บทที่ 2

ทฤษฎีว่าด้วยพัสดุคงคลัง

พัสดุคงคลัง คือพัสดุที่ได้มีการจัดเก็บไว้ในคลัง เพื่อรอการเบิกเอาไปใช้งาน หรือนำไปจำหน่ายในช่วงเวลาข้างหน้า ในระบบการผลิตหรือ ธุรกิจที่ทราบความต้องการในช่วงเวลาข้างหน้าเป็นปริมาณที่แน่นอนแล้ว การเก็บพัสดุไว้ในคลังก็ไม่ค่อยจำเป็นเท่าไรนัก ทั้งนี้เนื่องจากว่าสามารถที่จะจัดหา หรือทำการผลิตให้พอเพียงกับปริมาณความต้องการได้ แต่ในระบบการผลิตหรือธุรกิจส่วนใหญ่แล้ว ไม่สามารถที่จะทราบปริมาณความต้องการในช่วงเวลาข้างหน้าที่แน่นอน จะทราบก็แต่เพียงค่าที่คาดหวัง (Expected Value) เท่านั้น การจัดเก็บพัสดุไว้ในคลังจึงเป็นสิ่งที่จำเป็นมากกว่ากรณีที่ได้กล่าวมาแล้ว

ในการเก็บพัสดุไว้ในคลัง จะทำให้เสียค่าใช้จ่าย และการมีพัสดุไม่พอเพียงต่อปริมาณความต้องการก็จะทำให้เสียค่าใช้จ่าย เช่นกัน ซึ่งค่าใช้จ่ายดังกล่าวนี้ จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับปริมาณและชนิดของพัสดุ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องมีระบบพัสดุคงคลังที่เหมาะสม ซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบน้อยที่สุด

2.1 ระบบพัสดุคงคลัง (Inventory System)

ระบบพัสดุคงคลัง (Inventory System) คือระบบซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่าย 3 ประเภทด้วยกันคือ

1. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุ (Holding Cost) ได้แก่ค่าใช้จ่าย

เกี่ยวกับ ค่าสถานที่เก็บพัสดุ เบี้ยประกันอัคคีภัยการเสื่อมสภาพหรือสูญเสียของพัสดุ และค่าสูญเสียโอกาสของเงินทุน **(Opportunity Cost)** ตลอดจนเงินเดือนและค่าจ้างของเจ้าหน้าที่

2. ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเมื่อเกิดการขาดแคลนพัสดุ **(Shortage Cost)** เมื่อการขาดแคลนพัสดุแล้ว จะก่อให้เกิดการเสียหายขึ้นได้หลายลักษณะ คือ ค่าจ้างซึ่งต้องจ่ายให้เจ้าหน้าที่หรือพนักงานซึ่งว่างงาน ค่าใช้จ่ายที่ต้องจัดหาพัสดุโดยรีบด่วน ความสูญเสียที่ควรจะได้ตลอดจนความเสื่อมเสียในด้านความเชื่อถือและชื่อเสียง

3. ค่าใช้จ่ายในการตระเตรียมการจัดซื้อ **(Ordering Cost)** ได้แก่ ค่าใช้จ่ายจำพวกเงินเดือน และค่าจ้างเจ้าหน้าที่ ค่าใช้จ่ายในการเตรียมเอกสาร สอบถามราคา และตรวจรับขึ้นบัญชีพัสดุ

ซึ่งสองหรือสามของค่าใช้จ่ายดังกล่าวนี้ สามารถควบคุมได้และผลรวมของค่าใช้จ่ายเหล่านี้ ก็คือ ค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบ

2.2 ประเภทของระบบพัสดุคงคลัง (Type of Inventory Systems)

ระบบพัสดุคงคลังสามารถแบ่งออกได้เป็น 4 ประเภทด้วยกัน คือ

1. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,2) เป็นระบบพัสดุคงคลังแบบที่สามารถควบคุม-ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุ และค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดแคลนพัสดุได้ ส่วนค่า-ใช้จ่ายในการจัดซื้อ หรือจัดหานั้นควบคุมไม่ได้

2. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,3) เป็นระบบพัสดุคงคลังแบบที่สามารถควบคุม-

ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษา และค่าใช้จ่ายในจัดซื้อหรือจัดหาได้ ส่วนค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดแคลนนั้น ควบคุมไม่ได้ ระบบพัสดุคงคลังที่ไม่มีการขาดแคลนพัสดุ จะเป็นระบบ (1,3) ทุกระบบ

3. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (2,3) เป็นระบบพัสดุคงคลังแบบที่สามารถควบคุมค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดแคลนพัสดุ และค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหาได้ ส่วนค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษานั้นควบคุมไม่ได้ ระบบพัสดุคงคลังแบบนี้ในทางปฏิบัติแล้ว ไม่ค่อยจะได้พบ

4. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,2,3) เป็นระบบพัสดุคงคลังแบบที่สามารถควบคุมค่าใช้จ่ายได้หมดทั้ง 3 ประเภท

2.3 <u>ปัญหาของระบบพัสดุคงคลัง (Inventory Problems)</u>

ปัญหาของระบบพัสดุคงคลัง คือปัญหาเกี่ยวกับการหาทางเลือกที่เหมาะสมที่สุด ซึ่งจะทำให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบน้อยที่สุด ทางเลือกที่หมายถึงนี้จะมีผลโดยตรงต่อค่าใช้จ่าย แต่ไม่สามารถจะกำหนดเป็นเทอมของค่าใช้จ่ายได้ ปรกติแล้วจะเป็นเทอมของเวลาและปริมาณ เช่น

1. เมื่อไรจึงควรจะจัดหาพัสดุมาจัดเก็บเพิ่มเติม

2. พัสดุที่มาเพิ่มควรจะมีปริมาณเท่าใด

ทั้งเวลาและปริมาณ ต่างก็เป็น ตัวแปรที่ควบคุมได้มีผลต่อ ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษา ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นเนื่องจากการขาดแคลนพัสดุ ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหา และผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ดังนั้นอาจกล่าวได้ว่า ปัญหาของพัสดุคงคลังก็คือการหาค่าที่เหมาะสมของตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งจะมีผลทำให้เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดน้อยที่สุด

2.4 <u>นโยบายของพัสดุคงคลัง (Inventory Policies)</u>

ดังที่ได้กล่าวมาแล้วว่า ทางเลือกเกี่ยวกับปัญหาของพัสดุคงคลัง คือ "เมื่อใด" และ "เท่าใด" ("When?"and"How much?")ในปัญหาอันแรกสามารถตอบได้เป็น 2 คำตอบ คือ

1. ควรจะมีการเพิ่มปริมาณของพัสดุที่มีอยู่ในคลัง เมื่อระดับของพัสดุในคลังลดลงถึงระดับที่เท่ากัน หรือต่ำกว่าระดับ s หน่วย

2. ควรจะมีการเพิ่มปริมาณของพัสดุทุก ๆ ช่วงเวลา t. หน่วย

ในปัญหาที่ 2 ก็สามารถตอบได้เป็น 2 คำตอบเช่นกัน คือ

1. ปริมาณที่จัดหาคือ q หน่วย

2. ปริมาณที่ควรจัดหาคือ ปริมาณที่ทำให้ระดับของพัสดุเพิ่มขึ้นถึงระดับ S. หน่วย

ระบบพัสดุคงคลังที่ต้องหาค่า s และ q อาจเรียกได้ว่าระบบพัสดุคงคลังที่ใช้นโยบาย (s , q) และเช่นเดียวกันก็จะสามารถให้ความหมายของระบบพัสดุคงคลังที่ใช้นโยบาย (t.S), นโยบาย (s,S) และนโยบาย (t,q) ได้

ในระบบที่ช่วงระยะเวลาระหว่างเวลาที่ทำการออกเรื่องจัดซื้อ กับเวลาที่ได้รับพัสดุ หรือ ช่วงเวลานำ (Leadtime) มีความสำคัญแล้วจะใช้อักษร z แทน s

