บทที่ 3

การคำนวณออกแบบและการสร้างเลนส์

ในการคำนวณออกแบบและสร้างเลนส์ให้มีลักษณะอย่างไรนั้น ขึ้นอยู่กับการนำเลนส์ไปใช้ประโยชน์ เช่น เมื่อต้องการเลนส์ที่มีคุณสมบัติทำให้รายละเอียดของภาพปรากฏพร่า ถ้านำไปถ่ายภาพคน (portrait) จะปกปิดริ้วรอยบนใบหน้าได้ ซึ่งง่ายต่อการแต่งฟิล์มและแต่งภาพ เรียกเลนส์ที่มีคุณสมบัติแบบนี้ว่า เลนส์ซอฟท์โฟกัส (soft - focus lens) [2] โดยทำเป็นเลนส์นูนแกมเว้า (convergent meniscus) หรือเลนส์ประกอบที่ออกแบบพิเศษที่จะทำให้เกิดความคลาดทรงกลมมาก ๆ เป็นต้น ทั้งนี้จะต้องคำนึงถึงปริมาณพื้นฐานที่สำคัญ 3 ชนิด คือ (1) พลังงานแสงที่ผ่านระบบทัศน์, (2) กำลังแยก และ (3) กำลังขยายของทัศนอุปกรณ์ที่จะสร้างขึ้น[4]

พลังงานแสงที่ผ่านระบบทัศน์ บอกเป็นการส่องสว่าง (illumination) ของวัตถุและหรือของภาพที่ได้จากระบบทัศน์นั้น การส่องสว่างเป็นสัดส่วนผกผันกับกำลังส่องของ เอฟ - นัมเบอร์[4] (f - number) ดังสมการ (3.1)

$$E \quad \alpha \quad 1/(\text{เอฟ - นัมเบอร์})^2 \qquad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3.1)$$

ซึ่งหมายความว่า พลังงานแสงต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ที่ผ่านระบบทัศน์ในขณะที่ เอฟ - นัมเบอร์ มีค่าน้อยจะมากกว่าในขณะที่ เอฟ - นัมเบอร์ มีค่ามาก ดังนั้นในการออกแบบเพื่อเลือกทางยาวโฟกัสของเลนส์ จะต้องพิจารณาที่ เอฟ - นัมเบอร์

กำลังแยกมีความสำคัญมากกับระบบที่ต้องการรายละเอียดของภาพเช่น กล้องจุลทัศน์ และกล้องโทรทัศน์เป็นต้น ในกรณีนี้กำลังแยกของระบบทัศน์จะหมายถึง กำลังแยกของเลนส์ แต่กำลังแยกของเครื่องเอกรงค์ เครื่องส่เปกโตรมิเตอร์ เครื่องส่เปกโตรส่โคป และเครื่องส่เปกโตรกราฟ จะหมายถึงกำลังแยกของตัวกระจายแสง แต่เพื่อให้ทราบค่ากำลังแยกของเลนส์ที่ได้สร้างขึ้น ในการ

ทดลองนี้ จะได้กล่าวถึงอย่างละเอียดในบทที่ 4 เพราะอาจนำเลนส์นี้ไปใช้งานด้านอื่นได้ โดยไม่ต้องทดลอบหากำลังแยกของเลนส์ดังกล่าวอีก การแยก (resolution) ของระบบทัศน์ที่ประกอบด้วยเลนส์บอกด้วยเกณฑ์ของเรย์เลห์ ดังสมการ (3.2)

$$h = 0.61\lambda/(N.A.) \qquad \text{.....(3.2)}$$

เมื่อ h เป็นระยะระหว่างจุดวัตถุสองจุดที่จะบอกได้ว่าแยกจากกันได้พอดี λ เป็นความยาวคลื่นแสงจากจุดวัตถุ และ N.A. เป็นช่องเปิดเชิงตัวเลขด้านวัตถุ สมการ (3.2) เป็นเงื่อนไขในการตัดสินว่า วัตถุสองชิ้นจะต้องห่างกันเท่าใด ระบบทัศน์นั้นจึงจะให้ภาพเป็นสองชิ้นได้พอดี[1] ถ้าให้ความยาวคลื่นคงที่ ระยะ h จะเป็นสัดส่วนผกผันกับช่องเปิดเชิงตัวเลข แสดงว่าถ้าช่องเปิดใหญ่ ความสามารถในการแยกวัตถุจะมากขึ้น ดังนั้นเพื่อให้เห็นรายละเอียดของวัตถุมากขึ้น ระบบทัศน์นั้นจะต้องมีช่องเปิดขนาดใหญ่

กำลังขยายของระบบทัศน์ มีความสำคัญกับระบบทัศน์ทุกระบบ เพราะนอกจากจะมีผลต่อการขยายภาพแล้ว ยังมีผลต่อพลังงานแสงที่ผ่านระบบทัศน์อีกด้วย ถ้า m เป็นกำลังขยาย โดยที่ $m = n \sin U / n' \sin U' = N.A./(N.A.)'$, N.A. เป็นช่องเปิดเชิงตัวเลขด้านวัตถุ, $(N.A.)'$ เป็นช่องเปิดเชิงตัวเลขด้านภาพ U และ U' เป็นมุมยันด้านวัตถุและด้านภาพตามลำดับ และถ้า B เป็นความสว่าง (brightness) ของภาพ ซึ่ง $B = (n'/n)TB_o$ เมื่อ n เป็นค่าดัชนีหักเหของตัวกลางด้านวัตถุ, n' เป็นค่าดัชนีหักเหของตัวกลางด้านภาพ, T เป็นความสามารถในการทะลุผ่าน และ B_o เป็นความสว่างของวัตถุต้นกำเนิดแสง ความสัมพันธ์ระหว่างกำลังขยายกับการส่องสว่างจะเขียนได้ดังสมการ (3.3)[4] จะเห็นว่า การส่องสว่างเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสองของช่องเปิดเชิงตัวเลข

$$E' = \frac{\pi B(N.A.)^2}{n^2 m^2} \qquad \text{.....(3.3)}$$

และเป็นสัดส่วนผกผันกับกำลังส่องของกำลังขยาย นั่นคือ ระบบทัศน์หนึ่ง ๆ จะให้การส่องสว่าง, กำลังแยก และกำลังขยายมากที่สุดในขณะเดียวกันนั้นย่อมเป็นไปไม่ได้ เพราะในขณะที่มีกำลังขยายมาก การส่องสว่างจะน้อยลง ถ้าระบบทัศน์มีช่องเปิดขนาดใหญ่จะให้รายละเอียดของวัตถุได้มากขึ้น และยังให้การส่องสว่าง มากขึ้นด้วย แต่จะทำให้มีความคลาดมากขึ้น โดยพิจารณาความคลาดจากสมการ (2.38) ถึง (2.45) ในกรณีที่ช่องเปิดของระบบทัศน์คงที่ การลดทางยาวโฟกัสลง จะทำให้ช่องเปิดเชิงตัวเลขมากขึ้น พลังงานแสงที่ผ่านระบบจะมากขึ้นด้วย แต่ค่าความโค้งของผิวของระบบทัศน์นั้นจะมากขึ้นเช่นกัน ทำให้มีการสูญเสียพลังงานแสงจากการสะท้อนที่ผิวเป็นปริมาณมากขึ้นเพราะมุมตกกระทบใหญ่ขึ้น แสงที่สะท้อนระหว่างผิวจะทำให้เกิดภาพรบกวนที่เรียกว่าจุดแฟลร์[4](flare spot) ทำให้คุณภาพของภาพเสียไป

เลนส์คอลลิเมเตอร์และเลนส์โทรทัศน์ในการทดลองนี้ได้สร้างขึ้นจากแก้วทางทัศนศาสตร์ ที่สามารถตัดให้เป็นเลนส์ขนาดเส้นผ่า ศูนย์กลาง 4 เซนติเมตร ด้วยขนาดอันจำกัดนี้ จึงเลือกให้เลนส์ทั้งสองข้างต้นมีเอฟ - นัมเบอร์ เป็น 6.25 (f/6.25) หรือ ทางยาวโฟกัสเป็น 25.0 เซนติเมตร เพื่อหลีกเลี่ยงไม่ให้ผิวเลนส์โค้งมากและน้อยเกินไป และค่ากำลังขยายของระบบเป็นหนึ่ง จากนั้นออกแบบให้เลนส์ทั้งสองข้างต้นเป็นเลนส์คู่ประกบ (doublet) ของเลนส์นูนทำจากแก้วคราวน์ชนิดแน่นประกบกับเลนส์เว้าทำจากแก้วฟลินท์ชนิดแน่น เพื่อทำให้กำจัดความคลาดรงค์ ความคลาดทรงกลมและโคมาได้ง่ายขึ้น

เลนส์คอลลิเมเตอร์ และเลนส์โทรทัศน์ในอุดมคติจะต้องได้รับการแก้ไขให้ปราศจากความคลาดรงค์ และความคลาดเอกรงค์ แต่ในทางปฏิบัติย่อมเป็นไปไม่ได้ที่จะกำจัดความคลาดทุกชนิดได้อย่างครบถ้วน ดังนั้นเครื่องเอกรงค์ในแต่ละระบบจะต้องพิจารณาแก้ไขความคลาดต่าง ๆ ให้น้อยลงเท่าที่จะทำได้ สำหรับเครื่องเอกรงค์ที่สร้างขึ้นนี้ จะพิจารณาลดความคลาดที่สำคัญที่มีผลต่อระบบมากคือ ความคลาดรงค์, ความคลาดทรงกลม และโคมา โดยจะกล่าวอย่างละเอียดในลำดับต่อไป

สำหรับการคำนวณออกแบบเลนส์ในการทดลองนี้ แบ่งวิธีดำเนินงานออกเป็น 2 ขั้นตอน คือ คำนวณออกแบบรูปร่างของเลนส์รงค์สำหรับเลนส์คอลลิเมเตอร์ และสำหรับเลนส์โทรทัศน์ จากนั้นจึงคำนวณเลือกรูปร่างของเลนส์รงค์ดังกล่าวที่ให้ความคลาดทรงกลมน้อยที่สุด และไม่มีโคมา

1. การคำนวณหารูปร่างของเลนส์รงค์

สำหรับเลนส์คอลลิเมเตอร์ และเลนส์โทรทัศน์ เป็นเลนส์รงค์ชนิดคู่ประกบ และเป็นเลนส์รวมแสงที่มีทางยาวโฟกัส (f) 25 เซนติเมตร เส้นผ่าศูนย์กลาง 4 เซนติเมตร ทำจากแก้วแบเรียมคราวน์ชนิดแน่น (dense Barium Crown) มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลืองของธาตุโซเดียม (n'_D) 1.62280 และมีค่าวี (V_1) 56.90 และแก้วฟลินท์ชนิดแน่น (Dense Flint) มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลืองของธาตุโซเดียม (n''_D) 1.69865 และมีค่าวี (V_2) 32.02

