

บรรณานุกรม

ภาษาไทย

หนังสือ

ชัยยงค์ พรหมวงศ์, สมเชาว์ เนตรประเสริฐ และ สุภา สิ้นสกุล. แบบฝึกหัดระบบการผลิต
ชุดการสอนแผนจุฬา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
2521.

นิพนธ์ สุขปรีย์. นวัตกรรมการเทคโนโลยีการศึกษา. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์พิมพ์เนศ, 2519.

ประคอง กรรณสุต. สถิติประยุกต์สำหรับครู. พระนคร : สำนักพิมพ์ไทยวัฒนาพานิช, 2515.

เปรี๊ยะ กุมาท. "ดูทางในการนำเทคโนโลยีมาช่วยปรับปรุงคุณภาพของการศึกษาในระดับประถมศึกษา
ศึกษา." ใน ประมวลบทความเกี่ยวกับนวัตกรรมและเทคโนโลยีการศึกษา, พระนคร :
โรงพิมพ์คุรุสภา, 2517.

ยุพิน พิพิธกุล. การสอนคณิตศาสตร์ระดับมัธยมศึกษา. กรุงเทพมหานคร : กรุงเทพมหานครการพิมพ์,
2519.

สังเสริมการสอนวิทยาศาสตร์และเทคโนโลยี, สถาบัน. แบบเรียนวิชาคณิตศาสตร์มัธยมศึกษา
ตอนปลาย เล่มสาม. พิมพ์ครั้งที่ 1. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์คุรุสภา, 2518.

เสน่ห์ ผดุงชาติ และคนอื่น ๆ. คู่มือคณิตศาสตร์แผนใหม่. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์อักษร
บัณฑิต, 2520.

สายหยุด จำปาทอง. ประมวลข่าวการศึกษาประจำเดือนมิถุนายน 2521. กรุงเทพมหานคร :
กองส่งเสริมและเผยแพร่การศึกษา สำนักงานคณะกรรมการการศึกษาแห่งชาติ สำนักนายกรัฐมนตรี,
2521.

สุชาติ รัตนกุล. จุดยืนและทิศทางการศึกษาไทย. กรุงเทพมหานคร : โรงพิมพ์วัฒนาพานิช, 2518.

สุพล สุวรรณพ, สวัสดิ์ ทีซิ่น และ สุนทร มัคลา. วิชาคณิตศาสตร์ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 5. กรุงเทพมหานคร : สำนักพิมพ์นิยมวิทยา, 2521.

บทความ

ชัยยง พรหมวงศ์. "การปรับปรุงการสอนในระดับมหาวิทยาลัยด้วยระบบสื่อการสอน." ศรีนครินทร์วิโรฒ 11 (กันยายน 2518) : 4.

เลขา ปิยะอัจฉริยะ. "การสอนตามเอกัตภาพ." วารสารครูศาสตร์ 4 (กุมภาพันธ์ - พฤษภาคม 2517) : 18 - 29.

สมาน บุญถน. "ศูนย์การเรียนแนวใหม่สำหรับการพัฒนาระบบห้องเรียน." การประถมศึกษา 28 (กุมภาพันธ์ 2520) : 12; (มีนาคม 2520) : 2 - 3.

อาภรณ์ ชาติบุรุษ. "การเรียนเป็นรายบุคคล." วารสารครูศาสตร์ 4 (กุมภาพันธ์-พฤษภาคม 2517) : 14.

อรสา กิสสระ. "การสอนเป็นรายบุคคล." ศรีนครินทร์สาร 1 (มิถุนายน - กันยายน 2517) : 5.

เอกสารอื่น ๆ

โกสุม รวยเจริญ. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพ วิชาหลักการสอนและการเตรียมประสบการณ์ภาคปฏิบัติระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาระดับสูง." วิทยานิพนธ์ปริญญา มหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.

- พจนีย์ จันเกษม. "การสร้างชุดการสอนวิชาภาษาอังกฤษสำหรับนักศึกษาวิทยาลัยอุเทนถวาย
ชั้นปีที่ 1." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- รัตนภรณ์ กุ้ยบัวรุ่ง. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง เซตสำหรับ
ระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา
มัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.
- ละเอียด อุคมรัตน์. "ชุดการสอนรายบุคคลวิชาดนตรีสำหรับนักศึกษาดุริยางค์ คณะพยาบาล
มหาวิทยาลัยมหิดล." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิต
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.
- วนิดา วิศวรรบุตร. "การจัดระบบชุดการสอนรายบุคคลสำหรับวิชาการจัดการศึกษานอกสถานที่."
วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2517.
- วิชัย วงศ์ใหญ่. "ชุดการสอน." เอกสารประกอบการอบรมปฏิบัติการสร้างชุดการเรียน
การสอนวิชาวิทยาศาสตร์ หน่วยศึกษานิเทศก์ กรมการฝึกหัดครู กระทรวงศึกษาธิการ,
2521.
- วิญญู มีมั่งคั่ง. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพ วิชาการแพทย์เบื้องต้นตามหลักสูตรอบรม
บุคลากรสาธารณสุข." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิต
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2520.
- วันนะ จูทะวิภาต. "การสร้างชุดการเรียนเบ็ดเสร็จรายบุคคลวิชาวัสดุและการออกแบบสำหรับ
นิสิตแผนกศิลปศึกษา." วิทยานิพนธ์ปริญญามหาบัณฑิต แผนกวิชา โสภศาสตร์ศึกษา บัณฑิต
วิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.

ศิริพงศ์ พยอมแย้ม. "การศึกษาผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนและความคงทนในการจำโดยใช้
ชุดการเรียนด้วยตนเองในวิชาสังคมศาสตร์." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชา
โสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

สายชนม์ สัจจานิตย์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกัตภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่องพื้นที่ผิวและ
ปริมาตรรูปทรงตัน สำหรับชั้นมัธยมศึกษาตอนต้น." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต
แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2521.

สุนันท์ ปัทมาคม. "การผลิตชุดการสอน." เอกสารประกอบการสอนวิชา Media Based
Individualized Instruction แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์
จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

..... "ชุดการสอน." เอกสารประกอบการสอนวิชา Media Based Indivi-
dualized Instruction แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์
มหาวิทยาลัย, 2519.

..... "ลำดับขั้นในการทำและวางแผนงานทำชุดการสอน." เอกสารประกอบการสอน
วิชา Media Based Individualized Instruction แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา
คณะครุศาสตร์ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2519.

สุปราณี อุณหโกคา. "ผลสัมฤทธิ์ทางการเรียนของนักเรียนชั้นประถมศึกษาปีที่ 4 จากชุดสื่อการสอน
ด้วยตนเองในวิชาวิทยาศาสตร์." วิทยานิพนธ์ปริญญาโทมหาบัณฑิต แผนกวิชา โสตทัศน-
ศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย, 2518.

หนู ประชาน. "การศึกษาผลการสอนแบบสืบสวน-สอบสวนที่มีต่อการคิดแบบสืบสวน-สอบสวน
ทัศนคติทางวิทยาศาสตร์และแบบการเรียนรู้." วิทยานิพนธ์การศึกษามหาบัณฑิต
วิทยาลัยวิชาการศึกษาประสานมิตร, 2516.

อาภรณ์รัตน์ สารทัศน์านันท์. "การสร้างชุดการสอนตามเอกภภาพวิชาคณิตศาสตร์ เรื่อง
 ตรรกศาสตร์สัญลักษณ์ สำหรับระดับประกาศนียบัตรวิชาการศึกษาชั้นสูง." วิทยานิพนธ์
 ปริญญาโทบัณฑิต แผนกวิชามัธยมศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
 2521.

โอวาท พูลศิริ. "ชุดเรียนเบ็ดเสร็จรายบุคคลเรื่อง การสอน โปรแกรม." วิทยานิพนธ์
 ปริญญาโทบัณฑิต แผนกวิชาโสตทัศนศึกษา บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย,
 2518.

ภาษาอังกฤษ

Books

Apter, Michael J. The New Technology of Education. London : Mac-
 millan and Co., 1968.

Baum, Dale D. and Chastain, Thomas G. "Training Package : An Innova-
 tion Approach for Increasing IMPIRMC Potential for the In-
 Service Training in Special Education." Learning Package in
America Education, pp. 116-124. New Jersey : Education
 Technology Publication, Englewood Cliffs, 1972.

Duan, Jame E. Individualized Instructional Program and Materials.
 Englewood Cliffs, N.J. : Educational Technology Publication,
 1973.

Dunn, Rita, and Dunn, Stefford. Practical Approaches to Individuliz-
 ing Instruction : Contracts and Other Effective Teaching
Strategies. New York : Parker, 1972.

- Ferguson, George A. Statistical Analysis in Psychology and Education.
New York : McGraw-Hill, 1971.
- Garret, Henry H. Test for Teacher. 2d ed., New York : American Book
Company, 1965.
- Good, Carter V. Dictionary of Education. New York : McGraw-Hill,
1973.
- Hodges, J.L., Jr. Basic Concepts of Probability and Statistic. San
Francisco : Holden-Day, 1964.
- Houston, Robert W., and Others. Developing Instructional Modules,
A Modular System for Writing Modules. Texas : College of
Education of Houston, 1972.
- Kapfer, Phillip, and Kapfer, Mirian. Learning Packages in America
Education. New Jersey : Educational Technology Publication,
Englewood Cliffs, 1972.
- Krulik, Stephen, and Weissee, Ingrid B. Teaching Secondary School
Mathematics. London : W.B. Saunders Co., 1975.
- Lawrence, Gardon. Modul on Moduls O-A. Florida : Department of
Education, Division of Elementary and Secondary Education,
Florida Educational Research and Development Program, 1973.
- Lipschutz, Seymour. Finite Mathematics. New York : Schaum Publishing
Co., 1966.

Woston, William. Intermediate Algebra. New York : Wadsworth Publishing, 1965.

Articles

Cunningham, Betty. "Individualized Arithmetic Instruction for Fifth and Sixth Grades." Arithmetic Teacher. 25 (May 1978) : 44.

Edward, Clefford M. "Changing Teacher Behavior Through Self-Instruction and Supervised Micro-Teaching in a Competency Based Program." The Journal of Educational Research (February 1975) : 43.

Rienert, Harry. "Practical Guide to Individualization." The Modern Language Journal 10 (March 1971) : 157.

White, Virginia T. "A Profile of Individualized Instruction." The Mathematics Teacher 55 (May 1972) : 394.

Other Materials

Driessnack, Anne Jenkins. "An Instructional Package for Training Teacher of Religion in the Skillful Use of Questions." Dissertation Abstracts International 38 (October 1977):2056-A.

Hulteen, Curtis Dean. "Attitude and Perceptions Concerning Personalized Systems of Instruction." Dissertation Abstracts International 36 (March 1976) : 5930-A.

Ingebert, Olen Johannes. "The Effect of Learning Packages on the Continuous Progress Education Pilot Program in the Kanawha Country, West Virginia, School." Dissertation Abstracts International 135 (February 1975) : 4992-Q.

Langstaff, Anne Louise. "Development and Evaluation of an Auto-Instructional Media Package for Teacher Education." Dissertation Abstracts International 33 (April 1973).

McColeman, Jame Wesley. "Relationship Between the Use of Learning Activity Package, Group Activities and the Preference of Students Toward the Social Studies Course." Dissertation Abstracts International 36 (July 1975) : 5582-A.

Stone, Jame Lenious. "The Effect of Individualized Learning Activity Package in Mathematics on the Academic Achievement of Seven and Eight Grade Student in the Demopolis City School." Dissertation Abstracts International 36 (August 1975) : 609-A.

ภาคผนวก

ภาคผนวก ก.

ตาราง และ รายละเอียดการคำนวณ

ตารางที่ 1 ตารางหาตัวกลาง เลขคณิตของคะแนนและค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบในครั้งแรก

x	f	fx	x^2	fx^2
34	1	34	1156	1156
32	1	32	1024	1024
30	3	90	900	2700
29	2	58	841	1682
28	4	112	784	3136
27	1	27	729	729
26	3	78	676	2028
25	6	150	625	3750
24	5	120	576	2880
23	3	69	529	1587
22	1	22	484	484
21	3	63	441	1323
20	5	100	400	2000
19	4	76	361	1444
18	5	90	324	1620
17	4	68	289	1156
16	2	32	256	512
15	1	15	225	225
14	1	14	196	196
13	1	13	169	169
12	1	12	144	144
11	1	11	121	121
10	1	10	100	100
7	1	7	49	49
Σ	60	1303	11121	30215

จากข้อมูลในตารางที่ 1 หาค่ากลางเลขคณิตและส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของคะแนนจากการทดสอบก่อนนำไปใช้ในการวิจัย ดังนี้

ก. หาค่ากลางเลขคณิต

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } \bar{X} &= \frac{\sum fx}{N} \\ &= \frac{1303}{60} \\ &= 21.716 \end{aligned}$$

ข. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \frac{(\sum fx)^2}{N^2}} \\ &= \sqrt{\frac{30215}{60} - \frac{1303^2}{60^2}} \\ &= \sqrt{503.583 - 471.614} \\ &= \sqrt{31.969} \\ &= 5.654 \end{aligned}$$

ค. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามนำไปใช้ในการวิจัย

$$\begin{aligned} \text{จากสูตร } r_{tt} &= \frac{n(S.D.)^2 - \bar{X}(n - \bar{X})}{(S.D.)^2(n-1)} \\ \bar{X} &= 21.716 \\ (S.D.)^2 &= 31.969 \\ n &= 36 \\ r_{tt} &= \frac{36(31.969) - 21.716(36 - 21.716)}{31.969 \times (36-1)} \\ &= \frac{1150.884 - 310.191}{1118.915} \\ &= \frac{840.693}{1118.915} = 0.7513 = 0.75 \end{aligned}$$

ดังนั้นแบบสอบถามที่สร้างขึ้นมีความเชื่อมั่น 0.75

ตารางที่ 2 ตารางแสดงค่าความยาก (D_i) และค่าอำนาจจำแนก (V_i) ของแบบสอบที่นำมาใช้ในการวิจัย

ข้อที่	R_h	R_l	$D_i = \frac{R_h + R_l}{N_h + N_l}$	$V_i = \frac{R_h - R_l}{N_h}$
1	19	12	0.52	0.23
2	27	20	0.77	0.23
3	26	15	0.68	0.37
4	26	18	0.73	0.27
5	23	17	0.67	0.20
6	19	8	0.45	0.37
7	18	10	0.47	0.27
8	26	17	0.72	0.30
9	20	12	0.53	0.27
10	23	10	0.55	0.43
11	28	19	0.78	0.30
12	20	13	0.55	0.23
13	27	19	0.77	0.27
14	26	17	0.72	0.30
15	26	16	0.70	0.33
16	27	13	0.67	0.47
17	26	19	0.75	0.23
18	29	16	0.75	0.43
19	19	13	0.53	0.20
20	20	8	0.47	0.40

ตารางที่ 2 (ต่อ)

ข้อที่	R_h	R_l	$D_i = \frac{R_h + R_l}{N_h + N_l}$	$V_i = \frac{R_h - R_l}{N_h}$
21	16	1	0.28	0.50
22	13	5	0.30	0.27
23	12	4	0.27	0.27
24	15	3	0.30	0.40
25	13	6	0.32	0.23
26	23	16	0.65	0.23
27	17	9	0.43	0.27
28	20	12	0.53	0.27
29	23	16	0.65	0.23
30	23	15	0.63	0.27

ตารางที่ 3 เปรียบเทียบความแตกต่างของคะแนนจากการทดสอบก่อนและหลังเรียนโดยใช้
ชุดการสอน

คนที่	คะแนนสอบก่อน เรียน (X_1) (30)	คะแนนสอบหลัง เรียน (X_2) (30)	$D = X_2 - X_1$	D^2	คะแนนแบบ ฝึกหัดรวม (46)
1	9	28	19	361	44
2	5	30	25	625	45
3	9	29	20	400	44
4	7	21	14	196	37
5	6	27	21	441	43
6	8	26	18	324	40
7	5	20	15	225	37
8	0	24	24	576	37
9	7	25	18	324	41
10	15	30	15	225	45
11	6	27	21	441	42
12	3	29	26	676	44
13	5	26	21	441	41
14	10	28	18	324	42
15	7	28	21	441	38
16	4	27	23	529	41
17	10	29	19	361	42
18	12	29	17	289	41
19	6	28	22	484	40
20	3	30	27	729	46
รวม	137	541	404	8412	830
เฉลี่ยร้อยละ	22.83	90.17			90.22

การวิเคราะห์หาประสิทธิภาพของชุดการสอนตามเกณฑ์มาตรฐาน 90/90

1. มาตรฐาน 90 ตัวแรก

จากสูตร คะแนนที่นักศึกษาทำแบบฝึกหัดรวมได้ออกเฉลี่ยเป็นร้อยละ

$$\frac{C}{N} \times \frac{100}{A}$$

เมื่อ $C = 830$

$N = 20$

$A = 46$

ดังนั้น คะแนนที่นักเรียนทำแบบฝึกหัดรวมได้ออกเฉลี่ยเป็นร้อยละ

$$\frac{830}{20} \times \frac{100}{46}$$

$$= 90.22$$

2. มาตรฐาน 90 ตัวหลัง

จากสูตร คะแนนที่นักศึกษาทำแบบสอบหลังการ เรียนจากชุดการสอนตามเอกภาพ

ได้ออกเฉลี่ยเป็นร้อยละ $\frac{S}{N} \times \frac{100}{T}$

เมื่อ $S = 541$

$N = 20$

$T = 30$

ดังนั้นคะแนนที่ทำแบบสอบหลังการ เรียนได้ออกเฉลี่ยร้อยละ

$$\frac{541}{20} \times \frac{100}{30}$$

$$= 90.17$$

นั่นคือชุดการสอนตามเอกภาพที่สร้างขึ้นมีประสิทธิภาพ 90.22/90.17

การหาความก้าวหน้าในการ เรียนเรียนหลังเรียนโดยใช้ชุดการสอนตามเอกัตภาพ

สมมุติฐาน : คะแนนแบบทดสอบก่อนและหลังเรียนจากชุดการสอนตาม เอกัตภาพ
ไม่แตกต่างกัน

$$\text{จากสูตร } t = \frac{\sum D}{\sqrt{\frac{N \sum D^2 - (\sum D)^2}{N - 1}}}$$

$$\sum D = 404$$

$$N = 20$$

$$\sum D^2 = 8412$$

$$(\sum D)^2 = 163216$$

$$\text{ดังนั้น } t = \frac{404}{\sqrt{\frac{20(8412) - 163216}{20 - 1}}}$$

$$= \frac{404}{\sqrt{\frac{168240 - 163216}{19}}}$$

$$= \frac{404}{\sqrt{\frac{5024}{19}}}$$

$$= \frac{404}{\sqrt{264.42105}}$$

$$= \frac{404}{16.26102}$$

$$= 24.844689$$

$$24.84 > 2.86$$

นั่นคือ คะแนนทดสอบก่อนและหลังเรียนจากชุดการสอนตาม เอกัตภาพแตกต่างกันอย่าง
มีนัยสำคัญที่ระดับ .01

ตารางที่ 4 ตารางหาค่ากลางเลขคณิตของคะแนน และค่าเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบ จากผลการทดลองชั้นภาคสนาม

x	f	fx	x ²	fx ²
30	3	90	900	2700
29	4	116	841	3364
28	4	112	784	3136
27	3	81	729	2187
26	2	52	676	1352
25	1	25	625	625
24	1	24	576	576
21	1	21	441	441
20	1	20	400	400
	20	541	5972	14781

จากข้อมูลในตารางที่ 4 หาค่ากลางเลขคณิตของคะแนนและค่าส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบ ได้ดังนี้

ก. หาค่ากลางเลขคณิต

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } \bar{x} &= \frac{\sum fx}{N} \\
 &= \frac{541}{20} \\
 &= 27.05
 \end{aligned}$$

ข. หาส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐานของแบบสอบถาม

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร S.D.} &= \sqrt{\frac{\sum fx^2}{N} - \left(\frac{\sum fx}{N}\right)^2} \\
 &= \sqrt{\frac{14781}{20} - (27.05)^2} \\
 &= \sqrt{739.05 - 731.7025} \\
 &= \sqrt{7.3475} \\
 &= 2.7106272
 \end{aligned}$$

ค. หาค่าความเชื่อมั่นของแบบสอบถามจากการทดลองชั้นภาคสนาม

$$\begin{aligned}
 \text{จากสูตร } r_{tt} &= \frac{n(S.D.)^2 - \bar{X}(N-\bar{X})}{(S.D.)^2(n-1)} \\
 \bar{X} &= 27.05 \\
 n &= 30 \\
 S.D.^2 &= 7.3475 \\
 r_{tt} &= \frac{30(7.3475) - 27.05(30-27.05)}{7.3475(30-1)} \\
 &= \frac{220.425 - 79.7975}{213.0775} \\
 &= \frac{140.6275}{213.0775} \\
 &= 0.6599828
 \end{aligned}$$

จากการทดลองภาคสนาม แบบสอบถามนี้มีความเชื่อมั่น 0.66

ภาคผนวก ข.