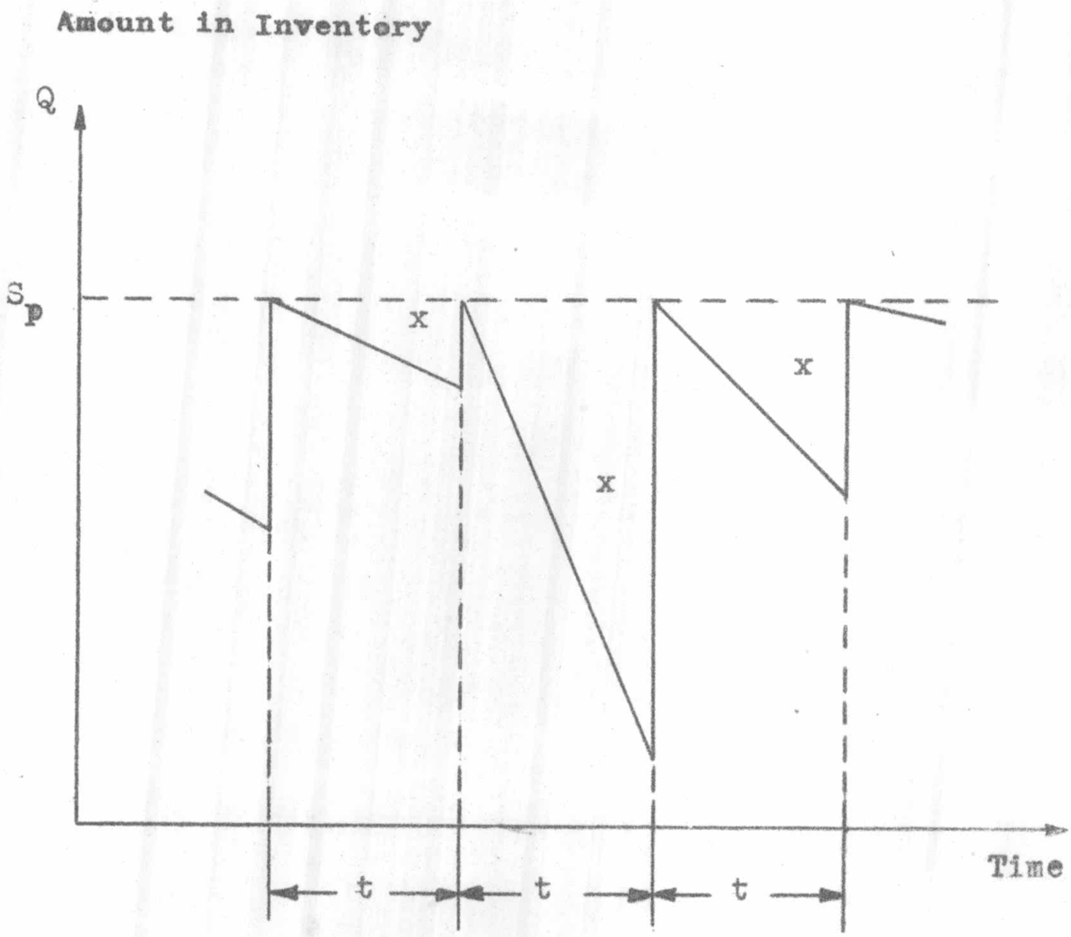
และอักษร Z แทน S

เนื่องจากว่า ข้อมูลของปริมาณความต้องการ เป็นแบบไม่แน่นอน **(Probabilistic)** และระบบพัสดุคงคลังแบบที่ใช้ปฏิบัติงานอยู่ในปัจจุบันนี้ เป็นระบบที่มีระยะเวลานำ ประกอบกับในการวิจัยนี้มีความมุ่งหมายที่จะนำเอา ระบบพัสดุคงคลัง แบบที่ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุมาใช้ในการปรับปรุง ดังนั้นในรายงานวิจัยนี้จะกล่าว รายละเอียดของระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,3) ที่มีระยะเวลานำ ซึ่งได้แก่ **The Probabilistic Scheduling-Period System with Leadtime** และระบบ **The Probabilistic Lot-Size System with Leadtime** เท่านั้น

อนึ่ง เนื่องจากว่าระบบพัสดุคงคลังดังกล่าว มีการพัฒนารูปแบบมาจากระบบที่มีระยะ-เวลานำเป็นศูนย์ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องกล่าวในรายละเอียด ของระบบที่มีระยะเวลานำเป็นศูนย์เสียก่อน ดังต่อไปนี้

2.5 Scheduling- Period-Order-Level System Without Leadtime

The Probabilistic Scheduling-Period System



รูปที่ 2.1

คุณสมบัติ

1. ปริมาณความต้องการพัสดุ ในแต่ละช่วงเวลาเป็นแบบไม่แน่นอน (Probabilistic)

2. อัตราการส่งพัสดุเข้าคลัง (Replenishment Rate) เป็นแบบทันทีทันใด (Instantaneous)

3. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุต่อหน่วย เป็นค่าคงที่ c_1 ซึ่งมีหน่วยเป็น บาทต่อหน่วยต่อหน่วยเวลา

4. ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อ หรือจัดหาพัสดุต่อครั้งเป็นค่าคงที่ c_3 ซึ่งมีหน่วยเป็นบาทต่อครั้ง

5. การจัดซื้อหรือจัดหา จะกระทำทุก ๆ ช่วงเวลา (Period of Time) t ที่เหมาะสม

6. ปริมาณพัสดุที่ทำการจัดซื้อ หรือจัดหา คือปริมาณที่ทำให้ผลรวมของปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลัง (On Hand) และปริมาณพัสดุที่ทำการจัดซื้อ ถึงระดับสูงสุดที่ยอมให้มีพัสดุอยู่ในคลัง S_p (Order Level)

7. ระยะเวลานำ (Lead Time) เป็นศูนย์ กล่าวคือจะได้รับพัสดุที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหาทันทีที่ออกเรื่องจัดซื้อ หรือจัดหา

8. ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุ

<u>กำหนดให้</u>

t = ระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา (**Scheduling Period**)

x(t) = ปริมาณความต้องการในช่วงระยะเวลา **"t"** (**Demand During Scheduling Period " t "**)

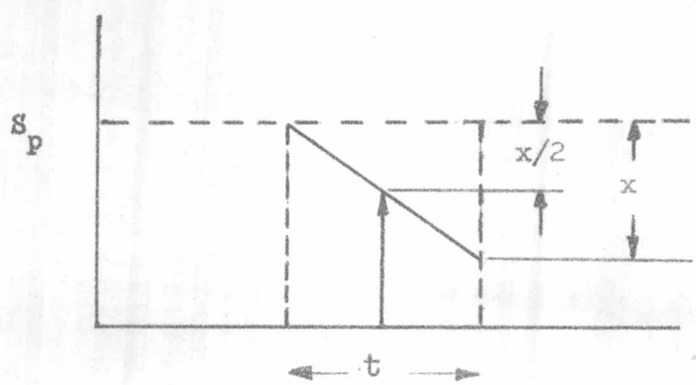
$\bar{x}(t)$ = ปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลา **"t"** (**Mean of Demand During Scheduling Period " t "**)

r = อัตราความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย **(Average Rate of Demand)**

$$= \frac{\bar{x}(t)}{t}$$

เนื่องจากว่าระบบการจัดหาสำรองพัสดุ แบบนี้ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุ (**No Shortage Allowed**) ดังนั้นระดับสูงสุดของพัสดุที่ยอมให้มีอยู่ในคลัง **"S" (Order Level)** ในตอนต้นของช่วงเวลา **t** จะต้องมากพอเพียงต่อความต้องการสูงสุดในช่วงเวลา **t** นั่นคือ

$$S_p = x_{max}(t) \qquad (1)$$



ในช่วงเวลา t ซึ่งมีปริมาณความต้องการพัสดุ x หน่วยปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลังโดยเฉลี่ย (The Average Amount in Inventory in Any Scheduling Period During Which There is A Demand x) จะเท่ากับ $S_p - \frac{x}{2}$

ดังนั้นปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลังโดยเฉลี่ยที่คาดหวัง (The Expected Average Amount in Inventory) จะเท่ากับ

$$I_1 = \int_{x_{min}}^{x_{max}} \left(S_p - \frac{x}{2} \right) f(x)\, dx = S_p - \frac{\bar{x}(t)}{2}$$

$$= S_p - \frac{rt}{2} \qquad (2)$$

จำนวนครั้งของการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุต่อหน่วยเวลา (The Number of Replenishments Per Unit Time) คือ $1/_t$

ดังนั้น สมการที่แสดงถึงผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ของระบบ (The Expected Total-Cost Equation of The System) คือ

$$C(t) = c_1 \left(S_p - \frac{rt}{2}\right) + c_3 \frac{1}{t}$$

$$C(t) = c_1 \left[x_{max}(t) - \frac{rt}{2}\right] + \frac{c_3}{t} \qquad (3)$$

ในการหาระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา t ที่เหมาะสม (Optimal Scheduling Period) จำเป็นที่จะต้องทราบฟังชั่น $x_{max}(t)$

กำหนดให้

$$x_{max}(t) = \bar{x}(t)\, A(t) = rt\, A(t) \qquad (4)$$

โดยที่ $A(t)$ เป็นฟังชั่นใด ๆที่แสดงความสัมพันธ์ ระหว่างปริมาณความต้องการพัสดุสูงสุดระหว่างช่วงเวลาต่าง ๆ กับปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น ดังนั้นจะเห็นได้ว่า

$$A(t) \geqslant 1 \tag{5}$$

แทนค่า $X_{max}(t)$ ลงในสมการที่ (3) จะได้

$$C(t) = c_1 \left[A(t) - \frac{1}{2} \right] rt + \frac{c_3}{t} \tag{6}$$

จะเห็นได้ว่า $C(t)$ จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับฟังชั่น $A(t)$

