บทที่ 3

หลักการออกแบบเลนส์

ในการคำนวณออกแบบรูปร่างของเลนส์ เพื่อนำมาใช้ในทัศนอุปกรณ์ทั่ว ๆ ไป สิ่งแรกที่จะต้องทราบก็คือ ค่าคงที่ของแก้วที่จะใช้สร้างเป็นเลนส์ แต่เนื่องจากแก้วที่จะนำมาใช้ในการสร้างเลนส์หน้ากล้องของกล้องโทรทรรศน์ในงานวิจัยนี้เป็นแก้วธรรมดา ไม่ใช่แก้วทางทัศนศาสตร์ จึงจำเป็นที่จะต้องหาค่าคงที่ทางทัศนศาสตร์ของแก้วชิ้นนี้ก่อน เพื่อนำไปใช้ในการคำนวณออกแบบรูปร่างของเลนส์ต่อไป

1. ค่าคงที่ของแก้ว

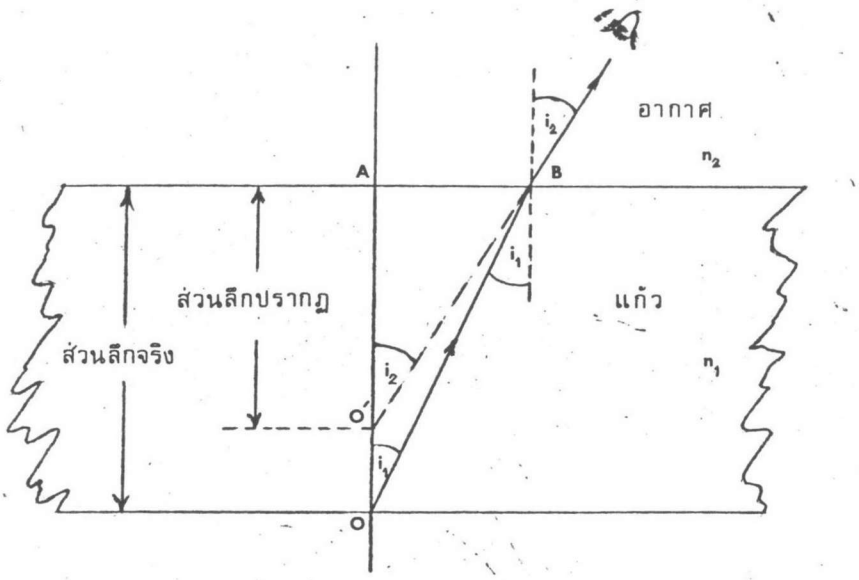
ค่าคงที่ของแก้วที่จะต้องใช้ในการคำนวณออกแบบรูปร่างเลนส์คือ ค่าดรรชนีหักเหและค่าวี

1.1 วิธีหาค่าดรรชนีหักเห

วิธีที่จะหาค่าดรรชนีหักเหมีหลายวิธี เช่น

1.1.1 โดยใช้กล้องจุลทรรศน์ชนิดเลื่อนได้(6)

วิธีนี้ใช้กับแผ่นแก้วที่มีผิวบนและผิวล่างขนานกัน กล้องจุลทรรศน์ชนิดเลื่อนได้ (traveling microscope) แบบนี้มีกำลังขยายต่ำ เมื่อมองผ่านกล้องเข้าไปกล้องจะมีระยะชัดที่คงที่ คือ ถ้าเลื่อนวัตถุสูงขึ้น ก็จะต้องเลื่อนลำกล้องสูงขึ้นเป็นระยะทางเท่ากันจึงจะเห็นวัตถุนั้นชัดเหมือนเดิมอีก มาตราส่วนสำหรับอ่านระยะที่กล้องเลื่อนขึ้นลงมีความละเอียดถึง 0.001 เซนติเมตร ในการทดลองจะวัดหาส่วนลึกจริง และส่วนลึกปรากฏของวัตถุเมื่อมองผ่านแก้วดังรูปที่ 3.1 ในเมื่อ O คือวัตถุ O′ คือภาพที่ตาเห็น



รูปที่ 3.1 ส่วนลึกจริงและส่วนลึกปรากฏของวัตถุเมื่อมองผ่านแก้ว

การคำนวณหาค่าดรรชนีหักเหของแก้ว ทำได้ดังนี้

จากรูปที่ 3.1 $\tan i_1 = \frac{AB}{AO}$ (3.1)

$\tan i_2 = \frac{AB}{AO'}$ (3.2)

(3.1) ÷ (3.2) $\frac{\tan i_1}{\tan i_2} = \frac{AO'}{AO}$ (3.3)

ในกรณีนี้มองลงตรง ๆ ในแนวดิ่งผ่านกล้องจุลทรรศน์ นั่นคือ i_1 และ i_2 ต่างก็เป็นมุมเล็ก ดังนั้น

$\frac{i_1}{i_2} = \frac{AO'}{AO}$ (3.4)

จากกฎของสเนล $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$

เมื่อ i_1 และ i_2 เป็นมุมเล็กได้ว่า $\frac{i_1}{i_2} = \frac{n_2}{n_1}$ (3.5)

