

บทที่ 1

บทนำ



### 1. วัตถุประสงค์

เครื่องเอกเรจค์ (monochromator) ที่สร้างขึ้นเป็นเครื่องเอกเรจค์แบบง่าย หรือเครื่องเอกเรจค์เดี่ยว (single monochromator) โดยมีวัตถุประสงค์ที่สำคัญคือ

1. ศึกษาวิธีออกแบบและสร้างเลนส์
2. สร้างเครื่องเอกเรจค์ให้ใช้งานได้ในห้องปฏิบัติการ
3. ศึกษาการทำงานของเครื่องเอกเรจค์ที่สร้างขึ้น

### 2. วิธีดำเนินงาน

ได้แบ่งขั้นตอนในการสร้างเครื่องเอกเรจค์ดังนี้

1. คำนวณออกแบบรูปร่างของเลนส์ที่ให้ความคลาดตรงค์ (chromatic aberration) และความคลาดทรงกลม (spherical aberration) มีค่าน้อยที่สุด และไม่มีโคมา (coma)

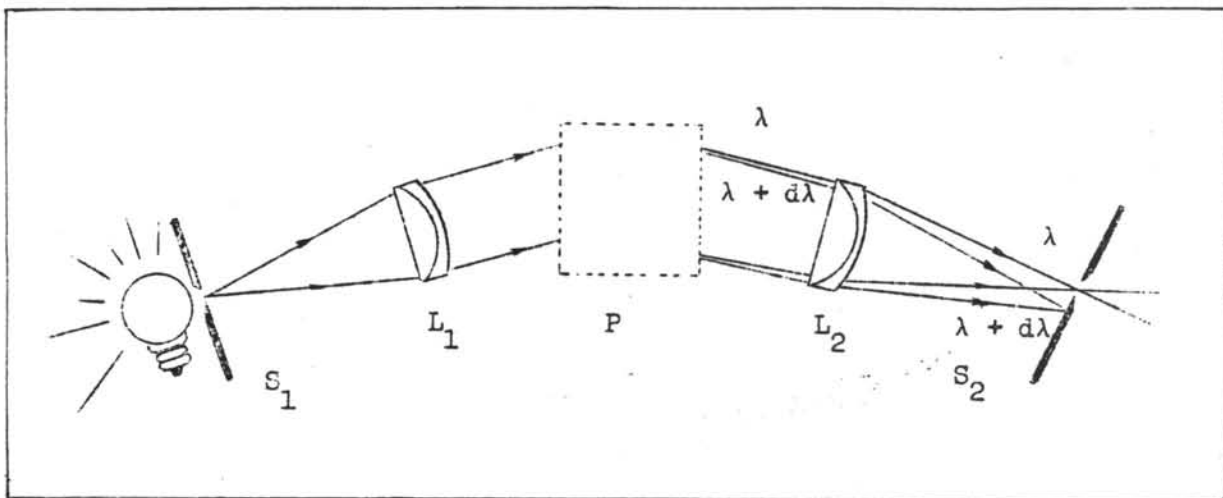
2. ออกแบบส่วนประกอบและกลไก (mechanism) ของเครื่องเอกเรจค์
3. สร้างเลนส์ตามที่ได้ออกแบบไว้
4. ทดสอบคุณภาพของเลนส์ที่สร้างขึ้น
5. สร้างส่วนประกอบและกลไกของเครื่องเอกเรจค์ตามที่ออกแบบไว้
6. ทดสอบเครื่องเอกเรจค์ที่สร้างขึ้น

### 3. เครื่องเอกเรจค์ (15)

เครื่องเอกเรจค์เป็นทัศนอุปกรณ์ชนิดหนึ่งใช้สำหรับเป็นแหล่งกำเนิดแสงสีเดี่ยว (monochromatic light) เครื่องเอกเรจค์ที่สร้างขึ้น มีส่วนประกอบที่สำคัญ ดังนี้

- 1 ช่องแคบเปิดแสงเข้า (entrance slit) และช่องแคบเปิดแสงออก (exit slit)

2. เลนส์คอลลิเมเตอร์ (collimator lens)
3. เลนส์โทรทรรศน์ (telescope lens)
4. ตัวกระจายแสง (dispersing object) ซึ่งอาจเป็นปริซึม (prism) หรือเกรตติง (grating) ก็ได้



รูปที่ 1.1 แสดงหลักการทำงานของเครื่องเอกซเรย์

ตามรูปที่ 1.1

- $S_1$  เป็นช่องแคบ เปิดแสง เข้า
- $S_2$  เป็นช่องแคบ เปิดแสง ออก
- $L_1$  เป็น เลนส์คอลลิเมเตอร์
- $L_2$  เป็น เลนส์โทรทรรศน์
- $P$  เป็นตัวกระจายแสง

ช่องแคบ  $S_1$  อยู่ที่ตำแหน่งโฟกัสของเลนส์  $L_1$  จะทำให้ลำแสงที่ผ่าน  $L_1$  เป็นลำแสงขนาน มุมตกกระทบบนผิวของตัวกระจายแสง ในกรณีนี้เท่ากับหมดทุกรังสี ซึ่งสะดวกในการคิดหาค่าต่าง ๆ เช่น มุมเบี่ยงเบน (deviation angle) การกระจายเชิงมุม (angular dispersion) และ กำลังแยก (resolving power) เป็นต้น ตัวกระจายแสงจะแยกแสงที่ผ่านออกไปเป็นแสงสีต่าง ๆ

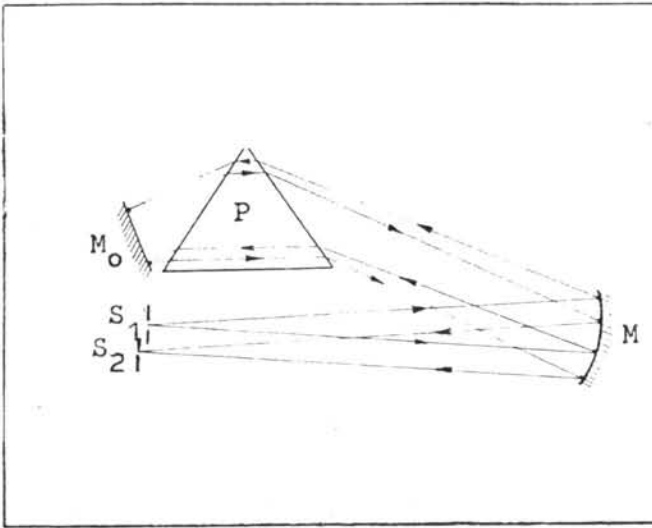
โดยแสงสีเหล่านี้จะผ่านเลนส์  $L_2$  ไปเกิดภาพของช่องแคบ  $S_1$  ที่ระนาบโฟกัสของเลนส์  $L_2$  ที่ตำแหน่งต่าง ๆ กันขึ้นกับความยาวคลื่นของแสงสีนั้น ๆ ไขช่องแคบ  $S_2$  บังแสงสีที่ไม่ต้องการไว้ และให้แสงสีที่ต้องการผ่านไปได้ ช่องแคบ  $S_2$  จึงเสมือนเป็นแหล่งกำเนิดแสงสีเดี่ยว ซึ่งสามารถเลือกแสงสีที่จะใช้โดยการเลื่อนช่องแคบ  $S_2$  ไปที่ตำแหน่งโฟกัสของแสงสีนั้น