จากสมการ (2.15) สามารถเขียนสมการของความคลาดรงค์ตามยาวได้เป็น

$$(\delta W_L)r^2 = \sum_{i=1}^{m} \left\{ \frac{h_i^2 K_i}{2V_i} \right\} r^2$$

ดังนั้น ในกรณีของเลนส์คอลลิเมเตอร์ และเลนส์โทรทัศน์ จะได้ว่า

$$(\delta W_L)r^2 = \left\{ \frac{h_1^2 K_1}{2V_1} + \frac{h_2^2 K_2}{2V_2} \right\} r^2$$

ในกรณีที่เป็นเลนส์บางค่า $h_1 \cong h_2 = h$ ดังนั้นสมการที่ให้ค่าความคลาดรงค์เป็น 0 ($\delta V_L = 0$) จะเป็น

$$\frac{K_1}{V_1} + \frac{K_2}{V_2} = 0 \qquad \text{.....(3.1)}$$

จากสมการกำลังของเลนส์บาง $K = K_1 + K_2$ สามารถหาค่า K_1 และ K_2 ได้เป็น

$$K_1 = \frac{KV_1}{V_1 - V_2} \qquad \text{.....(3.2)}$$

และ

$$K_2 = \frac{KV_2}{V_2 - V_1} \qquad \text{.....(3.3)}$$

โดยที่

$$K_1 = (n'_D - 1)(C_1 - C_2)$$

$$K_2 = (n''_D - 1)(C_3 - C_4)$$

และ

$$K = 1/f$$

ดังนั้น เมื่อแทนค่า K_1 และ K_2 ลงในสมการ (3.2) และ (3.3) จะสามารถเขียนความสัมพันธ์ของค่าความโค้ง C_1, C_2, C_3 และ C_4 ได้ดังนี้

$$C_1 = KV_1/(V_1 - V_2)(n'_D - 1) + C_2 \qquad \text{.....(3.4)}$$

$$C_3 = KV_2/(V_2 - V_1)(n''_D - 1) + C_4 \qquad \text{.....(3.5)}$$

ในเมื่อ K_1 เป็นกำลังของเลนส์ที่ทำจากแก้วคราวน์

K_2 เป็นกำลังของเลนส์ที่ทำจากแก้วฟลินท์

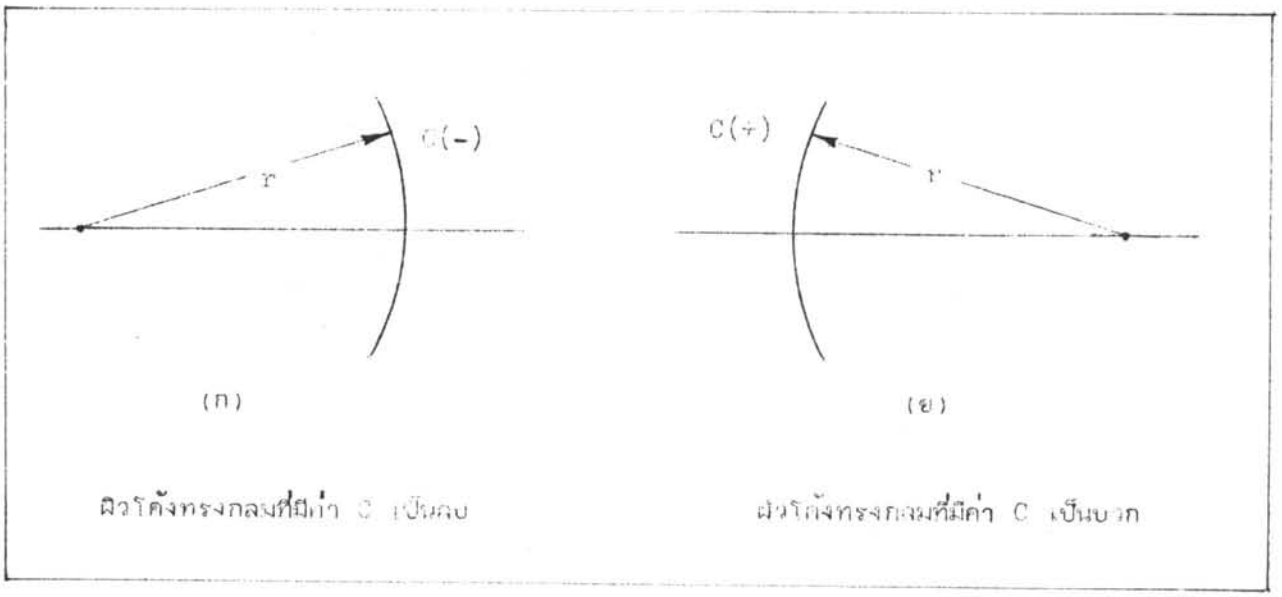
K เป็นกำลังของเลนส์รวมแสง

ใช้สมการ (3.4) และสมการ (3.5) คำนวณรูปร่างของเลนส์รวมแสง ได้ตามต้องการ แต่เพื่อสะดวกในการคำนวณ กำหนดให้ผิวที่ 2 สัมผัสพอดีกับผิวที่ 3 หรือ คือ $C_2 = C_3$ แล้วให้ C_4 เขียนเป็น C_3 สมการ (3.4)และ (3.5) จะเป็น

$$C_1 = KV_1/(V_1 - V_2)(n'_D - 1) + C_2 \quad \ldots\ldots\ldots(3.6)$$

และ $$C_2 = KV_2/(V_2 - V_1)(n''_D - 1) + C_3 \quad \ldots\ldots\ldots(3.7)$$

ดังนั้น เมื่อกำหนดค่า C_3 ค่าหนึ่ง จะคำนวณได้ค่า C_1 และ C_2 อย่างละค่า จึงสามารถคำนวณหารูปร่างต่าง ๆ ของเลนส์อะโครแมติกเมเนอร์ และเลนส์อะโครแมติก ซึ่งต่างก็เป็นเลนส์รวมแสง จากสมการ (3.6)และ (3.7) ถ้าได้ค่าความโค้งเป็นบวก แสดงว่าผิวโค้งนูนไปทางซ้าย หรือ จุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ทางด้านขวาของผิว ถ้าได้ค่าความโค้งเป็นลบ แสดงว่า ผิวโค้งนูนไปทางขวา หรือจุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ทางด้านซ้ายของผิว ดังรูปที่ 3.1



ผิวโค้งทรงกลมที่มีค่า C เป็นลบ ผิวโค้งทรงกลมที่มีค่า C เป็นบวก

รูปที่ 3.1 ผิวโค้งทรงกลมที่มีค่า C เป็นบวกและลบ

ในการคำนวณจะใช้เลขนัยสำคัญ 6 ตัว สำหรับการคำนวณอย่างละเอียดจะใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ และแสดงผลการคำนวณในภาคผนวก ก สำหรับเลนส์คอลลิเมเตอร์ ค่า K = 1/25.0000, V_1 = 56.9000, V_2 = 32.0200, n_D = 1.69865 และให้ $C_3 = -7.00000 \times 10^{-2}$ ต่อเซนติเมตร หรือ รัศมีความโค้ง r_3 = -14.2857 เซนติเมตร แทนค่าต่าง ๆ ดังกล่าวลงในสมการ (3.7) จะได้

$$C_2 = 32.0200/25.0000(32.0200-56.9000)(1.69865-1.00000) + (-7.00000 \times 10^{-2})$$

$$= -0.143684 \quad \text{ต่อเซนติเมตร}$$

ได้ค่า C_2 เป็นลบ แสดงว่า จุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ด้านซ้ายของผิว และมีรัศมีความโค้งเป็น

$$r_2 = \frac{1}{C_2} = 1/-0.143684$$

$$= -6.95971 \quad \text{เซนติเมตร}$$

จากนั้นแทนค่า K , V_1, V_2, C_2 ข้างต้น และ ค่า n'_D = 1.62280 ลงในสมการ (3.6) จะได้ค่า C_1 ดังนี้

$$C_1 = 56.9000/25.0000(56.9000-32.0200)(1.62280-1.00000) + (-0.143684)$$

$$= +3.19991 \times 10^{-3} \quad \text{ต่อเซนติเมตร}$$

ได้ค่า C_1 เป็นบวก แสดงว่า จุดศูนย์กลางความโค้งอยู่ด้านขวาของผิว และมีรัศมีความโค้งเป็น

$$r_1 = \frac{1}{C_1} = 1/3.19991 \times 10^{-3}$$

$$= +312.508 \quad \text{เซนติเมตร}$$

ดังนั้น รูปร่างหนึ่งของเลนส์อรงค์ คือ เลนส์นูนที่มีค่าความโค้งของผิวหน้าและผิวหลังเป็น

$+3.19991 \times 10^{-3}$ และ -0.143684 ต่อเซนติเมตรตามลำดับ ประกบกับเลนส์เว้า ที่มีค่าความโค้งของผิวหน้าและผิวหลังเป็น -0.143684 และ -7.00000×10^{-2} ต่อเซนติเมตร ตามลำดับ โดยผิวหลังของเลนส์นูนสัมผัสกับผิวหน้าของเลนส์เว้า

โดยการเปลี่ยน C_3 ไปครั้งละ 0.001 ต่อเซนติเมตร แต่ละครั้งหา C_1 และ C_2 ออกมา ผลที่ได้แสดงในตารางที่ 3.1 รายละเอียดในการคำนวณแสดงในภาคผนวก ก

สำหรับเลนส์โทรทัศน์ซึ่งต้องการให้เป็นเลนส์รองค์ที่มีทางยาวโฟกัส 25.0000 เซนติเมตร การหารูปร่างของเลนส์ทำได้เช่นเดียวกับที่กล่าวแล้วทุกประการ ผลที่ได้ แสดงในตารางที่ 3.1 การคำนวณอย่างละเอียดแสดงในภาคผนวก ก

ในการคำนวณหารูปร่างของเลนส์รองค์ ทั้งเลนส์คอลลิเมเตอร์ และเลนส์โทรทัศน์ได้อาศัยเครื่องคำนวณ คาซิโอเอฟเอกซ์ -102 เมื่อได้ผลแล้ว ใช้เครื่องคอมพิวเตอร์คำนวณตรวจสอบอีกครั้งหนึ่ง