จากสมการ (3.4) และ (3.5) ได้ว่า $n_1 = \frac{AO}{AO'} n_2$ (3.6)

n_1 เป็น ดรรชนีหักเหของแก้ว

n_2 เป็น ดรรชนีหักเหของตัวกลางที่วางแก้วไว้ ในที่นี้คือ

อากาศมีดรรชนีหักเห = 1

AO' เป็น ส่วนลึกปรากฏ

AO เป็น ส่วนลึกจริง

จากสมการ (3.6) ได้ว่า

$$\text{ดรรชนีหักเหของแก้ว} = \frac{\text{ส่วนลึกจริง}}{\text{ส่วนลึกปรากฏ}} \quad (3.7)$$

ดังนั้น เมื่อวัดหาส่วนลึกจริงและส่วนลึกปรากฏของวัตถุเมื่อมองผ่านแก้ว โดยใช้กล้องจุลทรรศน์ชนิดเลื่อนได้ ก็สามารถคำนวณหาค่าดรรชนีหักเหของแก้วได้จากสมการ (3.7)

1.1.2 โดยใช้สเปกโตรมิเตอร์[6]

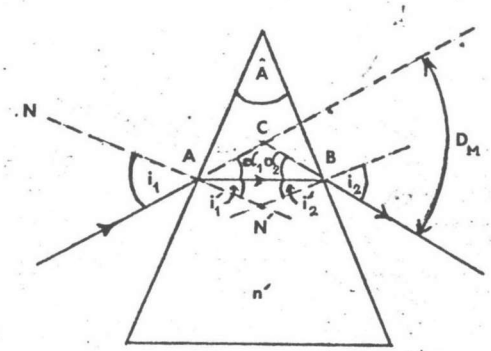
แก้วที่จะหาดรรชนีหักเหโดยวิธีนี้ต้องเป็นรูปปริซึม สเปกโตรมิเตอร์ (spectrometer) มีส่วนประกอบที่สำคัญ คือ

1. คอลลิเมเตอร์ (collimator) มีลักษณะเป็นกล้องที่ประกอบด้วยช่องเปิดแคบ ๆ (slit) กับเลนส์นูน ช่องเปิดแคบจะอยู่ที่จุดโฟกัสของเลนส์นูน เพื่อให้แสงที่ออกจากคอลลิเมเตอร์ไปยังปริซึมเป็นแสงขนาน

2. กล้องโทรทรรศน์เพื่อหาตำแหน่งของภาพของช่องเปิดแคบ ๆ นั้น

ทั้งคอลลิเมเตอร์และกล้องโทรทรรศน์ต่างก็ติดอยู่บนแขนแต่ละอันที่ยื่นมาจากหลักกลาง ซึ่งเป็นแท่นวางปริซึมตั้งอยู่บนสามขา และต่างก็หมุนได้โดยอิสระรอบหลักกลาง กล้องโทรทรรศน์จะมีมาตราส่วนสำหรับอ่านค่ามุมที่กล้องหมุนไป ซึ่งสามารถอ่านได้ละเอียดถึง 0.01 องศา

ในการหาค่าดรรชนีหักเหของแก้วนี้ จะใช้แสงสีเหลืองจากหลอดโซเดียมมีความยาวคลื่น 589.3 นาโนเมตรผ่านคอลลิเมเตอร์ แสงขนานจากคอลลิเมเตอร์จะตกบนปริซึมซึ่งวางอยู่บนแท่นผ่านเข้ากล้องโทรทรรศน์โดยสเปกโตรมิเตอร์นี้วัดหามุมยอด และมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุดของปริซึมได้ นำค่ามุมทั้ง 2 นี้มาคำนวณหาค่าดรรชนีหักเหของแก้วทำเป็นปริซึม



รูปที่ 3.2 มุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุดของปริซึม

ในรูปที่ 3.2 แสดงทางเดินของแสงผ่านปริซึม โดยมี

i_1 เป็น มุมที่แสงตกกระทบบนผิวด้านหนึ่งของปริซึม

i'_1 เป็น มุมที่แสงหักเหเข้าไปในปริซึม

i'_2 เป็น มุมที่แสงตกกระทบบนผิวด้านที่ 2 ของปริซึม

i_2 เป็น มุมที่แสงหักเหออกจากปริซึม

A เป็น มุมยอดของปริซึม

D เป็น มุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด

n' เป็น ดรรชนีหักเหของแก้วที่ใช้ทำปริซึม

มุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุดจะเกิดขึ้นเมื่อ $i_1 = i_2$ ซึ่งจะทำให้ $i'_1 = i'_2$ และ $\alpha_1 = \alpha_2$ ด้วย