ชุดการสอนตามเอกัตถภาพวิชาคณิตศาสตร์

เรื่อง "ความน่าจะเป็นเบื้องต้น"

แผนการสอน

วิชา คณิตศาสตร์

เรื่อง ความน่าจะเป็นเบื้องต้น

หัวเรื่อง

1. การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ
2. เหตุการณ์
3. ความน่าจะเป็น
4. กฎบางประการของความน่าจะเป็น

มโนทัศน์

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองซึ่งไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอน เนื่องจากผลลัพธ์ที่อาจเกิดขึ้นได้หลายอย่าง
2. แซมเปิลสเปซ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
3. เหตุการณ์ คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ
4. ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ใช้สัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบควยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือของเหตุการณ์ E_2 หรือของทั้งสองเหตุการณ์
5. อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ใช้สัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$ คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบควยสมาชิกที่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E_1 และ E_2
6. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ และ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ แล้ว จะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่าเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน
7. คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E ใช้สัญลักษณ์ E' คือ เหตุการณ์ที่ประกอบควยสมาชิกที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E

8. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใช้สัญลักษณ์ $P(E)$

$$= \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ } S}$$

9. กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น ได้แก่

$$9.1 \quad P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S

$$9.2 \quad P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$$

เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์

ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันในแซมเปิลสเปซ S

$$9.3 \quad P(\bar{E}) = 1 - P(E) \quad \text{เมื่อ } E \text{ เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ภายในแซมเปิลสเปซ } S$$

จุดประสงค์ทั่วไป

1. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจลักษณะของการทดลองสุ่ม
2. เพื่อให้นักเรียนรู้จัก เซตของแซมเปิลสเปซ
3. เพื่อให้นักเรียนรู้จัก เซตของเหตุการณ์ ยูเนียนของเหตุการณ์ อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์
4. เพื่อให้นักเรียนเข้าใจความน่าจะเป็นของเหตุการณ์
5. เพื่อให้นักเรียนรู้วิธีพิสูจน์กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบแล้ว นักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการทดลองสุ่มได้อย่างถูกต้อง (1)
2. บอกได้อย่างถูกต้องว่าการทดลองใดเป็นการทดลองสุ่ม เมื่อกำหนดการทดลองมาให้ (2)
3. บอกความหมายของแซมเปิลสเปซได้อย่างถูกต้อง (3)

4. เขียนเซตของแซมเปิลสเปซได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มมาให้
(4-6)
5. บอกนิยามของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง (7)
6. เขียนเหตุการณ์ $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ในรูปของเซต ในรูปแบบบรรยาย เป็นข้อความ และในรูปแผนภาพของ เวนน์-ออยเลอร์ ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B ในรูปเซตหรือแบบบรรยายเป็นข้อความ (8-14)
7. บอกได้อย่างถูกต้องว่าเหตุการณ์คู่ใดเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (Mutually exclusive events or Disjoint events) เมื่อกำหนดเหตุการณ์ให้หลาย ๆ เหตุการณ์จากแซมเปิลสเปซเดียวกัน (15)
8. หาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดการทดลองสุ่ม ที่สมาชิกแต่ละตัวของแซมเปิลสเปซมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และเหตุการณ์ให้หนึ่งเหตุการณ์ (16-27)
9. เขียนพิสูจน์กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น ทั้ง 3 กฎ ต่อไปนี้ได้ อย่างถูกต้อง
- 9.1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ (28)
- 9.2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลยในแซมเปิลสเปซ (29)
- 9.3 $P(E') = 1 - P(E)$ เมื่อ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ (30)
10. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนใดถูกต้องประมาณ 40%
11. ทำแบบฝึกหัดรวมใดถูกต้องอย่างน้อย 90%
12. ทำแบบทดสอบหลังเรียนใดถูกต้องอย่างน้อย 90%

วิธีเรียนจากชุดการสอน

หน่วยที่	กิจกรรมการเรียน	สื่อการสอน	ประเมินผล
	รวมนั้นชี้แจงวัตถุประสงค์ในการเรียนและวิธีเรียนจากชุดการสอนตามเอกภาพ		สอบก่อนเรียน
1. การทดลองสุ่มและแซมเปิล-สเปซ	1. ทำแบบสอบก่อนเรียน 2. อ่านใบสั่งงานแล้วปฏิบัติตามคำสั่ง 3. อ่านคู่มือการเรียน 4. อ่านบัตรกิจกรรมแล้วปฏิบัติตาม พร้อมทั้งตรวจคำตอบจากเฉลย 5. อ่านคำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม 7. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องแซมเปิลสเปซ 8. ทำแบบฝึกหัดและตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด 9. ทำแบบทดสอบหลังเรียน	1. ใบสั่งงาน 2. คู่มือการเรียน 3. บัตรกิจกรรมและเฉลย 4. ไฟ 1 สำหรับ 5. ดุง 2 ใบ ใบที่ 1 มีลูกแก้วสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และ สีน้ำเงิน 1 ลูก ใบที่ 2 มีลูกแก้วสีขาว 5 ลูก 6. แผนบรรยายเรื่องการทดลองสุ่ม 7. คำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม 8. บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องแซมเปิลสเปซ 9. แบบฝึกหัดและเฉลยแบบฝึกหัด	สอบก่อนและหลังเรียน

หน่วยที่	กิจกรรมการสอน	สื่อการสอน	ประเมินผล
2. เหตุการณ์	1. ทำแบบสอบก่อนเรียน 2. อ่านใบสั่งงานและปฏิบัติตามคำสั่ง 3. ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องเหตุการณ์ 4. ทำแบบฝึกหัดพร้อมทั้งตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด 5. ทำแบบสอบหลังเรียน	1. ใบสั่งงาน 2. บทเรียนแบบโปรแกรมเรื่องเหตุการณ์ 3. แบบฝึกหัดพร้อมทั้งเฉลยแบบฝึกหัด	สอบก่อนและหลังเรียน
3. ความน่าจะเป็น	1. ทำแบบสอบก่อนเรียน 2. อ่านใบสั่งงานแล้วปฏิบัติตามคำสั่ง 3. ฉายแผ่นใสพร้อมทั้งเปิดเทปฟังคำบรรยาย 4. อ่านเนื้อหาจากแผ่นบรรยายเรื่องความน่าจะเป็น 5. ทำแบบฝึกหัดแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด 6. ทำแบบสอบหลังเรียน	1. ใบสั่งงาน 2. แผ่นโปร่งใส 22 แผ่น 3. เทป 2 ม้วน 4. แผ่นบรรยายเรื่องความน่าจะเป็น 5. แบบฝึกหัดพร้อมทั้งเฉลยแบบฝึกหัด	สอบก่อนและหลังเรียน
4. กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น	1. ทำแบบสอบก่อนเรียน 2. อ่านใบสั่งงานแล้วปฏิบัติตามคำสั่ง	1. ใบสั่งงาน 2. บัตรกิจกรรมและเฉลย 3. กระดานตะปู	

หน่วยที่	กิจกรรมการสอน	สื่อการสอน	ประเมินผล
	3. อานบัตรกิจกรรมและปฏิบัติ ตามแล้วตรวจคำตอบจาก เฉลย 4. ศึกษาทเรียนแบบโปรแกรม 5. ทำแบบฝึกหัด แล้วตรวจ คำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด 6. ทำแบบสอบหลังเรียน	4. หนังสือ 2 เล่ม 5. บทเรียนแบบโปรแกรม 6. แบบฝึกหัดพร้อมทั้งเฉลย แบบฝึกหัด	

พื้นฐานความรู้ที่จำเป็นในการเรียนจากชุดการสอนตามเอกทัศภาพ

ก่อนที่ผู้เรียนจะเรียนโดยวิธีชุดการสอนการสอนตามเอกทัศภาพ เรื่อง ความน่าจะเป็น
เบื้องต้น นั้น ผู้เรียนจะต้องมีความรู้ในเรื่อง การจัดลำดับและการจัดหมู่ มาก่อน

คำแนะนำในการใช้ชุดการสอน

1. ก่อนที่นักเรียนจะเริ่มเรียนโดยใช้ชุดการสอนตามเอกัตภาพ นักเรียนจะต้องมีพื้นฐานความรู้เรื่องการจัดลำดับและการจัดหมู่เสียก่อน
2. ทดสอบก่อนการเรียนโดยรับแบบทดสอบจากผู้สอน ทั้งนี้เพื่อที่จะวัดความรู้ ความเข้าใจในเรื่องความน่าจะเป็นเบื้องต้นว่ามีพื้นฐานความรู้เท่าใด
3. เรียนชุดการสอนในแต่ละหน่วยเรียงตามลำดับตั้งแต่ต้นจนครบทุกหน่วย
4. ทำแบบฝึกหัดรวม พร้อมทั้งตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด
5. ทดสอบหลังการเรียน โดยรับแบบทดสอบจากผู้สอน ทั้งนี้เพื่อที่จะวัดผลสัมฤทธิ์ในการเรียนว่านักเรียนมีความรู้เพิ่มขึ้นเพียงใด

แบบทดสอบก่อนเรียนและหลังเรียนชุดการสอน

เรื่อง

ทฤษฎีเบื้องต้นของความน่าจะเป็น

- คำสั่ง 1. จงทำเครื่องหมาย ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว
2. นักเรียนทุกคนต้องส่งแบบทดสอบคืนพร้อมกระดาษคำตอบ

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองในข้อใด?
- การทดลองซึ่งสนใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น
 - การทดลองซึ่งไม่สนใจผลลัพธ์ที่เกิดขึ้น
 - การทดลองซึ่งสามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้ถูกต้องแน่นอน
 - การทดลองซึ่งอาจจะพยากรณ์ผลลัพธ์ได้ถูกต้องแน่นอน
 - การทดลองซึ่งไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้ถูกต้องแน่นอน
2. การทดลองชนิดใดเป็นการทดลองสุ่ม?
- หยิงไฟ 1 โยจากสารบ
 - หยิบลูกปิงปองสีขาวจากกล่องโยหนึ่ง
 - โยนเหรียญที่มี "หัว" ทั้ง 2 หน้า 1 อัน 2 ครั้ง
 - พอแบ่งเงิน 600 บาทให้ลูก 2 คน ๆ ละเท่า ๆ กัน
 - สัมภาษณ์แม่บ้านซึ่งใช้กระดาษชำระเคลซึ่งเกี่ยวกับชนิดของกระดาษชำระที่ใช้
3. แซมเปิลสเปซ คือ อะไร?
- ผลลัพธ์จริง ๆ ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่เป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - ผลลัพธ์เพียงบางส่วนซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่มีสมาชิกเป็นเพียงบางส่วนของผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม

4. ถ้าทดลองสุ่ม โดยการหยิบลูกแก้วขึ้นมา 1 ลูก จากกล่องซึ่งมีลูกแก้วสีแดง 2 ลูก สีขาว 1 ลูก สีน้ำเงิน 3 ลูก และสนใจสีของลูกแก้วที่หยิบได้ แซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มคือ ข้อใด?

- ก. {ขาว}
- ข. {แดง, น้ำเงิน}
- ค. {แดง, ขาว, น้ำเงิน}
- ง. {แดง, แดง, น้ำเงิน, น้ำเงิน}
- จ. {แดง, แดง, ขาว, น้ำเงิน, น้ำเงิน}

5. บริษัทผลิตวิทยุแห่งหนึ่งผลิตวิทยุได้ประมาณที่ละ 10 เครื่อง ซึ่งในจำนวนเหล่านี้ อาจจะมีบางเครื่องที่ใช้การไม่ได้ ถ้าสนใจจำนวนวิทยุที่ใช้การไม่ได้ใน 1 นาที แซมเปิลสเปซคือข้อใด?

- ก. \emptyset
- ข. {0}
- ค. {1,2,3,4,5,6,7,8,9}
- ง. {1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}
- จ. {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}

6. การทดลองสุ่มครั้งหนึ่งเป็นการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ถ้าเหรียญออกหัวจะได้โยนเหรียญนั้นซ้ำอีกครั้ง แต่ถ้าเหรียญออกก้อย จะได้ทอดลูกเต๋าซึ่งมี 4 หน้า 1 ครั้ง แซมเปิลสเปซคือข้อใด?

- ก. {H,T,1,2,3,4}
- ข. {HH,TH,1,2,3,4}
- ค. {HT,TH,1,2,3,4}
- ง. {HH,HT,T1,T2,T3,T4}
- จ. {HT,TH,T1,T2,T3,T4}

7. ข้อใดเป็นความหมายของเหตุการณ์

- ก. เซตของแซมเปิลสเปซ
- ข. สับเซต (subset) ของแซมเปิลสเปซ
- ค. พรอบเปอร์สับเซต (proper subset) ของแซมเปิลสเปซ
- ง. เซตซึ่งยูเนียน (union) กับแซมเปิลสเปซแล้วเท่ากับตัวมันเอง
- จ. เซตซึ่งอินเตอร์เซต (intersect) กับแซมเปิลสเปซแล้วเท่ากับเซตว่าง (empty set)

8. ถ้าทดลองสุ่มโดยการหยิบลูกบอลขึ้นมา 1 ลูก จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีขาว 2 ลูก สีแดง 3 ลูก สีดำ 1 ลูก และจุดสีของลูกบอลที่หยิบได้

กำหนดให้ A = เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวหรือสีแดงหรือสีดำ

B = เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง

$A \cup B$ คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง = {แดง}
- ข. เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวหรือสีดำและสีแดง = ϕ
- ค. เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวหรือสีดำและสีแดง = {ขาว, ดำ, แแดง}
- ง. เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวหรือสีดำหรือสีแดง = {ขาว, ดำ, แแดง}
- จ. เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาวหรือสีแดงหรือสีดำหรือสีแดง = {ขาว, แแดง, ดำ, แแดง}

9. ทดลองสุ่มโดยหยิบไฟ 1 ใบ จากสารับและจกชนิดของไฟ

กำหนดให้ A = เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก

B = เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์แดง

$A \cap B$ คือ เหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและโพธิ์แดง = ϕ
- ข. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือโพธิ์แดง = ϕ
- ค. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและโพธิ์แดง = {คอกจิก, โพธิ์แดง}
- ง. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือโพธิ์แดง = {คอกจิก, โพธิ์แดง}
- จ. เหตุการณ์ที่หยิบไม่ได้ทั้งคอกจิกและโพธิ์แดง = {ข้าวหลามตัด, โพธิ์ดำ}

10. ทดลองสุ่มโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง

$$\text{กำหนดให้ } S = \{HHH, HHT, HTH, THH, THT, TTH, HTT, TTT\}$$

$$A = \{TTH, THT, HTT\}$$

$$B = \{HHT, HTH, THH\}$$

$A \cup B$ คือเหตุการณ์ในข้อใด?

ก. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกก้อย 2 ครั้งและไม่ออกหัว 2 ครั้ง = $\{HHT, TTT\}$

ข. เหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 2 ครั้งหรือไม่ออกหัว 2 ครั้ง
= $\{HHH, THT, TTH, HTT, TTT\}$

ค. เหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 2 ครั้งและออกหัว 2 ครั้ง
= $\{HHH, THT, TTH, HTT, TTT\}$

ง. เหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 2 ครั้ง และไม่ออกหัว 2 ครั้ง
= $\{THT, TTH, HTT, HHT, HTH, THH\}$

จ. เหตุการณ์ที่เหรียญออกก้อย 2 ครั้งหรือออกหัว 2 ครั้ง
= $\{THT, TTH, HTT, HHT, HTH, THH\}$

11. โยนเหรียญ 1 อัน พร้อม ๆ กับทอดลูกเต๋า 1 ลูก

$$\text{กำหนดให้ } S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$$

$$E_1 = \text{เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัว} = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$$

$$E_2 = \text{เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่} = \{H1, H3, H5, T1, T3, T5\}$$

$E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ในข้อใด?

ก. เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวหรือลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่ = $\{H1, H3, H5\}$

ข. เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวและลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่ = $\{H1, H3, H5\}$

ค. เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวหรือลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่ = $\{H1, H3, H5, T1, T3, T5\}$

ง. เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวและลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่
= $\{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T3, T5\}$

จ. เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวหรือลูกเต๋าค้อออกแต้มคี่
= $\{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T3, T5\}$

12. จากโจทย์ข้อ 11 E_1 และ E_2 คือเหตุการณ์ในข้อใด?

ก. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกก้อยหรือลูกเต๋าออกแต้มคู่ = {H2, H4, H6}

ข. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวและลูกเต๋ามาออกแต้มคี่ = {T2, T4, T6}

ค. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวหรือลูกเต๋ามาออกแต้มคู่ = {T2, T4, T6}

ง. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวและลูกเต๋ามาออกแต้มคี่ = \emptyset

จ. เหตุการณ์ที่เหรียญไม่ออกหัวและลูกเต๋ามาออกแต้มคี่ = \emptyset

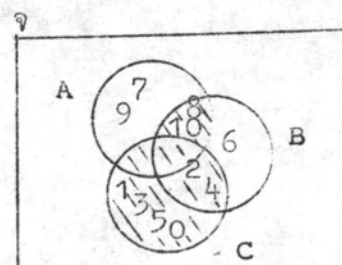
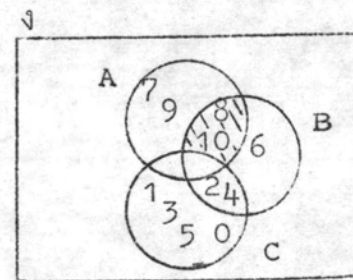
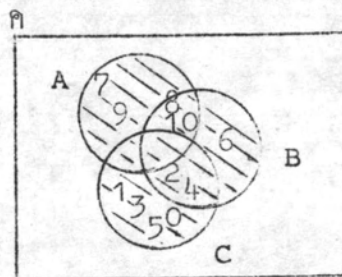
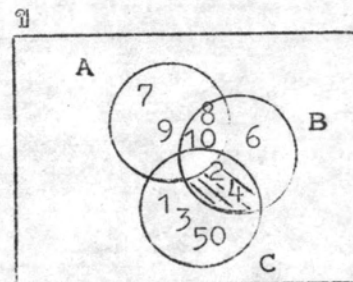
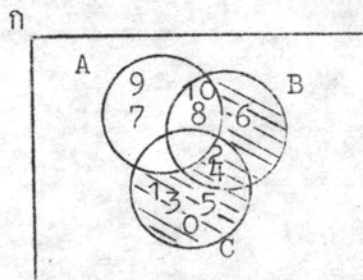
13. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน

กำหนดให้ A = เหตุการณ์ที่สอบได้คะแนนตั้งแต่ 7 ขึ้นไป

B = เหตุการณ์ที่สอบได้คะแนนเป็นเลขคู่

C = เหตุการณ์ที่สอบได้คะแนนตั้งแต่ 5 ลงมา

บริเวณที่แรเงาในข้อใดหมายถึง $(A \cap B) \cup C$?



14. กำหนดให้ $S = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$

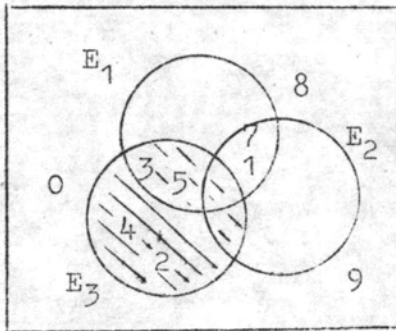
$$E_1 = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$E_2 = \{1, 6, 7\}$$

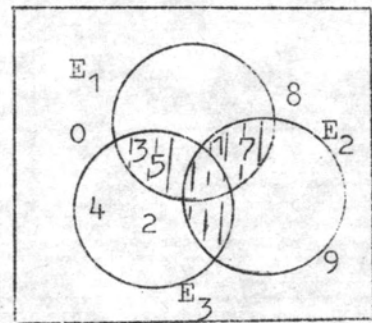
$$E_3 = \{2, 3, 4, 5\}$$

บริเวณที่แรเงาในข้อใด หมายถึง $(E_1 \cup E_2)' \cap E_3$?

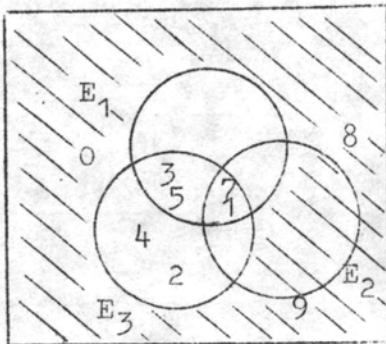
ก



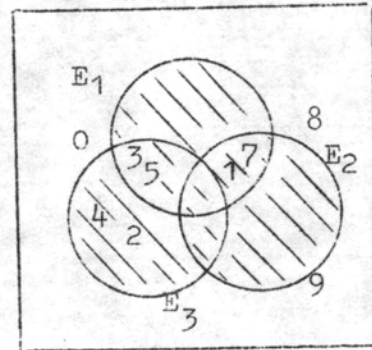
ข



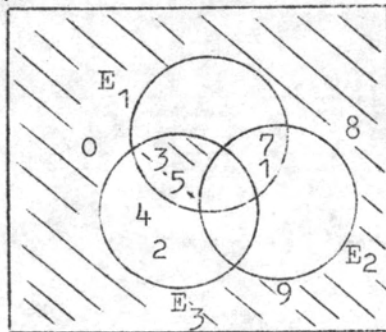
ค



ง



จ



15. ทดลองสุ่มโดยการทอลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง และสนใจแต้มที่เกิดขึ้นของแต่ละลูก เหตุการณ์ในข้อใดที่ไม่เกิดร่วมกัน

- ก. เหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมเป็นจำนวนคี่กับเหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมมากกว่า 9
- ข. เหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมเป็นจำนวนคู่กับเหตุการณ์ที่ได้แต้มรบน้อยกว่า 5
- ค. เหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมตั้งแต่ศูนย์ขึ้นไปกับเหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมเท่ากับ 13
- ง. เหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มตั้งแต่ศูนย์ขึ้นไปกับเหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มเท่ากับศูนย์
- จ. เหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมตั้งแต่ศูนย์ขึ้นไปกับเหตุการณ์ที่ได้แต้มรวมเป็น $\frac{1}{5}$ ของ 10

16. กำหนดให้ แซมเปิลสเปซ $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ $E_1 = \{1, 2, \dots, 5\}$,
 $E_2 = \{3, 4, \dots, 7\}$ $P(E_1 \cap E_2)$ มีค่าเท่าไรเมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่เกิดขึ้น?