<u>ในกรณีที่ $A(t) = k$</u>

ในกรณีที่อัตราส่วนระหว่าง ปริมาณความต้องการสูงสุด กับปริมาณความต้องการโดยเฉลี่ย ระหว่างช่วงเวลา t ต่าง ๆ เป็นค่าคงที่ k แล้ว สมการที่ (6) จะเขียนใหม่ได้เป็น

$$C(t) = c_1 \left(k - \frac{1}{2}\right) rt + \frac{c_3}{t} \tag{7}$$

ช่วงเวลา t ที่เหมาะสม ซึ่งจะมีผลทำให้สมการของค่าใช้จ่ายทั้งหมดในสมการที่ (7) มีค่าน้อยที่สุด จะหาได้โดยการ **Differentiate $C(t)$ With Respect to t** แล้วให้เท่ากับศูนย์ หาค่า t ได้ ซึ่งค่า t ที่ได้นี้อาจจะเป็นค่า t ที่ทำให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดในสมการที่ (7) มีค่ามากที่สุดหรือ น้อยที่สุดก็ได้ ดังนั้นจึงจำเป็นต้องตรวจสอบดูให้แน่ใจว่าเป็นค่า t ที่ทำให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด โดยการตรวจดูว่า $\frac{d^2C(t)}{dt^2}$

มีค่ามากกว่าศูนย์ หรือเปล่า

$$\frac{d\,C(t)}{dt} = c_1(k-\tfrac{1}{2})\,r - \frac{c_3}{t^2} = 0$$

$$t_o = \sqrt{2c_3 \Big/ \left[c_1 r\,(2k-1)\right]} \qquad (8)$$

$$\frac{d^2\,C(t)}{dt^2} = 2c_3/t^3 > 0 \qquad (9)$$

ดังนั้น t_o ในสมการที่ (8) จะทำให้ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดมีค่าน้อยที่สุด

จากสมการที่ (1) และ (4) และ (8) จะได้ว่า

$$S_p = K\sqrt{2rc_3\Big/\left[c_1(2k-1)\right]} \qquad (10)$$

จากสมการที่ (7) และ (8) จะได้ว่า

$$C_o = \sqrt{2\,c_1 c_3\,r\,(2k-1)} \qquad (11)$$

<u>ในกรณีที่ $A(t) = 1 + b/t$</u>

ในความเป็นจริงแล้วอัตราส่วนระหว่างปริมาณความต้องการสูงที่สุด กับปริมาณความต้องการโดยเฉลี่ย ในช่วงเวลา t จะขึ้นกับค่าของ t กล่าวคือ เมื่อ t มีค่ามากขึ้น จะทำให้อัตราส่วนดังกล่าวลดลง

$$A(t) = 1 + \frac{b}{t} \qquad (12)$$

โดยที่ b มีหน่วยเป็นเวลา

จากสมการที่ (6.) เมื่อแทนค่า $A(t)$ ลงไปจะได้

$$C(t) = c_1(1 + \frac{b}{t} - \frac{1}{2}) rt + \frac{c_3}{t}$$

$$= \frac{c_1rt}{2} + c_1br + \frac{c_3}{t} \qquad (13)$$

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด มีวิธีการเช่นเดียวกันกับที่ได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งจะได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดเป็น

$$t_o = \sqrt{2c_3/c_1r} \qquad (14)$$

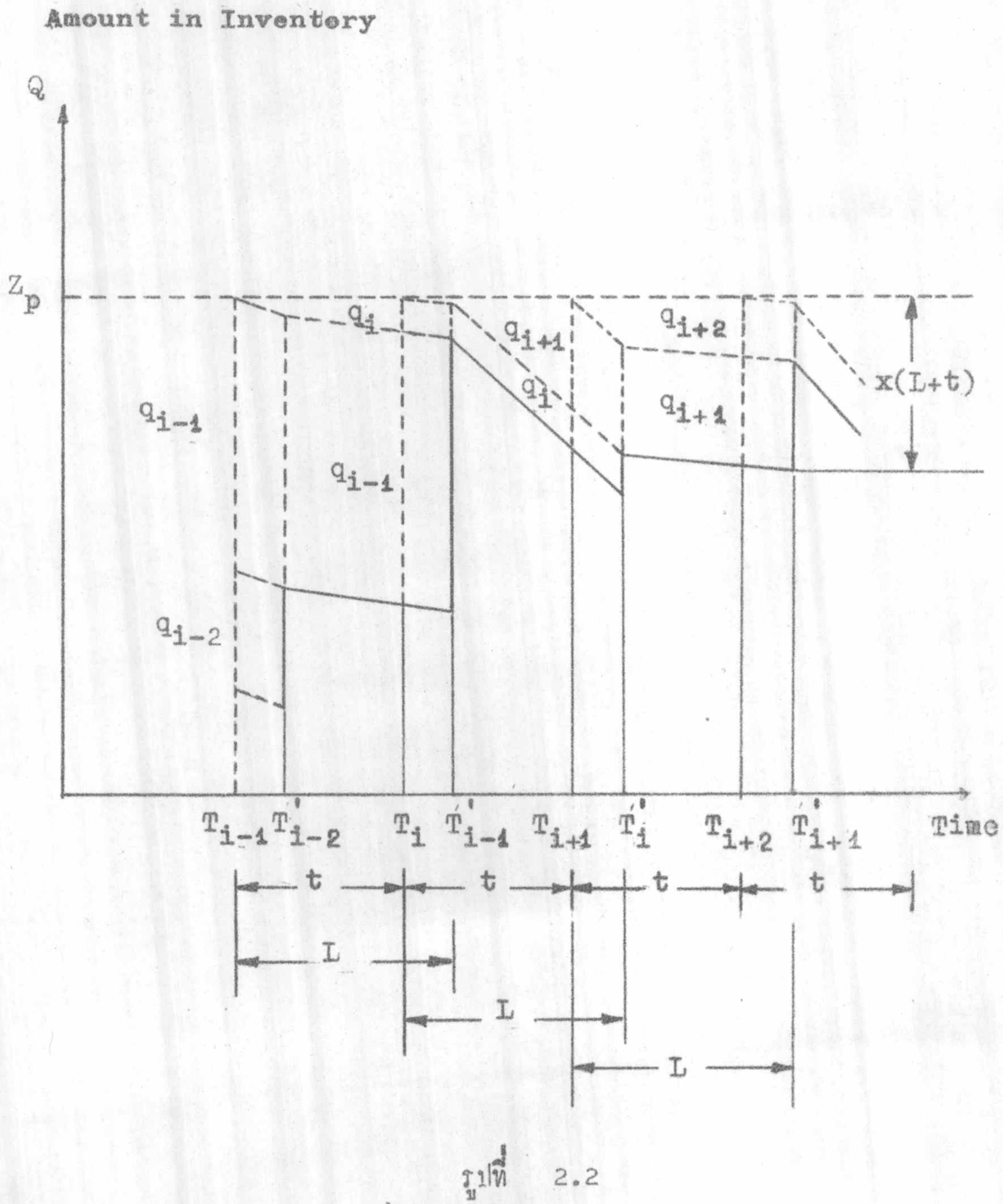
$$S_p = r\sqrt{2c_3/c_1r}\left[1 + \frac{b}{\sqrt{2c_3/c_1r}}\right]$$

$$= \sqrt{2rc_3/c_1} + br \qquad (15)$$

$$C(t_o) = \sqrt{2rc_1c_3} + c_1br \qquad (16)$$

2.6 Scheduling-Period-Order-Level Systems with Leadtime

The Probabilistic Scheduling-Period System with Leadtime



รูปที่ 2.2

<u>คุณสมบัติ</u>

1. ปริมาณความต้องการพัสดุในแต่ละช่วงเวลา เป็นแบบไม่แน่นอน (Probabilistic)

2. อัตราการส่งพัสดุเข้าคลัง (Replenishment Rate) เป็นแบบทันทีทันใด (Instantaneous)

3. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุต่อหน่วยเป็นค่าคงที่ c_1 ซึ่งมีหน่วยเป็นบาทต่อหน่วยต่อหน่วยเวลา

4. ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อ หรือจัดหาพัสดุต่อครั้งเป็นค่าคงที่ c_3 ซึ่งมีหน่วยเป็นบาทต่อครั้ง

5. การจัดซื้อหรือจัดหา จะกระทำทุก ๆ ช่วงเวลา (Period of Time) t ที่เหมาะสม

6. ปริมาณพัสดุที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา คือปริมาณที่ทำให้ผลรวมของปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลัง (On Hand)ปริมาณพัสดุที่ได้ทำการจัดซื้อหรือจัดหาไปแล้ว แต่ยังไม่ได้รับ (On Order) และปริมาณพัสดุที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา ถึงระดับสูงสุดที่ยอมให้มีพัสดุอยู่ในคลัง Z (Order Level)