ถ้าตัวกระจายแสงเป็นปริซึม ต้องปรับให้ปริซึม อยู่ในลักษณะที่จะให้การเบี่ยงเบนของแสงเป็นมุมน้อยที่สุด (minimum deviation) เพราะจะทำให้พลังงานแสงที่สูญเสียไปจากการสะท้อนที่ผิวหักเหแสงของปริซึมมีค่าน้อยที่สุด (4) ความยาวคลื่นในช่วงต่าง ๆ กันจะแยกจากกันได้มากหรือน้อยขึ้นอยู่กับกำลังแยกของปริซึมและของเลนส์โทรทรรศน์ แต่ถ้าจะให้ได้กำลังแยกมากขึ้นต้องพิจารณาทุก ๆ ส่วนของเครื่องเอกรงค์ เช่น เลนส์คอลลิเมเตอร์, ปริซึม และเลนส์โทรทรรศน์ ต้องมีขนาดใหญ่ (4)

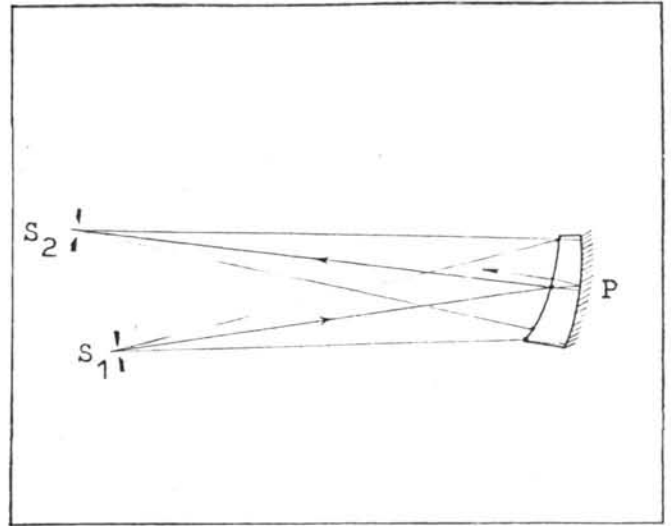
อย่างไรก็ตาม เครื่องเอกรงค์ชนิดที่ใช้ปริซึมมีหลายแบบขึ้นกับจำนวนปริซึม หรือขึ้นกับจำนวนครั้งที่เกิดการกระจายแสง ถ้ามีการกระจายแสงเพียงครั้งเดียว เรียกว่า เครื่องเอกรงค์ หรือ เครื่องเอกรงค์เดี่ยว ถ้ามีการกระจายแสงสองครั้ง เรียกว่า เครื่องเอกรงค์คู่ (double monochromator) เป็นต้น

เลนส์คอลลิเมเตอร์และเลนส์โทรทรรศน์อาจเปลี่ยนเป็นกระจกสะท้อนแสงผิวโค้งพาราโบลอยด์ หรือผิวโค้งทรงกลม และอาจจำแนกเครื่องเอกรงค์ตามชนิดของตัวกระจายแสงได้ 3 ระบบ คือ ระบบปริซึม, ระบบเกรตติงระนาบ และระบบเกรตติงผิวเว้ารูปทรงกลม (spherical concave grating)

เครื่องเอกรงค์ระบบปริซึมมีสิ่งสำคัญคือ จะต้องจัดปริซึมให้อยู่ในลักษณะที่จะให้มีการเบี่ยงเบนเป็นมุมน้อยที่สุด ตัวอย่างเครื่องเอกรงค์แบบนี้ได้แก่ เครื่องเอกรงค์แบบลิตรอว์ (Littrow) แสดงดังรูปที่ 1.1 ก รังสีจากช่องแคบเปิดแสงเข้าตกกระทบบนกระจกเว้า  $M$  แล้วสะท้อนเป็นลำขนานไปตกกระทบบนและผ่านปริซึม  $P$  ออกไปแล้วสะท้อนกลับโดยกระจกระนาบ  $M_0$  ผ่านปริซึมอีกครั้งหนึ่ง ทำให้ได้กำลังแยกเป็นสองเท่า จากนั้นรังสีไปตกกระทบบนกระจกเว้า  $M$  อีกครั้งหนึ่งแล้วไปโฟกัสภาพของ  $S_1$  ที่  $S_2$  ซึ่งเป็นช่องแคบเปิดแสงออก



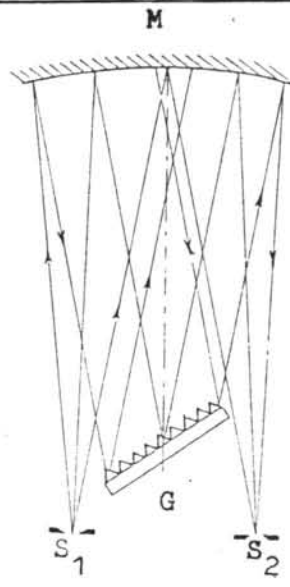
รูปที่ 1.1 ก แบบลิตโทรว์ในระบบปริซึม



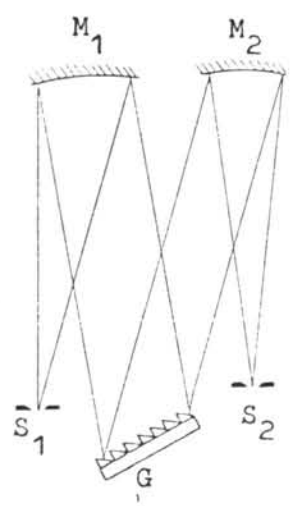
รูปที่ 1.1 ข แบบเฟรย์

สำหรับรูปที่ 1.1 ข เป็นแบบเฟรย์ (Féry) ประกอบด้วยปริซึมผิวโค้งทรงกลม P (prism with spherical surface) โดยผิวหลังเคลือบสารสะท้อนแสง ปริซึมนี้จะทำหน้าที่เหมือนเกรตติงผิวเว้ารูปทรงกลม กล่าวคือ รังสีจากช่องแคบเปิดแสงเข้า  $S_1$  ตกกระทบบนปริซึมแล้วกระจายเป็นแสงสีต่าง ๆ ไป โฟกัสที่  $S_2$  ซึ่งเป็นช่องแคบเปิดแสงออก

