



ทฤษฎีทางผลิตคงคลัง

ผลิตคงคลัง คือวัตถุดิบหรือผลิตภัณฑ์ที่หน่วยงาน บริษัท หรือโรงงาน เตรียมละล่อมหรือสำรองไว้เพื่อรอการผลิตหรือรอการขาย ในระบบการผลิตหรือธุรกิจมีความจำเป็นมากในการสำรองผลิตเพื่อรอการผลิตหรือรอการขายให้ทันความต้องการ (Demand) ของสินค้านั้น ๆ การที่สำรองผลิตให้เพียงพอในการผลิตหรือการขายนี้จำเป็นจะต้องทราบถึงความต้องการในช่วงเวลาข้างหน้าเป็นที่แน่นอน แต่ในความเป็นจริงแล้วเราไม่สามารถที่จะทราบปริมาณความต้องการในช่วงเวลาข้างหน้าอย่างแน่นอนได้ จึงต้องมีการคาดคะเนปริมาณเหล่านั้น ทำให้ต้องมีการเก็บสำรองผลิตไว้ในคลังเพื่อให้เพียงพอแก่ความต้องการ

การเตรียมผลิตคงคลังเป็นการสิ้นเปลืองทั้งค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาและต้นทุนของผลิตเหล่านั้น ถ้าทำการสำรองผลิตคงคลังมากเกินไปจะทำให้สิ้นเปลืองค่าใช้จ่ายมาก แต่ถ้าสำรองผลิตคงคลังน้อยเกินไปจะทำให้ไม่พอแก่ความต้องการได้ ดังนั้นเราจำเป็นต้องหาปริมาณผลิตที่เหมาะสมซึ่งทำให้ระบบการคงคลังมีค่าใช้จ่ายน้อยที่สุด

ระบบผลิตคงคลัง (Inventory System)

ระบบผลิตคงคลัง เป็นระบบซึ่งเกี่ยวข้องกับค่าใช้จ่ายที่สำคัญ ๆ 3 ประเภท และมีวัตถุประสงค์ที่จะควบคุมค่าใช้จ่าย 2 ใน 3 ประเภทหรือทั้ง 3 ประเภท ค่าใช้จ่ายทั้งสามประเภทนั้นได้แก่

1. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาผลิตคงคลัง (Carrying or Holding Cost) จะเกี่ยวข้องกับตรงกับปริมาณของผลิตคงคลังที่เก็บรักษาไว้ ค่าใช้จ่ายประเภทนี้ประกอบด้วยค่าเช่าสถานที่เก็บผลิต ค่าเสื่อมคุณภาพหรือเสื่อมความนิยมของผลิต ค่าประกันภัย ค่าดอกเบี้ยในเงินทุนที่นำไปซื้อผลิตคงคลังมาไว้ ค่าปรับสภาพของสิ่งแวล้อม เช่น ค่าปรับอากาศหรือความชื้น เป็นต้น

ค่าใช้จ่ายซึ่งเสียโอกาสอันเป็นกำไรซึ่งควรจะได้ ตลอดจนเงินเดือนและค่าจ้างแรงงานของเจ้าหน้าที่ เกี่ยวข้องกับการเก็บรักษาพัสดุคงคลัง ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังนี้จะแปรเป็นสัดส่วนโดยตรงกับปริมาณพัสดุคงคลังที่เก็บรักษาไว้

2. ค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการขาดแคลนพัสดุคงคลัง (Shortages Cost) ค่าใช้จ่ายประเภทนี้เกิดขึ้นจากการมีพัสดุคงคลังไม่เพียงพอต่อการผลิตหรือการขาย ค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เหล่านี้ได้แก่ค่าใช้จ่ายในการสูญเสียโอกาสในการที่จะผลิตได้หรือขายได้ ทำให้เสียความเชื่อถือและความนิยมในสินค้าหรือในพัสดุเหล่านั้น ค่าใช้จ่ายล่วงเวลาที่จะต้องให้เจ้าหน้าที่ทำงานในเวลาพิเศษเพื่อให้ได้มาซึ่งพัสดุซึ่งขาดแคลนเป็นต้น

3. ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ (Replenishing or Ordering Cost) ค่าใช้จ่ายประเภทนี้ประกอบด้วย การเตรียมออกใบสั่งซื้อ การขอใบเสนอราคา การติดตามการสั่งซื้อ การตรวจสอบคำสั่งทำยอดพัสดุนำเข้าใหม่ เงินเดือนและค่าจ้างแรงงานเจ้าหน้าที่ที่เกี่ยวข้อง เป็นต้น ซึ่งค่าใช้จ่ายต่าง ๆ เหล่านี้จะแปรเป็นสัดส่วนโดยตรงกับการสั่งซื้อ

ค่าใช้จ่ายทั้งสามประเภทนี้จะรวมเป็นค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบพัสดุคงคลัง ซึ่งต้องหาวิธีควบคุมที่เหมาะสมเพื่อให้มีค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นน้อยที่สุด

004105

ประเภทของพัสดุคงคลัง (Types of Inventory System)

เราสามารถแบ่งประเภทของระบบพัสดุคงคลังตามจุดมุ่งหมายในการควบคุมค่าใช้จ่ายต่าง ๆ ที่เกิดขึ้นออกเป็น 4 ประเภทด้วยกัน คือ

1. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,2) เป็นระบบที่มุ่งหมายในการควบคุมค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลัง และค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นจากการขาดแคลนพัสดุคงคลัง ในระบบนี้ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อไม่สามารถควบคุมได้

2. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,3) เป็นระบบที่มุ่งหมายในการควบคุมค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลัง และค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อ ส่วนค่าใช้จ่ายในการขาดแคลนพัสดุคงคลังนั้นไม่สามารถที่จะควบคุมได้ ระบบพัสดุคงคลังที่ไม่มีการขาดแคลนพัสดุจะอยู่ในระบบนี้ทุกระบบ

3. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (2,3) เป็นระบบคงคลังแบบที่มีจุดมุ่งหมายในการควบคุมค่าใช้จ่ายในการขาดแคลนพัสดุคงคลัง และค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อพัสดุ ส่วนค่าใช้จ่ายในการเก็บพัสดุนั้นไม่สามารถควบคุมได้ ตามความเป็นจริงแล้วระบบนี้ทำได้ยากในทางปฏิบัติ

4. ระบบพัสดุคงคลังแบบ (1,2,3) เป็นระบบพัสดุคงคลังแบบที่มีจุดมุ่งหมายในการควบคุมที่เหมาะสมเพื่อให้มีค่าใช้จ่ายที่เกิดขึ้นน้อยที่สุด

ปัญหาทางระบบพัสดุคงคลัง (Inventory Problems)

ปัญหาทางระบบพัสดุคงคลังเป็นปัญหาในการเลือกระบบซึ่งเหมาะสมที่สุด ซึ่งจะทำให้มีค่าใช้จ่ายทั้งหมดที่เกิดขึ้นน้อยที่สุด ทางเลือกเหล่านี้จะมีผลโดยตรงต่อค่าใช้จ่ายประเภทต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น แต่เราไม่สามารถกำหนดเป็นเทอมของค่าใช้จ่ายได้ แต่จะกำหนดอยู่ในเทอมของเวลาและปริมาณ เช่น

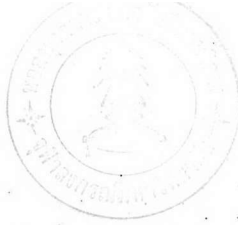
1. เมื่อไหร่จึงควรจะจัดหาพัสดุคงคลังเพิ่ม
2. ควรจะจัดหามาเป็นปริมาณมากน้อยเท่าใด