7. จะได้รับพัสดุที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา หลังจากที่ได้มีการออกเรื่องจัดซื้อหรือจัดหาเป็นเวลา L หน่วยเวลา

8. ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุ

กำหนดให้

t = ระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา (Scheduling Period)

L = ระยะเวลานำ (Leadtime)

$x(t)$ = ปริมาณความต้องการพัสดุในช่วงเวลา t (Demand During Scheduling Period " t ")

$x(T)$ = ปริมาณความต้องการพัสดุในช่วงเวลา T ใด ๆ (Demand During Some Time Period " T ")

$\bar{x}(T)$ = ปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลา T ใด ๆ (Mean of Demand During Some Time Period " T ")

r = อัตราความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย (Average Rate of Demand)

$$= \frac{\bar{x}\,(T)}{T}$$

Z_p = ระดับสูงสุดที่ยอมให้มีพัสดุในคลัง (Order Level)

I_1 = ปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลังโดยเฉลี่ย (Average Amount in Inventory)

A(T) = เป็นฟังชั่นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณความต้องการสูงสุดในช่วงเวลาต่าง ๆ กับปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น (Function Relating The Maximum Demand During Amy Period to The Average Demand During That Period)

C(t) = ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบ (Total Costs of the System)

r = อัตราความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย = $\bar{x}(t)/_t$

เนื่องจากว่าระบบการจัดหาและสำรองพัสดุแบบนี้ ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุ (No Shortage Allowed) ดังนั้น ระดับสูงสุดของปริมาณพัสดุที่ยอมให้มีอยู่ในคลัง z (Order Level) จะต้องมากพอเพียงต่อปริมาณความต้องการสูงสุดในช่วงเวลา L+t ดังนั้น จะเห็นได้ว่าระดับของ z ที่เหมาะสมที่สุด คือ

$$Z_p = x_{max}(L+t) \qquad (17)$$

ปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลังโดยเฉลี่ยที่คาดหวัง (The Expected Average Amount in Inventory) มีวิธีการหาเช่นเดียวกันกับระบบที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ แต่จะมีปริมาณความต้องการในช่วงเวลา (Leadtime) มาเกี่ยวข้องด้วย นั่นคือ

$$I_1 = \int_{x_{min}}^{x_{max}} (Z_p - \frac{x}{2})\ f\ (x)\ dx - rL$$

$$= Zp - \frac{rt}{2} - tL \qquad (18)$$

จำนวนครั้งของการจัดซื้อ หรือจัดหาพัสดุต่อหน่วยเวลา (**The Number of Replenishment Per unit Time**) จะมีค่าเช่นเดียวกันกับระบบที่ช่วงระยะเวลานำ (**Leadtime**) เป็นศูนย์ คือ $1/_t$

สมการที่แสดงถึงผลของค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบ (**The Expected Total - Cost Equation of the System**) จะเท่ากับ

$$C\ (t) = c_1\ (Z_p - \frac{rt}{2} - rL) + \frac{c_3}{t} \qquad (19)$$

โดยการกำหนดให้ A(T) เป็นฟังชั่นซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความต้องการสูงสุดในช่วยเวลาต่าง ๆ กับปริมาณความต้องการโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น

$$A(T) = \frac{x_{max}}{\bar{x}\ (T)} = \frac{x_{max}}{rT} \qquad (20)$$

ดังนั้น สมการที่ (17) อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$Z_p = r\ (L + t)\ A\ (L + t) \qquad (21)$$

และสมการที่ (19) อาจเขียนใหม่ได้เป็น

$$C(t) = c_1 \left[(L+t)\ A\ (L+t) - (L + \frac{t}{2}) \right] r + \frac{c_3}{t} \qquad (22)$$

จะเห็นได้ว่า C (t) จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับฟังชั่น A (T) เช่นเดียวกันกับระบบที่ได้กล่าวมาแล้ว (ระบบที่ช่วงระยะเวลานำเป็นศูนย์) ในการที่จะหาช่วงเวลา t ที่เหมาะสม จำเป็นที่จะต้องทราบฟังชั่น A (T)

<u>ในกรณีที่ A (T) = k</u>

ในกรณีที่ A (T) เป็นค่าคงที่ k ซึ่งไม่ขึ้นกับค่า t แล้ว สมการที่ (22) อาจเขียนได้เป็น

$$C(t) = c_1 L (k-1) r + c_1 (k-\tfrac{1}{2}) r + \frac{c_3}{t} \qquad (23)$$

การหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดของระบบ (t ที่ทำให้ C(t) มีค่าน้อยที่สุด) มีวิธีการเช่นเดียวกันกับระบบที่ได้กล่าวมาแล้ว (ระบบที่ช่วงระยะเวลานำเป็นศูนย์) ซึ่งจะได้คำตอบที่เหมาะสมดังต่อไปนี้ คือ

$$t_o = \sqrt{2\, C_3 \Big/ \left[c_1 r\ (2k-1)\right]} \qquad (24)$$

$$Z_{po} = rLk + k\sqrt{2\, rc_3 \Big/ \left[c_1 (2k-1)\right]} \qquad (25)$$

$$C(to) = c_1 L\ (k-1)\ r + \sqrt{2\, c_1 c_3 r (2k-1)} \qquad (26)$$

หรือ

$$Z_{po} = rLk + kt_o r \qquad (27)$$

$$C(to) = c_1 L (k-1) r + t_o \left[c_1 r (2k-1)\right] \qquad (28)$$

ในกรณีที่ $A(T) = 1+b/T$

ในความเป็นจริงแล้ว เมื่อ T มีค่าเพิ่มขึ้น $A(T)$ ควรจะมีค่าลดลง ดังนั้น $A(T)$ ควรจะมีค่าเป็น

$$A(T) = 1+\frac{b}{T} \tag{29}$$

ซึ่งเมื่อแทนค่า $A(T)$ ลงในสมการที่ (22) แล้ว จะได้

$$C(t) = \frac{c_1 rt}{2} + c_1 br + \frac{c_3}{t} \tag{30}$$

จะเห็นได้ว่า $C(t)$ เป็นอิสระไม่ขึ้นกับช่วงระยะเวลานำ L และเหมือนกับสมการที่ (13) ดังนั้นคำตอบที่เหมาะสมจะคล้ายกับ สมการที่ (14) , (15) และ (16) คือ

$$t_o = \sqrt{2\,c_3/(rc_1)} \tag{31}$$

$$Z_p = (b+L)r+\sqrt{2rc_3/c_1} \tag{32}$$

$$C(t)_o = \sqrt{2c_1c_3r} + c_1br \tag{33}$$

2.7 Several Items

ในระบบการจัดหาและสำรองพัสดุบางระบบ ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหา (Replenishment Cost) เพียงค่าเดียวสามารถนำมาใช้ครอบคลุมพัสดุได้หลายชนิดด้วยกัน ตัวอย่างเช่น ในการขนส่งพัสดุหลาย ๆ ชนิดโดยรถบรรทุก ในบางครั้งค่าใช้จ่ายในการขนส่งของเหล่านี้ ขึ้นอยู่กับระยะทางเพียงอย่างเดียว ไม่ขึ้นกับชนิดหรือจำนวนของพัสดุแต่ละชนิด

พิจารณาระบบการจัดหาและสำรองพัสดุซึ่งมีพัสดุ N ชนิด

<u>กำหนดให้</u>

c_{1i}, i = 1,2,3.....N คือค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุแต่ละชนิด

c_3 = ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุ ซึ่งเป็นค่าคงที่ไม่ขึ้นกับชนิด หรือจำนวนของพัสดุแต่ละชนิด

r_i, i = 1,2,3.....N อัตราของความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย

t_i, i = 1,2,3.....N คือระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุแต่ละชนิด

L_i, i = 1,2,3.....N คือระยะเวลานำในการจัดหาพัสดุแต่ละชนิด

Z

z_{pi}, i = 1,2,3.....N ระดับสูงสุดที่ยอมให้มีพัสดุแต่ละชนิดในคลังพัสดุ

$x_i(t), i = 1,2,3......N$ คือปริมาณความต้องการพัสดุชนิดที่ i ในช่วงเวลา t ใด ๆ

$A_i(t), i = 1,2,3.....N$ คือฟังชั่นซึ่งแสดงถึงความสัมพันธ์ระหว่าง ปริมาณความต้องการพัสดุชนิดที่ i สูงสุดในช่วงเวลา t ต่าง ๆ กับปริมาณความต้องการพัสดุชนิดนั้นโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น