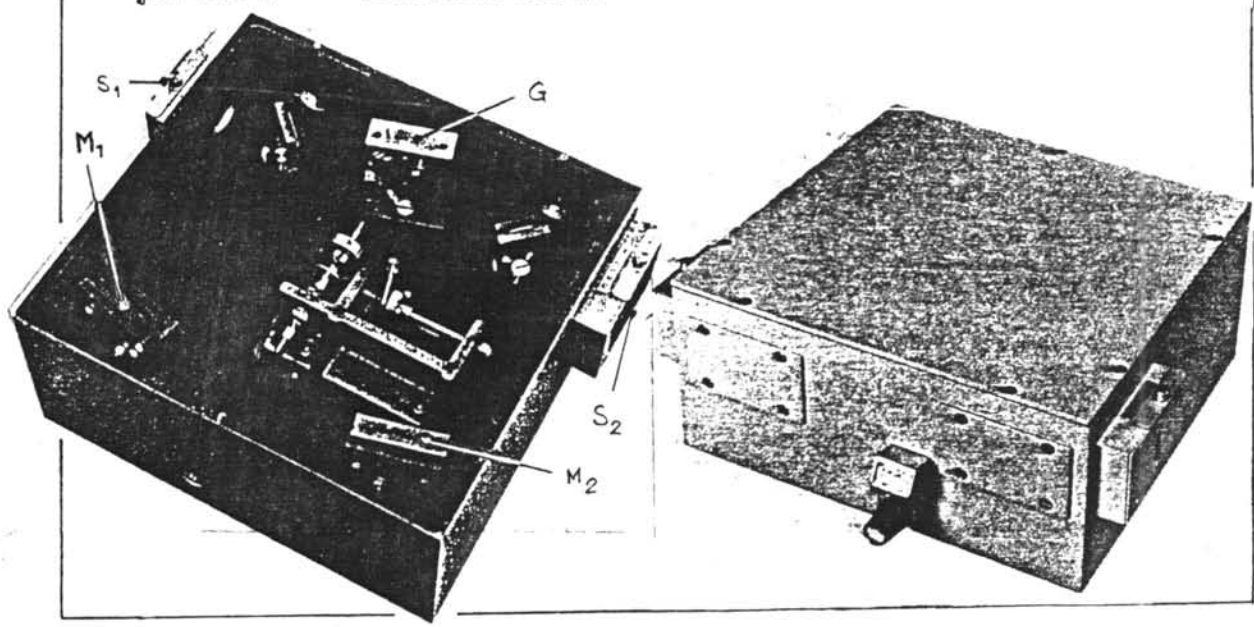
เครื่องเอกระงศ์ระบบเกรตติงระนาบ อาทิเช่น เครื่องเอกระงศ์แบบลิตโทรว์จะคล้ายกับแบบลิตโทรว์ในระบบปริซึม เพียงแต่เปลี่ยนปริซึมและกระจกระนาบ (รูปที่ 1.1 ก) ให้เป็นเกรตติง ตัวอย่างของเครื่องเอกระงศ์แบบนี้จะจัดเป็นระบบต่าง ๆ เช่น ระบบอีเบิร์ต-แฟลโท (Ebert - Fastie system) แสดงดังรูปที่ 1.1 ค ช่องแคบเปิดแสงเข้า  $S_1$  และช่องแคบเปิดแสงออก  $S_2$  อยู่บนส่วนโค้งของวงกลมที่มีจุดศูนย์กลางอยู่บนเส้นที่เชื่อมโยงระหว่างจุดศูนย์กลางของเกรตติงและของกระจกเว้า ซึ่งช่องแคบทั้งสองตั้งกล่าวอยู่ที่ระนาบโฟกัสของกระจกเว้าผิวโค้งทรงกลม M และอยู่คนละด้านของเกรตติง อีกระบบหนึ่งได้แก่ ระบบเชอร์นีย์-เทอร์เนอร์ (Czerny-Turner system) ประกอบด้วยกระจกเว้าผิวโค้งทรงกลมสองแผ่นที่เหมือนกันคือ  $M_1$  และ  $M_2$  วางได้สมมาตรเมื่อเทียบกับเกรตติงระนาบ แสดงดังรูปที่ 1.1 ง



รูปที่ 1.1 ค ระบบลิเธอริต-แฟลทโท



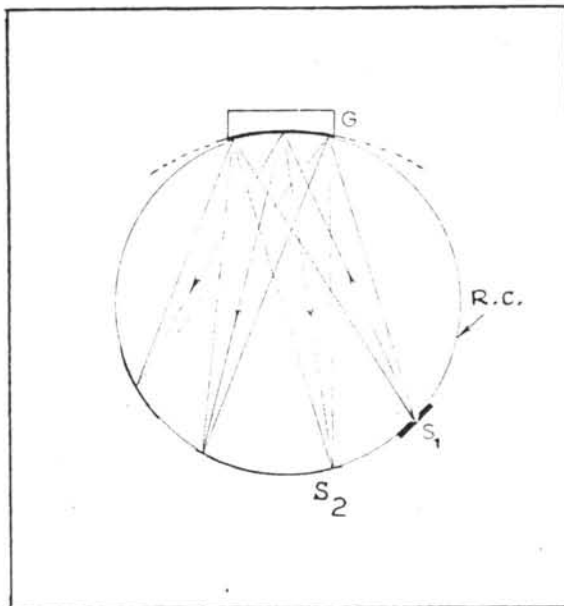
รูปที่ 1.1 ง ระบบเชอร์นีย์-เทอร์เนอร์



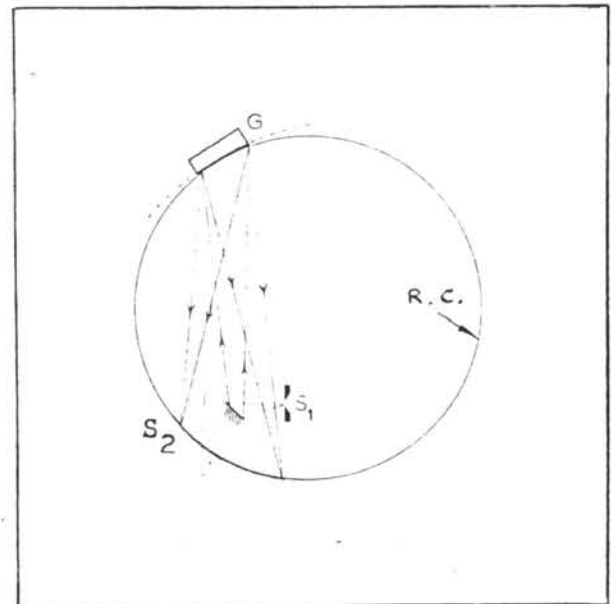
รูปที่ 1.1 ฉ ระบบเชอร์นีย์-เทอร์เนอร์ ของบริษัท เอียร์ริง เบค จำกัด

สำหรับรูปที่ 1.1 ฉ เป็นเครื่องเอกเรงค์ในระบบเชอร์นีย์-เทอร์เนอร์ของบริษัท เอียร์ริง เบค จำกัด (Ealing Beck Limited) ซึ่งมีโครงสร้างของระบบเหมือนรูปที่ 1.1 ง ให้ความยาวคลื่นในช่วง 200 นาโนเมตร ถึง 1000 นาโนเมตร มีการกระจายแสง 4 นาโนเมตร ต่อ มิลลิเมตร

ในกรณีของเครื่องเอกรงค์ระบบเกรตติ้งผิวเว้ารูปทรงกลม ช่องแคบเปิดแสงเข้าและช่องแคบเปิดแสงออกมีวางให้สัมพันธ์กับส่วนโค้งของวงกลมโรว์แลนด์ (Rowland circle) วงกลมโรว์แลนด์มีเส้นผ่าศูนย์กลางเท่ากับรัศมีของผิวเว้าของเกรตติ้ง และวงกลมผ่านจุดศูนย์กลางของผิวเว้าของเกรตติ้งนั้นแบบต่าง ๆ ของเครื่องเอกรงค์ระบบนี้ได้แก่ แบบปาล์เชน-รัง (Paschen-Runge) แสดงดังรูปที่ 1.1 จ. ช่องแคบเปิดแสงเข้า  $S_1$  และเกรตติ้ง G ตั้งอยู่ที่ ช่องแคบเปิดแสงออก  $S_2$  เลื่อนไปมาบนแนววงกลมโรว์แลนด์ แต่ถ้าช่องแคบเปิดแสงเข้าและช่องแคบเปิดแสงออกตั้งอยู่ที่เกรตติ้งเลื่อนไปบนแนววงกลมโรว์แลนด์ จะเป็นเครื่องเอกรงค์แบบเอเกิล (Eagle) แสดงในรูปที่ 1.1 ข