จากรูปที่ 3.2 ใน Δ ABC ได้ว่า

$$D = \alpha_1 + \alpha_2 = 2\alpha_1 \qquad (3.8)$$

และ Δ ABN' ได้ว่า

$$A = i'_1 + i'_2 = 2i'_1 \qquad (3.9)$$

แต่

$$i_1 = \alpha_1 + i'_1 \qquad (3.10)$$

แทนค่า α_1 จากสมการ (3.8) และ i'_1 จากสมการ (3.9) ลงในสมการ (3.10)

$$i_1 = \frac{1}{2}(A + D) \qquad (3.11)$$

จากกฎของสเนลได้ว่า

$$n \sin i_1 = n' \sin i'_1$$

ในที่นี้ n คือ ดรรชนีหักเหของอากาศ = 1 จะได้ว่า

$$n' = \frac{\sin i_1}{\sin i'_1} \qquad (3.12)$$

แทนค่า i_1 จากสมการ (3.11) และ i'_1 จากสมการ (3.9) ลงในสมการ (3.12)

$$n' = \frac{\sin \frac{(A + D)}{2}}{\sin \frac{A}{2}} \qquad (3.13)$$

จากสมการ (3.13) จะเห็นได้ว่า ถ้าวัดมุมยอดของปริซึม (A) และมุมเบี่ยงเบนน้อยที่สุด (D) โดยใช้สเปกโตรมิเตอร์ได้ ก็จะทราบค่าดรรชนีหักเหของแก้วที่ใช้ทำปริซึมนั้น

11551603 9

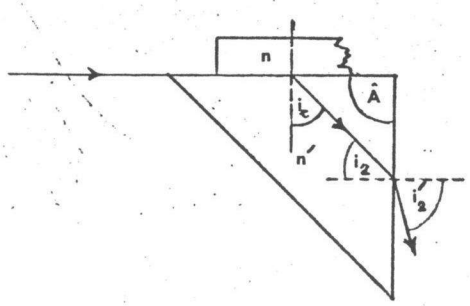
1.1.3 โดยใช้รีแฟรกโตมิเตอร์(6)

รีแฟรกโตมิเตอร์ (refractometer) มีหลายแบบ ในที่นี้จะอธิบายถึงพูลฟริชรีแฟรกโตมิเตอร์ (Pulfrich refractometer) ซึ่งอาศัยหลักการของมุมวิกฤต (critical angle) คือ ให้แสงตกกระทบเป็นมุมฉากจากตัวกลางที่มีดรรชนีหักเหน้อยกว่า (n) ไปยังตัวกลางที่มีดรรชนีหักเหมากกว่า (n') แสงจะหักเหไปมากที่สุดเท่าที่จะหักเหได้ เรียกมุมหักเหมากที่สุดนี้ว่า มุมวิกฤต (i_c) เพราะฉะนั้นจากกฎของสเนลได้ว่า

$$n \sin 90^\circ = n' \sin i_c$$

$$\sin i_c = \frac{n}{n'} \qquad (3.14)$$

ในพูลฟริชรีแฟรกโตมิเตอร์ใช้ปริซึมเป็นฐานสำหรับวางสารที่จะหาค่าดรรชนีหักเห โดยที่ค่าดรรชนีหักเหของปริซึมจะมีค่ามากกว่าของสารนั้น ให้แสงสีเดียวผ่านสารทำมุมตกกระทบเป็นมุมฉาก ดังรูปที่ 3.3 แสงจะหักเหเข้าปริซึมทำมุมหักเหเท่ากับมุมวิกฤตตามสมการ (3.14)



รูปที่ 3.3 มุมวิกฤตในพูลฟริชรีแฟรกโตมิเตอร์

n เป็น ดรรชนีหักเหของแก้วที่ต้องการหาค่า

n' เป็น ดรรชนีหักเหของปริซึม

A เป็น มุมยอดของปริซึม

i_c เป็น มุมวิกฤต

หอสมุดกลาง จุฬาลงกรณมหาวิทยาลัย

i_2 เป็น มุมตกกระทบบนหน้าที่ 2 ของปริซึม

i'_2 เป็น มุมหักเหของหน้าที่ 2 ของปริซึม

จากกฎของสเนลได้ว่า

$$\sin i'_2 = n' \sin i_2 \qquad (3.15)$$

จากรูปที่ 3.3 ได้ว่า $i_c + i_2 = A$

$$i_2 = A - i_c \qquad (3.16)$$

แทนค่า i_2 จากสมการ (3.16) ลงในสมการ (3.15) ได้ว่า

$$\sin i'_2 = n' \sin (A - i_c)$$

$$= n'\left[\sin A \cos i_c - \cos A \sin i_c\right]$$

$$= n'\left[\sin A\sqrt{1-\sin^2 i_c} - \cos A \sin i_c\right]$$

แทนค่า $\sin i_c = \frac{n}{n'}$ จากสมการ (3.14) ได้ว่า

$$\sin i'_2 = n'\left[\sin A \sqrt{1 - \frac{n^2}{n'^2}} - \frac{n}{n'} \cos A\right]$$

$$= \sin A \sqrt{n'^2 - n^2} - n \cos A$$

$$\sqrt{n'^2 - n^2} = \frac{\sin i'_2}{\sin A} + n \cot A$$

$$n'^2 - n^2 = \frac{\sin^2 i'_2}{\sin^2 A} + n^2 \cot^2 A + \frac{2n \cot A \sin i'_2}{\sin A} \qquad (3.17)$$

ในพูลฟริชรีแฟรกโตมิเตอรนี้ มุมยอดของปริซึมเท่ากับ 90° ดังรูปที่ 3.3 ดังนั้นจากสมการ (3.17) ได้ว่า

$$n'^2 - n^2 = \sin^2 i'_2$$

$$n = \sqrt{n'^2 - \sin^2 i'_2} \qquad (3.18)$$

ดังนั้น เมื่อทำการทดลองวัดหาค่ามุมที่หักเหออกจากปริซึม (i'_2) โดยใช้พูลฟริช รีแฟรกโตมิเตอร์ และทราบค่าดรรชนีหักเหของปริซึมที่ใช้เป็นฐาน (n') ก็สามารถคำนวณหาค่าดรรชนีหักเหของแก้วได้