อย่างไรก็ตาม เลนส์รองค์ที่ได้ เป็นการแก้ความคลาดของแสงแดง และน้ำเงินเท่านั้น กล่าวคือ ทำให้จุดภาพของแสงแดง และน้ำเงินมารวมที่จุดเดียวกัน หรือกล่าวได้ว่า กำลังของเลนส์รองค์สำหรับแสงแดงและน้ำเงินจะเท่ากัน แต่แสงสีอื่น ๆ นอกจากทั้งสองดังกล่าวจะมีค่าไม่เท่ากัน จึงไม่สามารถแก้ความคลาดของแสงทุกสีให้หมดไปได้ ด้วยเหตุนี้ จะทำให้เกิดสเปกตรัมแบบย้อนกลับบนแกนมุขยสำคัญของเลนส์ ซึ่งเรียกว่า สเปกตรัมทุติยภูมิ (secondary spectrum) สเปกตรัมทุติยภูมิจะกำจัดให้ลดน้อยลงไปได้โดยเลือกตัวกลางที่ใช้ทำเลนส์ให้มีค่าการกระจายแสงบางส่วนสัมพัทธ์ (relative partial dispersion ; $(n_d - n_c)/(n_F - n_c)$) ใกล้เคียงกันที่สุด เช่น ใช้ผลึกแคลเซียมฟลูออไรท์ (CaF_2) สร้างเป็นเลนส์ร่วมกับแก้วทางทัศนศาสตร์ เลนส์รองค์แบบนี้เรียกว่า เลนส์อโปโครมาติค (apochromatic lens) จะให้แสงน้ำเงิน , แสงเหลือง และแสงแดง ไปรวมที่จุดเดียวกันได้

2. การเลือกรูปร่างของเลนส์รองค์ที่ให้ค่าความคลาดเอกรงค์น้อยที่สุด

ความคลาดเอกรงค์ที่คำนึงถึงสำหรับเลนส์คอลลิเมเตอร์และเลนส์โทรทัศน์ คือ ความคลาดทรงกลม และโคมา เมื่อ ทราบขนาดความโค้งของผิวเลนส์รองค์คือ C_1, C_2 และ C_3 จากการ

ตารางที่ 3.1 ชุดค่าความโค้งของผิวสำหรับเลนส์ทอลสิเมเตอร์และเลนส์โทรทัศน์

C_1 (ต่อเซนติเมตร)	C_2 (ต่อเซนติเมตร)	C_3 (ต่อเซนติเมตร)
-6.68001×10^{-2}	-0.213684	-0.140000
-5.68001×10^{-2}	-0.203684	-0.130000
-4.68001×10^{-2}	-0.193684	-0.120000
-3.68001×10^{-2}	-0.183684	-0.110000
-2.68001×10^{-2}	-0.173684	-0.100000
-1.68001×10^{-2}	-0.163684	-9.00000×10^{-2}
-6.80008×10^{-3}	-0.153684	-8.00000×10^{-2}
-3.19991×10^{-3}	-0.143684	-7.00000×10^{-2}
$+1.31991 \times 10^{-2}$	-0.133684	-6.00000×10^{-2}
$+2.31991 \times 10^{-2}$	-0.123684	-5.00000×10^{-2}
$+3.31991 \times 10^{-2}$	-0.113684	-4.00000×10^{-2}
$+4.31991 \times 10^{-2}$	-0.103684	-3.00000×10^{-2}
$+5.31991 \times 10^{-2}$	-9.36836×10^{-2}	-2.00000×10^{-2}
$+6.31991 \times 10^{-2}$	-8.36836×10^{-2}	-1.00000×10^{-2}
$+7.31991 \times 10^{-2}$	-7.36836×10^{-2}	0.00000
$+8.31991 \times 10^{-2}$	-6.36836×10^{-2}	$+1.00000 \times 10^{-2}$
$+9.31991 \times 10^{-2}$	-5.36836×10^{-2}	$+2.00000 \times 10^{-2}$
+0.103199	-4.36836×10^{-2}	$+3.00000 \times 10^{-2}$
+0.113199	-3.36836×10^{-2}	$+4.00000 \times 10^{-2}$
+0.123199	-2.36836×10^{-2}	$+5.00000 \times 10^{-2}$
+0.133199	-1.36836×10^{-2}	$+6.00000 \times 10^{-2}$
+0.143199	-3.68360×10^{-3}	$+7.00000 \times 10^{-2}$

คำนวณในหัวข้อที่ 1 แล้วนำค่าเหล่านี้ไปใช้คำนวณหาสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและของโคมา ดังได้กล่าวแล้วในหัวข้อที่ 4 ของบทที่ 2 โดยการแกะรอยรังสีใกล้แกนจากจุดวัตถุที่อยู่บนแกนมุขยสำคัญห่างจากผิวแรกของเลนส์เป็นระยะอนันต์ไปยังขอบของเลนส์ซึ่งเป็นตัวจำกัดลำแสงของระบบจนได้ภาพ ดังนั้นรังสีใกล้แกนมุขยสำคัญจะเป็นรังสีขนาน และแกะรอยรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนผ่านจุดกึ่งกลางของผิวแรกของเลนส์จนได้ภาพ สำหรับมุมชันของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนในที่นี้ใช้ค่าประมาณของอัตราส่วนระหว่างความสูงของขอบข่องแคบจากแกนมุขยสำคัญต่อทางยาวโฟกัสในอุดมคติของเลนส์ที่จะสร้างขึ้น

ในที่นี้จะแสดงตัวอย่างการคำนวณสำหรับเลนส์โทรทัศน์เท่านั้นเพราะเลนส์คอลลิเมเตอร์ก็ใช้วิธีคำนวณเหมือนกันนี้ทุกประการ โดยใช้ชุดค่าความโค้งที่คำนวณได้ในหัวข้อที่ 1 ของบทที่ 3 คือ C_1, C_2 และ C_3 เป็น $+3.19991 \times 10^{-3}$, -0.143684 และ -7.00000×10^{-2} ต่อ ซม. ตามลำดับ กำหนดระยะห่างระหว่างยั้วผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 เป็น 0.500000 ซม. และระหว่างยั้วผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 เป็น 0.500000 ซม. โดยการแกะรอยรังสีใกล้แกน สามารถคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมของเลนส์โทรทัศน์ได้ดังนี้

การหักเหผ่านผิวที่ 1 กำหนดว่า แกะรอยรังสีจากจุดวัตถุบนแกนมุขยสำคัญที่ห่างจากผิวที่ 1 ของเลนส์คอลลิเมเตอร์ไปทางซ้ายมือเป็นระยะอนันต์ ดังนั้นมุมชันของรังสีใกล้แกนที่ตกบนขอบของผิวที่ 1 มีค่าเป็น U_1 = 0.000000 เรเดียน

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางหน้าผิวที่ 1 (n_1) ซึ่งเป็นอากาศ = 1.00000

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 (n_2) = 1.62280

ค่าความโค้งของผิวที่ 1 (C_1) = 3.19991×10^{-3} ต่อเซนติเมตร

ระยะระหว่างยั้วผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 (d_1) = 0.500000 เซนติเมตร

จากสมการ (2.43) หาค่า A เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 1 ได้เป็น

$$A_1 = n_1(h_1C_1 - U_1)$$

$$= 1.00000(2.00000x3.19991x10^{-3}-0.00000)$$

$$= 6.39983 \times 10^{-3}$$

และใช้สมการ (2.43) คำนวณหามุมชันของรังสีใกล้แกนที่หักเหผ่านผิวที่ 1 ได้

$$U_2 = h_1C_1 - \frac{A_1}{n_2}$$

$$= 2.00000x3.19991x10^{-3} - \frac{6.39983x10^{-3}}{1.62280}$$

$$= 2.45613 \times 10^{-3} \text{ เรเดียน}$$

ใช้สมการของการย้ายผิว (2.33) คำนวณหาความสูงของรังสีใกล้แกน ตกกระทบบนผิวที่ 2 ได้

$$h_2 = h_1 - d_1U_2$$

$$= 2.00000-(0.500000)(2.45613x10^{-3})$$

$$= 1.99877 \text{ เซนติเมตร}$$

และ จากสมการ (2.45) คำนวณค่า $\Delta(\frac{U}{n})$ ของผิวที่ 1 เป็น

$$\Delta_1(\frac{U}{n}) = \frac{U_2}{n_2} - \frac{U_1}{n_1}$$

$$= \frac{2.45613 \times 10^{-3}}{1.62280} - \frac{(-0.00000)}{1.00000}$$

$$= 1.51351 \times 10^{-3}$$

ดังนั้น เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 1 จะได้

$$S_{I_1} = A_1^2 h_1 \Delta_1 \left(\frac{U}{n}\right)$$

$$= (6.39983 \times 10^{-3})^2 (2.00000)(1.51352 \times 10^{-3})$$

$$= 1.23980 \times 10^{-7} \quad \text{เซนติเมตร}$$

การหักเหผ่านผิวที่ 2

ค่าความโค้งของผิวที่ 2 (C_2) = -0.143684 ต่อเซนติเมตร

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 (n_2) = 1.62280

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 (n_3) = 1.69865

ระยะระหว่างยั้วผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 (d_2) = 0.500000 เซนติเมตร

มุมยันของรังสีที่ตกกระทบผิวที่ 2 คือ มุมยันที่รังสีหักเหผ่านผิวที่ 1 คือ

$$U_2 = 2.45613 \times 10^{-3} \quad \text{เรเดียน}$$

และได้ $h_2C_2 = (1.99877)(-0.143684)$

$$= -0.28719$$

จากสมการ (2.43) หาค่า A เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 2 ได้เป็น

$$A_2 = n_2(h_2C_2 - U_2)$$

$$= 1.62280\left\{-0.287192 - (2.45613 \times 10^{-3})\right\}$$

$$= -0.470040$$

และใช้สมการ (2.43) คำนวณมุมยันของรังสีใกล้แกนที่หักเหผ่านผิวที่ 2 ได้

$$U_3 = h_2C_2 - \frac{A_2}{n_3}$$

$$= -0.287192 - \frac{(-0.470040)}{1.69865}$$

$$U_3 = -1.04780 \times 10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

ใช้สมการ (2.33) คำนวณหาความสูงของรังสีใกล้แกนตกกระทบบนผิวที่ 3 ได้

$$h_3 = h_2 - d_2 U_3$$

$$= 2.00401 \quad \text{เซนติเมตร}$$

และ จากสมการ(2.45) คำนวณค่า $\Delta(\frac{U}{n})$ ของผิวที่ 2 เป็น

$$\Delta_2 (\frac{U}{n}) = \frac{U_3}{n_3} - \frac{U_2}{n_2}$$

$$= \frac{1.04780 \times 10^{-2}}{1.69865} - \frac{(2.45613 \times 10^{-3})}{1.62280}$$

$$= -7.68193 \times 10^{-3}$$

ดังนั้น เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 2 จะได้

$$S_{I_2} = A_2^2 h_2 \Delta_2 (\frac{U}{n})$$

$$= (-0.470040)^2 (1.99877)(-7.68193 \times 10^{-3})$$

$$= -3.39237 \times 10^{-3} \quad \text{เซนติเมตร}$$

การหักเหผ่านผิวที่ 3

ค่าความโค้งของผิวที่ 3 $(C_3) = -7.00000 \times 10^{-2}$ ต่อเซนติเมตร

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 $(n_3) = 1.69865$

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางหลังผิวที่ 3 (n_4) เป็นอากาศ $= 1.00000$