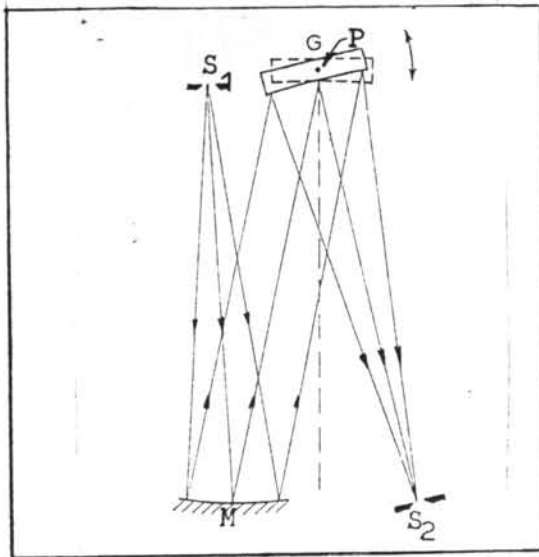
รูปที่ 1.1 จ แบบปาล์เชน-รัง



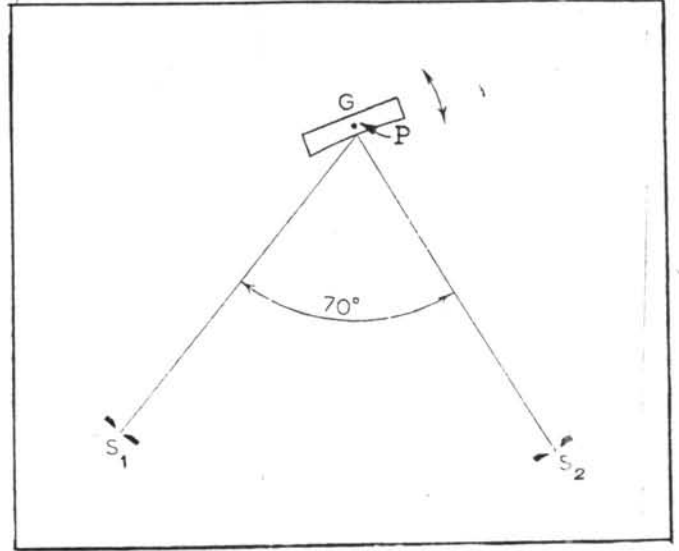
รูปที่ 1.1 ข แบบเอเกิล

R.C. เป็นวงกลมโรว์แลนด์

ถ้าเป็นแบบ แวดส์เวิร์ธ (Wadsworth) และแบบ เซยา-นามิโอะกะ (Seya-Namioka) จะไม่ใช่วงกลมโรว์แลนด์ดังแสดงในรูปที่ 1.1 ข และ 1.1 จ ตามลำดับ แบบแวดส์เวิร์ธ ช่องแคบ  $S_1$  กระจกเว้า M และช่องแคบ  $S_2$  ตั้งอยู่ที่ เกรตติ้ง G หมุนไปรอบ ๆ แกน P ช่องแคบ  $S_2$  วางที่ตำแหน่งโฟกัสของเกรตติ้งผิวเว้าซึ่งห่างจากผิวเว้าเป็นระยะ  $R/2$  โดยที่ R เป็นรัศมีของผิวเว้า



รูปที่ 1.1 ข แบบแวตส์เวียร์



รูปที่ 1.1 ฉ แบบเขย่า-นามิโอะกะ

สำหรับแบบ เขย่า-นามิโอะกะ ช่องแคบ  $S_1$  และช่องแคบ  $S_2$  ตั้งอยู่กึ่งที่ เกรตัง G หมุนไปรอบ ๆ แกน P เช่นเดียวกัน เมื่อมุมระหว่าง  $S_1P$  กับ  $S_2P$  เป็น  $70^\circ$  องศา ระยะ  $S_1P$  และ  $S_2P$  เป็น  $0.8181R$  และ  $0.8176 R$  ตามลำดับ โดย  $R$  เป็นรัศมีของเกรตัง จะได้ภาพของช่องแคบเปิดแสงเข้า  $S_1$  ที่มีคุณภาพใช้ได้ (18)

ที่กล่าวแล้วข้างต้นนี้ เป็นตัวอย่างเครื่องเอกรงค์แบบต่าง ๆ สำหรับเครื่องเอกรงค์ที่ได้ออกแบบและสร้างขึ้นเป็นเครื่องเอกรงค์แบบง่าย สำหรับใช้ร่วมกับเครื่องสเปกโตรมิเตอร์ ให้ความยาวคลื่นในช่วง 400 นาโนเมตร ถึง 700 นาโนเมตร ซึ่งจะได้กล่าวถึงการทดลองในบทที่ 6

#### 4. ตัวกระจายแสง

สำหรับช่องแคบ  $S_1, S_2$  และเลนส์  $L_1, L_2$  จะกล่าวถึงในบทที่ 5 และบทที่ 3 ตามลำดับ ในบทนี้จะพิจารณาเฉพาะตัวกระจายแสงซึ่งมี 2 ชนิด คือ ปริซึมกระจายแสง และ เกรตัง

4.1 ปริซึมกระจายแสง เมื่อให้แสงขาวผ่านปริซึมจะเกิดการกระจายแสงขาวออกเป็นแสงสีต่าง ๆ เรียงลำดับจากความยาวคลื่นที่สั้นกว่าไปยังความยาวคลื่นที่ยาวกว่า คือ ม่วง, คราม, น้ำเงิน, เขียว, เหลือง, แสด หรือส้ม และ แดง ซึ่งเรียกแสงสีทั้งชุดนี้ว่า สเปกตรัม

ค่าดัชนีหักเหของปริซึม หรือของตัวกลางที่แสงผ่าน ขึ้นกับความยาวคลื่นแสงตั้งสมการของคอสี่ (Cauchy's equation) (7) คือ

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4} + \dots \quad \dots\dots\dots(1.1)$$