ทั้งเวลาและปริมาณเป็นตัวแปรซึ่งเราสามารถควบคุมได้ ซึ่งมีผลต่อค่าใช้จ่ายทั้ง 3 ประเภท ซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมด การหาขนาดของพัสดุที่จะสั่งในแต่ละครั้ง ถ้าสั่งมากค่าเก็บรักษาพัสดุคงคลังก็จะมาก แต่ค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อจะน้อย ในทางตรงข้าม ถ้าสั่งซื้อน้อย ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุคงคลังจะน้อยตาม แต่ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อจะมาก ดังนั้น ปัญหาของพัสดุคงคลังก็คือการหาค่าที่เหมาะสมของตัวแปรต่าง ๆ ซึ่งจะช่วยให้เสียค่าใช้จ่ายทั้งหมดที่เกี่ยวข้องกับพัสดุคงคลังมีค่าน้อยที่สุด

นโยบายการพัสดุคงคลัง (Inventory Policies)

ดังได้กล่าวมาแล้วปัญหาของพัสดุคงคลังอยู่ที่ "เมื่อใด" และ "เท่าใด" ("When and How") คำตอบของปัญหาแรกมีอยู่ 2 ทางด้วยกัน คือ

1. จำนวนของพัสดุคงคลังควรจะถูกจัดหามาเพิ่มเมื่อจำนวนของพัสดุคงคลังที่มีอยู่ในคลังเท่ากับหรือต่ำกว่าจำนวน S_0 หน่วย ซึ่งเป็นปริมาณที่เหมาะสมที่สุด



2. จำนวนของพัสดุคงคลังควรจะถูกจัดหามาเพิ่มทุก ๆ ช่วงเวลา t_0 หน่วย ซึ่งเป็นช่วงเวลาที่เหมาะสมที่สุด

คำตอบของปัญหาที่ส่งสามารถตอบได้เป็น 2 ทางเช่นกัน คือ

1. ปริมาณของพัสดุที่จะจัดหามาคงคลังเท่ากับ q_0 หน่วย ซึ่งเป็นปริมาณที่เหมาะสมที่สุด

2. ปริมาณของพัสดุที่จะจัดหามาเท่ากับปริมาณที่จะทำให้พัสดุคงคลังอยู่ในระดับ S_0 หน่วย ซึ่งเป็นระดับที่เหมาะสมที่สุด

ระบบพัสดุคงคลังที่มีช่วงเวลานำเข้า (Leadtime) คือช่วงเวลานับตั้งแต่ออกใบสั่งซื้อจนกระทั่งวันที่เราได้รับของเรียบร้อยแล้ว ถ้าเวลานำเข้ามีความสำคัญจะใช้ตัวอักษร Z แทน s และตัวอักษร Z แทน S

ระบบพัสดุคงคลังที่ต้องการ s และ q จะเรียกระบบนี้ว่าระบบพัสดุคงคลังที่ใช้นโยบาย (s, q) ในทำนองเดียวกันเราสามารถจะกำหนดระบบอื่น ๆ ให้เป็นระบบพัสดุคงคลังที่ใช้นโยบาย (t, S) นโยบาย (s, S) และนโยบาย (t, q) ได้

คุณลักษณะของระบบพัสดุคงคลัง (Properties of Inventory System)

ในการวิเคราะห์ระบบพัสดุคงคลัง เราจำเป็นต้องทราบองค์ประกอบคุณลักษณะของระบบ องค์ประกอบของระบบพัสดุคงคลังประกอบด้วยความต้องการใช้พัสดุ (Demand), การส่งพัสดุเข้ามาคลัง (Replenishment), ค่าใช้จ่าย (Cost) และข้อบ่งชี้จำกัด (Constraints) ส่วนคุณลักษณะที่กล่าวถึงก็คือคุณลักษณะขององค์ประกอบทั้ง 4 ซึ่งแต่ละระบบในทางปฏิบัติจะมีคุณลักษณะที่ต่างกันไป ในที่นี้จะกล่าวถึงเฉพาะคุณลักษณะที่สำคัญและจำเป็นต้องศึกษาในทุกกรณีที่มีการวิเคราะห์พัสดุคงคลัง

1. คุณลักษณะของความต้องการใช้พัสดุ (Demand Properties) โดยปกติความต้องการใช้พัสดุเป็นสิ่งที่ไม่สามารถควบคุมได้มีบางกรณีอาจควบคุมได้โดยทางอ้อม แต่ส่วนมากมักควบคุมไม่ได้ อย่างไรก็ตามเราจำเป็นต้องศึกษาคุณลักษณะของมัน เพื่อให้ได้มาซึ่งลักษณะของมัน ถ้าจากการศึกษาเราพบว่าปริมาณความต้องการใช้พัสดุ (Demand Size) มีขนาดคงที่ ลักษณะของความต้องการ

ใช้ผลิตภัณฑ์จะมีลักษณะแน่นอน ตายตัว แต่ถ้าปริมาณการใช้ไม่คงที่แน่นอน ลักษณะความต้องการก็มีลักษณะที่แปรเปลี่ยนได้

ในกรณีที่ทราบปริมาณความต้องการแน่นอน เช่น ใช้หรือขายวันละ 2 หน่วย หรืออัตราการใช้ 7 หน่วย ต่อ ช.ม. เราก็เรียกมันว่าปริมาณความต้องการแบบ Deterministic และลักษณะของระบบผลิตคงคลังก็เป็นแบบ Deterministic แต่ถ้าเราไม่ทราบปริมาณความต้องการแน่นอน แต่ทราบลักษณะการกระจายของความน่าจะเป็น (Probability Distribution) ของปริมาณความต้องการ เช่น

ปริมาณความต้องการ (x)	P(x)
0	2/12
10	1/12
20	5/12
30	3/12
40	1/12

เราเรียกมันว่าปริมาณความต้องการแบบ Probabilistic ซึ่งทำให้ระบบผลิตคงคลังเป็นแบบ Probabilistic

แต่ไม่ว่าจะเป็นปริมาณความต้องการแบบใด คุณลักษณะที่สำคัญคือการวิเคราะห์อีกประการหนึ่งที่ต้องทราบก็คือ รูปแบบของการเกิดความต้องการ (Demand Patterns) ซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณผลิตคงคลัง (Q) ที่เวลาใด ๆ (Q (T)) กับเวลาซึ่งอาจเขียนเป็นลุ่มการได้เป็น

$$Q(T) = S - x^n \sqrt{T/t}$$

เมื่อ

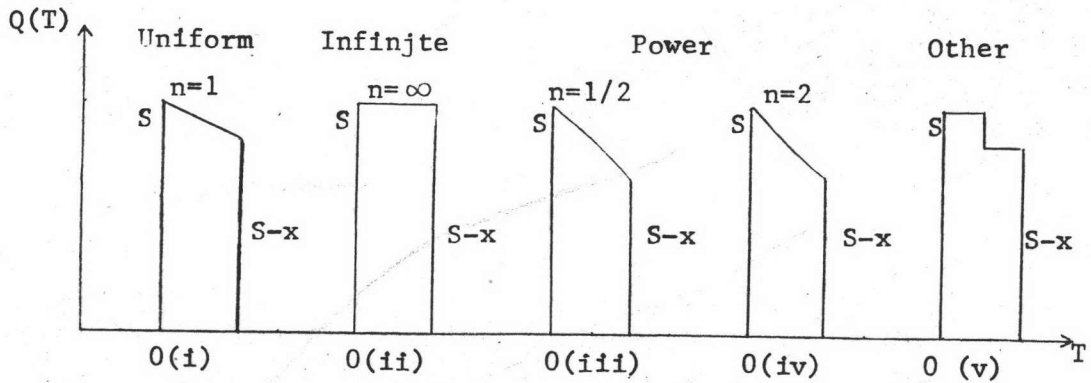
$$Q(T) = \text{ปริมาณผลิตคงคลังเมื่อเวลา } T$$