มุมปันของรังสีหักเหที่ตกกระทบผิวที่ 3 คือมุมปันที่รังสีหักเหผ่านผิวที่ 2 คือ

$$U_3 = -1.04780\times10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

ได้ค่า $h_3C_3 = (2.00401)(-7.00000\times10^{-2})$

$$= -0.140281$$

จากสมการ (2.43) หาค่า A เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 3 ได้เป็น

$$A_3 = n_3(h_3C_3 - U_3)$$

$$= (1.69865)\left\{-0.140281 - (-1.04780\times10^{-2})\right\}$$

$$= -0.220489$$

และใช้สมการ (2.43) คำนวณมุมชันของรังสีใกล้แกนที่หักเหผ่านผิวที่ 3 ได้

$$U_4 = h_3C_3 - \frac{A_3}{n_4}$$

$$= -0.140281 - \frac{(-0.220489)}{1.00000}$$

$$U_4 = 8.02080\times10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

และจากสมการ (2.45) คำนวณค่า $\Delta(\frac{U}{n})$ ของผิวที่ 3 เป็น

$$\Delta_3(\frac{U}{n}) = \frac{U_4}{n_4} - \frac{U_3}{n_3}$$

$$= \frac{8.02080\times10^{-2}}{1.00000} - \frac{(-1.04780\times10^{-2})}{1.69865}$$

$$= 8.63770\times10^{-2}$$

ดังนั้น เมื่อรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 3 จะได้

$$S_{I_3} = A_3^2 h_3 \Delta_3 \left(\frac{U}{n}\right)$$

$$= (-0.220489)^2 (2.00401)(8.63770 \times 10^{-2})$$

$$= 8.41533 \times 10^{-3} \quad \text{เซนติเมตร}$$

ผลรวมของไซเดิลของความคลาดทรงกลม จากการแกะรอยรังสีนี้ คือ

$$S_I = S_{I_1} + S_{I_2} + S_{I_3}$$

$$= (1.23980 \times 10^{-7}) + (-3.39237 \times 10^{-3}) + (8.41533 \times 10^{-3})$$

$$= 5.02309 \times 10^{-3} \quad \text{เซนติเมตร}$$

ดังนั้น สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมตามสมการ (2.39) มีค่าเป็น

$$_{o}W_{40} = \frac{1}{8} S_I = 6.27886 \times 10^{-4} \quad \text{เซนติเมตร}$$

สำหรับค่าสัมประสิทธิ์ของโคมา คำนวณจากการแกะรอยรังสีใกล้แกน และ แกะรอยรังสีมุขยสำคัญใกล้แกน ซึ่งค่าบางค่าจากการแกะรอยรังสีใกล้แกนได้คำนวณไว้แล้วในการหาค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลม เมื่อใช้ค่าความโค้งและค่าดัชนีหักเหชุดเดิม จะคำนวณหาค่าสัมประสิทธิ์ของโคมาได้ดังนี้

การหักเหผ่านผิวที่ 1 กำหนดว่า ขอบของปองแคบซึ่งเป็นขอบของส่วนของวัตถุอยู่สูงกว่าแกน 0.5 เซนติเมตร และอยู่ห่างจากผิวที่ 3 ไปทางด้านขวา 25 เซนติเมตร ดังนั้น มุมชันของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนที่ตกผ่านกลางเลนส์ของผิวที่ 1 คือ

$$\bar{U}_1 = -\frac{0.500000}{25.0000} = -2.00000 \times 10^{-2} \text{ เรเดียน}$$

ค่าความโค้งของผิวที่ 1 (C_1) = 3.19991×10^{-3} ต่อเซนติเมตร

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางหน้าผิวที่ 1 (n_1) เป็นอากาศ = 1.00000

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 (n_2) = 1.62280

ระยะระหว่างยั้วผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 (d_1) = 0.500000 เซนติเมตร

เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนตกกระทบผิวที่ 1 ตรงจุดกึ่งกลาง ดังนั้นความสูงของรังสีนี้ ($\bar{h}_1$) มีค่าเป็น 0 จะได้

$$\bar{h}_1 C_1 = 0.00000 \times (3.199913 \times 10^{-3}) = 0.00000$$

จากสมการ (2.44) หาค่า $\bar{A}$ เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนผ่านผิวที่ 1 ได้

$$\bar{A}_1 = n_1(\bar{h}_1 C_1 - \bar{U}_1)$$

$$= 1.00000\left\{0.00000-(2.00000\times10^{-2})\right\}$$

$$= 2.00000\times10^{-2}$$

และใช้สมการ (2.44) คำนวณมุมชันของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนที่หักเหผ่านผิวที่ 1 ได้

$$\bar{U}_2 = \bar{h}_1 C_1 - \frac{\bar{A}_1}{n_2}$$

$$= 0.00000-\frac{2.00000\times10^{-2}}{1.62280}$$

$$= -1.23244\times10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

จากนั้นคำนวณหาความสูงของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนที่ตกกระทบบนผิวที่ 2 เป็น

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_1 - d_1\bar{U}_2$$

$$= 0.00000-\left\{(0.500000)-(1.23244\times10^{-2})\right\}$$

$$= 6.16218 \times 10^{-3} \quad \text{เซนติเมตร}$$

ดังนั้น เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนหักเหผ่านผิวที่ 1 คำนวณได้ว่า

$$S_{II_1} = A_1 \bar{A}_1 h_1 \Delta_1\left(\frac{U}{n}\right)$$

ซึ่งจากการแกะรอยรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 1 ได้ $A_1 = 6.39982 \times 10^{-3}$

$h_1 = 2.00000$ เซนติเมตร และ $\Delta_1\left(\frac{U}{n}\right) = 1.51351 \times 10^{-3}$

จะได้ $S_{II_1} = (6.39983\times10^{-3})(2.00000\times10^{-2})(2.00000) \times(1.51352\times10^{-3})$

$= 3.87449 \times 10^{-7}$ เซนติเมตร

การหักเหผ่านผิวที่ 2

ค่าความโค้งของผิวที่ 2 $(C_2) = -0.143684$ ต่อเซนติเมตร

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 1 กับผิวที่ 2 $(n_2) = 1.62280$

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 $(n_3) = 1.69865$

ระยะระหว่างยั้วผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 $(d_2) = 0.500000$ เซนติเมตร

มุมชันของรังสีตกกระทบผิวที่ 2 มีค่าเท่ากับมุมชันของรังสีหักเหที่ผ่านผิวที่ 1 คือ

$$\bar{U}_2 = -1.23244\times10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

และค่า $\bar{h}_2 C_2 = (6.16218 \times 10^{-3})(-0.143684)$

$= -8.85407 \times 10^{-4}$

จากสมการ (2.44) หาค่า $\bar{A}$ เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนผ่านผิวที่ 2 ได้

$$\bar{A}_2 = n_2(\bar{h}_2 C_2 - \bar{U}_2)$$

$$= (1.62280)\left\{-8.85407 \times 10^{-4} - (-1.23244\times10^{-2})\right\}$$

$$\bar{A}_2 = 1.85634 \times 10^{-2}$$

และใช้สมการ (2.44) คำนวณมุมชันของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนที่หักเหผ่านผิวที่ 2 ได้

$$\bar{U}_3 = \bar{h}_2 C_2 - \frac{\bar{A}_2}{n_3}$$

$$= -8.85407 \times 10^{-4} - \frac{1.85634 \times 10^{-2}}{1.69865}$$

$$= -1.118130 \times 10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

คำนวณความสูงของรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนที่ตกกระทบบนผิวที่ 3 ได้เป็น

$$\bar{h}_3 = \bar{h}_2 - d_2 \bar{U}_3$$

$$= 6.16213 \times 10^{-3} - \left\{(0.500000)(-1.118130 \times 10^{-2})\right\}$$

$$= 1.20690 \times 10^{-2} \quad \text{เซนติเมตร}$$

ดังนั้น เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนหักเหผ่านผิวที่ 2 คำนวณได้ว่า

$$S_{II_2} = A_2 \bar{A}_2 h_2 \Delta_2(\frac{U}{n})$$

ซึ่งจากการแกะรอยรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 2 ได้ $A_2 = -0.470040$

$h_2 = 1.99877$ เซนติเมตร และ $\Delta_2(\frac{U}{n}) = -7.68193 \times 10^{-3}$

จะได้ $S_{II_2} = (-0.470040)(1.85634 \times 10^{-2})(1.99877)(-7.68193 \times 10^{-3})$

$$= 1.33972 \times 10^{-4} \quad \text{เซนติเมตร}$$

การหักเหผ่านผิวที่ 3

ค่าความโค้งของผิวที่ 3 (C_3) $= -7.00000 \times 10^{-2}$ ต่อเซนติเมตร

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางระหว่างผิวที่ 2 กับผิวที่ 3 $(n_3) = 1.69865$

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางหลังผิวที่ 3 (n_4) เป็นอากาศ $= 1.00000$

มุมตันของรังสีตกกระทบผิวที่ 3 มีค่าเท่ากับมุมตันของรังสีที่หักเหผ่านผิวที่ 2 คือ

$$\bar{U}_3 = -1.18130 \times 10^{-2} \quad \text{เรเดียน}$$

และค่า $\bar{h}_3 C_3 = (1.20690 \times 10^{-2})(-7.00000 \times 10^{-2})$

$$= -8.44830 \times 10^{-4}$$

จากสมการ (2.44) หาค่า $\bar{A}$ เมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนผ่านผิวที่ 3 ได้

$$\bar{A}_3 = n_3(\bar{h}_3 C_3 - \bar{U}_3)$$

$$= 1.69865 \left\{ -8.44830 \times 10^{-4} - 1.18130 \times 10^{-2} \right\}$$

$$= 1.86310 \times 10^{-2}$$

ดังนั้นเมื่อรังสีมุขยสำคัญใกล้แกนผ่านผิวที่ 3 คำนวณได้ว่า

$$S_{II_3} = A_3 \bar{A}_3 h_3 \Delta_3\left(\frac{U}{n}\right)$$

ซึ่งจากการแกะรอยรังสีใกล้แกนผ่านผิวที่ 3 ได้ $A_3 = -0.220489$

$h_3 = 2.00401$ เซนติเมตร และ $\Delta_3\left(\frac{U}{n}\right) = 8.63772 \times 10^{-2}$