- ก. $\frac{3}{10}$
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{7}{10}$
- ง. $\frac{4}{5}$
- จ. 1

17. ในการจัดหนังสือเรียงกัน 7 เล่ม ซึ่งเป็นหนังสือคณิตศาสตร์ 1 เล่ม วิทยาศาสตร์ 3 เล่ม ความน่าจะเป็นที่หนังสือคณิตศาสตร์ จะอยู่ตรงกลางจะเท่ากับเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{7}$
- ข. $\frac{1}{6}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{6}{7}$
- จ. 1

18. หอคลุกเต่า 2 ลูกพร้อม ๆ กัน ความน่าจะเป็นที่จำนวนแต้มที่เกิดขึ้นตรงกันทั้ง 2 ลูก เป็นเท่าไร?

- ก. 1
- ข. $\frac{2}{3}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{1}{6}$
- จ. 0

19. ครอบครัวหนึ่งมีบุตร 2 คน ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้มีบุตรคนแรกเป็นชายและคนที่สองเป็นหญิงเป็นเท่าไร?

- ก. 0
- ข. $\frac{1}{4}$
- ค. $\frac{1}{2}$
- ง. $\frac{3}{4}$
- จ. 1

20. เรือประมงลำหนึ่งมีลูกเรือ 20 คน เป็นคนไทย 17 คน พม่า 3 คน ใ้รับอุบัติเหตุจมลงในเขตอ่าวไทย ในขณะนั้นมีเรือประมงอีกลำหนึ่งผ่านมาได้เข้าช่วยเหลือ เมื่อสำรวจความเสียหายแล้ว ปรากฏว่าลูกเรือจมน้ำตาย 3 คน ความน่าจะเป็นของผู้ที่จมน้ำตายทั้ง 3 คน จะเป็นชาวพม่า เป็นเท่าไร?

- ก. 0
- ข. $\frac{1}{6840}$
- ค. $\frac{1}{1740}$
- ง. $\frac{1}{380}$
- จ. 1

21. ในการทนายชื่อคาราภาพยนตร์หนึ่ง มีผู้ตอบถูก 10 คน เป็นชาย 3 คน หญิง 7 คน แต่รางวัลที่ให้มีเพียง 2 รางวัลเท่านั้น จึงใช้วิธีจับสลากรายชื่อผู้ตอบถูกความน่าจะเป็นที่ผู้ได้รับรางวัลเป็นชาย 1 คน หญิง 1 คน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{21}$

ข. $\frac{1}{10}$

ค. $\frac{1}{5}$

ง. $\frac{2}{9}$

จ. $\frac{7}{15}$

22. สามี-ภรรยา 4 คู่ นั่งเก้าอี้รอบโต๊ะกลม ความน่าจะเป็นที่สามีคนหนึ่งจะนั่งติดภรรยาของเขาเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{2}{7}$

ข. $\frac{1}{2}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{12}$

จ. 0

23. ในงานลีลาศแห่งหนึ่ง ชาย 4 คน หญิง 4 คน จับคู่เต้นรำแบบเคาต์ม ความน่าจะเป็นที่ชาย-หญิง คู่หนึ่งที่กำหนดให้จะจับคู่เต้นรำกันเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{24}$

ข. $\frac{1}{16}$

ค. $\frac{1}{9}$

ง. $\frac{1}{4}$

จ. $\frac{3}{4}$

24. ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันเลย และ $P(E_1 \cup E_2) = 0.9$, $P(E_2) = 0.6$ ใดคือเป็นค่าของ $P(E_1)$?

- ก. 0.3
- ข. 0.4
- ค. 0.5
- ง. 0.6
- จ. 0.7

25. จากการสำรวจคนอ่านหนังสือพิมพ์จำนวน 1000 คน ปรากฏว่ามีคนอ่านหนังสือพิมพ์ ก, ข และ ค เป็นจำนวน 610, 235 และ 405 คน ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้มีผู้อ่านหนังสือพิมพ์ทั้ง 3 ฉบับ 45 คน อ่านหนังสือพิมพ์ ก และ ข 105 คน อ่านหนังสือพิมพ์ ก อย่างเดียว 430 คน อ่านหนังสือพิมพ์ ข อย่างเดียว 105 คน และอ่านหนังสือพิมพ์ ค อย่างเดียว 250 คน ถ้าสุ่มผู้อ่านหนังสือพิมพ์มา 1 คน ความน่าจะเป็นที่ผู้อ่านคนนี้จะอ่านหนังสือพิมพ์ ก หรือ ค เป็นเท่าไร?

- ก. 1
- ข. $\frac{177}{198}$
- ค. $\frac{177}{200}$
- ง. $\frac{67}{99}$
- จ. $\frac{67}{100}$

26. ถ้าสุ่มลูกบอลมา 1 ลูก จากถุงใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบอล 10 ลูก เป็นสีเขียว 3 ลูก สีขาว 5 ลูก สีแดง 2 ลูก แล้วความน่าจะเป็นที่บอลลูกนั้นจะเป็นสีแดงหรือสีขาวเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{4}{5}$
- ข. $\frac{7}{10}$
- ค. $\frac{1}{2}$
- ง. $\frac{3}{10}$
- จ. $\frac{1}{5}$

27. ในการทอกลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะ ไม่ได้ แต่มหนึ่งเลยทั้ง 2 ครั้งเป็นเท่าไร?

ก. 0

ข. $\frac{1}{36}$

ค. $\frac{1}{18}$

ง. $\frac{35}{36}$

จ. 1

28. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

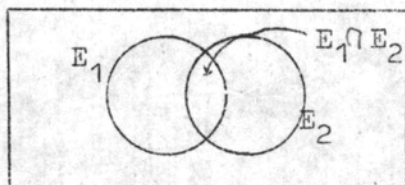
กำหนดให้ n_1 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_1

n_2 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_2

n_3 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$

n_4 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$

N เป็นจำนวนสมาชิกของ S



จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ขอความข้างต้น?

$$\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} + \frac{n_3}{N} \dots\dots\dots(1)$$

$$\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N} (n_1 + n_2 - n_3) \dots\dots\dots(2)$$

จากนิยามความน่าจะเป็นจะได้ } $\dots\dots\dots(3)$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$n_4 = n_1 + n_2 - n_3 \dots\dots\dots(4)$$

- ก. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)
- ข. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (4) \rightarrow (3)
- ค. (3) \rightarrow (1) \rightarrow (4) \rightarrow (2)
- ง. (3) \rightarrow (1) \rightarrow (2) \rightarrow (4)
- จ. (4) \rightarrow (2) \rightarrow (1) \rightarrow (3)

29. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน ในแซมเปิลสเปซ S จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$?

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \dots \dots \dots (1)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0 \dots \dots \dots (2)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset) \text{ เนื่องจาก } E_1 \cap E_2 = \emptyset \dots \dots (3)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \dots \dots \dots (4)$$

ก. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4)

ข. (1) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (4)

ค. (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)

ง. (3) \rightarrow (2) \rightarrow (1) \rightarrow (4)

จ. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (2)

30. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E') = 1 - P(E)$?

$$P(E \cup E') = P(S) \dots \dots \dots (1)$$

$$P(E') = 1 - P(E) \dots \dots \dots (2)$$

$$P(E \cup E') = 1 \text{ เนื่องจาก } P(S) = 1 \dots \dots \dots (3)$$

$$P(E \cup E') = P(E) + P(E') \text{ เนื่องจาก } E \cap E' = \emptyset \dots \dots (4)$$

$$E \cup E' = S \dots \dots \dots (5)$$

$$1 = P(E) + P(E') \dots \dots \dots (6)$$

ก. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (5) \rightarrow (6)

ข. (3) \rightarrow (5) \rightarrow (1) \rightarrow (4) \rightarrow (2) \rightarrow (6)

ค. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (5) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

ง. (5) \rightarrow (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

จ. (6) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1) \rightarrow (5)

เฉลย

- | | | | |
|-----|---|-----|---|
| 1. | จ | 16. | ค |
| 2. | ก | 17. | ก |
| 3. | ค | 18. | ง |
| 4. | ค | 19. | ข |
| 5. | จ | 20. | ค |
| 6. | ง | 21. | จ |
| 7. | ข | 22. | ก |
| 8. | ง | 23. | ง |
| 9. | ก | 24. | จ |
| 10. | ข | 25. | ค |
| 11. | จ | 26. | ข |
| 12. | ข | 27. | ง |
| 13. | ก | 28. | จ |
| 14. | ก | 29. | ข |
| 15. | ค | 30. | ง |

หน่วยที่ 1

ใบสั่งงาน

นักเรียนปฏิบัติตามลำดับขั้นดังนี้ :-

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้ กับอาจารย์ผู้สอน
2. สำนักรวจัศค-อุปกรณ์ที่มีอยู่ในหน่วยนี้ทั้งหมดความีครบตามรายการต่อไปนี้หรือไม่
 - 2.1 คู่มือการเรียน
 - 2.2 ไฟ 1 สำหรับ
 - 2.3 ถู 2 ใบ
 ใบที่ 1 มีลูกแก้วสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก สีน้ำเงิน 1 ลูก
 ใบที่ 2 มีลูกแก้วสีขาว 5 ลูก
 - 2.4 บัตรกิจกรรม
 - 2.5 บัตรคำตอบ
 - 2.6 เฉลยผลการทดลอง
 - 2.7 แผนบรรยาย
 - 2.8 คำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม
 - 2.9 กระดาษแข็ง
 - 2.10 แบบฝึกหัด
 - 2.11 เฉลยแบบฝึกหัด
3. ศึกษาจุดประสงค์ของการเรียนหน่วยนี้ จากคู่มือการเรียน
4. คำเนิการทดลองตามบัตรกิจกรรมและตอบคำถามในบัตรคำตอบ เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยผลการทดลอง
5. อ่านเนื้อหาจากแผนบรรยาย
6. อ่านคำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม
7. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง แวมเบิลสเปซ
8. ทำแบบฝึกหัดหลังจากเรียนหน่วยที่ 1 เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด

9. ส่งผลการตรวจแบบฝึกหัดที่อาจารย์ผู้สอน
10. สำนักรวบรวม-อุปกรณ์อีกครั้งหนึ่งว่าอุปกรณ์หรือไม่ และเก็บทุกอย่างไว้ใน

สภาพเดิม

11. ทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน

เรื่อง

การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

แบบทดสอบก่อนเรียน หน่วยที่ 1

จงทำเครื่องหมาย X ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง, หรือ จ
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองในข้อใด?
 - ก. การทดลองซึ่งไม่สามารถทำนายผลที่เกิดขึ้นได้ถูกต้องแน่นอน
 - ข. การทดลองซึ่งอาจจะทำนายผลที่เกิดขึ้นได้ถูกต้องแน่นอน
 - ค. การทดลองซึ่งสามารถทำนายผลที่เกิดขึ้นได้ถูกต้องแน่นอน
 - ง. การทดลองซึ่งไม่สนใจผลที่เกิดขึ้น
 - จ. การทดลองซึ่งสนใจผลที่เกิดขึ้น
2. การกระทำข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม?
 - ก. ค้นหาประเทศฝรั่งเศสในแผนที่ทวีปยุโรป
 - ข. สัมภาษณ์เพื่อนเกี่ยวกับชนิดของบุหรี่ยี่ห้อ
 - ค. แม่แบ่งส้ม 20 ผล ให้ลูกสี่คน ๆ ละเท่า ๆ กัน
 - ง. หยิบชิ้นส่วนที่ได้รับรางวัลที่ 1 ในการชิงโชคครั้งนี้ขึ้นมาอ่านชื่อ
 - จ. โยนลูกเต๋าที่มีแต้ม 2 ทั้ง 6 หน้า 1 ครั้ง และจดแต้มที่เกิดขึ้น
3. ข้อใดต่อไปนี้ ไม่ใช่ การทดลองสุ่ม?
 - ก. ท้าขอสอบ
 - ข. หยิบไพ่ 1 ใบจากสำรับ
 - ค. หยิบฉลากของขวัญในวันปีใหม่
 - ง. โยนเหรียญบาท 3 อัน พร้อม ๆ กัน
 - จ. ปกติหาหยิบลูกบอลจากกล่องซึ่งมีลูกบอลสีแดง 3 ลูก สีเขียว 2 ลูก

4. ถ้าทดลองสุ่มโดยการทอกลูกเต๋า 3 หน้า 1 ครั้ง และจุดแต้มไว้ ผลที่อาจจะเกิดขึ้นทั้งหมดของการทดลองสุ่มจะเท่ากับเท่าไร?
- {1}
 - {2}
 - {3}
 - {1,2}
 - {1,2,3}
5. แคมเปิลสเปซ คืออะไร?
- ผลลัพธ์ที่เกิดขึ้นจริง ๆ ของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่เป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
 - ผลลัพธ์เพียงบางส่วนซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม
 - เซตที่มีสมาชิกเป็นเพียงบางส่วนของผลลัพธ์ ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม
6. ถ้าทดลองสุ่มโดยการทอกลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และจุดผลรวมของแต้มที่ปรากฏไว้ แคมเปิลสเปซของการทดลองนี้จะเท่ากับเท่าไร?
- 1,2,3,4,5,6
 - 2,4,6,8,10,12
 - { 1,2,3,4,5,6 }
 - { 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 }
 - { 1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12 }
7. สุ่มลูกบอลขึ้นมา 2 ลูก พร้อม ๆ กัน จากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีขาว 2 ลูก ถ้าสนใจจำนวนลูกบอลสีแดงที่หยิบได้ แคมเปิลสเปซจะเท่ากับเท่าไร?
- 1,2
 - 0,1,2
 - {1,2}
 - {0,1,2}
 - {1,2,3,4}

8. จากโจทย์ข้อ 7 ถ้าสนใจสีของลูกบอลที่หยิบได้ แคมเบิลสเปซจะเท่ากับเท่าไร?

ก. { (แดง,แดง), (แดง,ขาว), (ขาว,แดง), (ขาว,ขาว) }

ข. { (แดง,แดง), (แดง,ขาว), (ขาว,ขาว) }

ค. { (แดง,แดง), (ขาว,ขาว) }

ง. { (แดง,ขาว), (ขาว,แดง) }

จ. { แแดง, ขาว }

9. ถ้าสุ่มเดือนใน 1 ปี มา 1 เดือน แคมเบิลสเปซมีสมาชิกกี่ตัว?

ก. 1

ข. 7

ค. 12

ง. 30

จ. 365

10. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง และสนใจหน้าของลูกเต๋าที่เกิดขึ้นแต่ละลูก แคมเบิลสเปซจะมีสมาชิกกี่ตัว?

ก. 1

ข. 2

ค. 6

ง. 12

จ. 36

เฉลย

1. ก
2. ข
3. ก
4. จ
5. ก
6. ง
7. ง
8. ข
9. ก
10. จ

หน่วยที่ 1

คู่มือการเรียน

เรื่อง การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกความหมายของการทดลองสุ่มได้อย่างถูกต้อง (1)
2. บอกได้อย่างถูกต้องว่าการทดลองใดเป็นการทดลองสุ่ม เพื่อกำหนดการทดลองมาให้ (2-3)
3. บอกผลที่อาจจะเกิดขึ้นทั้งหมดจากการทดลองสุ่มได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มมาให้ (4)
4. บอกความหมายของแซมเปิลสเปซได้อย่างถูกต้อง (5)
5. เขียนเซตของแซมเปิลสเปซได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดการทดลองสุ่มมาให้ (6-10)
6. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้ ได้ถูกต้องประมาณ 40%
7. ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%
8. ทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยนี้ได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%

บัตรกิจกรรม

หน่วยที่ 1

การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

การทดลองสุ่ม

การทดลองที่ 1

อุปกรณ์ ไฟ 1 สำหรับ

วิธีปฏิบัติ

1. ให้นักเรียนชวยไฟและคว่ำไว้ หยิบออกมา 1 ใบ และจดหน้าของไฟที่หยิบได้ แล้วใส่ไฟกลับที่เดิม

2. ชวยไฟทั้งหมดอีกครั้งหนึ่งแล้วหยิบออกมา 1 ใบ พยายามหยิบให้ไฟที่มีหน้าเหมือนกับการหยิบครั้งแรก โดยหยิบเพียงครั้งเดียวเท่านั้น

3. หางายไฟทั้งหมดบนโต๊ะแล้วหยิบ 10 โป้ราคาออกมา

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ในบัตรคำตอบ

1. จากการทดลองขั้นที่ 1 นักเรียนหยิบได้ไฟหน้าอะไร?

2. จากการทดลองขั้นที่ 2 นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่า ไฟที่หยิบได้ต้องมีหน้าเหมือนกับไฟที่หยิบได้ในการทดลองขั้นที่ 1?

3. จากการทดลองขั้นที่ 1 และขั้นที่ 2 ขณะที่หยิบไฟออกมา และก่อนที่จะเปิดดูหน้าไฟ นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่าไฟที่หยิบได้มีหน้าอะไร?

4. จากการทดลองขั้นที่ 3 ไฟที่นักเรียนหยิบได้ เป็น 10 โป้ราคาแน่นอนหรือไม?

5. การทดลองที่ไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอน เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจจะเกิดขึ้นได้หลายอย่าง เรียกว่า การทดลองสุ่ม

ดังนั้นจากการทดลองทั้ง 3 ขั้น การทดลองขั้นใดเป็นการทดลองสุ่ม?

การทดลองที่ 2

อุปกรณ์ ถุง 2 ใบ

ใบที่ 1 มีลูกแก้วสีขาว 3 ลูก สีแดง 2 ลูก และสีน้ำเงิน 1 ลูก

ใบที่ 2 มีลูกแก้วสีขาว 5 ลูก

วิธีปฏิบัติ

1. ให้นักเรียนหยิบลูกแก้วออกมา 1 ลูก จากถุงใบที่ 1 โดยไม่มอง
2. หยิบลูกแก้วออกมา 1 ลูก จากถุงใบที่ 2 โดยไม่มอง

ให้นักเรียนตอบคำถามต่อไปนี้ในบัตรคำตอบ

1. จากการทดลองขั้นที่ 1 นักเรียนหยิบได้ลูกแก้วสีอะไร?
2. ในขณะที่ทำการทดลองขั้นที่ 1 ก่อนที่นักเรียนจะเห็นลูกแก้วที่หยิบได้ นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่า ลูกแก้วที่หยิบได้เป็นสีอะไร?
3. จากการทดลองขั้นที่ 2 นักเรียนหยิบได้ลูกแก้วสีอะไร?
4. ในขณะที่ทำการทดลองขั้นที่ 2 ก่อนที่นักเรียนจะเห็นลูกแก้วที่หยิบได้ นักเรียนบอกได้แน่นอนหรือไม่ว่า ลูกแก้วที่หยิบได้เป็นสีอะไร?
5. การทดลองที่ไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้อง เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจจะเกิดขึ้นได้หลายอย่าง เรียกว่า การทดลองสุ่ม

ดังนั้น จากการทดลองทั้ง 2 ขั้น การทดลองขั้นใดเป็นการทดลองสุ่ม?