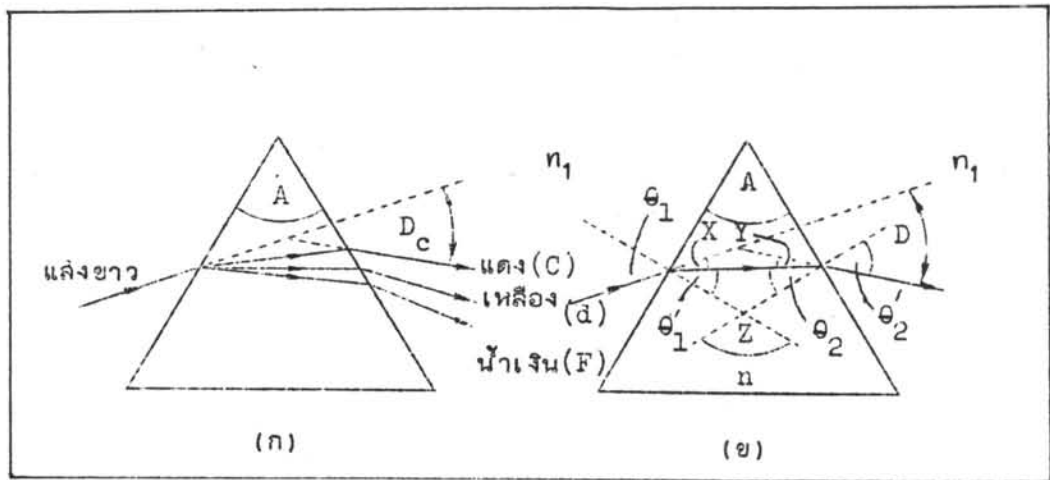
เมื่อ  $n$  เป็นค่าดัชนีหักเหของตัวกลาง  
 $\lambda$  เป็นความยาวคลื่นแสงที่ผ่านตัวกลาง  
 $A, B$  และ  $C$  เป็นค่าคงที่ซึ่งขึ้นอยู่กับชนิดของตัวกลาง กล่าวคือ ถ้าตัวกลางต่างกันค่า  $A, B$  และ  $C$  ก็ต่างกันด้วย

ค่าดัชนีหักเหของตัวกลางมีความสำคัญต่อมุมเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิมของแสง แต่ถ้าค่าดัชนีหักเหของตัวกลางมีค่ามาก พลังงานแสงที่สูญเสียไปจากการสะท้อนที่ผิวของปริซึมจะมากขึ้น และพลังงานแสงที่สูญเสียไปยังขึ้นกับมุมยอดของปริซึม เช่น ในกรณีที่ปริซึมมีมุมยอด 60 องศา พลังงานแสงจะสูญเสียไปจากการสะท้อนประมาณ 10 ถึง 20 เปอร์เซ็นต์ ในขณะที่มีมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด<sup>(5)</sup> และพลังงานแสงก็ยังสูญเสียไปจากการดูดกลืนของตัวกลางที่แสงผ่านนั้นอีกด้วย สำหรับความสามารถในการกระจายแสงมากหรือน้อยขึ้นกับกำลังในการกระจายแสง (dispersing power,  $\omega$ ) ของตัวกลางที่ใช้ทำปริซึม ซึ่งเขียนเป็น

$$\omega = \frac{n_F - n_C}{n_D - 1} = \frac{1}{V} \quad \dots\dots\dots(1.2)$$

เมื่อ  $n_F, n_C$  และ  $n_D$  เป็นค่าดัชนีหักเหของปริซึมสำหรับแสงน้ำเงิน, แสงแดง และแสงเหลือง ตามลำดับ  
 $V$  เป็นค่าวี (V - value) หรือ ตัวเลขแอบเบ (Abbe number) หรือส่วนกลับของการกระจายแสง (reciprocal dispersion)





รูปที่ 1.2 แสดงการกระจายแสง (ก) และการเบี่ยงเบนแสง (ข)

ตามรูปที่ 1.2 (ข) D เป็นมุมเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิมของรังสี ที่มีความยาวคลื่น  $\lambda$  ใด ๆ และ A เป็นมุมยอดของปริซึม ดังนั้น

$$D = X + Y$$

หรือ

$$D = (\theta_1 - \theta_1') + (\theta_2' - \theta_2)$$

$$D = (\theta_1 + \theta_2') - (180^\circ - Z)$$

หรือ

$$D = (\theta_1 + \theta_2') - A \quad \dots\dots\dots(1.3)$$

ในกรณีที่มีมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด ( $D_0$ ) จะได้  $\theta_1 = \theta_2'$  และ  $\theta_1' = \theta_2$  สมการ (1.3) จะเป็น

$$\theta_1 = \frac{1}{2} (A + D_0) \quad \dots\dots\dots(1.4)$$

และเนื่องจาก  $\theta_1' + \theta_2 = A$

จะได้  $\theta_1' = \frac{A}{2}$

เมื่อปรุตั้งอยู่ในอากาศ ( $n_1 = 1.0$ ) จากกฎของสเนลล์ (Snell's law)

$$\sin \theta_1 = n \sin \theta'_1$$

นั่นคือ

$$n = \frac{\sin (A+D_o)/2}{\sin A/2} \dots\dots\dots(1.5)$$

เพื่อหาค่าการกระจาย ดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (1.5) เทียบกับ  $\lambda$  จะได้

$$\begin{aligned} \frac{dn}{d\lambda} &= \frac{d}{d\lambda} \left\{ \frac{\sin (A+D_o)/2}{\sin A/2} \right\} \\ &= \frac{1}{\sin A/2} \left\{ \frac{1}{2} \cos \frac{(A+D_o)}{2} \cdot \frac{dD_o}{d\lambda} \right\} \end{aligned}$$

หรือ

$$\frac{dD_o}{d\lambda} = \frac{2 \sin A/2}{\cos(A+D_o)/2} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \dots\dots\dots(1.6)$$

ยกกำลังสองสมการ (1.5) แล้วคูณไขว้ได้

$$\sin^2(A+D_o)/2 = n^2 \sin^2 A/2$$

หรือ

$$1 - \cos^2(A+D_o)/2 = n^2 \sin^2 A/2$$

จะได้

$$\cos(A+D_o)/2 = \sqrt{1 - n^2 \sin^2 A/2} \dots\dots\dots(1.7)$$

แทนสมการ (1.7) ในสมการ (1.6) จะได้

$$\frac{dD_o}{d\lambda} = \frac{2 \sin A/2}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2 A/2}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} \dots\dots\dots(1.8)$$



- โดยที่  $\frac{dD}{d\lambda}$  เป็นค่าการกระจายเชิงมุม (15)
- $\frac{dn}{d\lambda}$  เป็นค่าการกระจายแสงของตัวกลางที่ใช้ทำปริซึม
- และ  $n$  เป็นค่าดัชนีหักเหของตัวกลางที่ใช้ทำปริซึมสำหรับความยาวคลื่น  $\lambda$

ค่า  $\frac{dn}{d\lambda}$  หาได้จากการดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (1.1)

ในสเปกตรัมที่เกิดขึ้น จากการกระจายแสงของปริซึม จะมีเส้นสเปกตรัมที่ใกล้เคียงกัน มาก เช่น เส้นสเปกตรัมของแสงเหลือง จะมีสองเส้นที่มีความยาวคลื่น 589.0 นาโนเมตร และ 589.6 นาโนเมตร เป็นต้น ความสามารถในการที่จะแยกเส้นสเปกตรัมของคลื่นแสงให้เห็นเป็นช่องเส้น หรือ ความสามารถในการแยกความยาวคลื่นสองค่าที่ใกล้เคียงกันมาก บอกด้วยค่ากำลังแยกนิยามว่า (15.)

