดการสิ้นเปลืองอีลีเมนท์ได้ดีกว่าฟังก์ชัน $s = \frac{1}{r}$ สำหรับรายละเอียดของเทคนิคการแปลงบริเวณจะได้กล่าวดังบทต่อๆไป



รูปที่ 1.8 ฟังก์ชันการแปลงบริเวณแบบ $s = e^{(-\alpha r)}$

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้

วัตถุประสงค์ของงานวิจัยนี้คือ เพื่อศึกษาการวิเคราะห์สนามแม่เหล็กไฟฟ้าของแสงที่เดินทางในเส้นใยแสง โดยใช้วิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ซึ่งมีการนำเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping) มาใช้ในการวิเคราะห์บริเวณที่มีลักษณะที่เป็นบริเวณเปิด (open region) ให้เป็นบริเวณที่จำกัด (bounded region) เพื่อให้การคำนวณโดยวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์มีความละเอียดแม่นยำเพิ่มขึ้นและจำนวนอีลีเมนท์ที่ใช้ลดลง

วิธีการดำเนินการและขอบเขตของการวิจัย

1. ศึกษาหลักการพื้นฐานของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์
2. ศึกษารูปแบบนิพจน์แปรผัน (variational expression) ที่ถูกนำเสนอโดย Masanori Matsuhara et al. (1992). และเทคนิคการ mapping $s = \frac{1}{r}$ ที่นำเสนอในงานวิจัยนี้มาเป็นหลักเพื่อนำมาประยุกต์ใช้กับเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping) ที่จะนำเสนอต่อไป
3. นำเสนอรูปแบบการแปลงบริเวณที่เหมาะสมกับปัญหาที่เกิดขึ้นคือ

3.1 $s = \ln(r)$

3.2 $s = e^{(-ar)}$

4. ศึกษาเปรียบเทียบว่าเทคนิคการแปลงบริเวณที่นำเสนอนั้น วิธีไหนมีประสิทธิภาพดีที่สุดโดยการเขียนโปรแกรมทดสอบ (ใช้ Matlab 4.0) บนคอมพิวเตอร์ส่วนบุคคลทั้งหมดโดยขั้นตอนการเปรียบเทียบนั้นจะมี 2 ขั้นตอนดังนี้

4.1 คำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบขั้นบันได (step-index)

4.2 คำนวณค่าคงตัวการแพร่กระจายบรรทัดฐาน โดยที่รูปแบบการกระจายตัวของค่าดัชนีหักเหของแสงเป็นแบบดัชนีลาด (grad-index)

5. สรุปผลการทดลอง

6. เขียนและพิมพ์วิทยานิพนธ์

ประโยชน์ที่จะได้รับจากงานวิจัยนี้

ได้เรียนรู้เทคนิคการแก้ปัญหาของวิธีไฟไนต์อีลีเมนท์ที่ขอบเขตของปัญหาเป็นบริเวณเปิด โดยการนำเสนอเทคนิคการแปลงบริเวณ (mapping) มาแปลงบริเวณของปัญหาที่เป็นบริเวณเปิดให้เป็นบริเวณที่จำกัด ซึ่งจะสามารถนำไปประยุกต์ใช้กับปัญหาที่มีลักษณะเดียวกันได้