บัตรคำตอบ

การทดลองที่ 1

1

2

3

4

5

การทดลองที่ 2

1

2

3

4

5

เฉลยผลการทดลอง

การทดลองที่ 1

1.
2. ไม่นั่นเอง
3. ไม่นั่นเอง
4. นั่นเอง
5. การทดลองขั้นที่ 1, 2

การทดลองที่ 2

1.
2. ไม่นั่นเอง
3. สีขาว
4. นั่นเอง
5. การทดลองขั้นที่ 1

แผนบรรยายเรื่องการทดลองสุ่ม

การทดลองสุ่ม คือการทดลองซึ่งไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอนเนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจจะเกิดขึ้นได้หลายอย่าง

ตัวอย่างการทดลองที่เป็นการทดลองสุ่ม

1. โยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง (บอกไม่ได้แน่นอนว่า เหรียญจะออก "หัว" หรือ "ก้อย")
2. สัมภาษณ์เด็กวัยรุ่นว่าชอบคาราพายนตร์คนใดมากที่สุด (บอกไม่ได้แน่นอนว่าเป็นใครอาจจะ เป็น ลลนา, ไพโรจน์, อัญญา, ฯลฯ)
3. หยิบปิงปองออกมา 2 ลูกพร้อม ๆ กัน จากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกปิงปอง 3 สี ๆ ลูก คือ แดง, เขียว, และขาว (บอกไม่ได้แน่นอนว่าจะหยิบได้ปิงปองสีอะไร อาจจะ เป็น (แดง, เขียว), (เขียว, ขาว) หรือ (แดง, ขาว) อย่างใดอย่างหนึ่ง)
4. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง (บอกไม่ได้แน่นอนว่าลูกเต๋าค่าจะออกแต้มอะไร อาจจะออกแต้ม 1,2,3,4,5 หรือ 6 อย่างใดอย่างหนึ่ง)
5. หยิบฉลากที่ส่งมาชิงโชค ในรายการนาฬิกาทอง (บอกไม่ได้แน่นอนว่าจะหยิบได้ชิ้นส่วนของใคร)

ตัวอย่างการทดลองที่ไม่ใช่การทดลองสุ่ม

1. นำ 2 ไปบวก 3 (บอกผลลัพธ์ที่แน่นอนได้คือเท่ากับ 5)
2. ชี้แม่น้ำเจ้าพระยาในแผนที่ประเทศไทย (บอกผลลัพธ์ที่แน่นอนได้ คือแม่น้ำที่ชี้ที่ถูกต้องจะต้องเป็นแม่น้ำเจ้าพระยา)
3. โยนลูกเต๋ามีแต้ม 2 หั้ว 6 หน้า แล้วจดแต้มที่เกิดขึ้น (บอกผลลัพธ์ที่แน่นอนได้คือ ลูกเต๋าคงจะต้องออกแต้ม 2)
4. หยิบฉลากของนาย ก. ที่ส่งไปชิงโชคในรายการประตูทอง ชี้นมาอ่านชื่อ (บอกผลลัพธ์ที่แน่นอนได้คือ ฉลากที่หยิบได้เป็นของนาย ก.)

คำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม

เนื้อหาในบทเรียนแบ่งออกเป็นหน่วยย่อย ๆ เรียกว่า กรอบ เรียงจากง่ายไปหายากตามลำดับ ในแต่ละกรอบจะมีข้อความใหญ่เรียนอ่าน มีคำถามให้คิด และตอบคำถาม ซึ่งผู้เรียนจะทราบทันทีว่าคำตอบถูกหรือผิด เพราะมีคำตอบเฉลยไว้ด้วย ดังนั้นการอ่านข้อความผู้เรียนควรให้ความสนใจสังเกตแล้วเปรียบเทียบจนสามารถสรุปหลักเกณฑ์และนำไปใช้ได้ โดยที่แต่ละกรอบมีลักษณะ ดังนี้

	1. ในตอนนี้มีข้อความให้นักเรียนอ่านและมีคำถามให้นักเรียนตอบหรือเติมข้อความที่ขาดหายไป
ในตอนนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 1	2.
ในตอนนี้มีคำตอบเฉลยของกรอบที่ 2	3.

คำแนะนำในการใช้บทเรียน

1. นำกระดาษแข็งปิดข้อความในกรอบที่ 2 แล้วเริ่มอ่านกรอบที่ 1 พร้อมทั้งตอบคำถามหรือเติมข้อความที่ขาดหายไป หลังจากนั้นตรวจคำตอบโดยเลื่อนกระดาษลงไปปิดกรอบที่ 3 ซึ่งคำตอบของกรอบที่ 1 จะอยู่ทางซ้ายมือกรอบที่ 2
 - 1.1 ถ้าตอบถูกให้ผู้เรียนอ่านกรอบต่อไป
 - 1.2 ถ้าตอบผิด ให้ผู้เรียนย้อนกลับไปอ่านกรอบที่ 1 ให้เข้าใจแล้วคิดใหม่ชี้คําคําตอบเดิม และเขียนคำตอบที่ถูกต้องใส่คำตอบที่ผิดแล้วจึงอ่านกรอบต่อไป
2. ลองทำทุก ๆ กรอบ จากเริ่มต้น อย่า ข้ามกรอบใดกรอบหนึ่งเป็นอันขาด
3. ขอให้ผู้เรียนข้อสําคัญของตนเอง อยาลอกเฉลยมาตอบ เพราะบทเรียนที่กำลังทำอยู่นี้มีใช้แบบสอบ แต่เป็นบทเรียนเพื่อการเรียนรู้

แซมเปิลสเปซ (Sample space)

	<p>1 ถ้าทดลองสุ่มโดยการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ผลปรากฏว่าเหรียญออก "หัว" เรียกว่า ผลที่เกิดขึ้น (outcome) ของการทดลองสุ่ม</p> <p>ดังนั้นถ้าโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ผลปรากฏว่าเหรียญออก "ก้อย" เรียกว่า _____</p>
ผลที่เกิดขึ้น (outcome) ของการทดลองสุ่ม	<p>2 ถ้าโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง ผลปรากฏว่าเหรียญออกหัว 1 ครั้ง และก้อย 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้ $H =$ หัว, $T =$ ก้อย ดังนั้น "HT" เป็น _____</p> <p>แต่ถ้าเหรียญออกหัวทั้ง 2 ครั้ง จะได้ "_____"</p> <p>เป็นผลที่เกิดขึ้นของการทดลองสุ่ม</p>
ผลที่เกิดขึ้นของการทดลองสุ่ม "HH"	<p>3 ถ้าโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง เหรียญอาจจะออก "H" หรือ "T" ใดๆอย่างหนึ่ง</p> <p>ดังนั้น ถ้าโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง เหรียญอาจจะออก _____, _____, _____, _____ อย่างใดอย่างหนึ่ง</p>
HH, HT, TH, TT	<p>4 เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่มครั้งหนึ่ง เรียกว่า แซมเปิลสเปซ (Sample space) เขียนแทนด้วยสัญลักษณ์ "S"</p> <p>ดังนั้นแซมเปิลสเปซคือเซต _____</p>
ที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม	

	<p>5 จากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง จะได้</p> $S = \{H, T\}$ <p>ดังนั้น ถ้าโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง</p> $S = \{ \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$
$\{HH, HT, TH, TT\}$	<p>6 ทดลองสุ่มวันในหนึ่งสัปดาห์มา 1 วัน</p> $S = \{ \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$
$S = \{ \text{อาทิตย์, จันทร์, อังคาร, พุธ, พฤหัสบดี, ศุกร์, เสาร์} \}$	<p>7 ถ้าโยนลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ผลที่เกิดขึ้นอาจจะออกแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 ใดอย่างหนึ่ง</p> <p>ถ้ากำหนดให้ $S_1 =$ แคมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มครั้งนี้</p> $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ <p>แต่ในการทดลองนี้ ถ้าสนใจแค่เพียงแต้มที่เป็นจำนวนคู่ ผลที่ได้จากการทดลองซึ่งสนใจ อาจจะเป็น 2, 4 หรือ 6 ใดอย่างใดอย่างหนึ่ง</p> <p>ถ้ากำหนดให้ $S_2 =$ แคมเปิลสเปซของการทดลองสุ่ม</p> $S_2 = \{2, 4, 6\}$ <p>ดังนั้นจะเห็นได้ว่าการทดลองสุ่มครั้งเดียวกัน อาจมีแคมเปิลสเปซมากกว่าหนึ่งก็ได้ทั้งนี้ขึ้นอยู่กับผลลัพธ์ที่สนใจ</p> <p>ถ้าในการทดลองนี้สนใจแต้มที่ 3 หารลงตัวแล้ว</p> $S = \{ \text{---}, \text{---} \}$
$= \{3, 6\}$	

	8	<p>สุ่มลูกบอลขึ้นมา 1 ลูกจากถุงใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบอลทำด้วยพลาสติกสีแดง 2 ลูก ทำด้วยยางสีเขียว 3 ลูก ถ้าสนใจ สี ของลูกบอลที่หยิบได้</p> $S = \{ \text{---}, \text{---} \}$
$S = \{ \text{แดง, เขียว} \}$	9	<p>จากกรอบที่ 8 ถ้าสนใจ วัสดุ ที่ใช้ทำลูกบอล</p> $S = \{ \text{---}, \text{---} \}$
$S = \{ \text{พลาสติก, ยาง} \}$	10	<p>ทดลองสุ่มโดยหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับและสนใจ ชนิด ของไพ่</p> $S = \{ \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$
$S = \{ \text{โพธิ์ดำ, โพธิ์แดง, ขาวหลามตัด, ดอกจิก} \}$	11	<p>โยนเหรียญ 1 อัน 4 ครั้ง และสนใจจำนวนครั้งที่ขึ้นหัว</p> $S = \{ 0, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$
$S = \{ 0, 1, 2, 3, 4 \}$	12	<p>ทดลองสุ่มสีในวงกลมสีซึ่งมีสีทั้งหมด 12 สี มา 1 สี ดังนั้นแซมเปิลสเปซมีสมาชิก = _____ ตัว</p>
12	13	<p>ทดลองสุ่มตัวอักษรในภาษาอังกฤษมา 1 ตัว แซมเปิลสเปซมีสมาชิก = _____ ตัว</p>
26	14	<p>ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และสนใจผลรวมของแต้มที่มากกว่า 5 ดังนั้นแซมเปิลสเปซมีสมาชิก = _____ ตัว</p>
7		

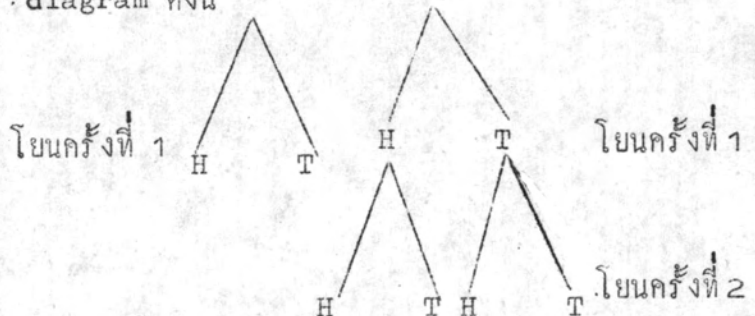
15 ในการเขียนแซมเปิลสเปซ หรือหาจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มครั้งหนึ่ง ๆ บางครั้งต้องอาศัยความรู้เรื่อง การจัดลำดับ (Permutation) และการจัดหมู่ (Combination)

เช่น โยนเหรียญ 1 อัน 2 ครั้ง โดยใช้กฎเบื้องต้นเกี่ยวกับการจัดลำดับ จะได้ว่า ผลที่อาจเกิดขึ้นมี 4 วิธี

ดังนั้นจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ = 4 เพราะ โยนเหรียญครั้งที่ 1 ผลที่อาจเกิดขึ้นมี 2 วิธีคือ H และ T และโยนเหรียญครั้งที่ 2 ผลที่อาจเกิดขึ้นมี 2 วิธีคือ H และ T เหมือนกัน

นั่นคือ ผลที่อาจเกิดขึ้นทั้งหมดของการโยนเหรียญ 1 อัน 2 ครั้ง จะเป็น $2 \times 2 = 4$ วิธี

ได้แก่ HH, HT, TH, TT ซึ่งแสดงโดยใช้ Tree diagram ดังนี้



$$S = \{ HH, HT, TH, TT \}$$

ถ้าโยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง

$$S = \{ \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad}, \underline{\quad} \}$$

$$S = \{ HHH, HHT, HTH, HTT, \\ THH, THT, TTH, TTT \}$$

	<p>16 ถ้าทอดลูกเต๋า ซึ่งมี 4 หน้า 2 ลูก 1 ครั้ง โดยสนใจแต้มที่เกิดขึ้นแต่ละลูก และใช้สัญลักษณ์ $(1,2)$ หมายความว่า ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 1 และลูกเต๋าลูกที่สองออกแต้ม 2 โดยอาศัยความรู้เรื่องการจัดลำดับ จงเติมสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S ที่ขาดหายไป จากที่กำหนดให้ข้างล่างให้ถูกต้อง</p> $S = \{(1,1), (1,2), \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, (2,1), \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, (3,4), \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, \underline{\hspace{1cm}}, (4,4)\}$
$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4)\}$	<p>17 ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และสนใจแต้มที่เกิดขึ้นแต่ละลูก แซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก = <u> </u> ตัว</p>
$6^2 = 36$	<p>18 นักเรียนกลุ่มหนึ่งมีจำนวน 10 คน จะเลือกมา 2 คน มาเป็นประธาน และรองประธาน โดยใช้การจัดลำดับ จะเลือกได้ทั้งหมด <u> </u> = <u> </u> วิธี ซึ่งแต่ละวิธีที่เลือกมาเป็นผลที่อาจจะเกิดขึ้นของการทดลองสุ่ม ดังนั้น แซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก <u> </u> ตัว</p>
${}^{10}P_2 = 90$ วิธี 90 ตัว	<p>19 ในการทดสอบคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งมีข้อสอบ 9 ข้อ แต่ให้นักเรียนเลือกตอบเพียง 5 ข้อ โดยใช้หลักการจัดหมู่ จะได้ว่า นักเรียนจะเลือกตอบได้ทั้งหมด <u> </u> = <u> </u> วิธี ซึ่งแต่ละวิธีที่เลือกตอบเป็นผลที่อาจจะเกิดขึ้นของการทดลองสุ่ม ดังนั้นแซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก <u> </u> ตัว</p>

${}^9C_5 = 126$ วิธี 126 ตัว	20 กำหนดจุด 5 จุด บนวงกลมวงหนึ่ง จะสร้างรูปสามเหลี่ยมบรรจุด้านในวงกลม โดยใช้จุดเหล่านี้เป็นจุดมุมยอดได้ _____ = _____ รูป ดังนั้น ถ้าทดลองสุ่มรูปสามเหลี่ยมที่บรรจุด้านในวงกลมแล้ว แซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก _____ ตัว
${}^5C_3 = 10$ รูป 10 ตัว	

หน่วยที่ 1

แบบฝึกหัด

ชื่อ

1. การทดลองสุ่ม คือ _____

2. แซมเปิลสเปซ คือ _____
3. จงกาเครื่องหมาย (✓) หน้าข้อที่เป็นการทดลองสุ่ม
 - 3.1 ทอดลูกเต๋าซึ่งมี 4 หน้า 1 ลูก 2 ครั้ง
 - 3.2 โยนเหรียญที่มีหน้า "ก้อย" ทั้ง 2 หน้า 1 อัน 2 ครั้ง
 - 3.3 แบ่งที่ดิน 300 ตารางวาให้ลูก 2 คน โดยคนที่หนึ่งได้เป็น 2 เท่าของคนที่สอง
 - 3.4 สัมภาษณ์แม่บ้านที่ใชผงซักฟอกบริด เกี่ยวกับชนิดของผงซักฟอกที่ใช้
 - 3.5 อัญญา นามวงศ์ หยิบชิ้นส่วนที่ส่งมาซึ่งโชคจากกองยาสีฟันชาวสะอาก
4. จงเขียนแซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่มต่อไปนี้
 - 4.1 ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และสนใจผลต่างของแต้มของลูกเต๋าทัง 2 ลูก

$$S = \{ \text{-----} \}$$
 - 4.2 โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง และสนใจจำนวนครั้งที่ออกหัว

$$S = \{ \text{-----} \}$$
 - 4.3 ในการสอบคณิตศาสตร์ของนาย ก. ซึ่งคัดสินโดยใช้เกรด A, B, C, D และ F ถ้าสนใจเกรดที่นาย ก. ใ้รับ

$$S = \{ \text{-----} \}$$
 - 4.4 ในการคัดเลือกบุคคลเข้ารับตำแหน่ง 2 ตำแหน่งที่ต่างกัน ผู้ที่ได้รับการเสนอชื่อ คือ นาย ก. นาย ข. และนาย ค. ถ้าสนใจวิธีเลือกบุคคล

เข้าดำรงตำแหน่งเหล่านี้

$$S = \{ \text{_____} \}$$

- 4.5 ในกระเป๋าใบหนึ่งมีธนบัตรพับซ้อนกันอยู่ 6 ใบ โดยมีใบละ 10 บาท 2 ใบ ใบละ 20 บาท 2 ใบ และใบละ 100 บาท 2 ใบ ถ้าสุ่มธนบัตรขึ้นมา 2 ใบ และสนใจผลรวมของค่าของเงิน

$$S = \{ \text{_____} \}$$

หน่วยที่ 1

เฉลยแบบฝึกหัด

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองซึ่งไม่สามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอน เนื่องจากผลลัพธ์ที่ได้อาจจะเกิดขึ้นได้หลายอย่าง
2. แซมเปิลสเปซ คือ เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ที่อาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
3.
 - 3.1
 - 3.2
 - 3.3
 - 3.4
 - 3.5
4.
 - 4.1 $S = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$
 - 4.2 $S = \{0, 1, 2\}$
 - 4.3 $S = \{A, B, C, D, F\}$
 - 4.4 $S = \{(ก, ข), (ก, ค), (ข, ก), (ข, ค), (ค, ก), (ค, ข)\}$
 - 4.5 $S = \{20, 30, 40, 110, 120, 200\}$

เรื่อง

การทดลองสุ่มและแซมเปิลสเปซ

แบบทดสอบหลังเรียน หน่วยที่ 1

จงทำเครื่องหมาย X ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. การทดลองสุ่ม คือ การทดลองในข้อใด?
 - ก. การทดลองที่สนใจผลที่เกิดขึ้น
 - ข. การทดลองที่ไม่สนใจผลที่เกิดขึ้น
 - ค. การทดลองซึ่งสามารถทำนายผลที่เกิดขึ้นได้แน่นอน
 - ง. การทดลองซึ่งอาจจะทำนายผลที่เกิดขึ้นได้แน่นอน
 - จ. การทดลองซึ่งไม่สามารถทำนายผลที่เกิดขึ้นได้แน่นอน
2. การกระทำข้อใดเป็นการทดลองสุ่ม?
 - ก. เสี่ยงโบเซียมซี
 - ข. ผลบวกของ 3 กับ 4
 - ค. พอกแบ่งเงิน 500 บาทให้ลูก 5 คน ๆ ละเท่า ๆ กัน
 - ง. สัมภาษณ์แม่บ้านที่ใช้จักรเย็บผ้าว่าใช้จักรเย็บผ้าหรือไม่
 - จ. หยิบลูกบอล 2 ลูก จากกล่องที่มีลูกบอลสีแดงทั้งหมดและสนใจสีของลูกบอลที่หยิบได้
3. การกระทำข้อใด ไม่ใช่ การทดลองสุ่ม?
 - ก. โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง
 - ข. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง
 - ค. หยิบคิงโพธิ์แดงจากสำรับไพ่
 - ง. สัมภาษณ์แม่บ้านเกี่ยวกับชนิดของผงซักฟอกที่ใช้
 - จ. หยิบลูกบอล 1 ลูกจากกล่องที่มีลูกบอล 3 ลูก ๆ ละสี

4. ถ้าทดลองสุ่มโดยการหยิบบิงปอง 2 ลูก พร้อม ๆ กันจากกล่องซึ่งมีบิงปองสีขาว 2 ลูก สีแดง 1 ลูก และจกสีที่หยิบได้ ผลที่อาจจะเกิดขึ้นทั้งหมดของการทดลองสุ่มจะเท่ากับเท่าไร?

- ก. {ขาว,ขาว}
- ข. {แดง,แดง}
- ค. {แดง,ขาว}
- ง. {(ขาว,ขาว), (ขาว,แดง)}
- จ. {(ขาว,ขาว), (ขาว,แดง), (แดง,ขาว)}

5. แชมเปิดสเปซ คือ อะไร?