จากการขยายสมการที่ (17) และ (18) จะได้ว่า

$$Z_{pi} = X_{i\,max}(L_i + t_i) \qquad (34)$$

$$I_{i1} = Z_{pi} - \frac{r_i t_i}{2} \quad r_i L_i \qquad (35)$$

ให้ t = ช่วงระยะของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุชนิดที่ k และเป็นช่วงระยะเวลาที่สั้นที่สุด นั่นคือ

$$t_k = t \leqslant t_i \;, \; i = 1,2.......N$$

พิจารณาพัสดุชนิดที่ j ซึ่ง $t_j > t$

ให้ I_{1j} = ปริมาณพัสดุชนิดที่ j โดยเฉลี่ยซึ่งมีอยู่ในคลัง

หากว่ามีการลดช่วงระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหา พัสดุชนิดที่ j จาก t_j มาเป็น t'_j โดยให้ $t'_j = t$ แล้วจะพบว่า ปริมาณพัสดุชนิดที่ j โดยเฉลี่ยซึ่งมีอยู่ในคลัง จะลดลงจาก I_{1j} เป็น I_{1j}' นั่นคือ $I_{1j}' < I_{1j}$ ซึ่งจะเป็นผลทำให้ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาลดลง

ในส่วนที่เกี่ยวกับค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหา จะพบว่ามีการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุชนิดที่ k ทุก ๆ ช่วงเวลา $t_k = t$ เนื่องจากว่าค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหา

ไม่ขึ้นกับจำนวนชนิดของพัสดุ ดังนั้น หากว่ามีการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุชนิดที่ j ทุก ๆ ช่วงเวลา $t_j' = t$ ก็จะไม่เป็นผลให้เสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นแต่อย่างใด

ดังนั้น ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดที่เกี่ยวกับพัสดุชนิดที่ j จะลดลง หากว่ามีการจัดซื้อหรือจัดหาพร้อม ๆ กันกับพัสดุชนิดที่ k

อาจสรุปได้ว่า ในนโยบายที่เหมาะสมที่สุด t_j จะมากกว่า t ไม่ได้ หรืออีกนัยหนึ่งคือ พัสดุทุกชนิดจะต้องมีช่วงระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือจัดหาเท่ากันกับช่วงระยะเวลาที่น้อยที่สุด

จากสมการที่ (29) สามารถเขียนสมการที่แสดงถึงผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดได้เป็น

$$C(t) = \sum_{i=1}^{N} c_{1i}\left(Z_{pi} - \frac{r_i t}{2} - r_i L_i\right) + \frac{c_3}{t} \qquad (36)$$

$$A_i(T) = \frac{x_{i\,max}}{\bar{x}_i(T)} = \frac{x_{i\,max}}{r_i t_i}$$

สมการที่ (34) และ (36) สามารถเขียนใหม่ได้เป็นดังนี้

$$Z_{pi} = r_i(L_i+t)\, A_i(L_i+t) \qquad (37)$$

$$C(t) = \sum_{i=1}^{N} c_{1i}\left[(L_i+t)\, A_i(L_i+t) - (L_i+\frac{t}{2})\right] r_i + \frac{c_3}{t} \qquad (38)$$

จะเห็นได้ว่า C(t) จะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับฟังชั่น $A_i(T)$ เช่นเดียวกันกับระบบที่ได้กล่าวมาแล้ว (Single Item)

<u>ในกรณีที่ $A_i(T) = k$</u>

ในกรณีที่ $A_i(T)$ เป็นค่าคงที่ k ซึ่งไม่ขึ้นกับค่า T คำตอบที่เหมาะสมที่สุด ก็มีวิธีการหาเช่นเดียวกันกับที่ได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งจะทำให้ได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุดเป็น

$$t_o = \min \sqrt{2c_3 \Big/ \left[c_{1i}\ r_i(2k-1)\right]} \tag{39}$$

$$Z_{pio} = r_i L_i k_i + k_i t_o r_i \tag{40}$$

ซึ่งเมื่อนำเอาค่า t_o และ Z_{pio} ไปแทนลงในสมการที่ (36) ก็จะสามารถคำนวณผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดได้

<u>ในกรณีที่ $A_i(t) = 1+b/T$</u>

มีวิธีการหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุด เช่นเดียวกันกับวิธีที่ได้กล่าวมาแล้ว ซึ่งจะได้คำตอบที่เหมาะสมที่สุด คือ

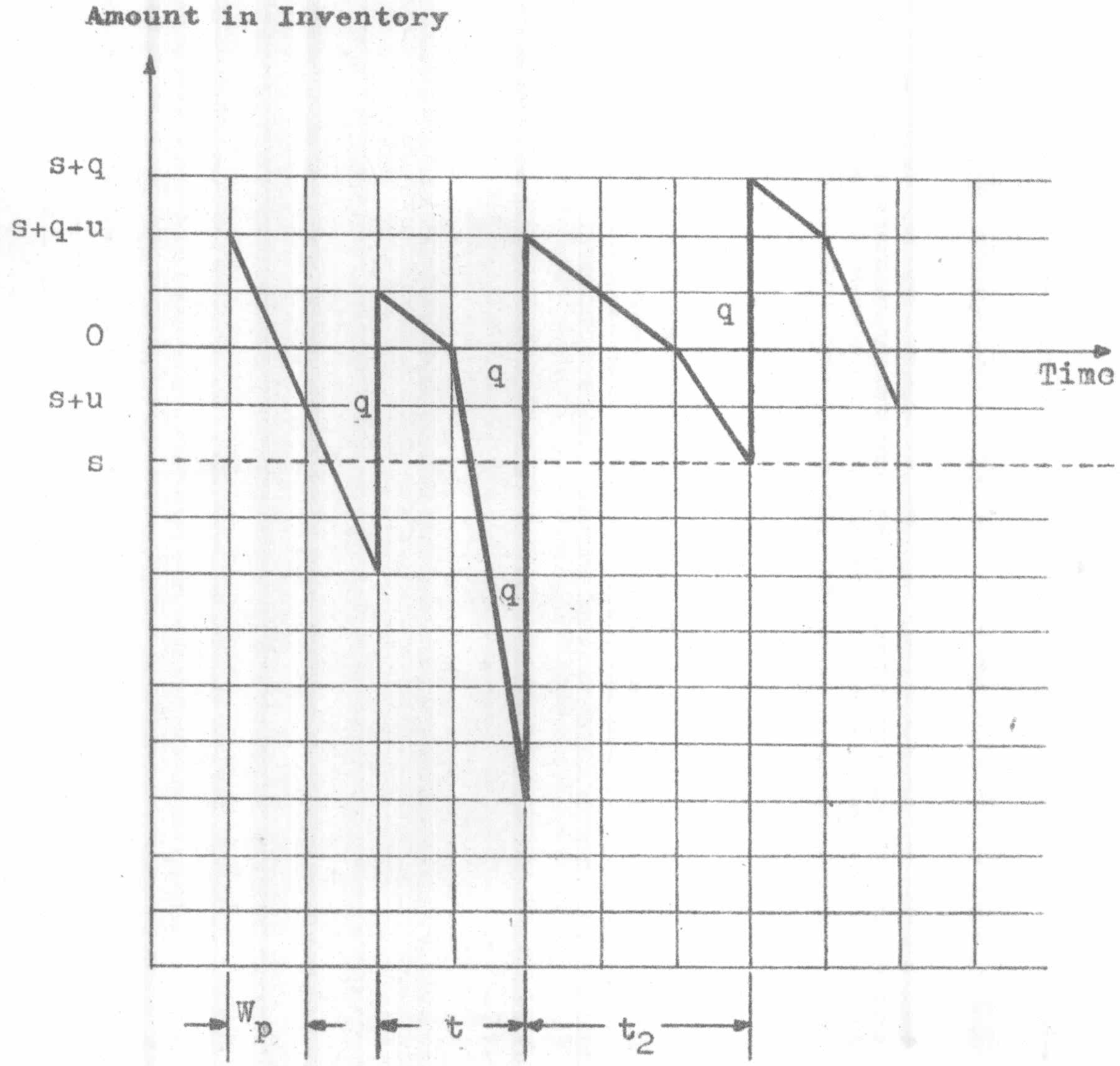
$$t_o = \min \sqrt{2c_3 / r_i c_{1i}} \tag{41}$$

$$Z_{pio} = (b+L_i)r_i + t_o r_i, \tag{42}$$

ซึ่งเมื่อนำเอาค่า t_o และ Z_{pio} ไปแทนลงในสมการที่ (36) ก็จะสามารถคำนวณผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมดได้

2.8 Probabilistic Reorder-Point-Lot-Size System without Leadtime

The Probabilistic Lot-Size System without Leadtime



รูปที่ 2.3

<u>คุณสมบัติของระบบ</u>

1. ปริมาณความต้องการพัสดุ เป็นแบบไม่แน่นอน (**Probabilistic**)