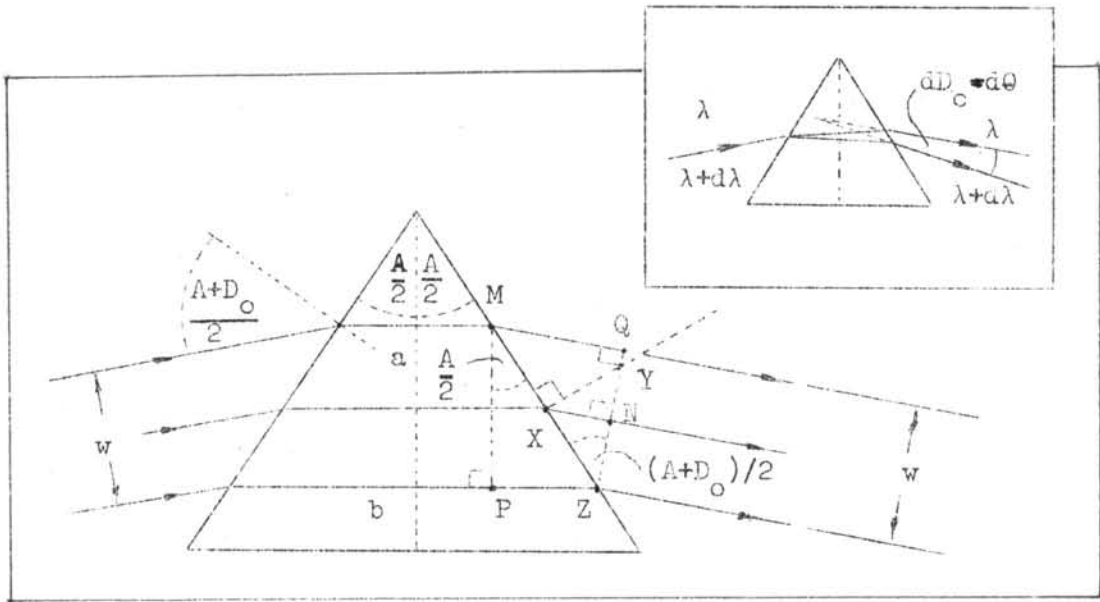
$$\text{กำลังแยก (R)} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \dots\dots\dots(1.9)$$

- เมื่อ  $\lambda$  เป็นค่าเฉลี่ยของความยาวคลื่นสองค่าที่ใกล้เคียงกัน
- $\Delta\lambda$  เป็นผลต่างของความยาวคลื่นสองค่านั้น

ใช้เกณฑ์ของเรเลย์ห์ (Rayleigh's criterion) ในการเห็นภาพแยกออกจากกัน ได้พอดี คือ  $d\theta = \lambda/w$  โดยที่  $\lambda$  เป็นความยาวคลื่นแสงที่ใช้ ,  $d\theta$  เป็นมุมระหว่างสองรังสีที่ใกล้เคียงกัน และ  $w$  เป็นความกว้างของสลักรังสีขนาน ดังนั้นเมื่อแทนค่า  $\lambda = w \cdot d\theta$  กำลังแยก จะเขียนได้เป็น(19)

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{w \cdot d\theta}{\Delta\lambda} \dots\dots\dots(1.10)$$

ในกรณีมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด รังสีตกและผ่านปริซึมออกไปมีลักษณะสมมาตร (symmetry) แสดงได้ดังรูปที่ 1.3



รูปที่ 1.3 การหักเหของแสงของปริซึม

ตามรูปที่ 1.3 กำหนดให้  $D_o$  เป็นมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด

$a$  และ  $b$  เป็นระยะที่แสงเดินทางในปริซึมด้านบนและด้านล่างตามลำดับ

$w$  เป็นความกว้างของลำแสงขนาน

พิจารณาค่า  $w$  ได้ดังนี้ จากสามเหลี่ยม  $PMZ$  มุม  $PMZ$  เป็น  $A/2$  จะได้

$$\sin A/2 = \frac{PZ}{ZM} \dots\dots\dots(1.11)$$

สามเหลี่ยม  $XYZ$  คล้ายกับสามเหลี่ยม  $XNZ$  เมื่อมุม  $NXZ$  เป็น  $(A + D_o)/2$

จะทำให้มุม  $XZN$  เป็น  $(A + D_o)/2$  ด้วย พิจารณาสี่เหลี่ยม  $MQZ$  ด้าน  $QZ = w$  ดังนั้นได้

$$w = ZM \cdot \cos (A + D_o)/2 \dots\dots\dots(1.12)$$

แทนค่า  $ZM$  จากสมการ (1.11) และค่า  $PZ = (b - a)/2$  ในสมการ (1.12) ได้

$$w = \frac{(b - a) \cdot \cos(A + D_o)/2}{2 \sin A/2} \dots\dots\dots(1.13)$$

แล้วแทนค่า  $w$  จากสมการ (1.13) ในสมการ (1.10) ได้ค่าการหักเหเป็น

$$R = \frac{(b - a) \cdot \cos(A + D_0)/2}{2 \sin A/2} \cdot \frac{d\theta}{d\lambda} \dots\dots\dots(1.14)$$

เมื่อแทนค่า  $\frac{dD_0}{d\lambda} = \frac{d\theta}{d\lambda}$  จากสมการ (1.6) ในสมการ (1.14) จะได้กำลังแยกอีกรูปหนึ่งเป็น

$$R = (b - a) \cdot \frac{dn}{d\lambda} \dots\dots\dots(1.15)$$

ถ้าแสงตกเต็มผิวหน้าหักเหแสงของปริซึม ( $a = 0, b = t$ ) จะได้

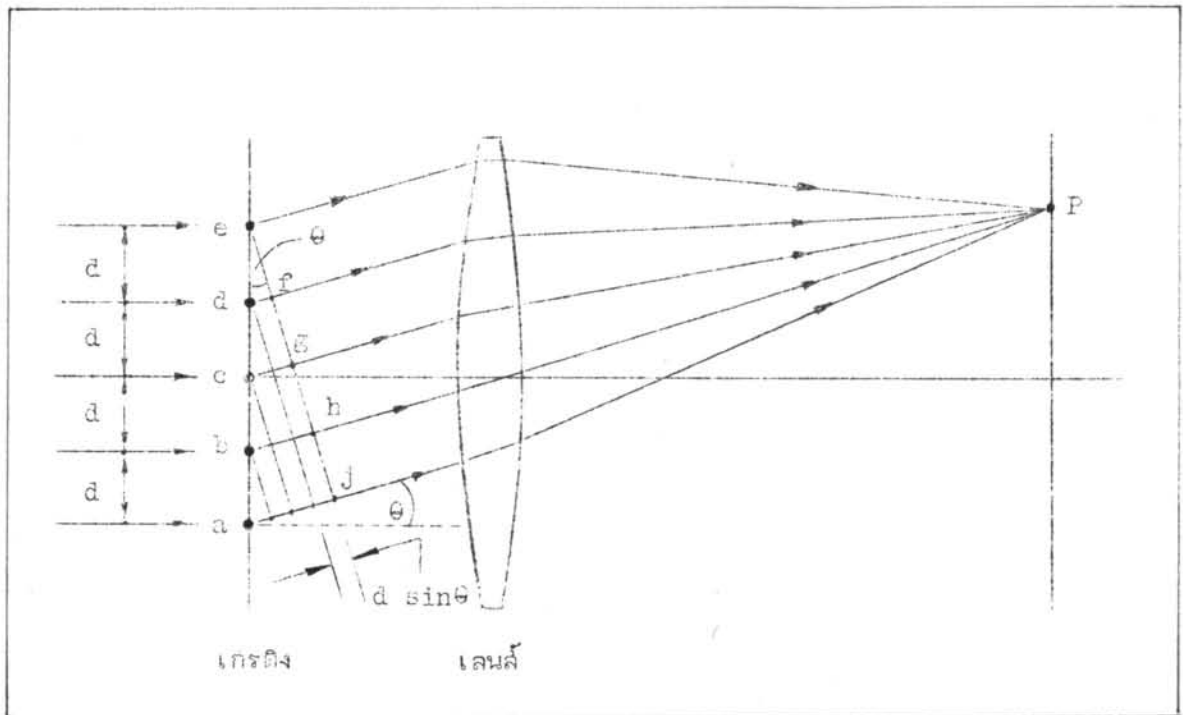
$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = t \cdot \frac{dn}{d\lambda} \dots\dots\dots(1.16)$$