$$S = \text{ปริมาณผลิตคงคลังเมื่อเวลา } T=0 \text{ (เมื่อเริ่มต้นใช้ผลิต)}$$

$$x = \text{ปริมาณความต้องการในช่วงเวลา } t$$

$$n = \text{Demand pattern index}$$

หรือแสดงด้วยกราฟดังนี้



รูปที่ 3.1 แสดงรูปแบบของการเกิดความต้องการใช้วัสดุ

2. คุณสมบัติของการสั่งซื้อเข้าคลัง (Replenishing Properties) โดยทั่วไป

การสั่งซื้อเข้าคลัง (Replenishment) หมายถึงจำนวนของวัสดุที่จะสั่งซื้อเก็บในคลังตามระยะเวลาที่กำหนดไว้จากความหมายดังกล่าวจะเห็นได้ว่า คุณสมบัติของการสั่งซื้อเข้าคลัง เป็นคุณสมบัติที่เราสามารถควบคุมได้ นั่นคือเป็นการตัดสินใจของเราเองว่าจะนำเข้าไปเก็บเมื่อใด จำนวนเท่าใด องค์ประกอบที่เกี่ยวข้องกับคุณสมบัติของการสั่งซื้อเข้าคลัง มีดังต่อไปนี้

ก. กำหนดเวลาสั่งซื้อ (Scheduling Period) หมายถึงระยะเวลาระหว่างการ

สั่งซื้อแต่ละครั้ง ซึ่งสามารถเขียนเป็นสมการได้เป็น

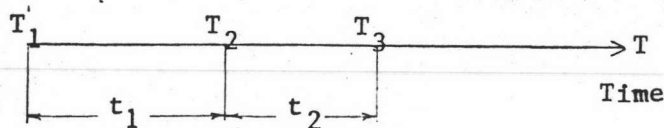
$$t_i = T_{i+1} - T_i$$

เมื่อ

t_i หมายถึงกำหนดเวลาสั่งซื้อในช่วงเวลาที่ i

T_i หมายถึงเวลาที่ออกไปสั่งซื้อ i

T_{i+1} หมายถึงเวลาที่ออกไปสั่งซื้อ $i+1$



รูปที่ 3.2 แสดงระยะเวลาระหว่างการสั่งซื้อแต่ละครั้ง

กำหนดเวลาสั่งซื้ออาจเป็นระยะเวลาที่กำหนดตายตัว เช่น ทุกๆ 1 เดือน ในกรณีนี้ t_1 ก็เป็นค่าคงที่ ใช้สัญลักษณ์ tp ถ้าไม่มีกำหนดตายตัว t_1 อาจอยู่ในลักษณะดังต่อไปนี้

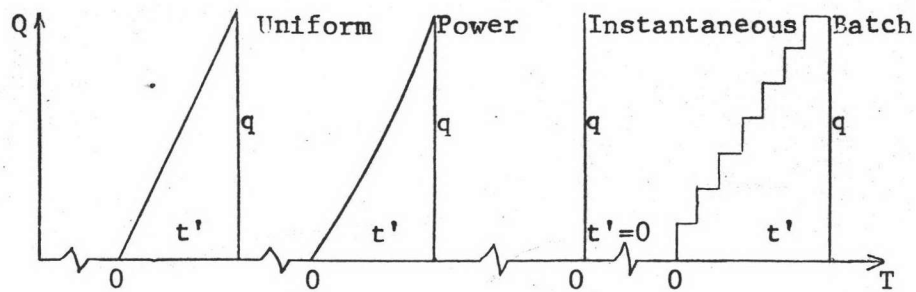
1. ไม่กำหนดตายตัว แต่ทุก t_1 มีค่าเท่ากันคือ t
2. ไม่คงที่และไม่เท่ากัน แต่อาจกำหนดได้แน่นอน (Deterministic)
3. ไม่คงที่และไม่เท่ากัน ไม่อาจกำหนดได้แน่นอน แต่ทราบค่าความน่าจะเป็นของ t_1 (Prob. system)

ข. ปริมาณของพัสดุที่จะสั่งเข้าคลัง (Replenishment Size) หมายถึงจำนวนพัสดุที่จะสั่งเข้าคลังตามระยะเวลาที่กำหนดไว้ จำนวนพัสดุอาจเป็นจำนวนคงที่ตายตัว หรือเป็นจำนวนที่แปรเปลี่ยนน่าจะเป็น

ค. ระยะเวลาห่างระหว่างการออกไปสั่งซื้อ กับการสั่งของมาที่คลัง (Leadtime)
 ระยะเวลาดังกล่าวจะมีผลต่อคำตอบของปัญหาในระบบพัสดुकคลัง เฉพาะในระบบพัสดुकคลังแบบ Probabilistic ทั้งนี้เพราะในระบบ Deterministic ซึ่งเราทราบค่าความต้องการและ Leadtime แน่แน่นอน ความแตกต่างระหว่างระบบที่มี Leadtime กับไม่มีก็อยู่ตรงที่ระบบที่มี Leadtime เราส่งออกใบสั่งซื้อก่อนหน้าระบบที่ไม่มี Leadtime โดยที่ยังคงสั่งซื้อด้วยปริมาณเท่ากันเริ่มสั่งพัสดุเข้าคลังที่ระดับพัสดुकเหลืออยู่ในคลังเท่ากัน (Amount on hand)

ง. ช่วงเวลาของการสั่งพัสดุเข้าคลัง ตั้งแต่ของมาถึงคลังจนขึ้นสุดท้ายอยู่ในคลัง
เรียบรอย (Replenishment Period) อัตราการสั่งพัสดุเข้าคลัง (Replenishment) และรูปแบบของการสั่งพัสดุเข้าคลัง (Replenishment Patterns)

ช่วงเวลาของการสั่งพัสดุเข้าคลังคือระยะเวลาสำหรับการขนพัสดุเข้าไปเก็บไว้ในคลัง ส่วนอัตราการสั่งพัสดุเข้าคลังคือจำนวนพัสดุดต่อหน่วยเวลาที่ถูกขนเข้าไปเก็บไว้ในคลัง กราฟที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างจำนวนพัสดุกที่ถูกขนเข้าไปเก็บไว้ในคลัง กับเวลาที่เรียกว่ารูปแบบของการสั่งพัสดุเข้าคลัง



รูปที่ 3.3 แสดงรูปแบบของการสั่งพัสดุเข้าคลัง

- t' = ช่วงเวลาของการสั่งพัสดุเข้าคลัง
- q = ปริมาณของพัสดุที่จะสั่งเข้าคลัง
- p = อัตราการสั่งพัสดุเข้าคลัง = q/t

จ. การคาบเกี่ยวกันระหว่างการสั่งพัสดุเข้าคลังและความต้องการใช้พัสดุ (Replenishment Demand Interactions)

ลักษณะของระบบพัสดुकงคลังที่พบเห็นอยู่เสมอ ๆ ก็คือขณะที่มีการสั่งพัสดุเข้าคลังก็มีการนำเอาพัสดุดอกไปใช้หรือจำหน่ายเพื่อสนองความต้องการ ซึ่งเกิดขึ้นระหว่างที่การสั่งพัสดุเข้าคลังยังไม่สิ้นสุด เมื่อเหตุการณ์ดังกล่าวเกิดขึ้น ปริมาณของพัสดุที่จะสั่งเข้าคลัง (q) ที่แต่เดิมคำนวณไว้ว่าจะทำให้ปริมาณของพัสดुकงคลังอยู่ที่ระดับใดระดับหนึ่ง ไม่เป็นไปตามที่คำนวณ