2. อัตราการส่งพัสดุเข้าคลัง (**Replenishment Rate**) เป็นแบบทันทีทันใด (**Instantaneous**)

3. ระยะเวลานำ (**Leadtime**) เป็นศูนย์

4. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาต่อหน่วยเป็น ค่าคงที่ c_1 ซึ่งมีหน่วยเป็น บาทต่อ-หน่วยต่อหน่วยเวลา

5. ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุต่อครั้ง เป็นค่าคงที่ c_3 ซึ่งมีหน่วยเป็นบาทต่อครั้ง

6. การจัดซื้อหรือจัดหา จะกระทำเมื่อปริมาณพัสดุ ที่มีอยู่ในคลังลดลงถึงจุดสั่งซื้อ s (**Reorder Point**)

7. ปริมาณของพัสดุที่ทำการจัดซื้อในแต่ละครั้ง อาจเป็น **Lot - size** เดียว หรือหลาย ๆ **Lot sizes** ก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปริมาณพัสดุ ที่มีอยู่ในคลังในขณะนั้น

<u>กำหนดให้</u>

Q = ปริมาณของพัสดุที่มีอยู่ในคลังในตอนต้น ของช่วงเวลาในการสำรวจปริมาณพัสดุ W_p (**Amount in Inventory at The Beginning of Each Reviewing Period**)

H(Q), h(Q) = การกระจายความเป็นไปได้ ของการมีพัสดุอยู่ในคลัง Q หน่วยในตอนต้นของช่วงเวลาในการสำรวจปริมาณพัสดุ (**Probability Distribution of Amount Q in Inventory At The Beginning of Each Reviewing Period**)

x = ปริมาณความต้องการพัสดุระหว่างช่วงเวลาสำรวจพัสดุ (**Demand During reviewing period**) ซึ่ง **x** จะมีค่าเป็น **o,u,2u** x_{max}

P(x) = ฟังชั่นความเป็นไปได้ของการมีความต้องการพัสดุ ในช่วงเวลาสำรวจพัสดุ (**Probability Distribution Function of Demand During Reviewing Period**)

$\bar{x}$ = ปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย

x_{max} = ปริมาณความต้องการสูงสุด

r = อัตราความต้องการโดยเฉลี่ย

s_p = จุดสั่งซื้อที่กำหนดขึ้น (**Prescribe Reorder Point**)

I_1 = ปริมาณพัสดุโดยเฉลี่ยที่คาดว่าจะต้องมีอยู่ในคลัง (**Expected Average Amount in Inventory**)

I_3 = จำนวนครั้งของการจัดซื้อ หรือจัดหาที่คาดหวัง ต่อหน่วยเวลา (**Expected Number of Replenishments Per Unit of Time**)

g = ความน่าจะเป็นที่จะมีการจัดซื้อหรือจัดหา ในตอนต้นของระยะเวลา

ในการสำรวจพัสดุ (**Probabilityof The Occurrence of A Replenishment At The Beginning of Each Reviewing Period**)

<u>ในกรณีของ **Discrete**</u>

จะเห็นได้ว่า Q จะมีค่าอยู่ระหว่าง **s+u** และ **s+q** และมีรูปแบบการแผ่กระจายแบบสม่ำเสมอ

$$H(Q) = \frac{1}{q/u} = \frac{u}{q}, \quad Q = s+u, s+2u, \ldots\ldots s+q \qquad (43)$$

เนื่องจากว่าระบบนี้ไม่เปิดโอกาสให้มีการขาดแคลนพัสดุ ดังนั้น จุดสั่งซื้อจะมีค่าเท่ากับ

$$s_p = x_{max} - u \qquad (44)$$

ปริมาณของพัสดุที่มีอยู่ในคลังโดยเฉลี่ยที่คาดหวัง (**The Expected Average Amount in Inventory**) จะเท่ากับ

$$I_1 = \sum_{Q = s_p+u}^{s_p + q} \sum_{x=0}^{x_{max}} \left(Q - \frac{x}{2} \right) P(x)\, H(Q)$$

$$= \sum_{Q = s_p+u}^{s_p + q} \left(Q - \frac{\bar{x}}{2} \right) \frac{u}{q}$$

$$= \frac{u}{q}\left(s_p + \frac{u+q}{2} - \frac{\bar{x}}{2} \right) \frac{q}{u}$$

$$= s_p + \frac{u+q}{2} - \frac{\bar{x}}{2}$$

$$I_1 = \frac{q}{2} + x_{max} - \frac{\bar{x} + u}{2} \qquad (45)$$

จำนวนครั้งของการจัดซื้อหรือ จัดหาต่อหน่วยของเวลาที่คาดหวัง (The expected number of replenishment per unit of time) จะเท่ากับ

$$I_3 = g/w_p \qquad (46)$$

พิจารณาที่จุดใด ๆ ที่ $Q = s_p + y$ การจัดซื้อหรือจัดหาจะเกิดขึ้นเมื่อ ในช่วงเวลานั้นมีปริมาณความต้องการมากกว่าหรือ เท่ากับ y

$$g = \sum_{Q=s_p+u}^{s_p+q} \sum_{x=Q-s_p}^{x_{max}} P(x)\, H(Q)$$

เป็น Cumulative Prob

$$= \sum_{Q=s_p+u}^{s_p+q} \left[1 - F(Q - s_p - u)\right] \frac{u}{q}$$

$$= 1 - \frac{u}{q} \sum_{u=0}^{q-u} F(x)$$

x

$$= 1 - \frac{u}{q} V(q - u) \qquad (47)$$

$$V(x) = \sum_{y=0}^{x} \overset{F}{P}(y) = \sum_{y=0}^{x} \sum_{z=0}^{y} P(z) \qquad (48)$$

จากสมการที่ (45) , (46) , (47) สามารถที่จะกำหนดสมการของค่าใช้จ่ายที่คาดหวังทั้งหมดของระบบได้

$$C(q) = c_1(\frac{q}{2}+x_{max}-\frac{\bar{x}+u}{2})+c_3\frac{1-(u/q)V(q-u)}{w_p}$$

$$= \frac{c_1 q}{2} - \frac{c_3 uV(q-u)}{q\ w_p} + c_1(x_{max}-\frac{\bar{x}+u}{2}) + \frac{c_3}{w_p} \quad (49)$$

ปริมาณของ Lot Size ที่เหมาะสมที่สุดหาได้โดนการเปรียบเทียบ ค่าของ ย

$C(q_o+u)$ กับ $C(q_o)$ ฯลฯ ซึ่งจะได้คำตอบว่า

$$R\ (q_o-u) \leqslant \frac{2c_3}{c_1 w_p} \leqslant R\ (q_o) \quad (50)$$

เมื่อ

$$R(q) = q(q+u) \Big/ \sum_{x\epsilon_o\ x=0}^{q} x\ p(x) \quad ;\ q=u,2u \quad (51)$$

เป็นที่น่าสังเกตุว่า ฟังชั่น $R(q)$ ไม่จำเป็นต้องเป็น Increasing Function ดังนั้น สมการที่ (50) จะมีคำตอบมากกว่าหนึ่งคำตอบ เมื่อมีกรณีเช่นนี้เกิดขึ้นแล้ว จำเป็นต้องทดสอบด้วยสมการที่ (49)

<u>ในกรณีของ Continuous</u>

จะเห็นได้ว่า Q จะมีค่าอยู่ระหว่าง s และ s+q

$$h(Q) = \frac{1}{q} \quad ; \quad s_p \leqslant Q \leqslant s_p + q \quad (52)$$

จุดสั่งซื้อ s_p จะมีค่าเป็น

$$s_p = x_{max} \quad (53)$$

ปริมาณของพัสดุที่คาดหวังว่าจะต้องมีอยู่ในคลัง จะเท่ากับ

$$I_1 = \int_{s_p}^{s_p+q} \left[\int_{0}^{x_{max}} (Q - \frac{x}{z}) f(x)\,dx \right] h(Q)\,dQ$$

$$= s_p + \frac{q}{2} - \frac{\bar{x}}{2}$$

$$= \frac{q}{2} + x_{max} - \frac{\bar{x}}{2} \qquad (54)$$

จำนวนครั้งของการจัดซื้อหรือจัดหามีค่าเช่นเดียวกับกรณีของ Discrete

$$I_3 = g/_{w_p} \qquad (55)$$

โดยที่

$$g = \int_{s_p}^{s_p+q} \int_{Q-s_p}^{x_{max}} f(x) h(Q)\,du\,dQ$$

$$= \int_{s_p}^{s_p+q} \frac{1 - F(Q - s_p)\,dQ}{q}$$

$$= 1 - \frac{V(q)}{q} \qquad (56)$$

$$V(q) = \int_{0}^{x} f(y)\,dy$$

$$= \int_{0}^{x} \left[\int_{0}^{y} f(z)\,dz \right] dy \qquad (57)$$

$\frac{d}{dq}\ \frac{c_3 q^{-1} V(q)}{w_p} = -\frac{c_3 V(q)}{q^2 w_p}$

ค่าใช้จ่ายที่คาดหวังทั้งหมดของระบบจะมีค่าเท่ากับ

$$C(q) = \frac{c_1 q}{2} - \frac{c_3 V(q)}{q\ w_p} + c_1\left(x_{max} - \frac{\bar{x}}{2}\right) + \frac{c_3}{w_p} \qquad (58)$$