1.2 วิธีหาค่าวี

ค่าดรรชนีหักเหของแก้วจะเปลี่ยนแปรตามความยาวคลื่นของแสง รังสีของแสงที่มีความยาวคลื่นสั้นจะหักเหได้มากกว่ารังสีของแสงที่มีความยาวคลื่นยาวตามที่ได้กล่าวมาแล้วในบทที่ 2 หัวข้อที่ 7 และเรียกความแตกต่างของค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางตามความยาวคลื่นต่าง ๆ นี้ว่า การกระจาย ใช้สัญญลักษณ์ Δn

$$\Delta n = n_F - n_C \qquad (3.19)$$

n_F เป็นค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางเมื่อให้แสงสีน้ำเงินจากหลอดไฮโดรเจนความยาวคลื่น 486.1 นาโนเมตรผ่าน

n_C เป็นค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางเมื่อให้แสงสีแดงจากหลอดไฮโดรเจนความยาวคลื่นคลื่น 656.3 นาโนเมตรผ่าน

จาก ค่าวี $= \dfrac{n_D - 1}{n_F - n_C}$ (3.20)

n_D เป็นค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางเมื่อให้แสงสีเหลืองจากหลอดโซเดียม ความยาวคลื่น 589.3 นาโนเมตรผ่าน

จากสมการ (3.20) จะเห็นได้ว่า จะหาค่าวีได้ต้องทราบค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางเมื่อใช้แสงสีเหลือง สีน้ำเงินและสีแดง ดังนั้นหาค่าดรรชนีหักเหของแก้วโดยวิธีใดวิธีหนึ่งที่กล่าวในหัวข้อ 1.1 โดยใช้แสงสีเหลืองจากหลอดโซเดียมได้เป็น n_D ใช้แสงสีน้ำเงินและสีแดงจากหลอดไฮโดรเจนได้เป็น n_F และ n_C ตามลำดับ แล้วนำค่าที่ได้ทั้ง 3 นี้มาแทนค่าในสมการ (3.20) ก็สามารถคำนวณหาค่าวีของแก้วได้

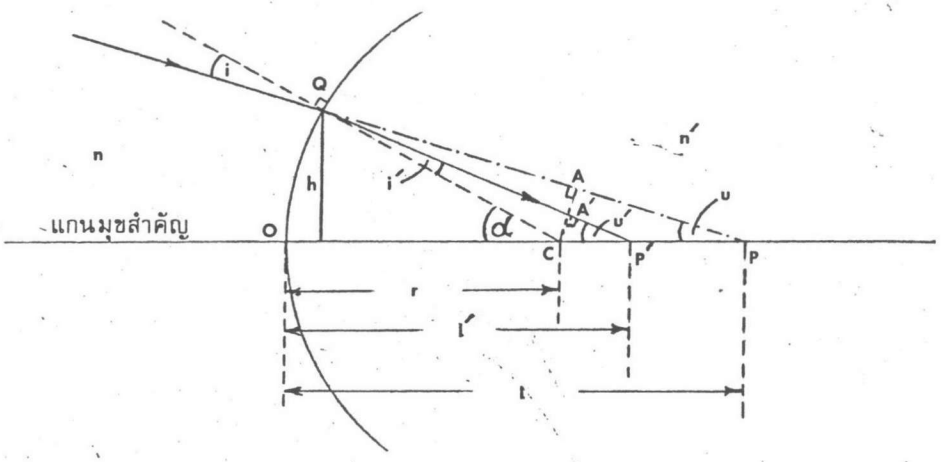
2. การออกแบบรูปร่างของเลนส์

ในการออกแบบรูปร่างของเลนส์หน้ากล้องแบบเลนส์เดี่ยวนี้ ความคลาดที่ต้องคำนึงถึงมีอยู่ 2 ชนิดคือ ความคลาดทรงกลมและโคมา เพราะว่าบริเวณที่เห็นจากกล้องโทรทรรศน์แคบหรืออีกนัยหนึ่งมุมที่วัตถุรองรับที่หน้ากล้องของกล้องโทรทรรศน์เล็กมาก ดังนั้น จึงไม่ต้องคำนึงถึงความคลาดเอกรงค์ชนิดอื่น ๆ ส่วนความคลาดรงค์ของเลนส์เดี่ยวนี้ไม่ได้นำมาพิจารณา เพราะสามารถแก้ไขได้ โดยการใช้แผ่นกรองแสงช่วยในการกรองแสงให้ผ่านเลนส์ได้เพียงแค่แสงสีเดียว ดังนั้น การออกแบบเลนส์หน้ากล้องของกล้องโทรทรรศน์แบบเลนส์เดี่ยวนี้ จึงพยายามออกแบบให้เลนส์มีความคลาดทรงกลม และโคมาน้อยที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ โดยอาศัยวิธีการติดตามรังสีของแสงที่ผ่านเลนส์ (ray tracing) ซึ่งเป็นวิธีการที่นิยมกันอย่างแพร่หลายมาก รังสีที่จะติดตามเพื่อใช้ในการคำนวณหาค่าความคลาดทรงกลมและโคมามีอยู่ 2 รังสี คือ รังสีใกล้แกนมุขสำคัญ (paraxial ray) ซึ่งเป็นรังสีจากวัตถุผ่านระบบทัศนศาสตร์ภายในบริเวณใกล้แกนมุขสำคัญ และรังสีมุขสำคัญ (principal ray) ซึ่งเป็นรังสีจากวัตถุผ่านจุดกลางของหน้ารับแสงของระบบทัศนศาสตร์