ฉ. จุดสั่งซื้อ (Reorder Point) และช่วงเวลาสำหรับตรวจนับพัสดुकงคลัง (Reviewing Period) จุดสั่งซื้อใช้ในระบบพัสดुकงคลังที่ใช้ปริมาณของพัสดุที่เหลืออยู่ในคลัง (s) สำหรับระบุว่าต้องสั่งซื้อเมื่อใด เช่น เมื่อพัสดุเหลืออยู่ในคลัง 10 หน่วย ฯลฯ เมื่อมีการใช้จุดสั่งซื้อก็จะต้องมีการตรวจนับพัสดुकงคลังว่าเมื่อใดจึงจะเหลือพัสดุเท่ากับจำนวนที่กำหนดว่าจะต้องสั่งซื้อพัสดุเดิมคลัง ช่วงเวลาระหว่างการตรวจนับแต่ละครั้ง เรียกว่าช่วงเวลาสำหรับตรวจนับพัสดुकงคลัง ซึ่งอาจจะเป็นทุก ๆ 1 อาทิตย์ ทุกวัน ฯลฯ ในบางกรณีอาจเป็นได้ที่มีการตรวจนับตลอดเวลา (Reviewed Continuously)

ช. ระดับสำหรับควบคุมปริมาณสั่งซื้อ (Order level (S)) หมายถึงปริมาณของพัสดुकงคลังที่มากที่สุดที่จะเก็บไว้ในคลัง ทุกครั้งที่มีการสั่งซื้อ ปริมาณการสั่งซื้อรวมกับพัสดุ-

คงคลังต้องไม่เกิน S หรือในกรณีที่มี Leadtime ต้องไม่เกิน Z

3. คุณลักษณะของค่าใช้จ่าย ในระบบผลิตคงคลังค่าใช้จ่ายที่เกี่ยวข้องมี 4 ประเภท คือ ค่าเก็บรักษาผลิต (C1), ค่าจ้างผลิต (C2), ค่าใช้จ่ายในการรออภิาส่ง (C3) และค่าใช้จ่ายทั้งหมด (C)

หน่วยของค่าใช้จ่าย คือหน่วยเงิน/หน่วยเวลา สำหรับ Dimension ของค่าใช้จ่ายต่อหน่วย (Unit cost) ของค่าใช้จ่ายแต่ละชนิด จะเป็นดังนี้คือ

$$c_1 = \frac{\text{หน่วยเงิน}}{\text{ปริมาณผลิต}} \times \text{เวลา}, c_1 = \text{Unit cost ของ } C_1$$

$$c_2 = \frac{\text{หน่วยเงิน}}{\text{ปริมาณผลิต}} \times \text{เวลา}, c_2 = \text{Unit cost ของ } C_2$$

$$c_3 = \text{หน่วยเงิน}, c_3 = \text{Unit cost ของ } C_3$$

ดังนั้น ถ้าเราทราบปริมาณผลิต

$$C_1 = I_1 \cdot c_1$$

$$C_2 = I_2 \cdot c_2$$

$$C_3 = I_3 \cdot c_3$$

โดยที่

$$I_1 = \text{ปริมาณเฉลี่ยของผลิตคงคลัง, หน่วยเป็นจำนวนผลิต}$$

$$I_2 = \text{ปริมาณเฉลี่ยของผลิตที่ไม่มีในคลัง ขณะมีความต้องการ (Shortage Inventory) หน่วยเป็นจำนวนผลิต}$$

$$I_3 = \text{จำนวนครั้งโดยเฉลี่ยของการสั่งผลิต, เข้าคลัง ต่อหน่วยเวลา, หน่วยเป็น 1/หน่วยเวลา}$$

4. ข้อบ่งชี้จำกัด (Constraints) ข้อบ่งชี้จำกัดที่เกี่ยวข้องกับระบบผลิตคงคลังมีอยู่หลายลักษณะ ซึ่งมีผลทำให้ลักษณะของระบบผลิตคงคลังต่างออกไปจากที่มันควรจะเป็น ตัวอย่างเช่นที่ควรจะเป็นเราต้องสั่งซื้อผลิตเข้าคลัง ครั้งละ 500 หน่วย แต่เผชิญคำสั่งของเราบรรจุได้เพียง 450 หน่วย ดังนั้น แทนที่เราจะสั่งซื้อครั้งละ 500 เราก็ต้องสั่งซื้อได้เพียง 450 หน่วย ซึ่งมีผลทำให้เราอาจต้องสั่งซื้อบ่อยขึ้น เสียค่าใช้จ่ายรวมมากกว่าที่สั่งซื้อครั้งละ 500 หน่วย เป็นต้น



ขอบข่ายจำกัดที่เกี่ยวข้องอยู่เล็กน้อย ๆ แบ่งออกเป็น 4 ลักษณะ คือขอบข่ายจำกัด เรื่องหน่วย
ขอบข่ายจำกัดเรื่องความต้องการใช้ผลิต, ขอบข่ายจำกัดเรื่องการผลิตเข้าคลังและ ขอบข่ายจำกัด
เรื่องค่าใช้จ่าย

ก. ขอบข่ายจำกัดเรื่องหน่วย เกี่ยวข้องกับการวิเคราะห์ทางด้านคณิตศาสตร์ เพราะ
จะต้องทราบว่าหน่วยของตัวแปร และพารามิเตอร์ที่เกี่ยวข้องเป็นแบบ discrete หรือ continu-
ous เพราะการวิเคราะห์ต่างกัน

ข. ขอบข่ายจำกัดเรื่องความต้องการใช้ผลิต ขอบข่ายที่เกี่ยวข้องมักจะเป็นไปในลักษณะ
ดังต่อไปนี้

1. Marking up of shortage ในระบบผลิตคงคลังบางระบบเราอาจสั่งผลิต
เข้ามาใหม่ไปให้ลูกค้าที่เราติดหนี้ผลิตนั้นไว้ โดยไม่มีผลทางด้านอื่น ๆ ตามมา แต่ในบางระบบการ
ติดหนี้อาจหมายถึงการเสียลูกค้าหรือเสียตลาด ในล่องลักษณะนี้เราก็จะเห็นว่าความสำคัญของค่าจ้าง
ผลิต (Shortage Cost) ย่อมไม่เหมือนกัน

2. Negative Demand ในระบบผลิตคงคลังบางประเภทอาจยินยอมให้ลูกค้าสั่ง
สินค้าคืน (ตามเงื่อนไขที่กำหนดไว้) ลักษณะเช่นนี้อาจก่อให้เกิดลักษณะความต้องการติดลบ กล่าวคือ
แทนที่จะจ่ายผลิตออกไปสนองความต้องการ แต่กลับได้รับผลิตกลับมา

3. Dependent demand structure ลักษณะนี้คือ การที่ความต้องการใช้ผลิต
ของช่วงเวลาหนึ่งต้องขึ้นกับความต้องการใช้ผลิตในช่วงเวลาก่อน ๆ และขึ้นกับปริมาณผลิตคงคลังใน
ช่วงเวลาก่อน ๆ

ลักษณะในข้อ 2, 3 ทำให้การวิเคราะห์หาปริมาณที่เหมาะสมและเวลาที่เหมาะสมสำหรับการ
การสั่งซื้อยุ่งยากมากกว่าลักษณะที่ไม่มีขอบข่ายจำกัด ดังกล่าว

ค. ขอบข่ายจำกัดเรื่องการผลิตเข้าคลัง ขอบข่ายดังกล่าวมักจะมีลักษณะดังต่อไปนี้
คือ

1. ขอบข่ายจำกัดเกี่ยวกับขนาดของคลัง
2. ขอบข่ายจำกัดเกี่ยวกับกำหนดสั่งซื้อ และช่วงเวลาสำหรับตรวจนับผลิตคงคลัง