- ก. ผลที่เกิดขึ้นจริง ๆ ของการทดลองสุ่ม
- ข. เซตที่เป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
- ค. เซตที่มีสมาชิกเป็นผลลัพธ์ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ทั้งหมดของการทดลองสุ่ม
- ง. ผลลัพธ์เพียงบางส่วน ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม
- จ. เซตที่มีสมาชิกเป็นเพียงบางส่วนของผลลัพธ์ ซึ่งอาจจะเป็นไปได้ของการทดลองสุ่ม

6. ครอบครัวหนึ่งต้องการมีบุตร 2 คน แชมเปิดสเปซของการมีบุตรของครอบครัวนี้เป็นเท่าไร? (ช.แทนชาย และ ญแทนหญิง)

- ก. {ญ ญ}
- ข. {ช ช}
- ค. {ญ ช}
- ง. {ช ช, ช ญ, ญ ญ}
- จ. {ช ช, ช ญ, ญ ช, ญ ญ}

7. จากโจทย์ข้อ 6 ถ้าสนใจจำนวนบุตรที่เป็นหญิงของครอบครัวนี้แชมเปิลสเปซจะเท่ากับเท่าไร?
- $\{1\}$
 - $\{0,1\}$
 - $\{1,2\}$
 - $\{0,1,2\}$
 - $\{1,2,3,4\}$
8. ถ้าทดลองสุ่มโดยโยนเหรียญ 1 อัน 4 ครั้ง และสนใจจำนวนครั้งที่เกิดก้อย แชมเปิลสเปซจะเท่ากับเท่าไร?
- $\{0,1,2,3,4\}$
 - $\{1,2,3,4\}$
 - $\{1,2,3\}$
 - $\{1,2\}$
 - $\{1\}$
9. ถ้าทดลองสุ่ม โดยการทอลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และสนใจผลรวมของแต้มที่มากกว่า 9 และเป็นจำนวนคู่ แชมเปิลสเปซจะมีจำนวนสมาชิกเท่าไร?
- 1
 - 2
 - 3
 - 4
 - 5
10. ทดลองสุ่มโดยหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับและสนใจชนิดของไพ่แชมเปิลสเปซจะมีจำนวนสมาชิกเท่าไร?
- 1
 - 4
 - 10
 - 13
 - 52

เฉลย

1. จ
2. ก
3. ค
4. ง
5. ค
6. จ
7. ง
8. ก
9. ข
10. ข

หน่วยที่ 2

ใบสั่งงาน

นักเรียนปฏิบัติตามลำดับขั้นดังนี้ :-

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน
2. สํารวจวัสดุ-อุปกรณ์ที่มีอยู่ในหน่วยนี้ทั้งหมดความีครบตามรายการต่อไปนี้

หรือไม่

- 2.1 คู่มือการเรียน
- 2.2 คำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม
- 2.3 บทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง เหตุการณ์ (Events)
- 2.4 กระดาษแข็ง
- 2.5 แบบฝึกหัด
- 2.6 เฉลยแบบฝึกหัด
3. ศึกษาจุดประสงค์ของการเรียนหน่วยนี้ จากคู่มือการเรียน
4. อ่านคำแนะนำในการเรียนบทเรียนแบบโปรแกรม
5. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เรื่อง เหตุการณ์ (Events)
6. ทำแบบฝึกหัดหลังเรียนหน่วยที่ 2 เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด
7. ส่งผลการตรวจแบบฝึกหัดที่อาจารย์ผู้สอน
8. สํารวจวัสดุ-อุปกรณ์อีกครั้งหนึ่งว่าอยู่ครบหรือไม่ และเก็บทุกอย่างไว้ใน

สภาพเดิม

9. ทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน

เรื่อง

เหตุการณ์

แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 2

จงทำเครื่องหมาย X ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดเป็นความหมายของเหตุการณ์?
 - ก. เซตของแซมเปิลสเปซ
 - ข. สับเซตของแซมเปิลสเปซ
 - ค. พรอบเปอร์สับเซตของแซมเปิลสเปซ
 - ง. เซตซึ่งยูเนียนกับแซมเปิลสเปซแล้วเท่ากับตัวมันเอง
 - จ. เซตซึ่งอินเตอร์เซก กับ แซมเปิลสเปซแล้วเท่ากับเซตว่าง
2. ถ้าทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง และจดแต้มที่เกิดขึ้นไว้
กำหนดให้ $E =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าทอดแต้มที่มากกว่า 3 แต่เป็นจำนวนคู่และ
3หารลงตัว ข้อใดคือเหตุการณ์ E ?
 - ก. 0
 - ข. \emptyset
 - ค. $\{0\}$
 - ง. $\{3\}$
 - จ. $\{3,6\}$
3. จากโจทย์ข้อ 2 กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ทอดลูกเต๋าทอดแต้มมากกว่า 3 และ 3
หารลงตัว ข้อใดคือเหตุการณ์ E_1 ?
 - ก. $\{1,2,3,4,5,6\}$
 - ข. $\{1,3,5\}$
 - ค. $\{2,4,6\}$
 - ง. $\{3,6\}$
 - จ. $\{6\}$

4. ในการทดลองสุ่มครั้งหนึ่ง กำหนดให้ แซมเปิลสเปซ $S = \{1, 2, 3, 4\}$

$A = \{2, 4\}$ A คือ เหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ 1 หารลงตัว
- ข. เหตุการณ์ที่ 2 หารลงตัว
- ค. เหตุการณ์ที่ได้แต้มตั้งแต่ 2 ขึ้นไป
- ง. เหตุการณ์ที่ 1 และ 2 หารลงตัว
- จ. เหตุการณ์ที่ได้แต้มตั้งแต่ 2 ขึ้นไป แต่มีน้อยกว่า 5

5. กำหนดให้ Universe = $\{1, 2, 3, \dots, 10\}$, $A = \{1, 2, 3, 4\}$,

$B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ ข้อใดต่อไปนี้ถูกต้องที่สุด?

- ก. $A \cap B = \{1, 3, 5\}$
- ข. $(A \cup B)' = \{6, 8, 10\}$
- ค. $A \cup B = \{5, 7, 9\}$
- ง. $B' = \{4, 6, 8, 10\}$
- จ. $A' = \{4, 5, 6, \dots, 10\}$

6. ถ้า A และ B เป็นเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์แล้วเหตุการณ์ A ยูเนียนกับเหตุการณ์ B คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A
- ข. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ B
- ค. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดของเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B
- ง. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของทั้งเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B
- จ. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A , หรือเหตุการณ์ B ใดอย่างใดอย่างหนึ่ง

7. จากโจทย์ข้อ 6 เหตุการณ์ A อินเตอร์เซกกับเหตุการณ์ B ($A \text{ intersect } B$) คือ เหตุการณ์ในข้อใด?

(ตัวเลือกในข้อ 6)

8. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้วคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E: (Complement of E) คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งอยู่ใน S
- ข. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งอยู่ในเหตุการณ์ E
- ค. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งอยู่ใน S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E
- ง. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งอยู่ในเหตุการณ์ E แต่ไม่อยู่ใน S
- จ. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกซึ่งไม่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E และ S

9. สัญลักษณ์ใดที่หมายถึง คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ A อินเตอร์เซกกับเหตุการณ์ B

- ก. $A \cup B$
- ข. $A \cap B$
- ค. $A' \cap B$
- ง. $(A \cap B)'$
- จ. \emptyset

10. ในการทอกลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่

B = เหตุการณ์ที่ไคแต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

$A \cup B$ คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่และเป็นจำนวนเฉพาะ = $\{2\}$
- ข. เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่หรือเป็นจำนวนเฉพาะ = $\{2, 3, 5\}$
- ค. เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่หรือเป็นจำนวนเฉพาะ = $\{2, 4, 6\}$
- ง. เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่หรือเป็นจำนวนเฉพาะ = $\{2, 3, 4, 5, 6\}$
- จ. เหตุการณ์ที่ไคแต้มคู่และเป็นจำนวนเฉพาะ = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

11. จากโจทย์ข้อ 10 ถ้า $C =$ เหตุการณ์ที่ไ้แต้มมากกว่า 2 BNC คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ไ้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะและมากกว่า 2 = { 3, 5 }
- ข. เหตุการณ์ที่ไ้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะและมากกว่า 2 = { 2, 3, 5 }
- ค. เหตุการณ์ที่ไ้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะหรือมากกว่า 2 = { 3, 4, 5 }
- ง. เหตุการณ์ที่ไ้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะและมากกว่า 2 = { 3, 4, 5, 6 }
- จ. เหตุการณ์ที่ไ้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะหรือมากกว่า 2 = { 3, 4, 5, 6 }

12. ในการหยิบไพ่ 1 ใบ ถ้ากำหนดให้

$E =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์แดง

E' คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์ดำ = { โพธิ์ดำ }
- ข. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือข้าวหลามตัด = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด }
- ค. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและข้าวหลามตัด = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด }
- ง. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและข้าวหลามตัดและโพธิ์ดำ = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด, โพธิ์ดำ }
- จ. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือข้าวหลามตัดหรือโพธิ์ดำ = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด, โพธิ์ดำ }

13. ในการสอบคณิตศาสตร์ ซึ่งมีคะแนนเต็ม 5 คะแนน ถ้ากำหนดให้

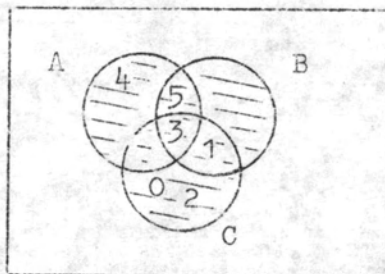
A = เหตุการณ์ที่ได้คะแนนตั้งแต่ 3 ขึ้นไป

B = เหตุการณ์ที่ได้คะแนนเป็นเลขคู่

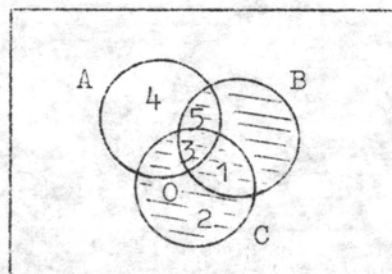
C = เหตุการณ์ที่ได้คะแนนตั้งแต่ 3 ลงมา

บริเวณที่แรเงาในข้อใด หมายถึง $A \cup (B \cap C)$?

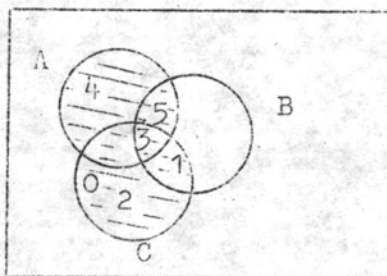
ก.



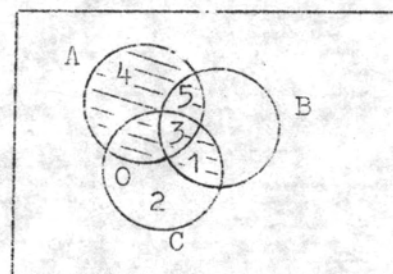
ข.



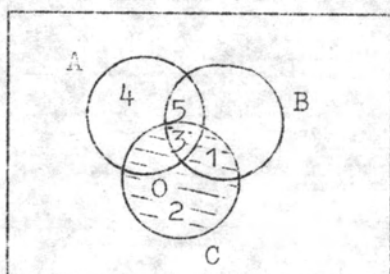
ค.



ง.



จ.



14. ข้อใดต่อไปนี้ที่เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B ไม่ เป็นเหตุการณ์ที่เกิดร่วมกัน?

ก. $S = \{1, 2, \dots, 10\}$, $A = \{x | x \leq 5\}$, $B = \{x | x \geq 5\}$

ข. $S = \{1, 2, \dots, 10\}$, $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$

ค. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

A = เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่

B = เหตุการณ์ที่ได้แต้มซึ่ง 4 ทารลงหัว

ง. ในการจับฉลากรางวัล สมโชค ส่งฉลากไปร่วมด้วย 1 ใบ

A = เหตุการณ์ที่ สมโชค ได้รางวัลที่ 1

B = เหตุการณ์ที่ สมโชค ได้รางวัลที่ 2

จ. ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับ

A = เหตุการณ์ที่หยิบได้ โพธิ์แดงหรือคอกจิก

B = เหตุการณ์ที่หยิบได้ โพธิ์ดำหรือข้าวหลามตัด

เฉลย

1. ข
2. ข
3. จ
4. ง
5. ข
6. ค
7. ง
8. ค
9. ค
10. ง
11. ก
12. จ
13. จ
14. ก

หน่วยที่ 2

คู่มือการเรียน

เรื่อง เหตุการณ์ (Events)

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยแล้วนักเรียนสามารถ

1. บอกนิยามของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง (1)
2. บอกได้อย่างถูกต้องว่า " \emptyset " เป็นเหตุการณ์อย่างหนึ่ง (2)
3. เขียนเหตุการณ์ในรูปของเซตได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความจากแซมเปิลสเปซ (3)
4. เขียนเหตุการณ์ในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ในรูปเซตจากแซมเปิลสเปซ (4)
5. บอกความหมาย $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ได้อย่างถูกต้อง เมื่อ A , B เป็นเซตใด ๆ (5)
6. บอกความหมาย $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ได้อย่างถูกต้องเมื่อ A , B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ (6-8)
7. ใช้สัญลักษณ์ $A \cup B$, $A \cap B$, A' แทนยูเนียนของเหตุการณ์ A และ B อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ A และ B และคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ A ได้อย่างถูกต้อง (9)
8. เขียนเหตุการณ์ $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B ในรูปของเซตหรือแบบบรรยายเป็นข้อความ (10-12)
9. เขียนเหตุการณ์ $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ในรูปของเซตได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B ในรูปของเซตหรือแบบบรรยายเป็นข้อความ (10-12)

10. เขียนเหตุการณ์ $A \cup B$, $A \cap B$, A' , B' ในรูปแผนภาพของเวนน์-ออยเลอร์
ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ และเหตุการณ์ ในรูปแบบบรรยายเป็นข้อความ
(13)

11. บอกได้อย่างถูกต้องว่าเหตุการณ์ใดเป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน
(Mutually exclusive events or Disjoint events) เมื่อกำหนดเหตุการณ์ให้
หลาย ๆ เหตุการณ์จากเซตเปิดสเปซเดียวกัน (14)

12. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้ได้ถูกต้องประมาณ 50%
13. ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%
14. ทำแบบทดสอบหลังเรียนหน่วยนี้ได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%

เหตุการณ์ (Events)

	<p>1. ทดลองสุ่มโดยทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ฉะนั้น $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ กำหนดให้ $A =$ เหตุการณ์ที่แต้มคู่ $= \{2, 4, 6\}$ ดังนั้น $A \subseteq S$ และถ้า $B =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 2 $= \{3, 4, 5, 6\}$ ดังนั้น $B \subseteq S$ นั่นคือ เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นสับเซต (subset) ของแซมเปิลสเปซ S ดังนั้น เหตุการณ์ คือ _____ ซึ่งนิยมเขียนแทนด้วยอักษรภาษาอังกฤษตัวพิมพ์ใหญ่ เช่น A, B, C, \dots ฯลฯ</p>
<p>สับเซตของแซมเปิล สเปซ</p>	<p>2. โยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง $S = \{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT\}$ กำหนดให้ $A =$ เหตุการณ์ที่โยกออกอย่างน้อย 2 ครั้ง $A = \{ _, _, _, _ \}$</p>
<p>$= \{ HHT, THT, TTH, TTT \}$</p>	<p>3. ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง และสนใจแต้มที่เกิดขึ้นแต่ละลูกโดยสังเกตลำดับด้วย แซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก _____ ตัว กำหนดให้ $A =$ เหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มของลูกเต๋าทะกักับ ห้า ฉะนั้น $A = \{(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)\}$ ถ้ากำหนดให้ $B =$ เหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มของลูกเต๋าทะกักับศูนย์ $B = \{ _, _, _, _, _ \}$</p>

$6^2 = 36$ $B = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$	<p>4. หยิบลูกแก้ว 1 ลูกจากกล่องใบหนึ่งซึ่งบรรจุลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีเขียว 2 ลูก และสีขาว 1 ลูก และสนใจสีของลูกแก้วที่หยิบได้</p> <p>ดังนั้น S มีสมาชิก _____ ตัว</p> <p>$A =$ เหตุการณ์ _____</p> <p>$= \{ \text{แดง} \}$</p>
<p>3 ตัว</p> <p>เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง</p>	<p>5. มีเลขโดด ๆ อยู่ 3 ตัว คือ 1, 2 และ 3 สุ่มตัวเลขมา 2 ตัว มาสร้างเลข 2 หลัก</p> <p>ดังนั้น $S = \{ 12, 13, 21, 23, 31, 32 \}$</p> <p>$E =$ เหตุการณ์ที่เลข 2 หลัก หารควย _____</p> <p>$= \{ 12, 21 \}$</p>
<p>เหตุการณ์ที่เลข 2 หลัก หารควย 3 ลงตัว</p>	<p>6. สุ่มบัตรขึ้นมา 2 ใบ โดยสุ่มครั้งละใบ จากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีบัตร 5 ใบ โดยแต่ละใบมีอักษร ก ข ค ง จ กำกับอยู่</p> <p>$E =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>$= \{(ก, ข), (ก, ค), (ก, ง), (ก, จ)\}$</p>
<p>เหตุการณ์ที่มีบัตรใบแรก ที่หยิบได้มีอักษร ก กำกับอยู่</p>	

	<p>7. โดยนิยามของสับเซตจะได้ว่า แคมเปิดสเปซและเซตว่าง (\emptyset) เป็นสับเซตของแคมเปิดสเปซ ดังนั้นแคมเปิดสเปซและเซตว่าง จึงนับเป็นเหตุการณ์ได้เช่นเดียวกัน</p> <p>กำหนดให้ $S = \{H_1, H_2, H_3, T_1, T_2, T_3\}$</p> <p>ข้อใดต่อไปนี้ไม่ใช่เหตุการณ์ซึ่งมี S เป็นแคมเปิดสเปซ</p> <p>ก. \emptyset</p> <p>ข. $\{H_2, T_2\}$</p> <p>ค. $\{H_1, H_2, H_3\}$</p> <p>ง. $\{H_1, H_3, T_1, T_3\}$</p> <p>จ. $\{H_1, H_2, H_3, T_1, T_2, T_3\}$</p> <p>ฉ. $\{H_0, H_1, H_2, H_3, T_1, T_2, T_3\}$</p> <p>ข้อที่ถูกคือ ข้อ _____</p>
<p>ด</p>	

8. ถ้าทดลองสุ่มโดยโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง

$$\text{จะได้ } S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัว 1 อัน

$$= \{HT, TH\}$$

$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 2 อัน

$$= \{TT\}$$

ดังนั้นยูเนียนของเหตุการณ์ (Union of events)

E_1 และ E_2 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ที่ได้

หัว 1 อัน หรือ ก้อย 2 อัน

$$= \{HT, TH, TT\}$$

ถ้ากำหนดให้ $E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 1 อัน

$$= \{HH, TH, HT\}$$

ดังนั้นยูเนียนของเหตุการณ์ E_2 และ E_3 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $E_2 \cup E_3$ คือ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 2 อัน หรือ หัวอย่างน้อย 1 อัน

$$= \{TT, HT, TH, HH\}$$

นั่นคือ ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์ แล้ว ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ซึ่งใช้สัญลักษณ์

$E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกของ _____

เหตุการณ์ E_1 หรือ
เหตุการณ์ E_2 หรือ
ของทั้งสองเหตุการณ์
 \cup = เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดของ
เหตุการณ์ E_1 และ
เหตุการณ์ E_2

	<p>9. ทดลองสุ่มโดยโยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง จะได้ $S = \{ \text{HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT} \}$ กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน $= \{ \text{HHH, HHT, HTH, THH} \}$ $E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 1 อัน $= \{ \text{HHT, HTH, THH} \}$ $E_1 \cup E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน หรือได้ก้อย 1 อัน $= \{ \text{---, ---, ---, ---} \}$</p>
$= \{ \text{HHH, HHT, HTH, THH} \}$	<p>10. จากโจทย์ในรอบที่ 9 $E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 3 อัน $= \{ \text{TTT} \}$ $E_2 \cup E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 1 หรือ 3 อัน $= \{ \text{---, ---, ---, ---} \}$</p>
$= \{ \text{HHT, HTH, THH, TTT} \}$	

	<p>11. ทดลองสุ่มโดยหยิบลูกบอล 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกบอลสีแดง 2 ลูก สีเขียว 3 ลูก สีขาว 1 ลูก</p> <p>กำหนดให้ $A =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง</p> <p>$= \{ \text{แดง} \}$</p> <p>$B =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีเขียว</p> <p>$= \{ \text{ขาว} \}$</p> <p>$A \cup B =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>$= \{ \text{_____}, \text{_____} \}$</p> <p>$C =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีเขียวหรือสีขาว</p> <p>$= \{ \text{เขียว}, \text{ขาว} \}$</p> <p>$A \cup C =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>_____</p> <p>$= \{ \text{_____}, \text{_____} \}$</p>
<p>$A \cup B =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงหรือสีขาว $= \{ \text{แดง}, \text{ขาว} \}$</p> <p>$A \cup C =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดงหรือสีเขียวหรือสีขาว $= \{ \text{แดง}, \text{เขียว}, \text{ขาว} \}$</p>	<p>12. ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง</p> <p>กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าดอกแต้ม "4" 1 ลูก</p> <p>$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ผลบวกของแต้มของลูกเต๋าทิ้งสองเท่ากับ 10</p> <p>$E_1 \cap E_2 =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>_____</p> <p>$= \{ \text{_____}, \text{_____}, \text{_____}, \text{_____}, \text{_____} \}$</p>

<p>เหตุการณ์ที่ลูกเต๋า แต้ม "4" 1 ลูก หรือผลบวกของแต้มของ ลูกเต๋าทิ้ง 2 ลูกเท่ากับ 10 = $\{(4,1), (4,2),$ $(4,3), (4,5), (4,6),$ $(1,4), (2,4), (3,4),$ $(5,4), (6,4), (5,5)\}$</p>	<p>13. กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่นาย ก. ไปเที่ยวภาคใต้ E_2 = เหตุการณ์ที่นาย ก. ไปเที่ยวภาคเหนือ $E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____</p>
<p>เหตุการณ์ที่นาย ก. ไป เที่ยวภาคใต้หรือภาค เหนือ</p>	<p>14. ในการรับสมัครครูโรงเรียนแห่งหนึ่ง กำหนดให้ E_1 = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครมีวุฒิประกาศนียบัตรการศึกษาชั้นสูง E_2 = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครมีวุฒิปริญญาตรี $E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____ $E_2 \cup E_1$ = เหตุการณ์ที่ _____</p>
<p>$E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ผู้ สมัครมีวุฒิปริญญาตรีบัตร การศึกษาชั้นสูงหรือ ประกาศนียบัตร $E_2 \cup E_1$ = เหตุการณ์ที่ผู้ สมัครมีวุฒิปริญญาตรี มัธยมหรือประกาศนียบัตร การศึกษาชั้นสูง</p>	<p>15. ต่อไปนี้เป็นเหตุการณ์เดียวกันหรือไม่ $A \cup B$ กับ $B \cup A$ _____ เหตุการณ์เดียวกัน เป็น/ไม่เป็น</p>