ค่าตอบที่เหมาะสมที่สุด จะหาได้จากสมการที่ (50) และ (51) โดยการแทนค่า $u = 0$

$$q_0^2 \Big/ \int_0^{q_0} x\ f(x)\ dx = \frac{2\ c_3}{c_1 w_p} \qquad (59)$$

และ

$$f(q_0) < \frac{c_1 w_p}{c_3} \qquad (60)$$

หรืออาจจะหาค่าตอบที่เหมาะสมที่สุดโดยการ **Differentiate C(q) with Respect to** q แล้วให้เท่ากับศูนย์ จะได้

$+\frac{c_3 V(q)}{q^2 w_p}$

$$\frac{d\ C(q)}{dq} = \frac{c_1}{2} - \frac{c_3}{w_p}\left[\frac{F(q)}{q} - \frac{V(q)}{q^2}\right]$$

$-\frac{c_3}{w_p}\ \frac{F(q)}{q}$

$$\frac{d\ C(q)}{dq} = \frac{c_1}{2} - \frac{c_3}{w_p\ q^2}\int_0^q x\ f(x)\ dx = 0$$

$$q_0^2 \Big/ \int_0^{q_0} x\ f(x)\ dx = \frac{2\ c_3}{c_1 w_p} \qquad (61)$$

Differentiate $\frac{d\ C(q)}{dq}$ **with Respect to q** จะได้

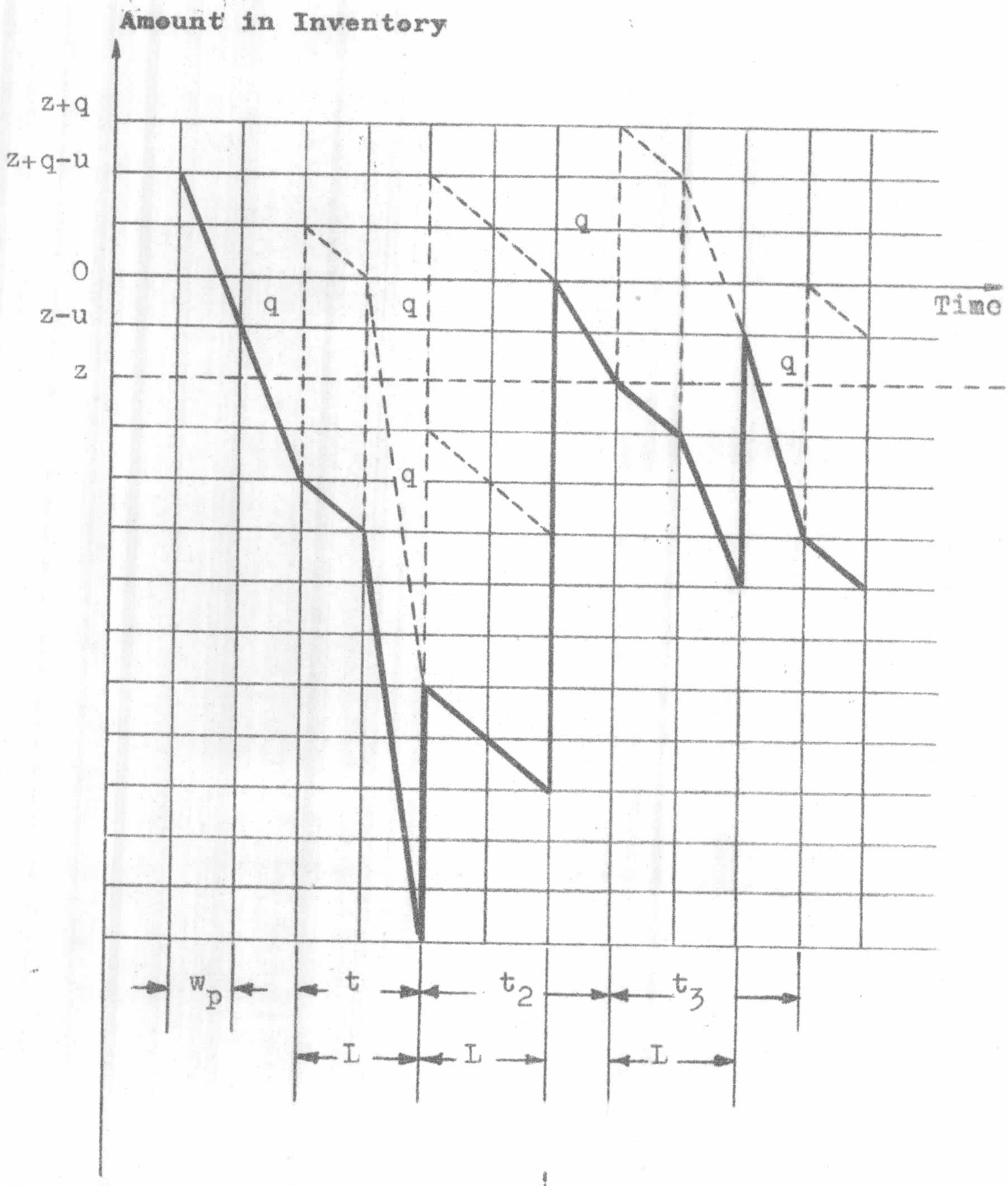
$$\frac{d^2\ C(q)}{d\ q^2} = -\frac{c_3}{w_p}\left[\frac{f(q)}{q} - \frac{2}{q^3}\int_0^q x\ f(x)\ dx\right]$$

จะเห็นได้ว่า $\frac{d^2 C(q)}{dq^2} > 0$ ก็ต่อเมื่อ

$$f(q_{o}) < \frac{c_1 w_p}{c_3} \tag{62}$$

เนื่องจากว่าสมการที่ (61) และ (62) ให้คำตอบได้มากกว่าหนึ่งคำตอบ ดังนั้น จึงจำเป็นต้องตรวจสอบหาคำตอบที่เป็นไปได้ โดยการให้ $q = 0$

2.9 Probabilistic Reorder-Point-Lot-Size System with Leadtime



รูปที่ 2.4

<u>คุณสมบัติ</u>

1. ปริมาณความต้องการพัสดุเป็นแบบไม่แน่นอน **(Probabilistic)**

2. อัตราการส่งพัสดุเข้าคลัง **(Replinishment Rate)** เป็นแบบหันทีหันใด **(Instantaneous)**

3. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุต่อหน่วยเป็นค่าคงที่ c_1 ซึ่งมีหน่วยเป็น บาทต่อหน่วยต่อหน่วยเวลา

4. ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือ จัดหาพัสดุต่อครั้งเป็นค่าคงที่ c_3 ซึ่งมีหน่วยเป็นบาทต่อครั้ง

5. การจัดซื้อหรือจัดหา จะกระทำเมื่อปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลัง **(On Hand)** และปริมาณพัสดุที่ได้จัดซื้อ หรือจัดหาครั้งก่อนแต่ยังไม่ได้รับพัสดุ **(On Order)** รวมกันแล้วต่ำกว่า ระดับของจุดสั่งซื้อ z **(Reorder Point)**

6. จะได้รับพัสดุที่จัดซื้อหรือ จัดหาหลังจากที่ได้ออกเรื่องจัดซื้อหรือจัดหาเป็นระยะเวลา L หน่วยเวลา

7. ปริมาณพัสดุที่ทำการจัดซื้อ หรือจัดหาในแต่ละครั้ง อาจจะเป็น **Lot Size** เดียว หรือ หลาย **Lot Size** ก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับปริมาณของพัสดุที่มีอยู่ในคลัง **(On Hand)** และปริมาณพัสดุที่ได้จัดซื้อหรือจัดหาครั้งก่อนแต่ยังไม่ได้รับพัสดุ

กำหนดให้

Q = ปริมาณพัสดุที่มีอยู่ในคลังในตอนต้นของช่วงเวลา ในการสำรวจพัสดุ w_p **(Amount in Inventory At The Beginning of Each Reviewing Period)**

H(Q),h(Q) = การกระจายความเป็นไปได้ ของการมีพัสดุอยู่ในคลัง Q หน่วยในตอนต้นของช่วงเวลาในการสำรวจพัสดุ **(Probability Distrieution of Amount** Q **in Inventory At The Beginning of Each Reviewing Period)**

x = ปริมาณความต้องการพัสดุระหว่างช่วงเวลาสำรวจพัสดุ **(Demand During Reviewing Period)** ซึ่ง **x** จะมีค่าเป็น **0,u,2u,2u,** x_{max}