จะเห็นว่า กำลังแยกของปริซึมขึ้นกับขนาดของฐาน ( $t$ ) ของปริซึมที่ใช้และขึ้นกับค่าการกระจายแสงของปริซึม ( $dn/d\lambda$ )

4.2 เกรตติ้ง (5,7)

ในกรณีที่เกรตติ้งมีจำนวนร่องทั้งหมดเป็น  $N$  แต่ละร่องกว้าง

$d$  ดังนั้นความยาวของเกรตติ้งคือ  $Nd$



รูปที่ 1.4 ปรากฏการณ์การแทรกสอดของคลื่นแสง เมื่อผ่านเกรตติ้ง

กำหนดให้แสงตกตั้งฉากกับระนาบของเกรตติง พิจารณารังสีที่ผ่านเกรตติงเบี่ยงเบนไปจากแนวเดิมเป็นมุม  $\theta$  แล้วผ่านเลนส์รวมแสงไปเกิดภาพที่ระนาบโฟกัสบนฉากตรงจุด P ระนาบ efghj ตั้งฉากกับรังสีที่เบี่ยงเบนดังกล่าวตามรูปที่ 1.4 ตามหลักของเฟอร์มาท (Fermat's principle) ทำให้ทราบว่าไม่มีความต่างเฟสของทุก ๆ รังสีจากระนาบ efghj ถึงจุด P แต่เฟสจะต่างกันในระยะ a ถึง j โดยความต่างเฟสระหว่างรังสีจาก a กับ b เท่ากันกับระหว่างรังสีจาก b กับ c เท่ากันกับระหว่างรังสีจาก c กับ d เท่ากันกับระหว่างรังสีจาก d กับ e ไปเรื่อย ๆ นั่นคือ ความต่างเฟสของรังสีที่ถัดไปกับรังสีแรกเพิ่มขึ้นตามจำนวนร่องของเกรตติง

เมื่อให้  $\delta$  เป็นความต่างเฟสระหว่างรังสีจาก a กับรังสีจาก b,  $A_0$  เป็นอัมพลิจูดของคลื่นแสงที่ร่องเกรตติงเดี่ยว A เป็นอัมพลิจูดผลลัพธ์ของคลื่นแสงที่จุด P, g เป็นอัมพลิจูดที่จุด P ซึ่งเกิดจากการเลี้ยวเบน (diffraction) ของคลื่นแสงโดยเกรตติงเดี่ยว เมื่อ  $g = A_0 \sin \beta / \beta$  โดยที่  $\beta = \frac{1}{2} kb \sin \theta = (\pi b \sin \theta) / \lambda$  ซึ่ง b เป็นความกว้างของร่องเกรตติง สามารถเขียนอัมพลิจูดผลลัพธ์ของคลื่นแสงที่จุด P ในรูปคอมเพล็กซ์ (complex) ได้เป็น (7)

$$\begin{aligned} Ae^{i\theta} &= g(1 + e^{i\delta} + e^{i2\delta} + e^{i3\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta}) \\ &= g \frac{1 - e^{iN\delta}}{1 - e^{i\delta}} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1.17)$$

เพื่อหาความเข้มของแสงที่มุมเบี่ยงเบน  $\theta$  ทำคอนจูเกตสมการ (1.17) จะได้

$$\begin{aligned} A^2 &= \frac{g^2(1 - e^{iN\delta})(1 - e^{-iN\delta})}{(1 - e^{i\delta})(1 - e^{-i\delta})} \\ &= g^2 \frac{1 - \cos N\delta}{1 - \cos \delta} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1.18)$$

จากความสัมพันธ์  $1 - \cos B = 2 \sin^2(B/2)$  สมการ (1.18) จะเป็น

$$\begin{aligned} A^2 &= g^2 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \\ \text{หรือ} &= g^2 \frac{\sin^2(N\gamma)}{\sin^2(\gamma)} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots(1.19)$$

ในเมื่อ  $\gamma = \delta/2 = (\pi d \sin \theta)/\lambda \dots\dots\dots(1.20)$

ตัวประกอบ  $g^2$  เป็นความเข้มที่จุด P จากการเลี้ยวเบนของคลื่นแสงโดยเกรตติงเดี่ยว และเทอม  $\sin^2(N\gamma)/\sin^2(\gamma)$  เป็นเทอมการแทรกสอด<sup>(7)</sup> (interference term) ของคลื่นแสงโดยเกรตติง N ร่อง เมื่อแทนค่า  $g^2 = A_0^2 \sin^2 \beta / \beta^2$  ในสมการ (1.19) จะได้ความเข้มในลวดลายฟรอนโฮเฟอร์ (Fraunhofer pattern) สำหรับเกรตติงในอุดมคติ (ideal grating) คือ

$$I(\theta) \propto A^2 = A_0^2 \left\{ \frac{\sin \beta}{\beta} \right\}^2 \left\{ \frac{\sin(N\gamma)}{\sin(\gamma)} \right\}^2 \dots\dots\dots(1.21)$$

เมื่อพิจารณาเทอมการแทรกสอดจากสมการ (1.21) จะเห็นว่าความเข้มขึ้นกับค่า  $\gamma$  ถ้า  $\gamma = 0, \pi, 2\pi, \dots, m\pi$  จะให้ค่าความเข้มมากที่สุด และค่าความเข้มที่มากที่สุดหาได้โดยไล่ขีดจำกัด (limit) เทอม  $\{ \sin(N\gamma)/\sin(\gamma) \}$

$$\begin{aligned} \lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{\sin(N\gamma)}{\sin(\gamma)} &= \lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{\frac{d}{d\gamma} \{ \sin(N\gamma) \}}{\frac{d}{d\gamma} \{ \sin(\gamma) \}} \\ &= \lim_{\gamma \rightarrow m\pi} \frac{N \cos(N\gamma)}{\cos(\gamma)} = \pm N \end{aligned}$$

นั่นคือ ความเข้มของแสงที่มากที่สุดที่จุด P จะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับกำลังสองของจำนวนร่องของเกรตติง ( $I_{\max} \propto N^2$ ) และความสัมพันธ์ในการแทรกสอดแบบเสริมกันจะเป็น

$$d \sin \theta = 0, \lambda, 2\lambda, 3\lambda, \dots, m\lambda \dots\dots\dots(1.22)$$