3. ขอบข่ายจำกัดเกี่ยวกับปริมาณของผลิตภัณฑ์คงคลังที่เวลาใดเวลาหนึ่ง
4. ขอบข่ายจำกัดเกี่ยวกับนโยบายการเก็บรักษาพัสดุ

ง. ขอบข่ายจำกัดเรื่องค่าใช้จ่าย ขอบข่ายที่เกี่ยวข้องกับเรื่องนี้ เช่นระบบผลิตภัณฑ์คงคลังที่ไม่ยอมให้เกิดมีการค้างพัสดุ ($C_2=0$) ระบบผลิตภัณฑ์คงคลังที่ไม่ต้องเก็บรักษา (อาจเป็นเพราะควบคุมไม่ได้ ฯลฯ) ($C_1=0$) ระบบผลิตภัณฑ์คงคลังที่ไม่สามารถควบคุมการสั่งซื้อ ($C_3=0$) หรือกำหนดการสั่งซื้อตายตัว ($C_3=Constant$) ซึ่งทำให้เราไม่สามารถควบคุมค่าใช้จ่ายอันเกิดจากการสั่งซื้อหรือห่างเกินไป ในบางกรณีอาจมีการกำหนดความน่าจะเป็นของการเกิดการร้างพัสดุ ต้องน้อยกว่าหรือเท่ากับค่าที่กำหนดค่าหนึ่ง ซึ่งมีผลทำให้การควบคุมค่าใช้จ่าย C_2 ไม่มีอิสระ

รูปแบบปัญหาทางผลิตภัณฑ์คงคลัง (Inventory Model)

เราสามารถแบ่งประเภทของรูปแบบปัญหาทางผลิตภัณฑ์คงคลังออกเป็น 2 ประเภท คือ

1. รูปแบบของปัญหาที่มีสามารถทราบความต้องการของผลิตภัณฑ์คงคลัง (Deterministic Model) ในกรณีนี้เราสามารถกำหนดปริมาณความต้องการของพัสดุในแต่ละช่วงเวลาในอนาคตได้ แต่ในความเป็นจริงแล้วไม่ค่อยจะพบลักษณะนี้มากนัก

2. รูปแบบของปัญหาที่มีความต้องการของผลิตภัณฑ์คงคลังมีลักษณะความน่าจะเป็น (Probabilistic Model) ในกรณีนี้เราไม่สามารถกำหนดปริมาณความต้องการของพัสดุในแต่ละช่วงเวลาในอนาคตได้ว่าจะเป็นอัตราส่วนใดเสมอเท่าไร เราอาจจะกำหนดปริมาณความต้องการของพัสดุได้จากรูปแบบความน่าจะเป็นของความต้องการนั้น โดยอาศัยข้อมูลที่พอจะหาได้น่ามาใส่เข้าตามรูปแบบทางคณิตศาสตร์ (Mathematical Model) และทดสอบด้วยวิธีทางสถิติ จนแน่ใจได้ว่าความต้องการของพัสดุที่จะเกิดขึ้นในช่วงเวลาต่าง ๆ ในอนาคตจะเป็นไปตามเงื่อนไขของรูปแบบที่กำหนดขึ้น ในกรณีที่มีข้อมูลไม่พอ เราก็จะไม่สามารถกำหนดรูปแบบนั้น ๆ ได้ ซึ่งเราจะสามารถกำหนดโดยประมาณว่าปริมาณความต้องการของพัสดุนานเท่าใดจะมีโอกาสเกิดขึ้นเท่าใดโดยเรียกกรณีนี้ว่าเป็นกรณีวิเคราะห์ภายใต้ความเสี่ยงและความไม่แน่นอน

ระบบผลิตภัณฑ์คงคลังที่จะนำมาใช้ในการวิจัยปรับปรุง

ระบบผลิตภัณฑ์คงคลังของชิ้นส่วนอะไหล่ของเครื่องจักรใหญ่ของเรือ P.G.M. ที่ทำการวิจัยนี้

เป็นลักษณะของการส่งกำลังบำรุงทางการทหาร (Logistical) ซึ่งไม่สามารถที่จะยอมให้เกิดการขาดแคลนของชิ้นอะไหล่ได้เพราะจะทำให้เกิดความเสียหายในทางยุทธการ และข้อมูลของปริมาณความต้องการชิ้นส่วนอะไหล่มีลักษณะความน่าจะเป็น (Probabilistic Demand) นอกจากนี้ในการสั่งซื้อของชิ้นส่วนอะไหล่ตามระบบปัจจุบัน ต้องมีระยะเวลาในการนำเนื่องจากอะไหล่ส่วนใหญ่ต้องสั่งจากต่างประเทศ เช่นสหรัฐอเมริกา และการสั่งซื้อเป็นไปตามระเบียบราชการซึ่งมีขั้นตอนมากจึงทำให้มีช่วงนำ เกิดขึ้น

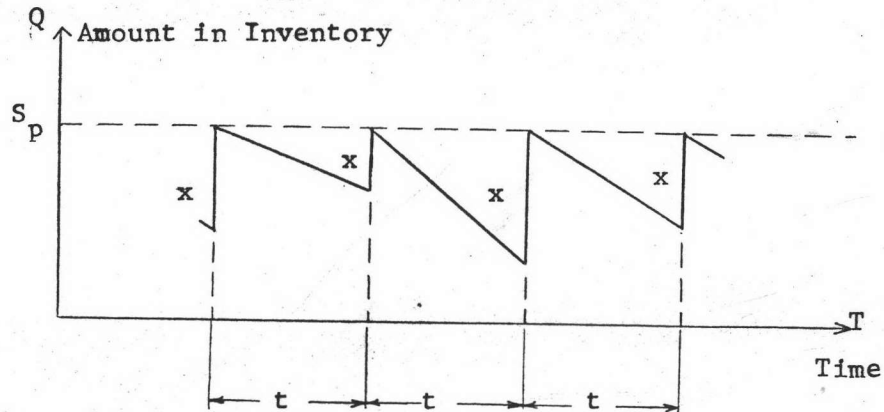
ระบบผลิตคงคลังแบบ (1,3) ที่มีระยะเวลานำซึ่งเป็นระบบผลิตคงคลังที่ไม่มีการขาดแคลน ได้แก่ The Probabilistic Scheduling Period System with Leadtime และ The Probabilistic Reorder - Point - Lot - Size System with Leadtime

แต่เนื่องจากเมื่อศึกษาข้อมูลปริมาณความต้องการใช้อะไหล่บางชนิด ไม่สามารถที่จะใช้กับระบบ The Probabilistic Reorder - Point - Lot - Size System with Leadtime เนื่องจากความต้องการของชิ้นส่วนอะไหล่ในช่วงเวลาต่าง ๆ ของเวลาไม่เป็นผลคูณของ Lot - Size ดังนั้นจึงไม่สามารถหาคำตอบที่เหมาะสมที่สุดด้วยระบบนี้ได้

ดังนั้น ในรายงานการวิจัยนี้จะกล่าวถึงระบบ The Probabilistic Scheduling Period System with Leadtime เพียงระบบเดียว โดยการใช้เครื่องคอมพิวเตอร์ IBM360-136 ของสถาบันคอมพิวเตอร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย ช่วยในการคำนวณหาคำตอบที่เหมาะสมของระบบผลิตชนิดเดียว (Single Item) และผลิตหลายชนิด (Multiple Item) ด้วยภาษา Fortran IV ดังแสดงรายละเอียดไว้ในภาคผนวก ค.