จากการติดตามทั้ง 2 รังสีนี้ สามารถนำผลมาคำนวณหาความคลาดทรงกลมและโคมาของเลนส์เดี่ยวที่ทำเป็นเลนส์หน้ากล้องของกล้องโทรทรรศน์ได้

2.1 การติดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ(4),(7)

เมื่อมีรังสีตกกระทบผิวของตัวกลางที่โปร่งใส รังสีจะหักเหไปดังรูปที่ 3.4 โดยมี



รูปที่ 3.4 การติดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ

u เป็น มุมที่รังสีทำกับแกนมุขสำคัญเรียกว่า มุมชัน(slope angle)

i เป็น มุมตกกระทบของรังสีบนผิวหักเหแสง

i′ เป็น มุมหักเหของรังสี

α เป็น มุมที่เส้นปกติของจุดที่รังสีตกบนผิวโค้งทำกับแกนมุขสำคัญ

n เป็น ค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางที่อยู่ทางด้านซ้ายของผิวโค้ง

n′ เป็น ค่าดรรชนีหักเหของตัวกลางที่ใช้ทำเป็นผิวโค้ง

r เป็น รัศมีความโค้งของผิวโค้ง

l เป็น ระยะที่วัดจากผิวโค้งไปยังจุดที่รังสีตกตัดแกนมุขสำคัญเรียกระยะวัตถุ

l′ เป็น ระยะทางจากผิวโค้งไปยังจุดที่รังสีหักเหตัดแกนมุขสำคัญเรียกระยะภาพ

h เป็น ระยะจากแกนมุขสำคัญถึงจุดที่รังสีตกบนผิวโค้ง

สำหรับเครื่องหมายของมุมและระยะต่าง ๆ กำหนดไว้ดังนี้[4] คือ

1. แสงต้องเดินทางจากซ้ายไปขวา

2. มุมชัน (slope angle) เป็นบวก เมื่อหมุนรังสีไปยังแกนมุขสำคัญในทิศทางทวนเข็มนาฬิกา และต้องหมุนไปไม่เกิน 90 องศา

มุมชัน เป็นลบ เมื่อหมุนรังสีไปยังแกนมุขสำคัญในทิศทางตามเข็มนาฬิกา และต้องหมุนไปไม่เกิน 90 องศา

3. ระยะ l เป็นบวก เมื่อจุดที่แสงตกตัดแกนอยู่ทางขวาของผิวโค้ง
เป็นลบ เมื่อจุดที่แสงตกตัดแกนอยู่ทางซ้ายของผิวโค้ง

4. ระยะ r เป็นบวก เมื่อผิวโค้งมีหน้านูนอยู่ทางซ้าย
เป็นลบ เมื่อผิวโค้งมีหน้านูนอยู่ทางขวา

ในกรณีของรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ ทุกมุมในรูปจะเป็นมุมเล็กมาก ถ้า x เป็นมุมเล็ก

$$\sin x = \tan x = x \quad \text{เรเดียน}$$

ดังนั้น จากกฎของสเนล $n \sin i = n' \sin i'$ (3.21)

จะเขียนได้ว่า $n\, i = n'\, i'$

$$i' = \frac{n\, i}{n'} \tag{3.22}$$

ใน ΔQAC, $i = \frac{CA}{r}$ (3.23)

ใน $\Delta QA'C$, $i' = \frac{CA'}{r}$ (3.24)