เป็น

16. ทดลองสุ่มโดยทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง โดยสังเกต
แต้มที่ขึ้นของแต่ละลูก 5 จะมีสมาชิก $= 6^2 = 36$ ตัว

กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มทั้งสอง
ลูกมากกว่า 5 แต่น้อยกว่า 7
 $= \{ (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1) \}$

$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม
"1"
 $= \{ (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6) \}$

ดังนั้น อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ (Intersection of events) E_1 และ E_2 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$ คือ เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มทั้งสองลูกมากกว่า 5 แต่น้อยกว่า 7 และลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม "1"

$= \{ 1,5 \}$

กำหนดให้ $E_3 =$ เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มทั้งสอง
ลูกหารด้วย "6" ลงตัว

$= \{ (1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1), (6,6) \}$

ดังนั้น อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_2 และ E_3 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $E_2 \cap E_3$ คือ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม "1" และผลรวมของแต้มทั้งสองสองลูกหารด้วย "6" ลงตัว

$= \{ 1,5 \}$

นั่นคือ ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้ว อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ $E_1 \cap E_2$ คือ เหตุการณ์ซึ่งประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่

<p>ทั้งในเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2</p>	<p>17. โยนเหรียญ 1 อัน 3 ครั้ง</p> $S = \{ HHH, HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT \}$ <p>$E_1 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน $= \{ HHH, HHT, HTH, THH \}$</p> <p>$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 1 อัน $= \{ HHT, HTH, THH, HTT, THT, TTH, TTT \}$</p> <p>$E_1 \cap E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน และ ก้อยอย่างน้อย 1 อัน $= \{ \text{---} \}$</p>
<p>$= \{ HHT, HTH, THH \}$</p>	<p>18. จากโจทย์ในรอบที่ 17</p> <p>$E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัว 3 อัน $= \{ HHH \}$</p> <p>$E_1 \cap E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน และ 3 อัน $=$ เหตุการณ์ที่ได้หัว 3 อัน $= \{ \quad \}$</p>
<p>$= \{ HHH \}$</p>	

	<p>19. ในการโยนเหรียญ 1 อัน พร้อม ๆ กับทอดลูกเต๋า 1 ลูก</p> <p>$S = \{H1, H2, H3, H4, H5, H6, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$</p> <p>$E_1 =$ เหตุการณ์ที่เหรียญออก "หัว"</p> <p>$= \{H1, H2, H3, H4, H5, H6\}$</p> <p>$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่</p> <p>$= \{H2, H4, H6, T2, T4, T6\}$</p> <p>$E_1 \cap E_2 =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>$= \{ \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$</p> <p>$E_3 =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อนออกแต้ม "4"</p> <p>$E_1 \cap E_3 =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>$= \{ \text{---} \}$</p>
<p>$E_1 \cap E_2 =$ เหตุการณ์ที่เหรียญออก "หัว" และลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่</p> <p>$= \{ H2, H4, H6 \}$</p> <p>$E_1 \cap E_3 =$ เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัวและลูกเต๋าก่อนออกแต้ม "4"</p> <p>$= \{ H4 \}$</p>	<p>20. จากกรอบ 19</p> <p>$E_1 \cup E_2 =$ เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>$= \{ \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---}, \text{---} \}$</p>
<p>เหรียญออกหัวหรือลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่</p> <p>$= \{ H1, H2, H3, H4, H5, H6, T2, T4, T6 \}$</p>	

	<p>21. ในการสมัครเข้าทำงานของหน่วยงานหนึ่ง</p> <p>E_1 = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครจะต้องมีอายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไป</p> <p>E_2 = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครต้องเป็นสตรี</p> <p>$E_1 \cap E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>_____</p> <p>$E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>_____</p>
<p>$E_1 \cap E_2$ = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครจะต้องมีอายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไปและเป็นสตรี</p> <p>$E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ผู้สมัครจะต้องมีอายุตั้งแต่ 18 ปีขึ้นไปหรือเป็นสตรี</p>	<p>22. ต่อไปนี้เป็นเหตุการณ์เดียวกันหรือไม่</p> <p>$E_1 \cup E_2$ กับ $E_1 \cap E_2$ _____ เหตุการณ์เดียวกัน</p> <p>_____ เป็น/ไม่เป็น</p>
<p>ไม่เป็น</p>	<p>23.</p> <p>A = เหตุการณ์ที่นาย ก. ป่วยเป็นโรคฟัน</p> <p>B = เหตุการณ์ที่นาย ก. ป่วยเป็นโรคตา</p> <p>_____ = เหตุการณ์ที่นาย ก. ป่วยเป็นโรคฟันหรือโรคตา</p> <p>_____ = เหตุการณ์ที่นาย ก. ป่วยเป็นโรคฟันและโรคตา</p>
<p>$A \cup B$</p> <p>$A \cap B$</p>	

	<p>24. ทดลองสุ่มลูกบอลขึ้นมา 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอลสีขาว 1 ลูก สีเขียว 1 ลูก และสนใจสีที่ได้</p> $E_1 = \text{เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีขาว}$ $= \{ \text{ขาว} \}$ $E_2 = \text{เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีเขียว}$ $= \{ \text{เขียว} \}$ <p>จะได้ว่า $E_1 \cap E_2 = \emptyset$</p> <p>ดังนั้น เหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน (mutually exclusive events or Disjont events)</p> <p>ถ้าในการทดลองสุ่มครั้งหนึ่ง</p> $S = \{1, 2, \dots, 10\}$ $E_1 = \{2, 4, 6, 8\}$ $E_2 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ <p>จะได้ว่า $E_1 \cap E_2 = \emptyset$</p> <p>ดังนั้น เหตุการณ์ E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน</p> <p>นั่นคือถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์และ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ แล้วจะเรียกเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ว่า _____</p>
เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน	

	30. จากกรอบที่ 29 เหตุการณ์คู่ใดบ้างที่ไม่เกิดร่วมกัน
A และ C	<p>31. ถ้าในการสอบภาษาอังกฤษครั้งหนึ่งของเด็กหญิงสุภา ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน แคมป์เปิดสเปซของคะแนนภาษาอังกฤษที่เด็กหญิงสุภาอาจจะสอบได้ คือ</p> $S = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ <p>กำหนดให้ $E =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงสุภาสอบได้คะแนนตั้งแต่ 5 ขึ้นไป</p> $= \{5, 6, 7, \dots, 10\}$ <p>ดังนั้น คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ (Complement of event) E ซึ่งใช้สัญลักษณ์ E' คือ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงสุภาสอบได้คะแนนไม่ถึง 5</p> $= \{0, 1, 2, 3, 4\}$ <p>ถ้ากำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงสุภาสอบได้คะแนนน้อยกว่า 4</p> $= \{0, 1, 2, 3\}$ <p>ดังนั้น คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E_1 ซึ่งใช้สัญลักษณ์ E_1' คือ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงสุภาสอบได้คะแนนตั้งแต่ 4 ขึ้นไป</p> $= \{4, 5, 6, \dots, 10\}$ <p>นั่นคือ ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแคมป์เปิดสเปซ S แล้วคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E ซึ่งใช้สัญลักษณ์ E' คือ เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน _____</p>
แคมป์เปิดสเปซ S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E	

	<p>32. ในการแข่งขันฟุตบอลระหว่างทีม ก กับทีม ข และสนใจผลที่ทีม ก คว้า</p> <p>E = เหตุการณ์ที่ทีม ก ชนะ</p> <p>E' = เหตุการณ์ที่ทีม ก. ไม่ชนะ</p> <p>= { _____ , _____ }</p>
{ แพ้, เสมอ }	<p>33. ทดลองสุ่มโยนเหรียญไฟ 1 โย จากสารบบและสนใจชนิดของไฟ</p> <p>E = เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์แดง</p> <p>= { โพธิ์แดง }</p> <p>E' = เหตุการณ์ที่ _____</p> <p>= { _____ , _____ , _____ }</p>
หยิบได้คอกจิกหรือโพธิ์คำหรือข้าวหลามตัด	<p>34. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง</p> <p>A = เหตุการณ์ที่ได้แต้ม "1" อย่างน้อย 1 ลูก</p> <p>A' = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋า _____</p>
= { คอกจิก, โพธิ์คำ, ข้าวหลามตัด }	
ไม่ขึ้นแต้ม "1" เลย	<p>35. ถ้า E_1 = เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E_1 ไม่เกิดขึ้น</p> <p>ดังนั้น E_2 = เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E_2 _____</p>
ไม่เกิดขึ้น	<p>36. (E_1) _____ E_1</p> <p>เท่ากับ/ไม่เท่ากับ</p>
เท่ากับ	

	<p>37. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว</p> <p>$E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ที่เกิดเหตุการณ์ E_1 หรือเหตุการณ์ E_2 ซึ่งอาจกล่าวได้ว่า $E_1 \cup E_2$ คือ เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E_1 หรือเหตุการณ์ E_2 ใดเกิดขึ้น</p> <p>$E_1 \cap E_2$ คือ เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 ใดเกิดขึ้น</p> <p>E' คือ เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E ไม่เกิดขึ้น</p> <p>ฉะนั้น เหตุการณ์ที่เหตุการณ์ E_1 เกิดขึ้นและเหตุการณ์ E_2 ไม่เกิดขึ้นใช้สัญลักษณ์ _____</p> <p>และ $E_2' \cup E_1 =$ เหตุการณ์ที่ _____</p>
<p>$E_1 \cap E_2'$</p> <p>เหตุการณ์ E_2 ไม่เกิดขึ้นหรือเหตุการณ์ E_1 เกิดขึ้น</p>	<p>38. ในการสอบภาษาอังกฤษซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน</p> <p>$S = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$</p> <p>$E_1 =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาดีสอบได้คะแนนตั้งแต่ 5 ขึ้นไป</p> <p>$= \{5, 6, 7, \dots, 10\}$</p> <p>$E_2 =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาดีสอบได้คะแนนต่ำกว่า 4</p> <p>$= \{0, 1, 2, 3\}$</p> <p>$E_3 =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาดีสอบได้คะแนน 8</p> <p>$= \{8\}$</p> <p>$E_1' =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาดีสอบได้คะแนนต่ำกว่า 5</p> <p>$E_2' =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาดีสอบได้คะแนนตั้งแต่ 4 ขึ้นไป</p> <p>$E_3' =$ เหตุการณ์ที่ _____</p>

	<p>42. ถ้า E_1, E_2 และ E_3 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S</p> <p>ฉะนั้น เหตุการณ์ที่ <u>เกิด</u> เหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2 หรือ เหตุการณ์ E_3 <u>ไม่เกิดขึ้น</u> ใช้สัญลักษณ์</p> $(E_1 \cap E_2) \cup E_3'$ <p>เหตุการณ์ที่ไม่เกิดเหตุการณ์ E_1 หรือเหตุการณ์ E_2 แต่เหตุการณ์ E_3 เกิดขึ้น ใช้สัญลักษณ์ _____</p>
$(E_1 \cup E_2)' \cap E_3$	<p>43. ถ้า A, B, C เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S</p> $(A \cup B \cup C)' = \text{เหตุการณ์ที่ } \underline{\hspace{2cm}}$ <p>_____</p> <p>คอมพลีเมนต์ของทั้งเหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B และเหตุการณ์ C ใช้สัญลักษณ์ _____</p>
<p>ไม่เกิดทั้งเหตุการณ์ A หรือเหตุการณ์ B หรือเหตุการณ์ C</p> $(A \cap B \cap C)'$	

44. แผนภาพ เวนน์-ออยเลอร์ (Venn-Euler Diagram)

ในการแสดงความสัมพันธ์ของเหตุการณ์ต่าง ๆ ในแซมเปิลสเปซนั้น อาจจะได้วิธีหนึ่งคือ การใช้ "แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์" ซึ่งใช้ วงกลม แทนเซตของเหตุการณ์

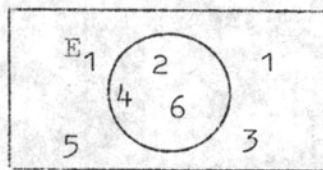
รูปสี่เหลี่ยมล้อมรอบเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซเดียวกัน เช่น ทอกลูกเต๋า 1 ลูก และจุดแต้มไว้ จะได้

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$E_1 = \text{เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่}$$

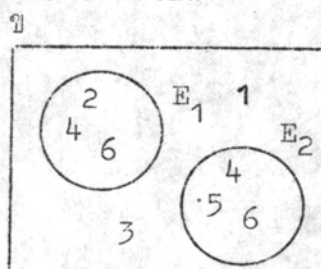
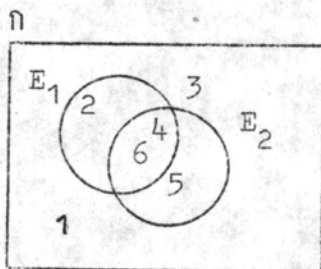
$$= \{2, 4, 6\}$$

เขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์แสดงความสัมพันธ์ได้ดังนี้



ถ้า $E_2 = \text{เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 3}$
 $= \{4, 5, 6\}$

พิจารณาแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ต่อไปนี้



ขอ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์ E_1 และ E_2 ใน S

45.

โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง

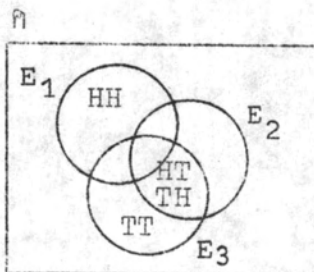
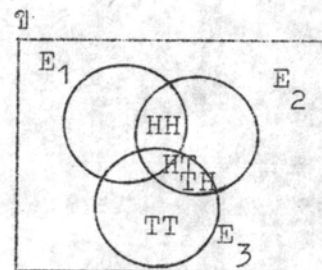
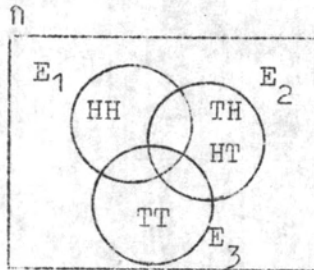
$$S = \{HH, HT, TH, TT\}$$

กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัว 2 อัน

$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 1 อัน

$E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 1 อัน

พิจารณาแผนภาพต่อไปนี้



ข้อ _____ แสดงความสัมพันธ์ระหว่างเหตุการณ์

ก/ข/ค

E_1, E_2 และ E_3

๗

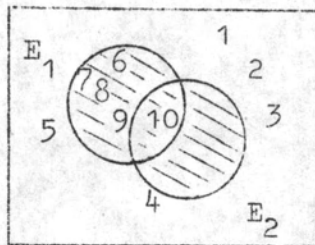
46. ในการสอบภาษาอังกฤษของเด็กหญิงมาลี ซึ่งมีคะแนน

เต็ม 10 คะแนน

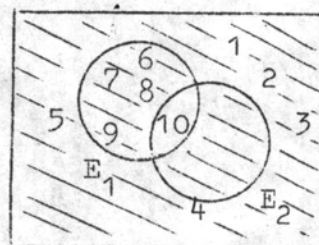
ถ้า E_1 = เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ 6 ขึ้นไป

E_2 = เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนเต็ม

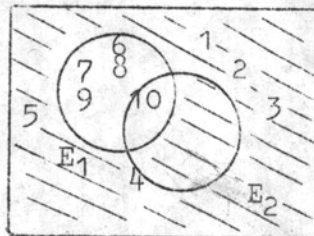
ก



ข



ค

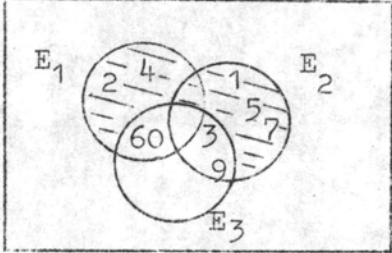


จากข้อ ก เหตุการณ์ $E_1 \cup E_2$ คือบริเวณ _____
 แรเงา/ไม่แรเงา

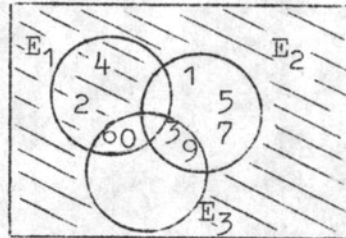
จากข้อ ข เหตุการณ์ $E_1 \cap E_2$ คือบริเวณ _____
 แรเงา/ไม่แรเงา

จากข้อ ค เหตุการณ์ E_1' คือบริเวณ _____
 แรเงา/ไม่แรเงา

แรเงา, ไม่แรเงา, แรเงา

	<p>47 .</p> <p>จากกรวย 46</p> <p>บริเวณที่ไม่แรเงาในแผนภาพ ก. คือเหตุการณ์ _____</p> <p>บริเวณที่แรเงาในแผนภาพ ข. คือเหตุการณ์ _____</p>
<p>$(E_1 \cup E_2)'$</p> <p>$(E_1 \cap E_2)'$</p>	<p>48 . กำหนดให้ $S = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$</p> <p>$E_1 = \{0, 2, 4, 6\}$</p> <p>$E_2 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$</p> <p>$E_3 = \{0, 3, 6, 9\}$</p> <p>พิจารณาแผนภาพต่อไปนี้</p>  <p>บริเวณที่แรเงาคือ เหตุการณ์ในข้อใด</p> <p>ก. $(E_1 \cap E_2) \cup E_3$</p> <p>ข. $(E_1 \cup E_3) \cap E_2$</p> <p>ค. $(E_1 \cup E_2) \cap E_3'$</p> <p>ง. $(E_2 \cap E_3) \cup E_1'$</p> <p>ข้อที่ถูกต้องคือ ข้อ _____</p>
ก	

49. จากเหตุการณ์ในกรอบ 48: จงพิจารณาแผนภาพต่อไปนี้



บริเวณที่ไม่มีแรเงาคือ เหตุการณ์ในข้อใด

ก. $(E_1 \cap E_2) \cup E_3$

ข. $(E_1 \cap E_3) \cup E_2$

ค. $S \cap E_2'$

ง. E_3'

จ.