แต่ก่อนที่จะกล่าวถึงระบบการคงคลังดังกล่าว ซึ่งมีระยะเวลานำเข้า เราจำเป็นต้องกล่าวถึงระบบการคงคลังซึ่งไม่มีเวลาการนำเข้าก่อน เพราะเป็นระบบพื้นฐานของระบบที่จะทำการศึกษาวิจัย ดังนี้

Probabilistic Scheduling - Period System without Leadtime



รูปที่ 3.4 แสดงการเปลี่ยนแปลงระดับของปริมาณพัสดุคงคลังในระบบ

Probabilistic Scheduling-Period System without Leadtime

สมมุติฐาน (Assumption)

1. ไม่อนุญาตให้มีการสร้างพัสดุหรือการขาดแคลนพัสดุ
2. อัตราการสั่งพัสดุเข้าคลังเป็นแบบทันทีทันใด (Instantaneous Replenishment)

Rate)

3. อัตราความต้องการใช้พัสดุในแต่ละช่วงเวลาไม่แน่นอน
4. ไม่มีระยะเวลาการนำเข้า (Leadtime)
5. ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาพัสดุมีค่าคงที่ (C_1) มีหน่วยเป็นบาทต่อหน่วยเวลา
6. ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือจัดหาต่อครั้งมีค่าคงที่ (C_3) มีหน่วยเป็นบาทต่อครั้งการ

สั่งซื้อ

7. กำหนดเวลาที่จะทำการสั่งซื้ออยู่ในทุก ๆ ช่วงเวลา t ที่เหมาะสม
8. ปริมาณพัสดุคงคลังที่สั่งซื้อหรือจัดหาจะมาจะเป็นปริมาณที่ทำให้ปริมาณพัสดุคงคลังที่มีอยู่รวมกับปริมาณพัสดุที่สั่งซื้ออยู่ในระดับสูงสุดที่ยอมให้มีพัสดุอยู่ในคลังในช่วงเวลา t ซึ่งไม่ทำให้เกิดการขาดแคลนพัสดุคงคลัง

กำหนดให้

- t = ช่วงระยะเวลาในการสั่งซื้อ (Scheduling Period)
 $x(t)$ = ปริมาณความต้องการผลิตในช่วงระยะเวลา t (Demand During Scheduling Period)
 $\bar{x}(t)$ = ปริมาณความต้องการผลิตโดยเฉลี่ยในช่วงระยะเวลา t (Mean of Demand During Scheduling Period)
 $f(x)$ = Probability density ของความต้องการในช่วงระยะเวลา t
 r = อัตราความต้องการใช้ผลิตโดยเฉลี่ย (Average Rate of Demand) มีค่าเท่ากับ $\frac{\bar{x}(t)}{t}$

เนื่องจากในระบบนี้ไม่ยอมให้เกิดการขาดแคลนผลิต ดังนั้นระดับของผลิตคงคลัง (S_p) จะต้องมากพอกับความต้งการสูงสุดที่เกิดขึ้นในช่วงระยะเวลา t ซึ่งจะไม่ทำให้เกิดการขาดแคลนผลิต นั่นคือ

$$S_p = x_{\max}(t) \quad (1)$$

ปริมาณของผลิตคงคลังเฉลี่ยในช่วงระยะเวลา t ที่มีความต้องการใช้ผลิตจะมีค่าเท่ากับ $S_p - x/2$ ดังนั้น ค่าคาดหวังโดยเฉลี่ยของปริมาณผลิตที่มีอยู่ในคลัง (The Expected Average Amount in Inventory) จะมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} (S_p - \frac{x}{2}) f(x) dx \\
 &= S_p \frac{\bar{x}(t)}{2} \\
 &= S_p - \frac{rt}{2} \quad (2)
 \end{aligned}$$

เนื่องจากจำนวนการสั่งซื้อหรือสต็อกในช่วงที่จะทำการวิเคราะห์ต่อหน่วยเวลา คือ $1/t$ ดังนั้นจากสมการที่ (1) และ (2) เราจะได้ค่าคาดหวังซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดของระบบ

The Expected Average Amount in Inventory คือ

$$\begin{aligned} C(t) &= c_1 \left(s_p - \frac{rt}{2} \right) + c_3/t \\ &= c_1 x_{\max}(t) - \frac{rt}{2} + c_3/t \end{aligned} \quad (3)$$

ดังนั้นในการที่จะหาช่วงระยะเวลา t ที่เหมาะสมเราจำเป็นต้องรู้เกี่ยวกับฟังก์ชันของ $x_{\max}(t)$ เราจึงกำหนดให้

$$x_{\max}(t) = \bar{x}(t)A(t) = rbA(t) \quad (4)$$

โดยที่ $A(t)$ เป็นฟังก์ชันที่สัมพันธ์ระหว่างความต้องการใช้พัสดุซึ่งเกิดขึ้นมากที่สุดในช่วงระยะเวลา t กับความต้องการใช้พัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น ดังนั้นจะได้

$$A(t) \geq 1 \quad (5)$$

ดังนั้นโดยการแทนค่าของ x_{\max} จากสมการที่ (4) ลงในสมการที่ (3) จะได้

$$C(t) = c_1 \left[A(t) - \frac{1}{2} \right] rt + c_3/t \quad (6)$$

คราวนี้มาพิจารณากรณีพิเศษ 2 กรณีของฟังก์ชัน $A(t)$ ซึ่งจะมีผลต่อค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบ

กรณี $A(t) = k$

เมื่ออัตราส่วนระหว่างความต้องการใช้พัสดุมากที่สุดในช่วงเวลา กับความต้องการใช้พัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้นสัมพันธ์ให้มีค่าคงที่ จากสมการที่ (6) เราจะได้

$$C(t) = c_1 \left(k - \frac{1}{2} \right) rt - c_3/t \quad (7)$$

ดังนั้นเราจะได้ผลลัพธ์ของระบบนี้คือ

$$t_0 = \sqrt{\frac{2c_3/c_1 r(2k - 1)}{}} \quad (8)$$

$$s_p = k \sqrt{\frac{2rc_3/c_1(2k - 1)}{}} \quad (9)$$

$$C_0 = \sqrt{2c_1c_3r(2k - 1)} \quad (10)$$

กรณี $A(t) = 1 + b/t$

ตามความเป็นจริงแล้วการใช้อัตราส่วนระหว่างความต้องการใช้พลังงานที่สุดกับความต้องการใช้พลังงานโดยเฉลี่ย โดยทั่วไปขึ้นอยู่กับช่วงระยะเวลา t ซึ่งถ้า t มีค่ามากจะทำให้อัตราส่วนมีค่าน้อยลง เมื่อ

$$A(t) = 1 + b/t \quad (11)$$

โดยที่ $[b] = [T]$ สัมการของค่าใช้จ่ายของระบบนี้เมื่อแทนค่า $A(t)$ ลงในสมการที่

(6) จะได้

$$\begin{aligned} C(t) &= c_1 \left(1 + \frac{b}{t} - \frac{1}{2}\right)rt + c_3/t \\ &= c_1 \frac{rt}{2} + c_1 br + c_3/t \end{aligned} \quad (12)$$