จะเห็นว่าสมการ (3.22) = สมการ (3.24) ได้ว่า

$$\frac{ni}{n'} = \frac{CA'}{r} \tag{3.25}$$

แทนค่า i จากสมการ (3.23) ลงในสมการ (3.25) ได้ว่า

$$\frac{n\, CA}{n'\, r} = \frac{CA'}{r}$$

$$CA' = \frac{n\ CA}{n'} \qquad (3.26)$$

ใน Δ PAC, $u = \frac{CA}{(1 - r)}$

$$CA = (1 - r)u \qquad (3.27)$$

แทนค่า CA จากสมการ (3.27) ลงในสมการ (3.26) ได้ว่า

$$CA' = \frac{n}{n'}(1 - r)\ u \qquad (3.28)$$

Δ QCP' และ Δ QCP มีมุม OCQ เป็นมุมภายนอก ดังนั้นจะได้ว่า

$$u' + i' = u + i$$

$$u' = u + i - i' \qquad (3.29)$$

ใน Δ P'A'C, $u' = \frac{CA'}{(1' - r)}$

$$1' = r + \frac{CA'}{u'} \qquad (3.30)$$

แทนค่า CA' จากสมการ (3.28) และ u' จากสมการ (3.29) ลงในสมการ (3.30) ได้ว่า

$$1' = r + \frac{n\ (1 - r)u}{n'(u + i - i')} \qquad (3.31)$$

จากสมการ (3.23) และสมการ (3.27) ได้ว่า

$$i = \frac{(1 - r)\ u}{r} \qquad (3.32)$$

จากสมการ (3.24) และสมการ (3.28) ได้ว่า

$$i' = \frac{n\,(1 - r)\,u}{n'\quad r} \tag{3.33}$$

แทนค่า i จากสมการ (3.32) และ i' จากสมการ (3.33) ลงในสมการ (3.31) ได้ว่า

$$1' = r + \frac{n}{n'}\frac{(1 - r)\,u}{\left(u + \frac{(1 - r)u}{r} - \frac{n}{n'}\frac{(1 - r)u}{r}\right)}$$

$$= r + \frac{n(1 - r)u}{n'}\frac{n' r}{1u(n' - n) + n\,r\,u}$$

$$= \frac{n'\,1\,r}{1\,(n' - n) + n\,r}$$

$$11'n' - 11'n + 1'nr = n'\,1\,r$$

หารด้วย 11'r ตลอดจะได้ว่า

$$\frac{n'}{r} - \frac{n}{r} + \frac{n}{1} = \frac{n'}{1'}$$

$$\frac{n'}{1'} = \frac{(n' - n)}{r} + \frac{n}{1} \tag{3.34}$$

จากรูปที่ 3.4 เห็นได้ว่า

$$1 = \frac{h}{u} \tag{3.35}$$

$$1' = \frac{h}{u'} \tag{3.36}$$

แทนค่า l จากสมการ (3.35) และ l' จากสมการ (3.36) ลงในสมการ (3.34)

$$\frac{n' u'}{h} = \frac{(n' - n)}{r} + \frac{n u}{h}$$

$$n' u' = (n' - n) h c + n u$$

c เป็น ค่าความโค้งของผิวโค้ง $= \frac{1}{r}$

$$u' = h c - \frac{n h c}{n'} + \frac{n u}{n'}$$

$$= h c - \frac{n(h c - u)}{n'}$$

จากรูปที่ 3.4 $\alpha = \frac{h}{r} = h c$

เพราะฉะนั้น $u' = \alpha - \frac{n(\alpha - u)}{n'}$

ให้ $A = n(\alpha - u)$

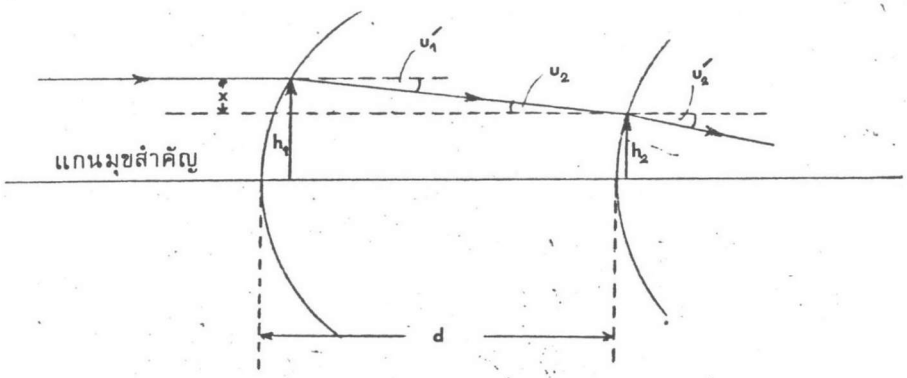
จะได้ว่า $u' = \alpha - \frac{A}{n'}$ (3.37)

ดังนั้น ถ้าทราบค่า h, c, u, n, n' ค่า u' จะหาได้ ซึ่งจะทำให้ทราบได้ว่ารังสีหักเหผ่านเข้าไปในผิวโค้งในทิศทางใด เป็นการติดตามรังสีไกล้แกนมุขสำคัญ สำหรับผิวแรกผิวเดียว ถ้ามีหลาย ๆ ผิวก็จะต้องทำการติดตามรังสีต่อไป โดยใช้วิธีการตามที่ได้กล่าวมาแล้ว ดังรูปที่ 3.5 แสดงถึงการผ่านผิว 2 ผิว ของรังสี ให้ผิวที่ 2 อยู่ห่างจากผิวแรกไปทางขวามือเป็นระยะทาง d

ถ้าสังเกตสัญญลักษณ์ที่ใช้มาจะเห็นว่าสัญญลักษณ์ที่ไม่มีขีดข้างบน เช่น n, c, u จะเป็นค่าทางด้านวัตถุ (object space) ถ้ามีขีดข้างชน เช่น n', c', u' จะแสดงถึงค่าทางด้านภาพ (image space)

เมื่อมีผิวสองผิว ค่าต่าง ๆ สำหรับผิวที่หนึ่งจะมีเลข 1 ห้อยท้าย เช่น u_1, u'_1, n_1, n'_1 เป็นต้น แต่ถ้าเป็นค่าสำหรับผิวที่สองจะมีเลข 2 ห้อยท้าย ตัวอย่างเช่น

u_2, u'_2, n_2, n'_2



รูปที่ 3.5 การคิดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญในผิวโค้ง 2 ผิว