หากำลังแยกของ เกรตังได้โดยพิจารณาคลื่นแสงที่มีความยาวคลื่นใกล้เคียงกันสองค่า คือ  $\lambda$  กับ  $\lambda + d\lambda$  ที่มีมุมที่รังสีของคลื่นแสงทั้งสอง เบี่ยงเบนไปเป็น  $\theta$  กับ  $\theta + d\theta$  ตามลำดับ ในกรณีที่คลื่นแสงทั้งสองจะแยกออกจากกันได้พอดี ตำแหน่งศูนย์กลางของการแทรกสอดแบบเสริมกัน (central bright) ของความยาวคลื่นหนึ่งจะตรงตำแหน่งการแทรกสอดแบบหักล้างอันดับแรก (first minimum) ของอีกความยาวคลื่นหนึ่ง (6) เมื่อรังสีที่มีความยาวคลื่น  $\lambda$  เบี่ยงเบนเป็นมุม  $\theta$  เกิดตำแหน่งศูนย์กลางของการแทรกสอดแบบเสริมกัน ดังนั้นที่มุมเบี่ยงเบน  $\theta + d\theta$  จะต้องเป็นตำแหน่งของการแทรกสอดแบบหักล้างอันดับแรกของความยาวคลื่น  $\lambda$  ซึ่งเป็นตำแหน่งเดียวกับศูนย์กลางของการแทรกสอดแบบเสริมกันของความยาวคลื่น  $\lambda + d\lambda$  หาตำแหน่งดังกล่าวโดยพิจารณาเทอม  $\frac{\sin(N\tau)/\sin(\tau) = \frac{\sin(\frac{N\pi d \cdot \sin \theta}{\lambda})}{\sin(\frac{\pi d \cdot \sin \theta}{\lambda})}$  จากสมการ (1.21) แทนค่า  $\theta$  เป็น  $\theta + d\theta$  และเมื่อ  $d\theta$  เป็นมุมเล็กมาก จะได้  $\sin d\theta \approx d\theta$ ,  $\cos d\theta \approx 1$  ได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left\{\frac{N\pi d \cdot \sin(\theta+d\theta)}{\lambda}\right\}}{\sin\left\{\frac{\pi d \cdot \sin(\theta+d\theta)}{\lambda}\right\}} &= \frac{\sin\left\{\frac{N\pi d \cdot (\sin\theta + d\theta \cdot \cos\theta)}{\lambda}\right\}}{\sin\left\{\frac{\pi d \cdot (\sin\theta + d\theta \cdot \cos\theta)}{\lambda}\right\}} \\ &= \frac{\sin\left(mN\pi + \frac{N\pi d}{\lambda} \cdot d\theta \cdot \cos\theta\right)}{\sin\left(m\pi + \frac{\pi d}{\lambda} \cdot d\theta \cdot \cos\theta\right)} \\ &= \frac{\sin\left(\frac{N\pi d}{\lambda} \cdot d\theta \cdot \cos\theta\right)}{\sin\left(\frac{\pi d}{\lambda} \cdot d\theta \cdot \cos\theta\right)} \end{aligned}$$

ค่า  $\frac{\pi d}{\lambda} d\theta \cdot \cos\theta$  มีค่าน้อยมาก และแทนค่า  $m/\sin \theta = d/\lambda$  จะได้ว่า

$$\begin{aligned} \frac{\sin\left\{\frac{N\pi d}{\lambda} \cdot \sin(\theta+d\theta)\right\}}{\sin\left\{\frac{\pi d}{\lambda} \cdot \sin(\theta+d\theta)\right\}} &= \pm \frac{\sin(mN\pi \cot\theta \cdot d\theta)}{m\pi \cot\theta \cdot d\theta} \\ &= \pm \frac{N \cdot \sin(N\alpha)}{\alpha} \dots\dots\dots(1.23) \end{aligned}$$



$$\text{เมื่อให้} \quad \alpha = mN\pi \cdot \cot \theta \cdot d\theta$$

จากสมการ (1.23) จะเห็นว่า ตำแหน่งการแทรกสอดแบบหักล้างอันดับแรกของความยาวคลื่น  $\lambda$  เกิดขึ้นเมื่อ  $\alpha = \pi$  นั่นคือ

$$mN\pi \cdot \cot \theta \cdot d\theta = \pi$$

$$\text{หรือ} \quad d\theta = \frac{1}{mN \cot \theta} \dots \dots \dots (1.24)$$

ดิฟเฟอเรนเชียลสมการ (1.22) เทียบกับ  $\lambda$  จะได้

$$d\theta = \frac{m \cdot d\lambda}{d \cdot \cos \theta} \dots \dots \dots (1.25)$$

จากสมการ (1.24) และ (1.25) จะได้

$$d\lambda = \frac{d \cdot \sin \theta}{m^2 \cdot N}$$

แทนค่า  $d \sin \theta = m\lambda$  จากสมการ (1.22) จะได้ค่ากำลังแยกของเกรตติงเป็น

$$R = \frac{\lambda}{d\lambda} = mN \dots \dots \dots (1.26)$$

จากสมการ (1.26) จะเห็นว่า กำลังแยกของเกรตติงขึ้นกับอันดับของการแทรกสอดแบบเสริมกัน และขึ้นกับจำนวนร่องของเกรตติงด้วย

### 5. สัญลักษณ์ทางเครื่องหมายของการหักเหผ่านผิวทรงกลมเดี่ยว (1,9)

กำหนดรังสีมาจากวัตถุที่อยู่ด้านซ้ายของผิวทรงกลมไปยังด้านขวา การกำหนดหาระยะวัตถุ, ระยะภาพ, กางยาวโฟกัส หรือระยะอื่น ๆ และการกำหนดหามุมขึ้น, มุมตกกระทบ และมุมหักเห ในการทดลองนี้จะใช้สัญลักษณ์ทางเครื่องหมาย (sign convention) ดังนี้

1. รัศมีมีความโค้งของผิวทรงกลมวัดจากผิวไปตั้งจุดศูนย์กลางของทรงกลม
  - ก. ถ้าวัดไปทางด้านขวามีค่าเป็น บวก
  - ข. ถ้าวัดไปทางด้านซ้ายมีค่าเป็น ลบ
2. ระยะต่าง ๆ เช่น ระยะวัตถุ, ระยะภาพวัดจากผิวทรงกลมไปยังตำแหน่งของ วัตถุ และของภาพตามลำดับ
  - ก. ถ้าวัดไปทางด้านขวา มีค่าเป็น บวก
  - ข. ถ้าวัดไปทางด้านซ้าย มีค่าเป็น ลบ
3. มุมตกและมุมหักเหวัดเทียบกับ เส้นปกติ โดยหมุนแนวรังสีไปทับเส้นปกติ
  - ก. ถ้าหมุนตามเข็มนาฬิกาค่าของมุมเป็น บวก
  - ข. ถ้าหมุนทวนเข็มนาฬิกาค่าของมุมเป็น ลบ
4. มุมยื่นวัดเทียบกับแกนमुखสำคัญ โดยหมุนแนวรังสีกับแกนमुखสำคัญ
  - ก. ถ้าหมุนตามเข็มนาฬิกาค่าของมุมเป็น ลบ
  - ข. ถ้าหมุนทวนเข็มนาฬิกาค่าของมุมเป็น บวก
5. มุมต่าง ๆ ในข้อ 3. และ 4. วัดเป็นมุมแหลม