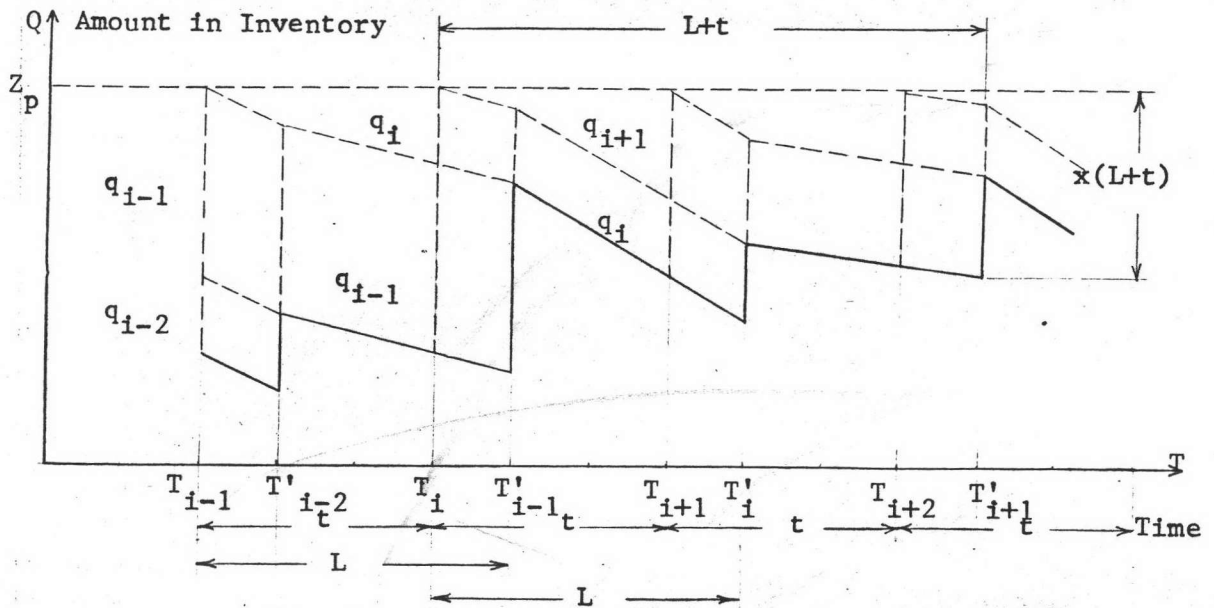
ดังนั้นเราจะได้สมการผลลัพธ์ที่เหมาะสมดังนี้

$$t_0 = \sqrt{2c_3/(rc_1)} \quad (13)$$

$$s_p = \sqrt{2rc_3/c_1 + br} \quad (14)$$

$$C_0 = \sqrt{2rc_1c_3 + c_1br} \quad (15)$$

Probabilistic Scheduling - Period System with Leadtime



รูปที่ 3.5 แสดงระบบ Probabilistic Scheduling-Period with Leadtime

สมมติฐาน (Assumption)

ส่วนใหญ่จะเหมือนกับระบบที่ไม่มีระยะเวลาในการนำเข้ามา มีที่แตกต่างก็คือ ปริมาณ-
 ผลิตที่จะส่งเข้ามาจะมีผลทำให้ปริมาณผลรวมของผลิตคงคลังที่มีอยู่ (On Hand) กับผลิตที่จะส่งมา
 แล้วแต่ยังไม่ได้รับ (On Order) มีระดับสูงสุดที่ยอมให้มีได้ในคลังมีเท่ากับ Z และปริมาณของผลิต
 ที่ส่งไปจะได้รับหลังจากระยะเวลาได้ผ่านไปแล้วเป็นเวลา L หน่วย

กำหนดให้

- L = ระยะเวลาการนำเข้า (Leadtime)
 t = ช่วงระยะเวลาที่ทำการสั่งซื้อหรือจัดหาผลิต
 $x(T)$ = ปริมาณความต้องการผลิตในช่วงระยะเวลา T
 $x(t)$ = ปริมาณความต้องการผลิตในช่วงเวลา t ใดๆ (The Demand Size During Some Period T)

- v = ตัวแปรสุ่ม (Random Variable) แทนปริมาณความต้องการในช่วงระยะเวลาการนำเข้า
- $h(v)$ = ฟังก์ชันของการแผ่กระจายที่เป็นไปได้ของปริมาณความต้องการในช่วงระยะเวลาการนำเข้า (Probability Distribution of Demand During Leadtime) v เป็นตัวแปรสุ่มแบบต่อเนื่อง (Continuous Random Variable)
- $H(v)$ = ฟังก์ชันของการแผ่กระจายที่เป็นไปได้ของปริมาณความต้องการในช่วงระยะเวลาการนำเข้า v เป็นตัวแปรสุ่มแบบช่วง (Discrete Random Variable)
- Z_p = ระดับปริมาณพัสดุคงคลังที่ยอมให้มีในพัสดุดังคลัง

ในพัสดุดังคลังระบบนี้ไม่ยอมให้มีการขาดแคลนพัสดุดังคลัง ฉะนั้น ปริมาณของพัสดุที่มีอยู่ในคลังต้องมากพอกับความต้องการใช้พัสดุในช่วงระยะเวลาการนำเข้ารวมกับช่วงเวลาที่ส่งซื้อ ($L+t$) จึงจะทำให้ไม่เกิดการขาดแคลนพัสดุดังคลัง ด้วยเหตุผลนี้แน่นอนที่สุด ระดับของ Z คือ ระดับของพัสดุดังคลังที่เหมาะสมที่สุดซึ่งจะได้

$$Z_p = X_{\max}(L+t) \quad (16)$$

ปริมาณพัสดุดังคลังโดยเฉลี่ยที่คาดหวังไว้ของระบบนี้เราสามารถหาได้โดยวิธีเดียวกับระบบที่ไม่มีระยะเวลาการนำเข้าดังที่กล่าวมาแล้ว ดังนั้นเราจะได้

$$I_1 = Z_p - rL - \frac{rt}{2} \quad (17)$$

เนื่องจากจำนวนการสั่งซื้อในช่วงเวลาที่ทำการวิเคราะห์ต่อหน่วยเวลาคือ $\frac{1}{t}$ ดังนั้นเราจะได้ค่าคาดหวังซึ่งเป็นค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดของระบบเท่ากับ

$$C(t) = c_1 \left(Z_p - rL - \frac{rt}{2} \right) + c_3/t \quad (18)$$

กำหนดให้ $A(T)$ เป็นฟังก์ชันแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความต้องการใช้พัสดุดังคลังในช่วงเวลาต่าง ๆ กับปริมาณความต้องการใช้พัสดุโดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้นจะได้

$$A(T) = \frac{x_{\max}}{x(T)} = \frac{x_{\max}}{rt}$$

จากสมการ 16 จะเขียนได้เป็น

$$Z_p = r(L+t) A(L+t)$$

ดังนั้นสมการ (18) จะมีค่าเท่ากับ

$$C(t) = c_1 \left[(L+t) A(L+t) - (L+\frac{t}{2}) \right] r + c_3/t \quad (19)$$

จากสมการ (19) จะเห็นได้ว่าผลลัพธ์ของระบบนี้จะขึ้นอยู่กับฟังก์ชัน $A(T)$ ซึ่งเราจะพิจารณากรณีพิเศษ 2 กรณี คือ

กรณี $A(T) = k$

ถ้า $A(t)$ เป็นค่าคงที่ k ไม่ขึ้นอยู่กับ T แล้วจากสมการ (19) เราจะได้

$$C(t) = c_1 L (k-1) r + c_1 t (k-1) r + c_3/t \quad (20)$$

จะได้ผลลัพธ์ซึ่งเป็นค่าที่เหมาะสมดังนี้

$$t_0 = \sqrt{2c_3 / [c_1 r (2k-1)]} \quad (21)$$

$$Z_p = rLk + k \sqrt{2rc_3 / c_1 (2k-1)} \quad (22)$$

$$C_0 = c_1 L (k-1) r + \sqrt{2c_1 C_3 r (2k-1)} \quad (23)$$

กรณี $A(T) = 1+b/T$

เมื่อฟังก์ชัน $A(T)$ มีค่าลดลงจะทำให้ T มีค่ามากขึ้น ดังนั้นเราจึงมาพิจารณาความสัมพันธ์ของ

$$A(T) = \frac{1+b}{T} \quad (24)$$

โดยการแทนค่า $A(T)$ ลงในสมการ (19) เราจะได้สมการของค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบเป็น

$$C(t) = c_1 br + \frac{c_1 r^2}{2} + \frac{c_3}{t} \quad (25)$$

จากสมการจะเห็นว่าค่าใช้จ่ายทั้งหมดของระบบไม่ขึ้นอยู่กับระยะเวลาการนำเข้า L เราจะได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดดังนี้

$$t_0 = \sqrt{2c_3/rc_1} \quad (26)$$

$$Z_p = (b+1) r + \sqrt{2rc_3/c_1} \quad (27)$$

$$C(t_0) = \sqrt{2c_1c_3r} + c_1br \quad (28)$$

จากที่กล่าวมาแล้วเป็นระบบการคงคลังที่เหมาะสมที่สุดของผลิตเพียงชนิดเดียวเท่านั้น (Single Item) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วในการสั่งซื้อหรือจัดหาผลิตภัณฑ์ส่วนใหญ่แล้วจะทำการสั่งซื้อผลิตภัณฑ์หลาย ๆ ชนิดพร้อมกัน (Multiple Items) ซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อเพียงครั้งเดียวเป็นการทำให้ลดค่าใช้จ่ายลงได้