จากรูป ได้ว่า $u_2 = u_1'$ (3.38)

ค่า u_1' เป็นค่าที่หาได้จากการคิดตามรังสีที่ผ่านผิวโค้งผิวแรก

และ $h_2 = h_1 - x$

แต่ $x = du_2 = du_1'$

ดังนั้นจะได้ว่า $h_2 = h_1 - du_1'$ (3.39)

เมื่อทราบค่า h_2, c_2, u_2, n_2, n_2' ก็สามารถหาค่า u_2' ได้จากสมการ (3.37) ถ้ามีหลาย ๆ ผิวก็ใช้สมการ (3.37), (3.38), (3.39) ซ้ำไปเรื่อย ๆ จนกระทั่งได้ภาพสุดท้าย

จากการคิดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญนี้ สามารถนำผลมาคำนวณหาค่าความคลาดทรงกลมแบบหน้าคลื่นได้ จากสูตร

$$0^W40 = \frac{1}{8} S_I \qquad (3.40)$$

$_{0}W_{40}$ เป็นค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลม

และ $$S_I = \sum_{1}^{k} A^2 h \Delta\left(\frac{u}{n}\right) \qquad (3.41)$$

โดยที่ k เป็นจำนวนผิวโค้ง

$$A = n(\alpha - u)$$

$$\Delta\left(\frac{u}{n}\right) = \frac{u'}{n'} - \frac{u}{n}$$

เมื่อทราบค่า A, h, $\Delta\left(\frac{u}{n}\right)$ ของแต่ละผิวจากวิธีการติดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ ก็นำมาแทนค่าในสมการ (3.41) ได้เป็นค่า $S_{I_1}, S_{I_2}, \ldots\ldots, S_{I_k}$ นำค่าทั้งหมดนี้รวมกันได้เป็น S_I แล้วนำค่า S_I นี้แทนค่าลงในสมการ (3.40) ก็จะได้ค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมของระบบทัศนศาสตร์นั้น

2.2 การติดตามรังสีมุขสำคัญ(4),(7)

กล้องโทรทรรศน์มีตัวเลนส์หน้ากล้องเป็นหน้ารับแสง ดังนั้นการติดตามรังสีมุขสำคัญเป็นการติดตามรังสีที่ผ่านจุดกลางของผิวโค้งแรกของเลนส์ โดยทำมุมชัน = $\bar{u}$ กับแกนมุขสำคัญ และใช้สูตรชุดเดียวกับสูตรของรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ แต่จะใส่เครื่องหมายบาร์ ($\bar{}$) กำกับไว้ เพื่อเป็นการแสดงการติดตามรังสีมุขสำคัญ เมื่อรังสีมุขสำคัญตกกระทบผิวโค้งผิวแรกด้วยมุม $\bar{u}$ จะผ่านผิวโค้งแรกออกมาด้วยมุม $\bar{u}'$ ดังนี้

$$\bar{u}' = \bar{\alpha} - \frac{B}{n'} \qquad (3.42)$$

โดยที่ $\bar{\alpha} = \bar{h}c$

$$B = n(\bar{\alpha} - \bar{u})$$

$\bar{h}$ เป็นระยะที่รังสีมุขสำคัญตัดกับผิวโค้งวัดจากแกนมุขสำคัญ

ดังนั้น เมื่อทราบค่า $\bar{h}$, $\bar{u}$, c, n, n′ นำมาแทนค่าลงในสมการ (3.42)

จะหาค่า $\bar{u}'$ ได้ ทำให้ทราบว่ารังสีมุขสำคัญหักเหผ่านผิวโค้งแรกออกมาในทิศทางใด ถ้ามีผิวโค้งหลาย ๆ ผิวก็ใช้วิธีการติดตามซ้ำแบบเดิม โดยหาว่ารังสีมุขสำคัญตัดกับผิวโค้งที่ 2 ที่ห่างจากผิวโค้งแรกออกไปเท่ากับ d ได้จากสูตร

$$\bar{h}_2 = \bar{h}_1 - d\bar{u}'_1 \tag{3.43}$$

และมุม $\bar{u}_2 = \bar{u}'_1$ เมื่อทราบค่า $\bar{h}_2$, $\bar{u}_2$, c_2, n_2, n'_2 ก็สามารถคำนวณหาค่า $\bar{u}'_2$ ได้จากสมการ (3.42) ถ้ามีหลาย ๆ ผิวก็ทำซ้ำแบบนี้จนกระทั่งถึงผิวสุดท้าย

ผลจากการติดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญ และรังสีมุขสำคัญสามารถนำมาคำนวณหาค่าโคมาได้จากสูตร

$$1^W_{31} = \frac{1}{2} S_{II} \tag{3.44}$$

1^W_{31} เป็น ค่าสัมประสิทธิ์ของโคมา

และ $$S_{II} = \sum_{1}^{k} ABh\,\Delta\left(\frac{u}{n}\right) \tag{3.45}$$

โดยที่ k เป็นจำนวนผิวโค้ง

$$A = n(\alpha - u)$$

$$B = n(\bar{\alpha} - \bar{u})$$

$$\Delta\left(\frac{u}{n}\right) = \frac{u'}{n'} - \frac{u}{n}$$

เมื่อทราบค่า A, B, h, $\Delta\left(\frac{u}{n}\right)$ ของแต่ละผิวจากการติดตามรังสีใกล้แกนมุขสำคัญและรังสีมุขสำคัญ นำมาแทนค่าลงในสมการ (3.45) ได้เป็น $S_{II_1}, S_{II_2}, \ldots, S_{II_k}$