จะได้ $S_{II_3} = (-0.220489)(1.86310 \times 10^{-3})(2.00401)(8.63772 \times 10^{-2})$

$$S_{II_3} = -7.11084 \times 10^{-4} \quad \text{เซนติเมตร}$$

ดังนั้นผลรวมของไซเดิลออฟโคมาคือ

$$S_{II} = S_{II_1} + S_{II_2} + S_{II_3}$$

$$S_{II} = (3.87449 \times 10^{-7}) + (1.33972 \times 10^{-4}) + (-7.11084 \times 10^{-4})$$

$$= -5.76724 \times 10^{-4} \quad \text{เซนติเมตร}$$

จากสมการ (2.38) คำนวณสัมประสิทธิ์ของโคมาได้

$$_1W_{31} = \frac{1}{2} S_{II} = -2.88362 \times 10^{-4} \quad \text{เซนติเมตร}$$

นั่นคือ เลนส์โทรทัศน์ ซึ่งเป็นเลนส์อรงค์ มีค่าความโค้งของผิวเป็น $C_1 = 3.19991 \times 10^{-3}$ ต่อเซนติเมตร $C_2 = -0.143684$ ต่อเซนติเมตร และ $C_3 = 7.00000 \times 10^{-2}$ ต่อเซนติเมตร มีสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมเป็น 6.27886×10^{-4} เซนติเมตร และสัมประสิทธิ์ของโคมาเป็น -2.88362×10^{-4} เซนติเมตร

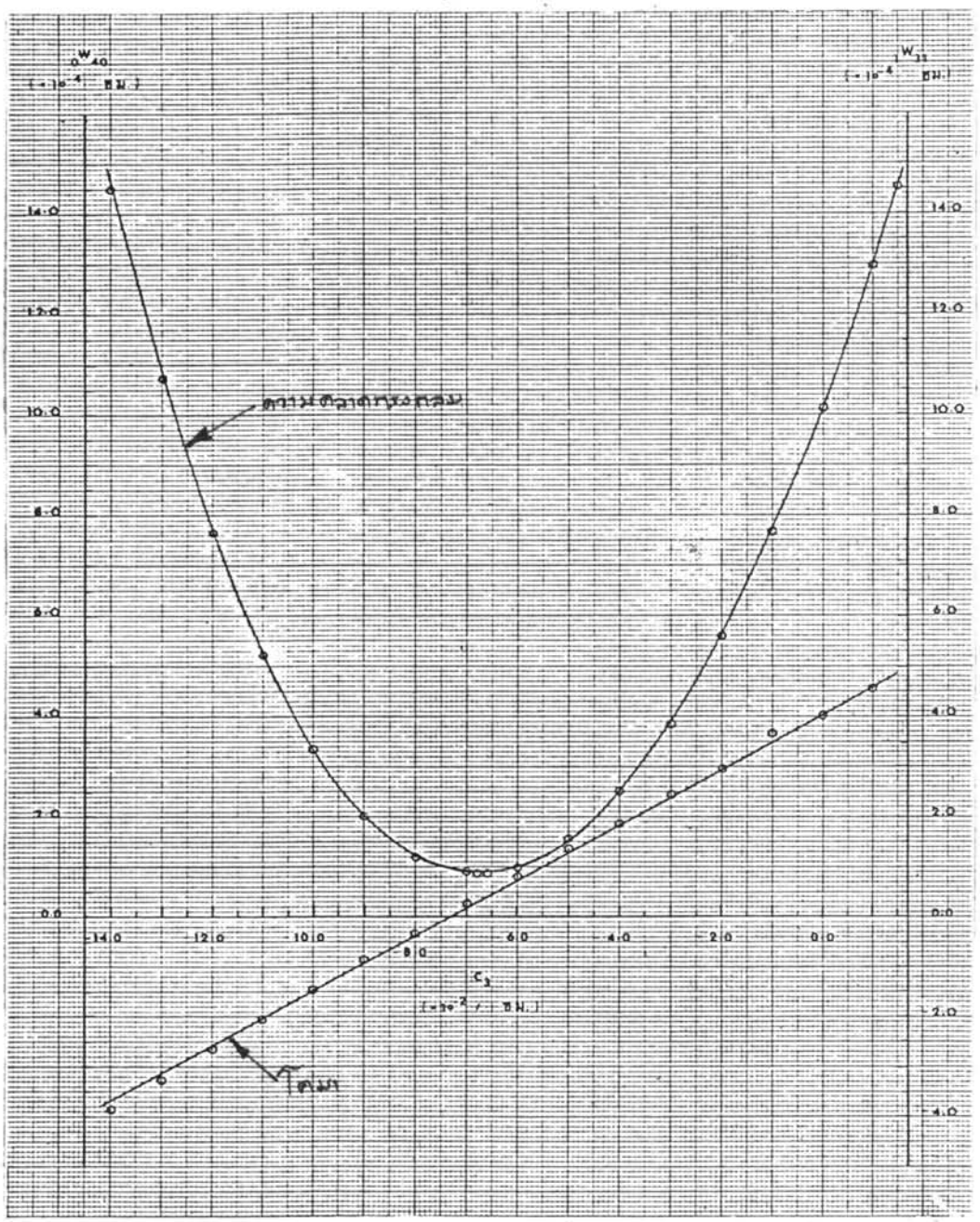
จากตัวอย่างการคำนวณดังกล่าว สามารถคำนวณหาสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและของโคมาของเลนส์คอลลิเมเตอร์ และเลนส์โทรทัศน์ ซึ่งต่างก็เป็นเลนส์อรงค์ที่มีรูปร่างต่าง ๆ ในการทดลองนี้ได้ใช้เครื่องคำนวณ คาซิโอ เอฟเอกซ์ -102 เมื่อได้ผลแล้วตรวจสอบด้วยเครื่องคอมพิวเตอร์ ผลที่ได้แสดงในตารางที่ 3.2 และ 3.3 ตามลำดับ รายละเอียดในการคำนวณแสดงในภาคผนวก ก ค่าความโค้งของผิวที่ 3 ของเลนส์อรงค์ทั้งสอง กับค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและของโคมา เขียนกราฟ กราฟระหว่างค่าความโค้งกับสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมมีลักษณะเป็นพาราโบลา และกราฟระหว่างค่าความโค้งกับสัมประสิทธิ์ของโคมา มีลักษณะเป็นเส้นตรง กราฟความคลาดทรงกลมและโคมาของเลนส์คอลลิเมเตอร์ แสดงในรูปที่ 3.2 กราฟความคลาดทรงกลมและโคมาของเลนส์โทรทัศน์ แสดงในรูปที่ 3.4

ตารางที่ 3.2 สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและของโคมาสำหรับเลนส์คอลลิเมเตอร์