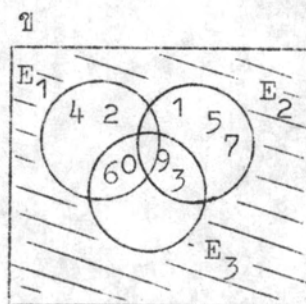
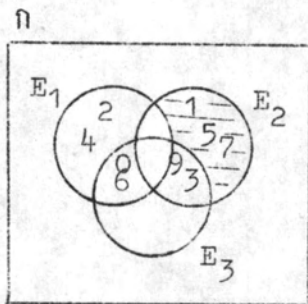
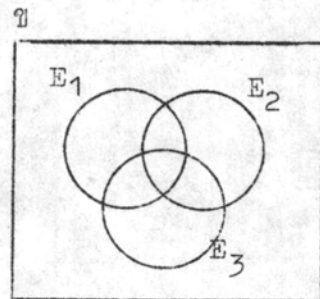
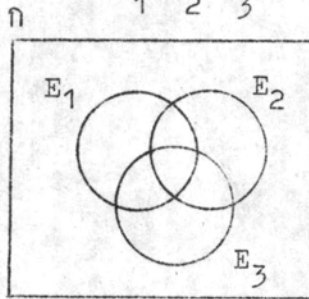
ข้อที่ถูกต้องคือ ข้อ _____

ก

50. จากเหตุการณ์ในกรอบที่ 48 จงเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ และแรเงาบริเวณที่แสดงเหตุการณ์

ก. $(E_1 \cap E_2) \cap E_3'$

ข. $(E_1 \cup E_2 \cup E_3)'$



หน่วยที่ 2

แบบฝึกหัด

ชื่อ

1. จงทำเครื่องหมาย ✓ หน้าข้อที่ถูกและเครื่องหมาย X หน้าข้อที่ผิด
 - ... 1.1 เหตุการณ์คือ สับเซตของแซมเปิลสเปซ
 - ... 1.2 ยูเนียนของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ E_1 หรือ เหตุการณ์ E_2 อย่างใดอย่างหนึ่ง
 - ... 1.3 อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ E_1 และ E_2 คือเหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ทั้ง ในเหตุการณ์ E_1 และเหตุการณ์ E_2
 - ... 1.4 ถ้า E เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S แล้วสมาชิกตัวใดที่อยู่ใน S แต่ไม่อยู่ใน E จะต้องอยู่ในคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E
 - ... 1.5 จากข้อ 1.4 เหตุการณ์ E และ E' ไม่เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน
2. หยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับกำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์แดง

B = เหตุการณ์ที่หยิบได้ J หรือ Q หรือ K

C = เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก

จงเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

 - 2.1 เหตุการณ์ A มีสมาชิก _____ ตัว
 - 2.2 เหตุการณ์ B มีสมาชิก _____ ตัว
 - 2.3 เหตุการณ์ $A \cup B$ มีสมาชิก _____ ตัว
 - $A \cup B$ = เหตุการณ์ที่ _____
 - 2.4 $A \cap B$ = เหตุการณ์ที่ _____
 - = _____
 - 2.5 $A \cap C$ = เหตุการณ์ที่ _____
 - = _____

2.6 เหตุการณ์ _____ กับเหตุการณ์ _____ ไม่เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิด

รวมกัน

3. โยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง และกำหนดให้

E_1 = เหตุการณ์ที่ได้หัว 1 อัน

E_2 = เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 1 อัน

E_3 = เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน

จงเติมคำลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

3.1 $E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____
= { _____ }

3.2 $E_1 \cap E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____
= { _____ }

3.3 E_2^c = เหตุการณ์ที่ _____
= { _____ }

3.4 $E_1^c \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ _____
= { _____ }

3.5 เหตุการณ์ _____ กับเหตุการณ์ _____ เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดรวมกัน

3.6 เหตุการณ์ E_2 กับ E_3 _____ เหตุการณ์ที่ไม่เกิดรวมกัน
เป็น/ไม่เป็น

3.7 เหตุการณ์ที่ไม่ได้หัว 1 อันและได้ก้อยอย่างน้อย 1 อัน ใช้สัญลักษณ์ _____

3.8 เหตุการณ์ที่ไม่ได้หัว 1 อัน หรือก้อยอย่างน้อย 1 อัน แต่ได้หัวอย่างน้อย 2 อัน ใช้สัญลักษณ์ _____

3.9 ถ้า $E_4 = \{HTT, THT, TTH, TTT\}$

E_4 = เหตุการณ์ที่ _____

3.10 ถ้า $E_5 = \{HHH, TTT\}$

E_5 = เหตุการณ์ที่ _____

$$4. \text{ ถ้า } S = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$$

$$E_1 = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$E_2 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$E_3 = \{3, 6, 9\}$$

จงเขียนแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์และแรเงาบริเวณที่แสดงเหตุการณ์ต่อไปนี้

$$4.1 \ E_1 \cap E_2$$

$$4.2 \ (E_1 \cap E_2) \cup E_3$$

$$4.3 \ (E_1 \cap E_2) \cup E_3$$

หน่วยที่ 2

เฉลยแบบฝึกหัด

1.

✓
... 1.1~~✓~~
... 1.2✓
... 1.3✓
... 1.4~~✓~~
... 1.5

2.

2.1 13 ตัว

2.2 12 ตัว

2.3 22 ตัว

 $A \cup B =$ เหตุการณ์หยิบได้ โพรซีแดงหรือ J หรือ Q หรือ K

 2.4 $A \cap B =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ J โพรซีแดงหรือ Q โพรซีแดงหรือ K โพรซีแดง
 $= \{ J \text{ โพรซีแดง, } Q \text{ โพรซีแดง, } K \text{ โพรซีแดง} \}$

 2.5 $A \cap C =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้โพรซีแดงหรือคอกจิก

 $= \{ \quad \} = \emptyset$

2.6 A กับ B

3.

 3.1 $E_1 \cup E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัว 1 อัน หรือก้อยอย่างน้อย 1 อัน
 $= \{ HHT, HTH, HTT, THH, THT, TTH, TTT \}$

 3.2 $E_2 \cap E_3 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 1 อันและหัวอย่างน้อย 2 อัน
 $= \{ HHT, HTH, THH \}$

 3.3 $E_2' =$ เหตุการณ์ที่ไม่ได้ก้อยเลย
 $= \{ HHH \}$

3.4 $E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่ไม่ได้หัว 1 อัน หรือได้ก้อยอย่างน้อย 1 อัน

$$= \{ HHH, HHT, HTH, THH, THT, TTH, HTT, TTT \}$$

3.5 E_1 กับ E_3

3.6 ไม่เป็น

3.7 $E_1 \cap E_2$

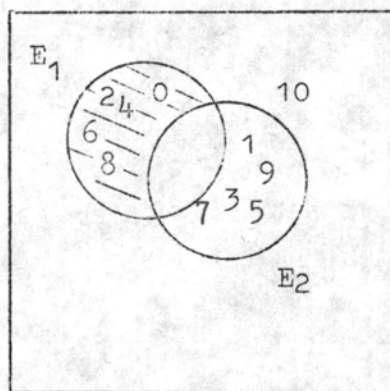
3.8 $(E_1 \cup E_2) \cap E_3$

3.9 E_4 = เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 2 อัน

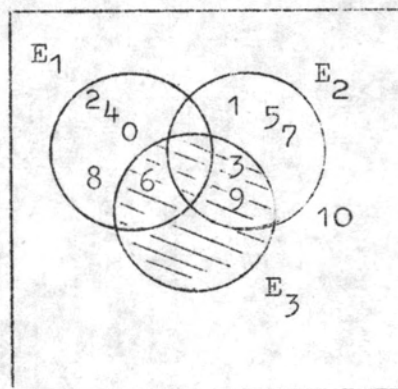
3.10 E_5 = เหตุการณ์ที่ได้หัว 3 อัน หรือก้อย 3 อัน

4.

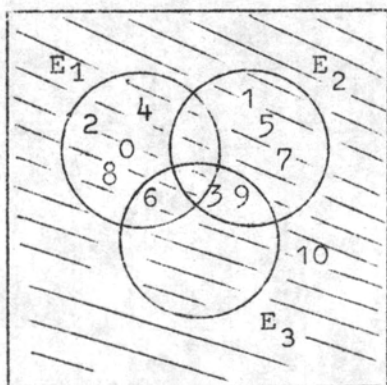
4.1



4.2



4.3



เรื่อง

เหตุการณ์

แบบทดสอบหลังเรียนหน่วยที่ 2

จงทำเครื่องหมาย X ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ข้อใดเป็นความหมายของเหตุการณ์ ?

- ก. เชื้อซึ่งอินเตอร์เช็กกับแชมเปิลสเปซ แล้วเท่ากับแชมเปิลสเปซ
- ข. เชื้อซึ่งยูเนียนกับแชมเปิลสเปซแล้วเท่ากับเซตว่าง
- ค. พรอพเพอร์ตีสับเซตของแชมเปิลสเปซ
- ง. สับเซตของแชมเปิลสเปซ
- จ. เซตของแชมเปิลสเปซ

2. โยนเหรียญ 1 อัน 2 ครั้ง ถ้ากำหนดให้

$E =$ เหตุการณ์ที่เหรียญออกหัว 2 ครั้ง ออกก้อย 1 ครั้ง
ข้อใดคือ เหตุการณ์ E ? เมื่อ $H =$ หัว, $T =$ ก้อย

- ก. \emptyset
- ข. ϕ
- ค. $\{0\}$
- ง. $\{\emptyset\}$
- จ. $\{HHT\}$

3. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ถ้ากำหนดให้

$E_1 =$ เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าดอกแต้มซึ่ง 2 ทารลงตัว ข้อใดคือ E_1 ?

- ก. $\{2\}$
- ข. $\{4,6\}$
- ค. $\{2,4,6\}$
- ง. $\{1,3,5\}$
- จ. $\{1,2,3,4,5,6\}$

4. ในการทดลองสุ่มครั้งหนึ่ง กำหนดให้

แซมเปิลสเปซ $S = \{ \text{คอกจิก, ข้าวหลามตัด, โปรีแดง, โปรีดำ} \}$

$A = \{ \text{คอกจิก, โปรีแดง} \}$; A คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบไพ่ 1 ใบ ได้คอกจิก
- ข. เหตุการณ์ที่หยิบไพ่ 1 ใบ ได้คอกจิก
- ค. เหตุการณ์ที่หยิบไพ่ 1 ใบ ได้คอกจิกหรือโปรีแดง
- ง. เหตุการณ์ที่หยิบไพ่ 2 ใบ ได้คอกจิกและโปรีแดง
- จ. เหตุการณ์ที่หยิบไพ่ 1 ใบไม่ได้ทั้งคอกจิกและโปรีแดง

5. กำหนดให้ $U_{\text{universe}} = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$, $A = \{ 1, 2, 3, 4 \}$, $B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$
ข้อใดถูกต้องที่สุด?

- ก. $A \cup B = \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$
- ข. $A' = \{ 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 \}$
- ค. $(A \cup B)' = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 7, 9 \}$
- ง. $A \cap B = \{ 1, 3, 5, 7, 9 \}$
- จ. $B' = \{ 2, 4, 6, 8, 10 \}$

6. ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์สองเหตุการณ์แล้วยุเนียนของเหตุการณ์ A และ B คือ
เหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A
- ข. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ B
- ค. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดของเหตุการณ์ A และ เหตุการณ์ B
- ง. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกของเหตุการณ์ A หรือเหตุการณ์ B ใด
ใดอย่างหนึ่ง
- จ. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่เป็นสมาชิกของทั้งเหตุการณ์ A และ
เหตุการณ์ B

7. จากโจทย์ข้อ 6 อินเตอร์เซกชันของเหตุการณ์ A และ B คือเหตุการณ์ในข้อใด?
(ตัวเลือกในข้อ 6)

8. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ E คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน S
- ข. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ E
- ค. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ในเหตุการณ์ E แต่ไม่อยู่ใน S
- ง. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่อยู่ใน S แต่ไม่อยู่ในเหตุการณ์ E
- จ. เหตุการณ์ที่ประกอบด้วยสมาชิกที่ไม่อยู่ทั้งในเหตุการณ์ E และ S

9. สัญลักษณ์ใดหมายถึง คอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ A ยูเนียนกับเหตุการณ์ B ?

- ก. $A \cup B$
- ข. $A \cap B$
- ค. $A' \cup B$
- ง. $(A \cup B)'$
- จ. $(A \cap B)'$

10. ในการหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับ ถ้ากำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก, B = เหตุการณ์ที่หยิบได้ข้าวหลามตัด

$A \cup B$ คือ เหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์ค่าหรือโพธิ์แดง = { โพธิ์ค่า, โพธิ์แดง }
- ข. เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์ค่าและโพธิ์แดง = { โพธิ์ค่า, โพธิ์แดง }
- ค. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือข้าวหลามตัด = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด }
- ง. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและข้าวหลามตัด = { คอกจิก, ข้าวหลามตัด }
- จ. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก, ข้าวหลามตัด, โพธิ์ค่าหรือโพธิ์แดง
= { คอกจิก, ข้าวหลามตัด, โพธิ์ค่า, โพธิ์แดง }

11. จากโจทย์ข้อ 10 ถ้ากำหนดให้ $C =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์ดำ $A \cap C$ คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและโพธิ์ดำ $= \emptyset$
 ข. เหตุการณ์ที่หยิบได้ คอกจิกหรือโพธิ์ดำ $= \emptyset$
 ค. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกและโพธิ์ดำ $= \{ \text{คอกจิก, โพธิ์ดำ} \}$
 ง. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิกหรือโพธิ์ดำ $= \{ \text{คอกจิก, โพธิ์ดำ} \}$
 จ. เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก, โพธิ์ดำ, โพธิ์แดงและข้าวหลามตัด
 $= \{ \text{คอกจิก, โพธิ์ดำ, โพธิ์แดง, ข้าวหลามตัด} \}$

12. ในการสอบคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งของเด็กหญิงมาลี ซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ถ้ากำหนดให้ $E =$ เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "7" ขึ้นไป E' คือเหตุการณ์ในข้อใด?

- ก. เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "0" ขึ้นไป $= \{ 0, 1, 2, \dots, 10 \}$
 ข. เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "1" ขึ้นไป
 $= \{ 1, 2, 3, \dots, 10 \}$
 ค. เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "7" ขึ้นไป
 $= \{ 7, 8, 9, 10 \}$
 ง. เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "6" ลงมา
 $= \{ 6, 5, 4, \dots, 0 \}$
 จ. เหตุการณ์ที่เด็กหญิงมาลีสอบได้คะแนนตั้งแต่ "7" ลงมา
 $= \{ 7, 6, 5, \dots, 10 \}$

13. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง
 ถ้ากำหนดให้

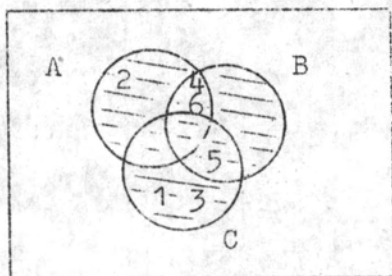
A = เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่

B = เหตุการณ์ที่ได้แต้มมากกว่า 3

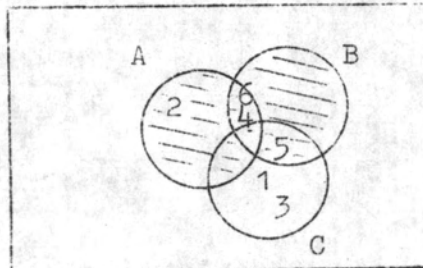
C = เหตุการณ์ที่ได้แต้มเป็นจำนวนเฉพาะ

บริเวณที่แรเงาในข้อใด หมายถึง $(A \cup B) \cap C$?

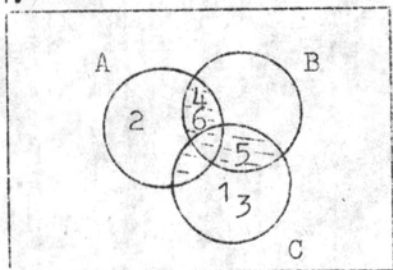
ก.



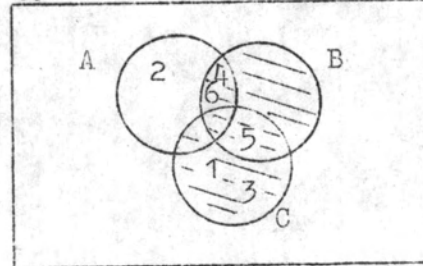
ข.



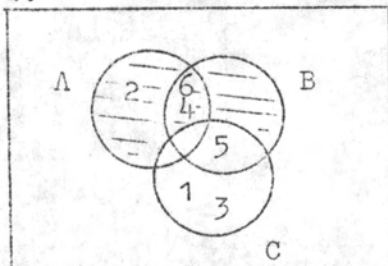
ค.



ง.



จ.



14. ข้อใดต่อไปนี้ที่เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน?

ก. $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4\}$

ข. $S = \{1, 2, \dots, 10\}$, $A = \{x \mid x \leq 5\}$, $B = \{x \mid x \leq 5\}$

ค. ในการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง

A = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่

B = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าก่อนออกแต้มซึ่ง 3 หารลงตัว

ง. ในการทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง

A = เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มทั้งสองลูกมากกว่าหรือเท่ากับ "9"

B = เหตุการณ์ที่ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ "5"

จ. ในการทคสองครั้งหนึ่ง

E_1 = เหตุการณ์ที่อาจจะเกิดจากการโยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง

E_2 = เหตุการณ์ที่อาจจะเกิดจากการโยนเหรียญ 1 อัน 2 ครั้ง

เฉลย

1. ง
2. ข
3. ก
4. ก
5. จ
6. ก
7. จ
8. ง
9. ข
10. ก
11. ก
12. ง
13. จ
14. ก

หน่วยที่ 3

ใบสั่งงาน

นักเรียนปฏิบัติตามลำดับขั้นดังนี้ :-

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน
2. สำนัรวจััสค-อุปกรณ์ที่มีอยู่ในหน่วยนี้ทั้งหมดความีครบตามรายการต่อไปนี้หรือไม่
 - 2.1 คู่มือการเรียน
 - 2.2 แผนโปรงใส 22 แผน
 - 2.3 เทป 2 คัลป์
 - 2.4 แผนบรรยาย
 - 2.5 แบบฝึกหัด
 - 2.6 เฉลยแบบฝึกหัด
3. ศึกษาจุดประสงค์ของการเรียนในหน่วยนี้จากคู่มือการเรียน
4. ฉายแผนโปรงใส พรอม ๆ กับเบิกเทปตามลำดับหมายเลข และตั้งใจฟัง
5. อ่านเนื้อหาจากแผนบรรยายโดยละเอียด
6. ทำแบบฝึกหัดหลังการเรียนหน่วยที่ 2 เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด
7. ส่งผลการตรวจแบบฝึกหัดที่อาจารย์ผู้สอน
8. สำนัรวจััสค-อุปกรณ์อีกครั้งหนึ่งว่าอยุครบหรือไม่ และเก็บทุกอย่างไว้ในสภาพเดิม
9. ทำแบบทดสอบหลังการเรียนในหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน

เรื่อง
ความน่าจะเป็น

แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 3

จงทำเครื่องหมาย \times ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ.
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ทอกลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง กำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่โคแต้มมากกว่า 2

B = เหตุการณ์ที่โคแต้มมากกว่า หรือเท่ากับ 2

ความน่าจะเป็นที่จะโคแต้มมากกว่าหรือเท่ากับ 2 เป็นเท่าไร?

ก. $A = \frac{2}{3}$

ข. $A = 4$

ค. $B = 5$

ง. $P(A) = \frac{2}{3}$

จ. $P(B) = \frac{5}{6}$

2. ทอกลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่ลูกเต๋าวงจะขึ้นหน้าเหมือนกันเป็นเท่าไร?

ก. 0

ข. $\frac{1}{6}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{2}{3}$

จ. 1

3. ครอบครัวหนึ่งต้องการมีบุตร 3 คน ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะมีบุตรหญิง
อย่างน้อย 2 คน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{8}$

ข. $\frac{1}{4}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{7}{8}$

จ. 1

4. ถ้าชาย หญิง และเด็ก อย่างละ 1 คน เข้าแถวเรียงกัน ความน่าจะเป็นที่
หญิงและเด็กจะยืนติดกันเป็นเท่าไร?

ก. 0

ข. $\frac{1}{3}$

ค. $\frac{1}{2}$

ง. $\frac{2}{3}$

จ. 1

5. ถ้าเรียงลำดับตัวอักษรจากคำว่า "pupil" ความน่าจะเป็นที่ "p"
2 ตัว จะอยู่ติดกันเป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{10}$

ข. $\frac{1}{5}$

ค. $\frac{2}{5}$

ง. $\frac{3}{4}$

จ. $\frac{4}{5}$

6. ในการสัมมนารอบโต๊ะกลมครั้งหนึ่ง ซึ่งมีสมาชิก 5 คน ความน่าจะเป็นที่ประธานและรองประธานจะนั่งติดกันเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{4}{5}$
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{1}{4}$
- จ. $\frac{1}{5}$

7. สุ่มลูกแก้วมา 2 ลูก พร้อม ๆ กัน จากถุงใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกแก้ว 10 ลูก เป็นสีแสด 7 ลูก สีเขียว 3 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแสดทั้ง 2 ลูก เป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{7}{15}$
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{7}{10}$
- ง. $\frac{14}{15}$
- จ. 1

8. สุ่มฉลากรายชื่อขึ้นมา 2 ใบพร้อม ๆ กัน จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีฉลากอยู่ 5 ใบ เป็นรายชื่อเด็กชาย 3 ใบ เด็กหญิง 2 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบฉลากชื่อ สมศักดิ์ (ชาย) และ มาลี (หญิง) เป็นเท่าไร?

- ก. 1
- ข. $\frac{19}{20}$
- ค. $\frac{9}{10}$
- ง. $\frac{2}{5}$
- จ. $\frac{1}{10}$

9. จากโจทย์ข้อ 8 ความน่าจะเป็นที่จะเป็นที่จะหยิบได้รายชื้อเป็นชาย 1 คน และหญิง 1 คน เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{10}$

ข. $\frac{1}{6}$

ค. $\frac{3}{10}$

ง. $\frac{3}{5}$

จ. 1

10. ในการทดลองสุ่ม ซึ่งมี A เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นที่ถูกต้อง?