นำมารวมกันได้เป็นค่า S_{II} แล้วนำไปแทนค่าในสมการ (3.44) ก็จะได้ค่า ส.ป.ส. ของโคมาของระบบทัศนศาสตร์นั้น

เมื่อสามารถคำนวณความคลาดที่ต้องการของระบบทัศนศาสตร์แล้ว ในการออกแบบรูปร่างของเลนส์ จะอาศัยวิธีการเปลี่ยนแปรรูปร่างของเลนส์แล้วคำนวณหาค่าความคลาดต่าง ๆ ควบคู่กันไป โดยแต่ละครั้งที่เปลี่ยนรูปร่างไป ทางยาวโฟกัสของเลนส์จะไม่เปลี่ยน ยังคงมีค่าคงที่ตลอดไป รูปร่างของเลนส์ที่มีทางยาวโฟกัสเท่ากันเหล่านี้นิยมบอกเป็นค่าตัวประกอบของรูปร่างเลนส์ (shape factor) เขียนแทนด้วยสัญญลักษณ์ q และนิยามค่าตัวประกอบของรูปร่างเลนส์[2] ไว้ว่า

$$q = \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \qquad (3.46)$$

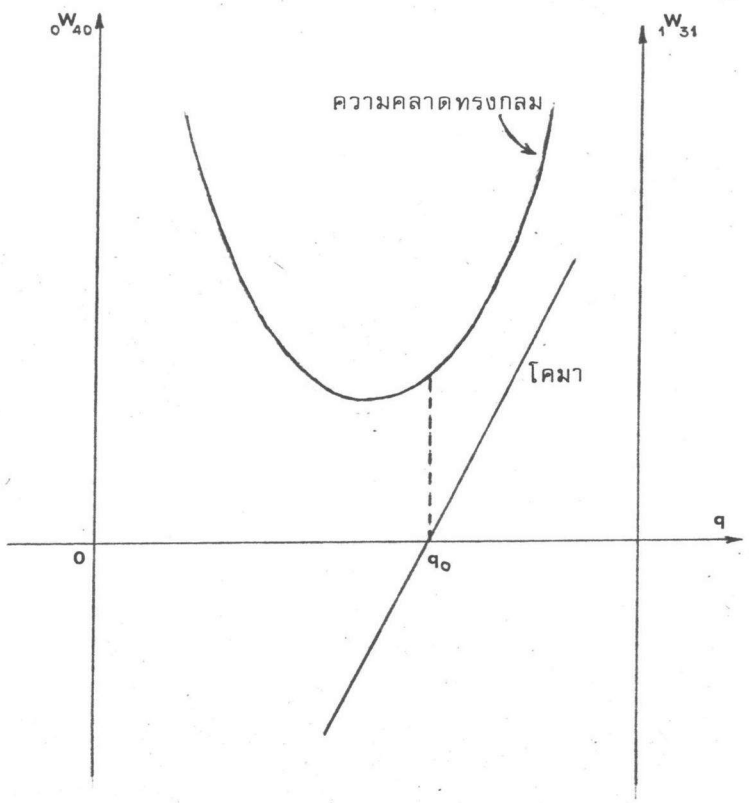
r_1 เป็น รัศมีความโค้งของผิวที่ 1 ของเลนส์
r_2 เป็น รัศมีความโค้งของผิวที่ 2 ของเลนส์
q เป็น ค่าตัวประกอบของรูปร่างเลนส์

ถ้านำค่าสัมประสิทธิ์ของความคลาดทรงกลมและโคมา มาเขียนกราฟเทียบกับค่าตัวประกอบของรูปร่างเลนส์ จะได้กราฟของความคลาดทรงกลมเป็นรูปพาราโบลา และกราฟของโคมาเป็นเส้นตรง ตัดแกนของ q ดังรูปที่ 3.6

ดังนั้นในการเลือกรูปร่างของเลนส์ จึงเลือกค่า q ที่จะให้โคมาเป็นศูนย์ ซึ่งก็คือค่า q_o ในรูป และที่ตำแหน่งนี้จะมีค่าความคลาดทรงกลมที่เกือบน้อยที่สุด ดังนั้น ที่ตำแหน่ง q_o จะเป็นรูปร่างของเลนส์ที่เหมาะสมที่สุด นำค่า q_o ที่ได้นี้มาคำนวณกลับไปหารูปร่างของเลนส์ได้จากสูตร[2]

$$r_1 = \frac{2f\,(n-1)}{q_o + 1} \qquad (3.47)$$

$$r_2 = \frac{2f\,(n-1)}{q_o - 1} \qquad (3.48)$$



รูปที่ 3.6 กราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างความคลาดทรงกลมและโคมา เทียบกับค่าตัวประกอบของรูปร่างของเลนส์

จากนี้จะทราบค่ารัศมีความโค้งแต่ละผิวของเลนส์หน้ากล้องที่ต้องการสร้าง