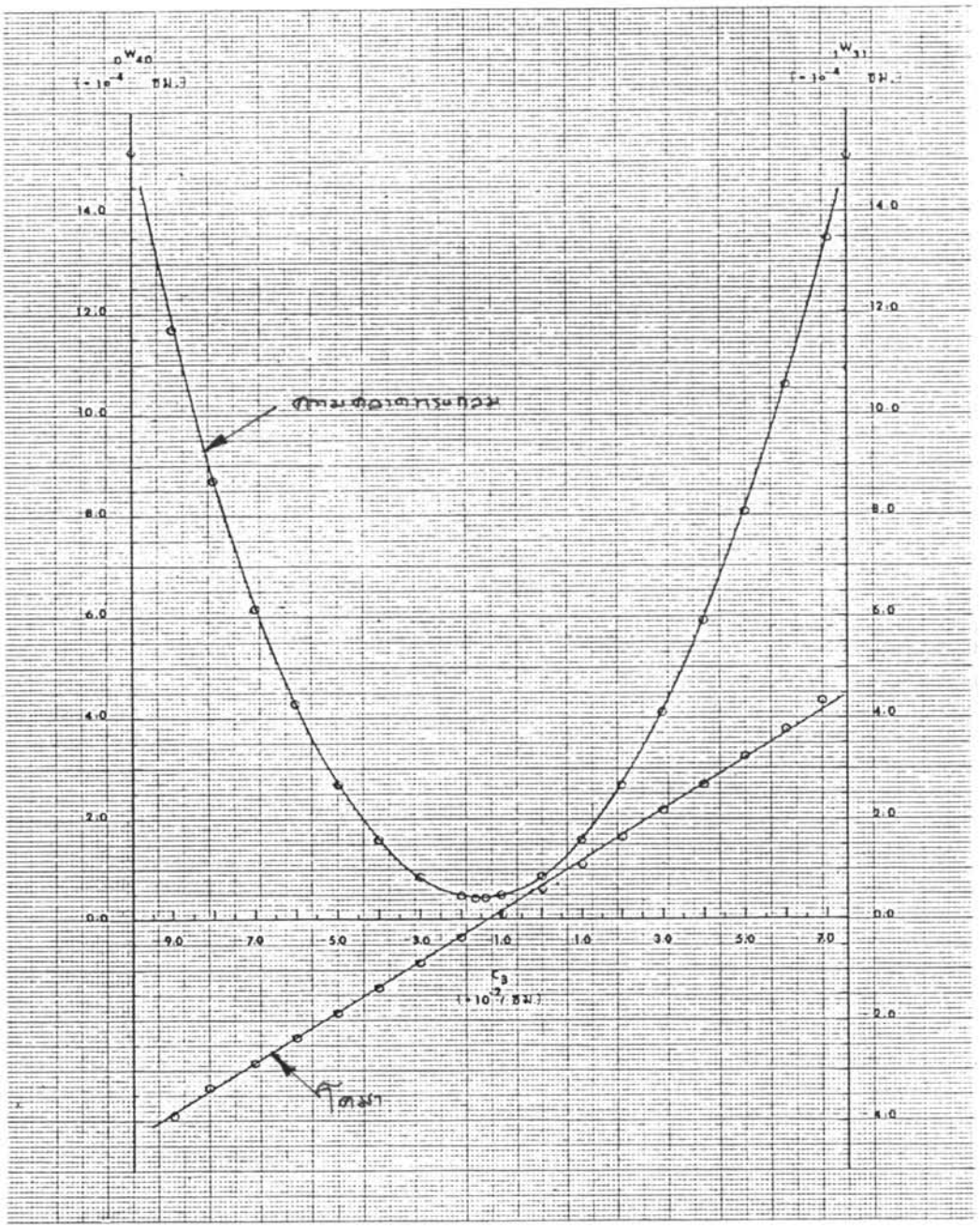
C_1 (ต่อเซนติเมตร)	C_2 (ต่อเซนติเมตร)	C_3 (ต่อเซนติเมตร)	$_0W_{40}$ (เซนติเมตร)	$_1W_{31}$ เซนติเมตร)
-6.68001×10^{-2}	-0.213684	-0.140000	$+1.45018\times10^{-3}$	-3.89028×10^{-4}
-5.68001×10^{-2}	-0.203684	-0.130000	$+1.07326\times10^{-3}$	-2.36326×10^{-4}
-4.68001×10^{-2}	-0.193684	-0.120000	$+7.64917\times10^{-4}$	-2.64930×10^{-4}
-3.68001×10^{-2}	-0.183684	-0.110000	$+5.20414\times10^{-4}$	-2.04769×10^{-4}
-2.68001×10^{-2}	-0.173684	-0.100000	$+3.34759\times10^{-4}$	-1.45765×10^{-4}
-1.68001×10^{-2}	-0.163684	-9.00000×10^{-2}	$+2.03693\times10^{-4}$	-8.78358×10^{-5}
-6.80008×10^{-3}	-0.153684	-8.00000×10^{-2}	$+1.23466\times10^{-4}$	-3.08903×10^{-5}
-3.19991×10^{-3}	-0.143684	-7.00000×10^{-2}	$+9.08154\times10^{-5}$	$+2.51668\times10^{-5}$
$+1.31991\times10^{-2}$	-0.133684	-6.00000×10^{-2}	$+1.02946\times10^{-4}$	$+8.04369\times10^{-5}$
$+2.31991\times10^{-2}$	-0.123684	-5.00000×10^{-2}	$+1.57508\times10^{-4}$	$+1.35026\times10^{-4}$
$+3.31991\times10^{-2}$	-0.113684	-4.00000×10^{-2}	$+2.52582\times10^{-4}$	$+1.89047\times10^{-4}$
$+4.31991\times10^{-2}$	-0.103684	-3.00000×10^{-2}	$+3.86655\times10^{-4}$	$+2.42615\times10^{-4}$
$+5.31991\times10^{-2}$	-9.36836×10^{-2}	-2.00000×10^{-2}	$+5.58603\times10^{-4}$	$+2.95850\times10^{-4}$
$+6.31991\times10^{-2}$	-8.36836×10^{-2}	-1.00000×10^{-2}	$+7.67675\times10^{-4}$	$+3.48877\times10^{-4}$
$+7.31991\times10^{-2}$	-7.36836×10^{-2}	0.00000	$+1.01347\times10^{-3}$	$+4.01825\times10^{-4}$
$+8.31991\times10^{-2}$	-6.36836×10^{-2}	$+1.00000\times10^{-2}$	$+1.29593\times10^{-3}$	$+4.54826\times10^{-4}$

ตารางที่ 3.3 สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและยองโคมาสำหรับเลนส์โทรทัศน์

C_1 (ต่อเซนติเมตร)	C_2 (ต่อเซนติเมตร)	C_3 (ต่อเซนติเมตร)	${}_0W_{40}$ (เซนติเมตร)	${}_1W_{31}$ (เซนติเมตร)
-1.68001×10^{-2}	-0.163684	-9.00000×10^{-2}	$+1.17038\times10^{-3}$	-3.89726×10^{-4}
-6.80008×10^{-3}	-0.153684	-8.00000×10^{-2}	$+8.74199\times10^{-4}$	-3.38867×10^{-4}
-3.19991×10^{-3}	-0.143684	-7.00000×10^{-2}	$+6.27925\times10^{-4}$	-2.88589×10^{-4}
$+1.31991\times10^{-2}$	-0.133684	-6.00000×10^{-2}	$+4.28391\times10^{-4}$	-2.38210×10^{-4}
$+2.31991\times10^{-2}$	-0.123684	-5.00000×10^{-2}	$+2.72865\times10^{-4}$	-1.88239×10^{-4}
$+3.31991\times10^{-2}$	-0.113684	-4.00000×10^{-2}	$+1.59019\times10^{-4}$	-1.38382×10^{-4}
$+4.31991\times10^{-2}$	-0.103684	-3.00000×10^{-2}	$+8.49181\times10^{-5}$	-8.85403×10^{-5}
$+5.31991\times10^{-2}$	-9.36836×10^{-2}	-2.00000×10^{-2}	$+4.39935\times10^{-5}$	-3.86129×10^{-5}
$+6.31991\times10^{-2}$	-8.36836×10^{-2}	-1.00000×10^{-2}	$+5.00339\times10^{-5}$	$+1.15066\times10^{-5}$
$+7.31991\times10^{-2}$	-7.36836×10^{-2}	0.00000	$+8.71654\times10^{-5}$	$+6.19277\times10^{-5}$
$+8.31991\times10^{-2}$	-6.36836×10^{-2}	$+1.00000\times10^{-2}$	$+1.59835\times10^{-4}$	$+1.12763\times10^{-4}$
$+9.31991\times10^{-2}$	-5.36836×10^{-2}	$+2.00000\times10^{-2}$	$+2.57796\times10^{-4}$	$+1.64128\times10^{-4}$
+0.103199	-4.36836×10^{-2}	$+3.00000\times10^{-2}$	$+4.11092\times10^{-4}$	$+2.16140\times10^{-4}$
+0.113199	-3.36836×10^{-2}	$+4.00000\times10^{-2}$	$+5.90041\times10^{-4}$	$+2.68922\times10^{-4}$
+0.123199	-2.36836×10^{-2}	$+5.00000\times10^{-2}$	$+8.05224\times10^{-4}$	$+3.22594\times10^{-4}$
+0.133199	-1.36836×10^{-2}	$+6.00000\times10^{-2}$	$+1.05747\times10^{-3}$	$+3.77284\times10^{-4}$
+0.143199	-3.68420×10^{-3}	$+7.00000\times10^{-2}$	$+1.34783\times10^{-3}$	$+4.33115\times10^{-4}$



รูปที่ 3.2 กราฟความคลาดทรงกลมและโคมาของเลนส์คอลลิเมเตอร์

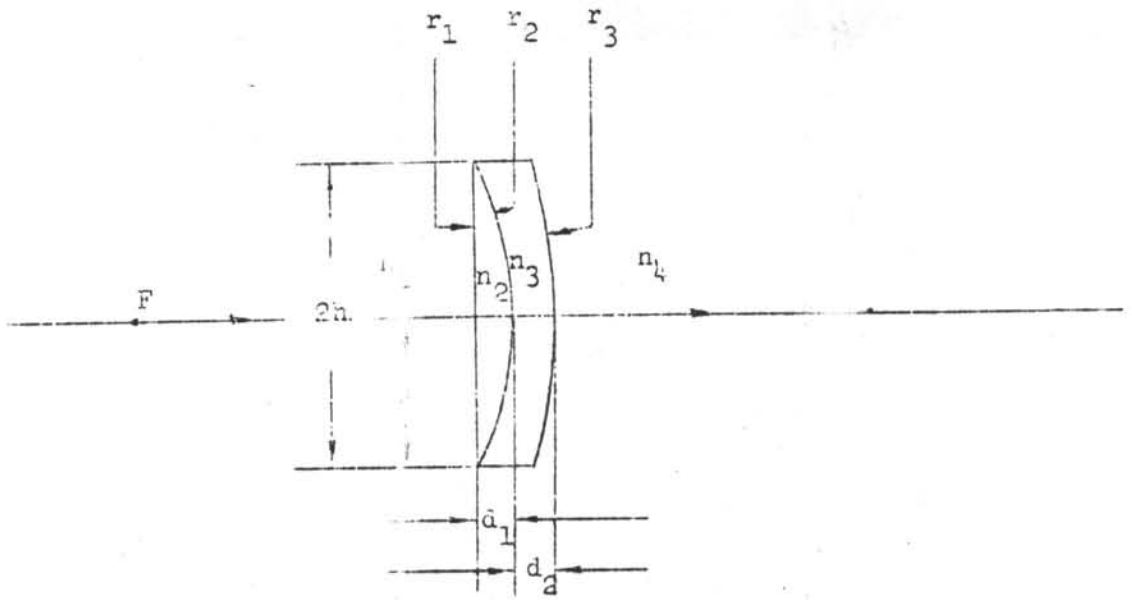


รูปที่ 3.4 กราฟความคลาดทรงกลมและโคมาของเลนส์โทรทัศน์

จากกราฟรูปที่ 3.2 จะเห็นว่าขณะที่สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมต่ำสุดเป็น 8.90000×10^{-5} เซนติเมตร สัมประสิทธิ์ของโคมาจะเป็น 3.60000×10^{-5} เซนติเมตร และในขณะที่สัมประสิทธิ์ของโคมาเป็นศูนย์ สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมเป็น 9.50000×10^{-5} เซนติเมตร จึงเลือกรูปร่างของเลนส์คอลลิเมเตอร์ให้มีค่าความโค้งของผิวที่ 3 (C_3) เป็น -7.30000×10^{-2} ต่อเซนติเมตร ซึ่งเป็นค่าที่ให้สัมประสิทธิ์ของโคมาเป็น 0 และสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมเป็น 9.50000×10^{-5} เซนติเมตรขณะที่ $C_3 = -7.30000\times10^{-2}$ ต่อเซนติเมตร คำนวณหาค่า C_2 และ C_1 ด้วยสมการ (3.6) และ (3.7) ได้ -0.143684 และ $+3.19991\times10^{-2}$ ต่อเซนติเมตรตามลำดับ หรือนั่นก็คือ เลนส์คอลลิเมเตอร์ที่ได้ออกแบบไว้ จะมีรัศมีความโค้งของผิวที่ 1 ของผิวที่ 2 และของผิวที่ 3 เป็น +312.509 -6.95972 และ -13.6936 เซนติเมตร ตามลำดับ