Multiple Items

สมมติให้มีผลิต N ชนิดที่เราจะพิจารณาเพื่อศึกษาในการสำรองผลิตคงคลัง

กำหนดให้

$$c_{1i} = \text{ค่าใช้จ่ายในการเก็บรักษาผลิตคงคลังในผลิตยชนิดที่ } i \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$c_3 = \text{ค่าใช้จ่ายในการสั่งซื้อหรือจัดหาผลิต ซึ่งจะคงที่ไม่ขึ้นอยู่กับชนิด และจำนวนของผลิตที่สั่งซื้อ}$$

$$r_i = \text{อัตราความต้องการใช้ผลิตโดยเฉลี่ยในชนิดที่ } i \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$t_i = \text{ช่วงระยะเวลาในการสั่งซื้อผลิตในแต่ละชนิดที่ } i \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$L_i = \text{ช่วงระยะเวลาการนำเข้าไปในการจัดซื้อผลิตภัณฑ์ } i \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$Z_{pi} = \text{ระดับของผลิตภัณฑ์สูงสุดซึ่งยอมให้ได้ในคลังของผลิตภัณฑ์ } i \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$X_i(t) = \text{ปริมาณความต้องการใช้ผลิตภัณฑ์ ในช่วงเวลา } t \text{ ใด ๆ} \\ (i = 1, 2, 3, \dots, N)$$

$$A_i(T) = \text{เป็นฟังก์ชันซึ่งแสดงความสัมพันธ์ระหว่างปริมาณความต้องการ} \\ \text{ผลิตภัณฑ์ } i \text{ ในช่วงเวลา } t \text{ ใด ๆ กับปริมาณความต้องการผลิตภัณฑ์} \\ \text{ที่ } i \text{ นั้น โดยเฉลี่ยในช่วงเวลานั้น}$$

จากสมการของ Single item ในสมการที่ (16) และ (17) จะได้

$$Z_{pi} = X_i \max (L_i + t_i) \quad (29)$$

$$I_{1i} = \frac{Z_{pi} - r_i t_i - r_i L_i}{2} \quad (30)$$

ให้ t_k = ช่วงระยะเวลาของการจัดซื้อหรือจัดหาผลิตภัณฑ์ k ใด ๆ ซึ่งมีช่วงระยะเวลาสั้นที่สุด
ดังนั้น

$$t_k = t \leq t_j, i = 1, 2, 3, \dots, N$$

ในการจัดซื้อผลิตภัณฑ์หลายชนิดจะต้องมีการลดช่วงระยะห่างของเวลาที่ทำการจัดซื้อหรือ
จัดหาผลิตภัณฑ์ j จาก t_j มาเป็น t_j' โดยให้ $t_j' = t$ แล้วจะได้ปริมาณผลิตโดยเฉลี่ยซึ่งมีอยู่
ในคลังลดลงจาก I_{1j} มาเป็น I_{1j}' นั่นคือ $I_{1j}' < I_{1j}$ ซึ่งจะทำให้เสียค่าใช้จ่ายในการเก็บ
รักษาผลิตภัณฑ์ลดลง

สำหรับค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อหรือสดหานั้นจะเห็นได้ว่า ถ้าเราจัดซื้อผลิตภัณฑ์ k ทุก ๆ
ช่วงเวลา $t_k = t$ เนื่องจากว่าค่าใช้จ่ายในการจัดซื้อนั้นจะไม่ขึ้นอยู่กับชนิดและจำนวนของผลิตภัณฑ์ k
ดังนั้นถ้ามีการจัดซื้อผลิตภัณฑ์ j ในช่วงเวลา $t_j' = t$ จะไม่ทำให้เสียค่าใช้จ่ายเพิ่มขึ้นเลย

ซึ่งเราจะเห็นได้ว่าถ้าเราทำการตัดซื้อผลิตภัณฑ์ j และ k พร้อม ๆ กันแล้วจะทำให้มีค่าใช้จ่ายทั้งหมดลดลง ฉะนั้น จะเห็นได้ว่าจุดที่เหมาะสมที่สุดที่เราจะทำการตัดซื้อแล้วมีค่าใช้จ่ายทั้งหมดที่เกิดขึ้นน้อยที่สุดจะต้องให้ t_j น้อยกว่า t_k กล่าวคือผลิตภัณฑ์ต่าง ๆ ที่ทำการตัดซื้อพร้อม ๆ กันจะต้องมีช่วงระยะเวลาในการตัดซื้อเท่ากับช่วงระยะเวลาในการตัดซื้อน้อยที่สุด

จากสมการที่ (18) เราจะได้ผลรวมของค่าใช้จ่ายดังนี้

$$C(t) = \sum_{i=1}^n c_1 \left(\frac{Z_{pi} - r_i t - r_i L_i}{2} \right) + c_3/t \quad (31)$$

ให้

$$A_i(T) = \frac{X_{imax}}{\bar{X}_i(T)} = \frac{X_{imax}}{r_i t_i}$$

จากสมการที่ (29) และ (31) เราเขียนได้เป็น

$$Z_{pi} = r_i (L_i + t) A_i (1_i + t) \quad (32)$$

$$C(t) = \sum_{i=1}^N c_{1i} \left[(L_i + t) A_i (1_i + t) - (L_i + \frac{t}{2}) \right] r_i + c_3/t \quad (33)$$

จากสมการที่ (33) จะเห็นว่าค่าใช้จ่ายทั้งหมดจะมีค่ามากหรือน้อยขึ้นอยู่กับฟังก์ชัน $A_i(T)$

ในกรณี $A_i(T) = k$

กรณี $A_i(T)$ มีค่าคงที่ k ซึ่งไม่ขึ้นอยู่กับค่า T แล้วเราจะได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมที่สุดโดยวิธีเดียวกับที่กล่าวมาแล้วดังนี้

$$t_0 = \min \sqrt{\frac{2C_3}{C_1 i r_i} (2k-1)} \quad (34)$$

$$Z_{pi0} = r_i L_i k_i + k_i t_0 r_i \quad (35)$$

ส่วนค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดสามารถหาได้โดยการนำเอาค่า t_0 และ Z_{pi0} แทนลงใน

สมการ (31)

ในกรณี $A_i(T) = 1+B/T$

จะได้ผลลัพธ์ที่เหมาะสมดังนี้

$$t_0 = \min \sqrt{2C_3/r_i C_{1i}} \quad (36)$$

$$Z_{pi0} = (b+L_i) r_i + t_0 r_i \quad (37)$$

ส่วนค่าใช้จ่ายรวมทั้งหมดหาได้จากแทนค่า t_0 และ Z_{pi0} ลงในสมการ (31)

เช่นเดียวกัน