P(**x**) = การกระจายความเป็นไปได้ของ ปริมาณความต้องการพัสดุ **(Probability Distribution of Demand)**

$\bar{x}$ = ปริมาณความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย

x_{max} = ปริมาณความต้องการพัสดุสูงที่สุด

r = อัตราความต้องการพัสดุโดยเฉลี่ย

v = ปริมาณความต้องการพัสดุในช่วงเวลานำ **(Demand During Leadtime)**

$\bar{v}$ = **ปริมาณความต้องการพัสดุในช่วงเวลานำโดยเฉลี่ย (Mean of -**

Demand During Leadtime)

W_p = ช่วงเวลาในการสำรวจปริมาณพัสดุ (Reviewing Period)

2.10 The Equivalence of Reorder-Point-Lot-Size System with and without Leadtime.

พิจารณารูปที่ 4 ซึ่งแสดงถึงการเปลี่ยนแปลงระดับของพัสดุในระบบ Probabilistic Reorder-Point-Lot-Sizes System with Leadtime ในรูปที่แสดงนี้ ~~ในรูปที่แสดงนี้~~ ระยะเวลานำ เป็น 2 เท่าของช่วงเวลาในการสำรวจพัสดุ จะเห็นได้ว่า ปริมาณพัสดุ Q มีการเปลี่ยนแปลงขึ้น ๆ ลง ๆ เช่นเดียวกันกับระยะที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ (โดยการเปรียบเทียบรูป ที่ 4 กับรูปที่ 3) ฉะนั้นจะได้ว่า

ในกรณีของ Discrete

$$H(Q) = \frac{1}{q/u} = \frac{u}{q}, \quad Q = z+u,\ z+2u, z+q \qquad (63)$$

ในกรณีของ Continuous

$$h(Q) = \frac{1}{q}, \quad z \leqslant Q \leqslant z+q \qquad (64)$$

จำนวนครั้งของการจัดซื้อหรือจัดหาพัสดุ ต่อหน่วยระยะเวลาที่คาดหวัง (The Expected Number of Replenishments Per Unit Time)

มีค่าเช่นเดียวกันกับระบบที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ ฉะนั้นจะได้ว่า

ในกรณีของ **Discrete**

$$I_3 = g/_{w_p} \tag{65}$$

$$g = 1 - \frac{u}{q} \quad V(q-u) \tag{66}$$

$$V(x) = \sum_{y=0}^{x} F(y) = \sum_{y=0}^{x} \sum_{z=0}^{y} P(z) \tag{67}$$

ในกรณีของ **Continuous**

$$I_3 = g/_{w_p} \tag{68}$$

$$g = 1 - \frac{V(q)}{q} \tag{69}$$

$$V(x) = \int_0^x F(y)\,dy = \int_0^x \left[\int_0^y F(z)\,dz \right] dy \tag{70}$$

สำหรับค่าของปริมาณพัสดุโดยเฉลี่ยที่คาดหวังว่าจะมีอยู่ในคลัง สามารถหาได้โดยใช้สมการต่าง ๆ ในระบบที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ และใช้ **Equivalent Relation** กล่าวคือให้

w = ปริมาณความต้องการ แบบทันที่ทันใด ซึ่งเท่ากับ ปริมาณความต้องการแบบสม่ำเสมอ **x** ในช่วงเวลาสำรวจพัสดุ **(Instantaneous Demand Equivalent To The Uniform Demand x During Reviewing Period)**

y = ผลรวมของปริมาณความต้องการ **w** และ **v** หรืออาจกล่าวได้ว่า **y** คือปริมาณความต้องการพัสดุในช่วงเวลา ซึ่งมีความยาวของช่วงเวลาเท่ากับ ผลรวม -

ของระยะเวลานำ กับระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อ หรือจัดหา (Demand During Period Equal in Length To The Leadtime and One Seheduling Period)

ดังนั้นจึงสามารถที่จะแทนระบบที่ระยะเวลานำไม่เป็นศูนย์ได้ด้วยระบบ ที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ ซึ่งมีปริมาณความต้องการในช่วงเวลาสำรวจพัสดุ เท่ากับ y ค่าของ I_1 สามารถหาได้โดยใช้ผลของระบบที่ระยะเวลานำเป็นศูนย์ เพียงแต่ใช้จุดสั่งซื้อ z แทน s ปริมาณความต้องการ y แทน x และ $\frac{\bar{x}}{2} + \bar{v}$ แทน $\frac{\bar{x}}{2}$ รวมทั้งฟังชั่นของการแผ่กระจายที่ที่เหมาะสม

2.11 <u>Probabilistic Lot-Size-System with Leadtime</u>

ระบบการจัดหาและสำรวจพัสดุแบบนี้ เป็นระบบที่ขยายมาจากระบบ ที่ได้กล่าวมาแล้ว (ระยะเวลานำเป็นศูนย์) คำตอบที่เหมาะสมสามารถหาได้โดยการใช้ Equivalent of The Reorder-Point-Lot-Sizes System with and without Leadtime และผลที่ได้แสดงใน The Probabilistic Lot-Size System without Leadtime กล่าวคือ

<u>ในกรณีของ Discrete</u>

กำหนดให้

$p_e(y)$ = ฟังชั่นการกระจายความเป็นไปได้ของปริมาณ ความต้องการที่

เท่ากับ "y" ดังได้กล่าวมาแล้ว

โดยการขยายสมการ (44) จะได้ว่า

$$z_p = x_{max} + v_{max} - u \qquad (71)$$

ปริมาณพัสดุโดยเฉลี่ยที่คาดหวังว่า จะมีอยู่ในคลังจะเท่ากับ

$$I_1 = \sum_{q=z_p+u}^{z_p+q} \sum_{y=0}^{y_{max}} (Q-y)\ p_e(y)\ B(Q)$$

$$= z_p + \frac{u+q}{2} - \bar{y} \qquad (72)$$

$$= x_{max} + v_{max} - u + \frac{u+q}{2} - \left(\frac{\bar{x}}{2} + \bar{v}\right)$$

$$I_1 = \frac{q}{2} + x_{max} + v_{max} - \frac{\bar{x}+u}{2} - \bar{v} \qquad (73)$$

จากการขยายสมการที่ (49) ผลรวมของค่าใช้จ่ายทั้งหมด ของระบบที่คาดหวัง

จะเท่ากับ

$$C(q) = \frac{c_1 q}{2} - \frac{c_3 u\ V(q-u)}{q w_p} + c_1\left(x_{max} + v_{max} - \frac{\bar{x}+u}{2} - \bar{v}\right)$$

$$+ \frac{c_3}{w_p} \qquad (74)$$

จะเห็นได้ว่า สมการที่ (74) แตกต่างจากสมการที่ (49) ที่ค่า v_{max} และ

$\bar{v}$ ซึ่งต่างก็เป็นค่าคงที่ ดังนั้นคำตอบที่ได้แสดงในสมการที่ (50) และ (51) สามารถที่

จะนำมาใช้ในที่นี้ได้ คือ

$$R\ (q_0 - u) \leqslant \frac{2\ c_3}{c_1 w_p} \leqslant R\ (q_0) \qquad (75)$$

$$R\ (q) = q\ (q + u) \Big/ \sum_{x=0}^{q} x\ P(x)\ ;\ q = u, 2u, \ldots \qquad (76)$$

<u>ในกรณีของ **Continuous**</u>

เช่นเดียวกับในกรณีของ **Discrete** โดยการขยายสมการที่ (53)จะได้ว่า

$$z_p = x_{max} + v_{max} \qquad (77)$$

โดยการขยายสมการที่ (54) จะได้

$$I_1 = z_p + \frac{q}{2} - (\frac{\bar{x}}{2} + \bar{v})$$

$$= \frac{q}{2} + x_{max} + v_{max} - \frac{\bar{x}}{2} - \bar{v} \qquad (78)$$

และจากการขยายสมการที่ (58) จะได้

$$C\ (q) = \frac{c_1\ q}{2} - \frac{c_3 V(q)}{q\ w_p} + c_1\ (x_{max} + v_{max} - \frac{\bar{x}}{2} - \bar{v})$$

$$+ \frac{c_3}{w_p} \qquad (79)$$

จะเห็นได้ว่า สมการที่ (79) แตกต่างจากสมการที่ (58) ที่ค่า v_{max} และ $\bar{v}$ ซึ่งเป็นค่าคงที่ เช่นเดียวกันกับกรณี **Discrete** ดังนั้น คำตอบที่ได้แสดงในสมการที่ (59) และ (60) สามารถที่จะนำมาใช้ในที่นี้ได้