สรุปได้ว่า เลนส์องค์ประกอบสำหรับคอลลิเมเตอร์ที่ต้องการสร้างประกอบด้วยเลนส์บูน ทำจากแก้วแบเรียมคราวน์ชนิดแน่น มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4.00000 ซม. มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลือง 1.62280 มีค่าวี 56.9000 รัศมีความโค้งของผิวที่ 1 เป็น +312.509 เซนติเมตร และของผิวที่ 2 เป็น -6.95972 เซนติเมตร ระยะระหว่างขั้วของผิวทั้งสองนี้เป็น 0.500000 เซนติเมตร ประกบกับเลนส์เว้าที่ทำจากแก้วฟลินท์ชนิดแน่น มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4.00000 เซนติเมตร มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลือง 1.69865 มีค่าวี 32.0200 รัศมีความโค้งของผิวที่ 1 เป็น -6.95972 เซนติเมตร และของผิวที่ 2 เป็น -13.6986 เซนติเมตร ระยะระหว่างขั้วของผิวทั้งสองนี้เป็น 0.500000 เซนติเมตร โดยผิวที่ 2 ของเลนส์บูนสัมผัสกับผิวที่ 1 ของเลนส์เว้า และผิวที่ 1 ของเลนส์บูนเป็นผิวรับแสงผิวแรก เลนส์คอลลิเมเตอร์จะมีความคลาดทรงกลมเป็นหน้าคลื่น 9.50000×10^{-5} เซนติเมตร ไม่มีโคมา แสดงรูปร่างของเลนส์คอลลิเมเตอร์ด้วยรูปที่ 3.3

จากกราฟรูปที่ 3.4 จะเห็นว่า ขณะที่สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมต่ำสุดเป็น 4.50000×10^{-5} เซนติเมตร สัมประสิทธิ์ของโคมาจะเป็น -1.40000×10^{-5} เซนติเมตร และในขณะที่สัมประสิทธิ์ของโคมาเป็น 0 สัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมเป็น 4.70000×10^{-5} เซนติเมตร มีค่าใกล้เคียงกับค่าต่ำสุดมาก ดังนั้น จึงเลือกรูปร่างของเลนส์โทรทัศน์ ให้มีค่า



r_1 = 312.509 เซนติเมตร d_1 = 0.5 เซนติเมตร ; n_1 = 1.00000

r_2 = -6.95972เซนติเมตร , d_2 = 0.5 เซนติเมตร ; n_2 = 1.62280

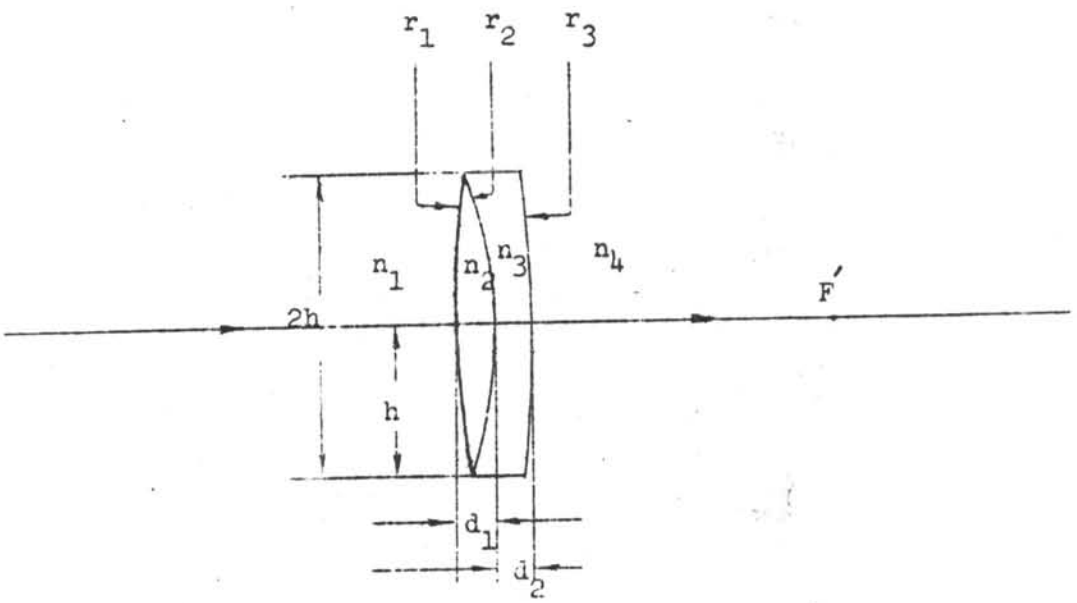
r_3 = -13.6986เซนติเมตร ; h = 2.0 เซนติเมตร ; n_3 = 1.69865

n_4 = 1.00000

รูปที่ 3.3 รูปร่างของเลนส์คอลลิเมเตอร์จากการออกแบบ

ความโค้งของผิวที่ 3 (C_3) เป็น -1.30000×10^{-2} ต่อเซนติเมตรซึ่งตรงจุดนี้ สัมประสิทธิ์ของโคมาเป็น 0 คำนวณหาค่า C_2 และ C_1 ด้วยสมการ (3.6) และ (3.7) ได้ -8.56840×10^{-2} และ 6.11990×10^{-2} ต่อเซนติเมตรตามลำดับ หรือได้รัศมีความโค้ง ของผิวที่ 1 ของผิวที่ 2 และของผิวที่ 3 เป็น+16.3401 , -11.6708และ -76.9231 เซนติเมตรตามลำดับ

สรุปได้ว่า เลนส์รวมสำหรับเลนส์โทรทัศน์ที่ต้องการสร้างขึ้นประกอบด้วยเลนส์ชุนทำจากแก้วแบเรียมคราวน์ชนิดแน่น มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4.0 เซนติเมตร มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลือง 1.62280 มีค่าวี 56.900 รัศมีความโค้งของผิวที่ 1 เป็น +16.3401 เซนติเมตร และของผิวที่ 2 เป็น -11.670 เซนติเมตร ระยะระหว่างยอดผิวทั้งสองนี้เป็น 0.500000 เซนติเมตร ประกบกับเลนส์เว้าที่ทำจากแก้วฟลินท์ชนิดแน่น มีเส้นผ่าศูนย์กลาง 4.00000 เซนติเมตร



r_1 = +16.3401 เซนติเมตร ; d_1 = 0.5 เซนติเมตร ; n_1 = 1.00000

r_2 = -11.6708 เซนติเมตร ; d_2 = 0.5 เซนติเมตร ; n_2 = 1.62280

r_3 = -76.9231 เซนติเมตร h = 2.0 เซนติเมตร ; n_3 = 1.69865

n_4 = 1.00000

รูปที่ 3.5 รูปร่างของเลนส์โทรทัศน์จากการออกแบบ

มีค่าดัชนีหักเหสำหรับแสงเหลือง 1.69865 มีค่าวี 32.0200 รัศมีความโค้งของผิวที่ 1 เป็น -11.6708 เซนติเมตร และของผิวที่ 2 เป็น -76.9231 เซนติเมตร ระยะระหว่างขั้วผิวทั้งสองนี้เป็น 0.500000 ซม. โดยผิวที่ 2 ของเลนส์บูนสัมผัสกับผิวที่ 1 ของเลนส์เว้า และผิวที่ 1 ของเลนส์บูนเป็นผิวรับแสงผิวแรก เลนส์โทรทัศน์นี้ จะมีความคลาดทรงกลมเชิงหน้าคลื่น 4.70000×10^{-5} เซนติเมตร ไม่มีโคมา แสดงรูปร่างของเลนส์โทรทัศน์นี้ด้วยรูป 3.5

3. การสร้างเลนส์รงค์ (8,16)

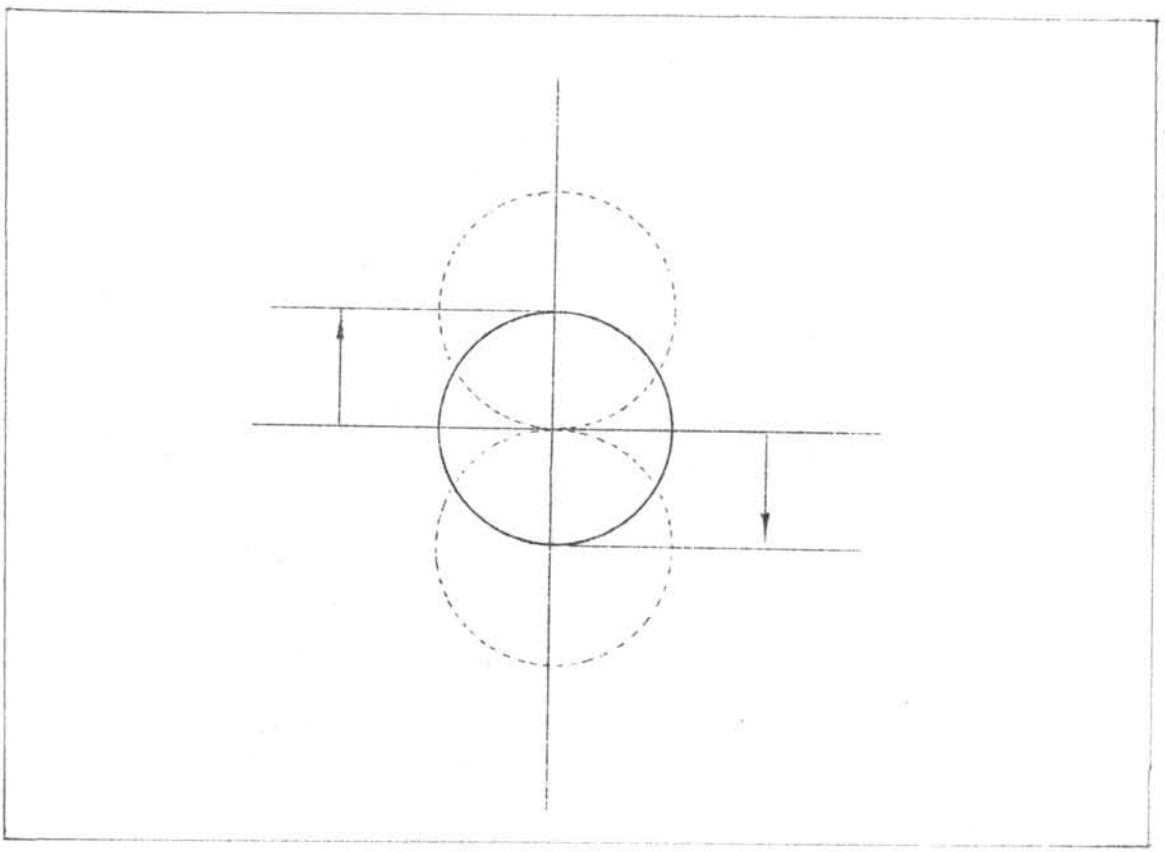
แก้วทางทัศนศาสตร์ที่ใช้ในการสร้างเลนส์คอลลิเมเตอร์และเลนส์โทรทัศน์ มีขนาดกว้าง, ยาว และ หนาเกินความต้องการ จึงตัดแผ่นแก้วที่ใช้ออกเป็นแผ่นบางให้มีความหนาเหมาะกับระยะระหว่างขั้วของผิวเลนส์ ด้วยเครื่องตัดแก้วที่มีในห้องปฏิบัติการทำเลนส์ ภาควิชาฟิสิกส์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ใช้คูลแลนท์ (coolent) ซึ่งเป็นสารละลายหล่อไว้ที่ใบมีดของเครื่องตัดเพื่อระบายความร้อน และช่วยไม่ให้แผ่นแก้วแตกร้าวในขณะกำลังตัดแผ่นแก้วนั้น นำแผ่นแก้วที่ได้นี้ไปตัดให้เป็นแผ่นกลมมีขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางใกล้เคียงกับเลนส์ที่ได้ออกแบบไว้ ด้วยหัวตัดโลหะทรงกระบอก ที่ปลายข้างหนึ่งของทรงกระบอกทำให้เป็นฟันเลื่อย และปลายอีกข้างหนึ่งทำเป็นแกนสำหรับยึดเข้ากับเครื่องเจาะโลหะ จะทำให้ฟันเลื่อยเคลื่อนที่ได้รอบแกน กดหัวตัดให้ฟันเลื่อยสัมผัสผิวแก้ว ใช้ผงขัดคาร์บอรันดัม (carborundum) เบอร์หยาบที่สุดที่มีในห้องปฏิบัติการทำเลนส์ ผสมหยดน้ำใส่ลงไประหว่างฟันเลื่อยกับผิวแก้ว เล็กน้อย และสม่ำเสมอ ตลอดระยะเวลาที่ตัดแผ่นกลม จะทำให้ผงขัดถูกฟันเลื่อยกดและกัดเนื้อแก้วบริเวณนั้นหลุดออกมา ในที่สุดจะได้แผ่นแก้วกลมตามที่ต้องการ

จากนั้นนำแผ่นแก้วกลมไปฝนให้มีผิวโค้งตามที่ได้ออกแบบไว้ ด้วยเครื่องฝนผิวโค้ง (grinding machine) ที่มีอยู่ในห้องปฏิบัติการทำเลนส์และผิวโค้งที่ได้ค่อนข้างหยาบ เพราะเครื่องฝนผิวโค้งจะกัดผิวแก้วเป็นหลุมขนาดใหญ่มากมาย ลดขนาดของหลุมเหล่านี้โดยนำไปขัดเรียบ และขัดใส

การขัดเรียบกระทำบนทูล (tool) โลหะที่ส่วมอยู่บนแกนหมุนผิวหน้าของทูลมีรัศมีความโค้งเท่ากับของผิวเลนส์ที่ทำการขัดเรียบ ใช้ผงขัด คาร์บอรันดัม ตั้งแต่ขนาดหยาบที่สุด จนถึง ขนาดละเอียดที่สุด โดยเรียงลำดับขนาดของความหยาบจนถึงละเอียดที่สุด คือ เบอร์ 4, 5, 6 และ 7 พร้อมหยอดน้ำในขณะทำการขัดเรียบ กดผิวโค้งที่ต้องการขัดเรียบให้แนบกับผิวของทูลที่หมุนไปรอบแกน และในขณะนั้นจะต้องมีผงขัดและน้ำเล็กน้อยอยู่ระหว่างผิวโค้งและผิวทูลแล้ว เริ่มขัดเรียบโดยใช้ผงขัดเบอร์ 4 ซึ่งมีขนาดหยาบที่สุด แล้วเปลี่ยนไปใช้เบอร์ 5, เบอร์ 6 ในลำดับต่อไป แต่ก่อนที่จะเปลี่ยนขนาดของผงขัด ต้องล้างผิวทูลและผิวโค้งที่ขัดให้สะอาดจนแน่ใจว่าไม่มีผงขัดเบอร์เดิมเหลืออยู่ และต้องดู ขนาดของหลุมบนผิวโค้งที่ขัดด้วยแก่นขยาย เมื่อหลุมมีขนาดเท่า ๆ กันแล้ว จึงเปลี่ยนผงขัดเบอร์ถัดไปได้ เมื่อใช้ผงขัดถึงเบอร์ 6 ขนาดของหลุมบนผิวโค้งจะเล็กลง จนทำให้ลักษณะของผิวเลนส์ค่อนข้างนวล มองเกือบทะลุผ่านเนื้อแก้วได้ เมื่อไม่มีรอยขีดข่วนบน

ผิวโค้ง จึงเริ่มทำการขัดใส่ในลำดับต่อไป

การขัดใส่เป็นวิธีที่ทำให้ผิวโค้งที่ขัดเกิดความร้อน จนทำให้เนื้อแก้วส่วนเกินของผิวหน้าหลอมละลายลงไปในหลุมที่เกิดจากการขัดเรียบดังกล่าว จะทำให้ผิวโค้งนั้นเรียบปราศจากหลุม อุปกรณ์ที่สำคัญในการขัดใส่มี 2 ชนิด คือ ยางมะตอยบริสุทธิ์ที่เรียกว่าพิทช์ (pitch) และผงขัดใส่เบอร์ 7 ที่เรียกว่า รูจ (rouge) ซึ่งเป็นออกไซด์ของเหล็ก มีสูตรเป็น Fe_2O_3 หลอมละลายพิทช์แล้วเทลงบนทูล ทิ้งให้เย็นพิทช์จะแข็งตัวและติดอยู่บนทูล จากนั้นจุ่มผิวของพิทช์ลงในน้ำร้อนเพื่อทำให้พิทช์อ่อนตัวเล็กน้อย ใช้ผิวโค้งที่ขัดเรียบแล้วกดบนผิวของพิทช์ เพื่อทำให้ผิวของพิทช์และผิวโค้งมีความโค้งเท่ากันโดยตลอด แล้วทำให้ผิวหน้าของพิทช์เป็นร่องแบบรังผึ้ง ร่องของพิทช์จะช่วยกักน้ำและผงขัดใส่เอาไว้ในระหว่างทำการขัดใส่ กระทำเช่นเดียวกับการขัดเรียบ ผิวโค้งที่ขัดใส่แล้วจะมองผ่านทะลุเนื้อแก้วได้ และใช้วิธีการดังกล่าวข้างต้นกระทำกับแผ่นแก้วที่เหลือ ในที่สุดจะได้เลนส์ตามต้องการ



รูปที่ 3.6 การขัดเรียบและขัดใส่ผิวโค้ง

สำหรับในการขัดเรียบและขัดใสเลนส์ กระทำดังนี้

1. เคลื่อนเลนส์ไปข้างหน้าเป็นระยะเท่ากับรัศมีของเลนส์ และเลื่อนเลนส์กลับไปข้างหลังเป็นระยะเท่ากับรัศมีของเลนส์ โดยใช้จุดศูนย์กลางของเลนส์ ก่อนการเคลื่อนเลนส์เป็นจุดอ้างอิง เรียกการเคลื่อนที่ ไปและกลับแบบนี้ 1 รอบว่า 1 ชักหวะ (stroke) แสดงในรูปที่ 3.8

2. หมุนเลนส์ไปรอบ ๆ ในขณะขัดเรียบและขัดใส

4. การประกอบเลนส์องค์ (4,12)

ในการเชื่อม (cementing) องค์ประกอบทางทัศนศาสตร์ใด ๆ เช่น เลนส์ แผ่นแก้ว หรือ แผ่นกรองแสง ฯลฯ จะต้องใช้สารที่มีค่าดัชนีหักเหใกล้เคียงกับองค์ประกอบนั้น ซึ่งได้แก่ คานาดาบาลซัม (canadabalsam) หรือ ซีเมนต์ (cement) การเชื่อมทำในห้องที่มิดชิด ไม่มีผงฝุ่นละอองตกลงบนผิวขององค์ประกอบทางทัศนศาสตร์นั้น ๆ อีกด้วย

ในกรณีของเลนส์องค์ที่สร้างขึ้น คือ เลนส์กอลลิเมเตอร์และเลนส์โทรทัศน์ ทำการเชื่อมเลนส์องค์ประกอบที่เป็นเลนส์นูนและเลนส์เว้าเข้าด้วยกัน (ก่อนทำการเชื่อมเลนส์ จะต้องนำเลนส์ประกอบแต่ละอันมาทดสอบรูปร่างเพื่อจะได้ทราบว่าตรงกับที่ได้ออกแบบไว้หรือไม่ ส่วนเลนส์องค์ที่ได้จะต้องนำมาทดสอบความคลาด ซึ่งทั้งหมดนี้จะได้กล่าวในบทที่ 4) ด้วยซีเมนต์ที่เตรียมไว้ ซีเมนต์ประกอบด้วยส่วนผสม 2 ส่วน คือ เลนส์ เบานัด (lens bound) เป็นของเหลวข้นสีเหลืองอ่อน และแคทะลิซท์ (catalyst) เป็นของเหลวใส ผสมทั้งสองเข้าด้วยกันในขวดแก้วใสสะอาด ในอัตราส่วนที่ แคทะลิซท์ ต่อ เลนส์เบานัด เป็น 2 ต่อ 100 โดยหยดแคทะลิซท์ 2 หยด ผสมกับเลนส์เบานัด 3 มิลลิลิตร จะมีตะกอน เกิดขึ้นในระหว่างผสม หลังจากตะกอนหายไปแล้วประมาณ 30 นาที จึงนำซีเมนต์ไปใช้งาน ซีเมนต์ที่เตรียมขึ้นนี้จะมีค่าดัชนีหักเหประมาณ 1.55 จากนั้นทำความสะอาดผิวหน้าเลนส์ที่จะเชื่อมเข้าด้วยกันด้วย แอลกอฮอล์เพื่อกำจัดผงฝุ่นละอองและคราบมันต่าง ๆ แล้วหยดซีเมนต์ที่เตรียมไว้เล็กน้อยบนผิวเว้า วางผิวนูนประกบ ลงบนผิวเว้าดังกล่าว ค่อย ๆ หมุนเลนส์อันบนไปรอบ ๆ เพื่อไล่ฟองอากาศที่มีอยู่ในซีเมนต์ให้ออกไป ปล่อยให้ซีเมนต์แข็งตัว จะได้เลนส์องค์ตามต้องการ