ก. $P(S) = 1, 0 \leq P(A) \leq 1, P(\emptyset) = 0$

ข. $P(S) = 1, 0 \leq P(A) \leq 1, P(\emptyset) = \emptyset$

ค. $0 \leq P(S) \leq 1, 0 \leq P(A) \leq 1, P(\emptyset) = \emptyset$

ง. $0 \leq P(S) \leq 1, 0 \leq P(A) \leq 1, P(\emptyset) = 0$

จ. $P(S) = m, P(A) = n, P(\emptyset) = 0$ เมื่อ m, n เป็นจำนวนใด ๆ

โดย

1. จ
2. ข
3. ค
4. ง
5. ค
6. ข
7. ก
8. จ
9. ง
10. ก

หน่วยที่ 3

คู่มือการเรียน

เรื่อง ความน่าจะเป็น (Probability)

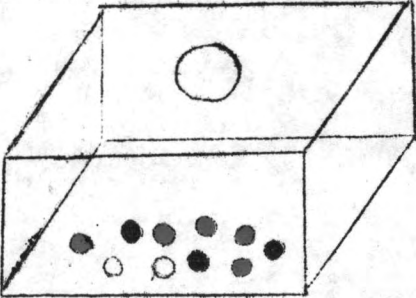
จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยแล้ว นักเรียนสามารถ

1. ใช้สัญลักษณ์แทนความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซมาให้ (1)
2. หาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ได้อย่างถูกต้อง เมื่อกำหนดแซมเปิลสเปซที่สมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นได้เท่า ๆ กัน และเหตุการณ์มาให้หนึ่งเหตุการณ์ (2-9)
3. บอกได้อย่างถูกต้องว่า $0 \leq P(E) \leq 1$, $P(S) = 1$, $P(\emptyset) = 0$
เมื่อ S เป็นแซมเปิลสเปซของการทดลองและ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ (10)
4. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้ได้ถูกต้องประมาณ 20%
5. ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%
6. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้ได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%

หน่วยที่ 3

แผนโปรงใส่ประกอบเสียง เรื่อง "ความน่าจะเป็น"

ภาพ	เสียง
<p data-bbox="252 532 474 647">ความน่าจะเป็น (Probability)</p>	<p data-bbox="694 459 1402 774">1 ในชีวิตประจำวันทุกคนคงจะเคยได้ยินและได้ใช้คำว่า "ความน่าจะเป็น" หรือ "โอกาส" หรือคำอื่นๆที่มีความหมายอย่างเดียวกัน เช่น โอกาสที่ฝนจะตกวันนี้มีมาก โอกาสที่นาย ก จะสอบคณิตศาสตร์ได้มีเพียง 20%</p> <p data-bbox="694 782 1402 1165">การคาดการณล่วงหน้าของเหตุการณ์ต่าง ๆ ที่เกิดขึ้น ส่วนใหญ่อาศัยสถิติที่ผ่านมา หรือเหตุการณ์ทำนองเดียวกันที่เคยเกิดขึ้นมาก่อนแล้ว ซึ่งการคาดการณล่วงหน้าสามารถนำไปใช้ช่วยในการตัดสินใจ เช่น ควรจะเตรียมเสื้อฝน หรือ รม ติดตัวไปด้วยขณะออกจากบ้าน</p> <p data-bbox="694 1173 1402 1427">ในทางคณิตศาสตร์มีการกำหนดตัวเลขเพื่อบอกว่า ความน่าจะเป็นนั้นมีมากน้อยแค่ไหน เช่น โอกาสที่ฝนจะตกในวันนี้มี 80% แสดงว่าโอกาสที่ฝนจะตกมีมากกว่าไม่ตก</p>
	<p data-bbox="694 1473 1402 1770">2 ในการหาค่าความน่าจะเป็นนั้น จะทำได้โดยทำการทดลองสุ่มหลาย ๆ ครั้ง เช่น ถังหนึ่งบรรจุลูกบิงปองสีแดง 5 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีดำ 3 ลูก ถ้าจะทดลองสุ่มลูกบิงปองขึ้นมา 1 ลูก</p>

ภาพ			เสียง
<p>ถ้า $n(E)$ = จำนวนครั้งที่หยิบได้บิงปองสีแดง</p> <p>$n(S)$ = จำนวนครั้งที่ทำการทดลองทั้งหมด</p>			<p>และต้องการหาค่าความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกบิงปองสีแดง จะทำได้โดยทำการทดลองสุ่มหลาย ๆ ครั้ง และจดสีของลูกบิงปองที่สุ่มได้ในแต่ละครั้ง ซึ่งอัตราส่วนระหว่างจำนวนครั้งที่หยิบได้บิงปองสีแดงกับจำนวนครั้งที่ทำการทดลองทั้งหมดจะเท่ากับความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บิงปองสีแดง</p>
$n(S)$	$n(E)$	ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บิงปองสีแดง $= \frac{n(E)}{n(S)}$	<p>ถ้าทำการทดลองสุ่ม 25 ครั้ง และหยิบได้บิงปองสีแดง 13 ครั้ง ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บิงปองสีแดง $= \frac{13}{25}$</p>
25	13	$\frac{13}{25}$	<p>ถ้าทำการทดลองสุ่ม 100 ครั้ง และหยิบได้บิงปองสีแดง 50 ครั้ง ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บิงปองสีแดง $= \frac{1}{2}$</p>
100	50	$\frac{1}{2}$	<p>จากการทดลองสุ่มทั้ง 2 ครั้ง จะเห็นว่าค่าความน่าจะเป็นที่ได้นั้นใกล้เคียงกัน</p> <p>ดังนั้นถ้าทำการทดลองสุ่มในแต่ละครั้งเป็นจำนวนมาก ๆ เช่นเป็นจำนวนพันครั้ง, หมื่นครั้ง ค่าความน่าจะเป็นที่ได้จะใกล้เคียงกัน และจะใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้น</p>

ภาพ	เสียง
<p>นิยามของความน่าจะเป็น</p> <p>ถ้าการทดลองอันหนึ่งเกิดเหตุการณ์ได้ N วิธี โดยแต่ละวิธีมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และจำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ E มีอยู่ n วิธี แล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E หรือ</p> $P(E) = \frac{\text{จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนวิธีที่จะเกิดเหตุการณ์ทั้งหมด}}$ <p>กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง จะได้ว่า</p> $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$	<p>3</p> <p>เป็นที่ทราบแล้วว่าการหาค่าความน่าจะเป็นโดยการทดลองนั้น ยิ่งทำการทดลองในแต่ละครั้งมากขึ้นเท่าใด ค่าที่ได้จะใกล้เคียงความจริงยิ่งขึ้น แต่จะบอกได้อย่างไรว่าควรทำการทดลองแค่ไหนจึงจะเหมาะสม ดังนั้นจึงได้คิดวิธีหาค่าความน่าจะเป็นที่ให้ผลใกล้เคียงกับการทดลองจริง ๆ ซึ่งพบว่าหาค่าความน่าจะเป็นได้โดยคำนวณจากแซมเปิลสเปซของการทดลอง และเหตุการณ์ที่สนใจ และได้ยึดถือเป็นนิยามของความน่าจะเป็น ซึ่งกล่าวว่า "ถ้าการทดลองอันหนึ่งเกิดเหตุการณ์ได้ N วิธี โดยแต่ละวิธีมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และจำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ E มีอยู่ n วิธีแล้ว ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E หรือใช้สัญลักษณ์</p> $P(E) = \frac{\text{จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนวิธีที่จะเกิดเหตุการณ์ทั้งหมด}}$ $= \frac{n}{N}$ <p>ถ้ากำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลองแล้วจะได้ว่า</p> $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

ภาพ	เสียง
<p>ตัวอย่างที่ 1 ทดลองสุ่มโดยโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หัว?</p> <p>(H = หัว, T = กอย)</p> <p>วิธีทำ กำหนดให้</p> <p>(1) S = แซมเปิลสเปซของการทดลองสุ่ม</p> <p>E = เหตุการณ์ที่ได้หัว</p> <p>(2) $S = \{H, T\}$</p> <p>(3) (H มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ เหรียญออก H T มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ เหรียญออก T)</p> <p>(4) $E = \{H\}$</p> <p>(5) $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>$\therefore P(E) = \frac{1}{2}$</p>	<p>4</p> <p>ตัวอย่างที่ 1 ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะได้หัว โดยดำเนินการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดสัญลักษณ์ที่ใช้แทนแซมเปิลสเปซของการทดลอง และเหตุการณ์ที่ต้องการหาความน่าจะเป็น โดยกำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง และ E = เหตุการณ์ที่ได้หัว</p> <p>ขั้นที่ 2 หาสมาชิกของ S เนื่องจากโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง ดังนั้นเหรียญจะต้องออก H หรือ T ใดอย่างหนึ่ง นั่นคือ S มีสมาชิก 2 ตัว คือ H และ T</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S ว่า แต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่ากันหรือไม่ จะเห็นว่า H และ T มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน คือมีโอกาสเกิดขึ้นเพียง 1 วิธีเท่านั้น ดังนั้น S เป็นแซมเปิลสเปซที่ถูกต้อง</p> <p>ขั้นที่ 4 หาสมาชิกของเหตุการณ์ E เนื่องจาก E คือเหตุการณ์ที่ได้หัว ดังนั้น E มีสมาชิก 1 ตัว คือ H</p> <p>ขั้นที่ 5 หาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E โดยใช้นิยาม จะได้ว่า</p> <p>$P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>เพราะฉะนั้น $P(E) = \frac{1}{2}$</p>

ภาพ	เสียง
<p>ตัวอย่างที่ 2 ทอลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 5? วิธีทำ กำหนดให้</p> <p>$S =$ แฉมเป็ลสเปซของการทดลอง</p> <p>(1) $A =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 5</p> <p>(2) $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$</p> <p>(3) (1) มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ลูกเต๋า ออกแต้ม 1 2 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ลูกเต๋า ออกแต้ม 2 ⋮ 6 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ลูกเต๋า ออกแต้ม 6)</p> <p>(4) $A = \{ 5 \}$</p> <p>(5) $\therefore P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } A}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>$\therefore P(A) = \frac{1}{6}$</p>	<p>5</p> <p>ตัวอย่างที่ 2 ต้องการหาความน่าจะเป็นที่จะได้ แต้ม 5 โดยดำเนินการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดให้ $S =$ แฉมเป็ลสเปซของการ ทดลอง และ $A =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 5</p> <p>ขั้นที่ 2 หาสมาชิกของ S เนื่องจากทอลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง ลูกเต๋าคงจะตองออกแต้ม 1, 2, 3, 4, 5 หรือ 6 อยางใดอยางหนึ่ง ดังนั้น S มีสมาชิก 6 ตัว คือ 1, 2, 3, 4, 5, 6</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จะเห็นว่า สมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเพียง 1 วิธีเท่านั้น เช่น 1 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ลูกเต๋าคอ แต้ม 1, 2 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ลูกเต๋าคอ แต้ม 2 เรือย ๆ ไปจนถึงแต้ม 6 ดังนั้น S เป็น แฉมเป็ลสเปซที่ถูกต้อง</p> <p>ขั้น 4 หาสมาชิกของ A เนื่องจาก A คือ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 5 ดังนั้น A มีสมาชิก 1 ตัว คือ 5</p> <p>ขั้นที่ 5 หาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 5</p> <p>$\therefore P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } A}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>เพราะฉะนั้น $P(A) = \frac{1}{6}$</p>

ภาพ	เสียง
<p>ตัวอย่างที่ 3 สุ่มลูกแก้วขึ้นมา 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีลูกแก้วสีแดง 2 ลูก สีดำ 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ลูกแก้วสีแดง? (สีแดง = R , สีดำ = B)</p> <p><u>วิธีทำ</u> กำหนดให้</p> <p>S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง</p> <p>(1) E = เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง</p> <p>(2) $S = \{R, B\}$</p> <p>(3) R มีโอกาสเกิดขึ้น 2 วิธี คือ หยิบได้ R_1 และ R_2 B มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีคือ หยิบได้ B</p> <p>$\therefore S = \{R, B\}$ นำไปใช้ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นไม่ได้</p>	<p>6</p> <p>ตัวอย่างที่ 3 คำเนิการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซ ของการทดลอง และ E = เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง</p> <p>ขั้นที่ 2 ถ้าสนใจสมาชิกของ S เฉพาะสีแดง S จะมีสมาชิก 2 ตัว คือ R และ B เนื่องจากกล่องใบนี้มีลูกแก้ว 2 สีเท่านั้นคือ R และ B</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S โดยที่กล่องใบนี้มีลูกแก้วสีแดง 2 ลูก สีดำ 1 ลูก เพราะฉะนั้นโอกาสที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงจึงมี 2 วิธีคืออาจจะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงลูกที่ 1 (R_1) หรือลูกแก้วสีแดงลูกที่ 2 (R_2) ก็ได้ แต่โอกาสที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีดามีเพียง 1 วิธีเท่านั้น เพราะลูกแก้วสีดามี 1 ลูก ดังนั้นสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นไม่เท่ากัน นั่นคือ S ที่ประกอบด้วย R และ B นำไปใช้ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นไม่ได้ เพราะขัดกับนิยามของความน่าจะเป็น จึงต้องพิจารณาขั้นที่ 2 ใหม่ เพื่อหาสมาชิกของ S ที่ถูกต้อง</p>

ภาพ	เสียง
(2) $S = \{R_1, R_2, B\}$	<p>ขั้นที่ 2 ถ้าคิดว่า R_1 และ R_2 ต่างกัน เพราะเป็นคนละลูกถึงแม่จะมีสีแดงเหมือนกันแล้ว S จะมีสมาชิก 3 ตัว คือ R_1, R_2 และ B</p>
(3) R_1 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือหยิบได้ R_1 R_2 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือหยิบได้ R_2 B มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือหยิบได้ B	<p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จะเห็นว่าสมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน คือเพียง 1 วิธีเท่านั้น เช่น R_1 มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือหยิบได้ R_1, R_2 มีโอกาสเกิด 1 วิธีคือ หยิบได้ R_2 และในทำนองเดียวกับ B ดังนั้น S เป็นแซมเปิลสเปซที่ถูกต้อง</p>
(4) $E = \{R_1, R_2\}$	<p>ขั้นที่ 4 เนื่องจาก E คือเหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกแก้วสีแดง ดังนั้นจะหยิบได้ R_1 หรือ R_2 ก็ถือว่าลูกแก้วสีแดง นั่นคือ เหตุการณ์ E มีสมาชิก 2 ตัว คือ R_1 และ R_2</p>
<p>(5) $\therefore P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>$\therefore P(E) = \frac{2}{3}$</p>	<p>ขั้นที่ 5 หากหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดง</p> <p>เพราะว่า $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>เพราะฉะนั้น $P(E) = \frac{2}{3}$</p>

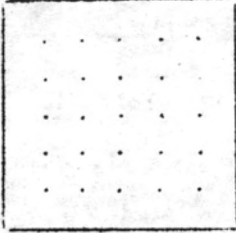
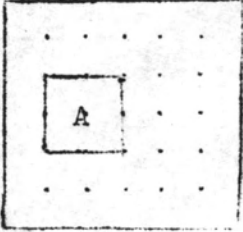
ภาพ	เสียง
<p>ตัวอย่างที่ 4 ทอดลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของ แต้มทั้งสองลูกเป็น 3? วิธีทำ กำหนดให้</p> <p>(1) S = แคมเปิลสเปซของการทดลอง E = เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้ม ทั้งสองลูกเป็น 3</p> <p>(2) $S = \{2, 3, 4, \dots, 12\}$</p> <p>(3) (โอกาสที่จะได้ผลรวมของแต้มของ ทั้ง 2 ลูก เป็น 2 มี 1 วิธีคือ ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 1 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ออกแต้ม 1 แต่โอกาสที่จะได้ผลรวมของแต้มทั้ง 2 ลูก เป็น 3 มี 2 วิธีคือ - ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 1 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ออกแต้ม 2 - ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 2 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ออกแต้ม 1 $\therefore S = \{2, 3, 4, \dots, 12\}$ นำไปใช้ ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นไม่ได้)</p>	<p>8</p> <p>ตัวอย่างที่ 4 ดำเนินการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดให้ S = แคมเปิลสเปซของการทดลอง และ E = เหตุการณ์ที่ได้ผลรวมของแต้มทั้งสองลูกเป็น 3</p> <p>ขั้นที่ 2 ถ้าหาสมาชิกของ S โดยสนใจผลรวมของแต้มทั้งสองลูกแล้ว S จะมีสมาชิก 11 ตัว คือ $2, 3, 4, \dots, 12$ เนื่องจากลูกเต๋าลูกแต่ละลูกแต้ม 1 คือแต้มที่มคานอยที่สุด และแต้ม 6 คือแต้มที่มคามากที่สุด ดังนั้นผลรวมจึงมีค่าตั้งแต่ 2 ถึง 12</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จะเห็นว่าสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นไม่เท่ากัน เช่น โอกาสที่จะได้ผลรวมของแต้มเป็น 2 มี 1 วิธี คือ ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 1 และ ลูกเต๋าลูกที่สองออกแต้ม 1, แต่โอกาสที่จะได้ผลรวมของแต้มเป็น 3 มี 2 วิธีคือ วิธีที่ 1 ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 1 และลูกเต๋าลูกที่ 2 ออกแต้ม 2 วิธีที่ 2 ลูกเต๋าลูกแรกออกแต้ม 2 ลูกเต๋าลูกที่ 2 ออกแต้ม 1</p> <p>ดังนั้นสมาชิกของ S นำไปใช้ในการคำนวณหาความน่าจะเป็นไม่ได้ ต่อมาขั้นที่ 2 ใหม่</p>

ภาพ	เสียง
<p>(2) $S = \{(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), \dots, (6,6)\}$</p> <p>(3) (1,1) มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีคือ ลูกเต๋าลูกที่ 1,2 ออกแต้ม 1,1 ตามลำดับ</p> <p style="text-align: center;">⋮</p> <p>(6,6) มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีคือ ลูกเต๋าลูกที่ 1,2 ออกแต้ม 6,6 ตามลำดับ</p> <p>(4) $E = \{(1,2), (2,1)\}$</p> <p>(5) $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>$\therefore P(E) = \frac{2}{36}$</p> <p>$= \frac{1}{18}$</p>	<p>9</p> <p>ขั้นที่ 2 ต้องหาสมาชิกของ S โดยสนใจแต้มที่ปรากฏของแต่ละลูก แล้ว S จะมีสมาชิก 36 ตัว คือ $(1,1), (1,2), (1,3), \dots, (1,6), (2,1), \dots, (6,6)$</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จะเห็นว่า สมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน คือเพียง 1 วิธีเท่านั้น เช่น $(1,1)$ มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีคือลูกเต๋าลูกที่ 1 และ 2 ออกแต้ม 1,1 ตามลำดับ และ $(6,6)$ มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีคือ ลูกเต๋าลูกที่ 1 และ 2 ออกแต้ม 6,6 ตามลำดับ ดังนั้น S เป็นแซมเปิลสเปซที่ถูกต้อง</p> <p>ขั้นที่ 4 เนื่องจาก E คือเหตุการณ์ที่ผลรวมของทั้งสองลูกเท่ากับ 3 ดังนั้นเหตุการณ์ E มีสมาชิก 2 ตัว คือ $(1,2)$ และ $(2,1)$</p> <p>ขั้นที่ 5 หาค่าความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของทั้งสองลูกเป็น 3</p> <p>เพราะว่า $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>ดังนั้น $P(E) = \frac{2}{36}$</p> <p>$= \frac{1}{18}$</p>

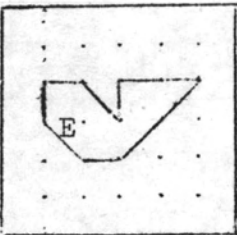
ภาพ	เสียง
<p>ตัวอย่างที่ 5 ในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "SCHOOL" จงหาความน่าจะเป็นที่คำนั้นจะนำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L"?</p> <p>วิธีทำ กำหนดให้</p> <p>(1) S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง E = เหตุการณ์ที่คำนั้นนำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L"</p> <p>(2) ในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "SCHOOL" จะจัดได้ทั้งหมด $\frac{6!}{2!} = 360$ วิธี</p> <p>$\therefore S$ มีสมาชิก = 360 ตัว</p> <p>(3) (คำที่อยู่ในรูป "SOOCHL" มีโอกาสเกิดขึ้นเพียง 1 วิธีเท่านั้น คือ</p> <p>ตำแหน่งที่ 1 เป็น "S" , ตำแหน่งที่ 2 เป็น "O"</p> <p>ตำแหน่งที่ 3 เป็น "O" , ตำแหน่งที่ 4 เป็น "C"</p> <p>ตำแหน่งที่ 5 เป็น "H" , ตำแหน่งที่ 6 เป็น "L")</p>	<p>10</p> <p>ตัวอย่างที่ 5 ดำเนินการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง และ E = เหตุการณ์ที่คำนั้นนำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L"</p> <p>ขั้นที่ 2 หาสมาชิกของ S ก็คือหาวิธีในการจัดเรียงตัวอักษรทั้งหมดเป็นคำต่าง ๆ ได้ทั้งหมดกี่วิธี ซึ่งจากความรู้เรื่องการจัดลำดับ จะได้ว่าในการจัดเรียงตัวอักษรจากคำว่า "SCHOOL" ซึ่งมีตัวอักษรทั้งหมด 6 ตัว จะจัดเรียงได้ $\frac{6!}{2!} = 360$ วิธี ซึ่งแต่ละวิธีจัดเรียงเป็นผลที่อาจจะเกิดขึ้นของการทดลองสุ่ม ดังนั้นแซมเปิลสเปซจะมีสมาชิก 360 ตัว</p> <p>ขั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จากความรู้เรื่องการจัดลำดับ จะได้ว่าสมาชิกแต่ละตัวของ S มีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน คือเพียง 3 วิธีเท่านั้น เช่น คำที่อยู่ในรูป SOOCHL จะมีโอกาสเกิดขึ้นเพียง 1 วิธีเท่านั้น คือตำแหน่งที่ 1, 2, ..., 6 จะต้องเป็นตัวอักษร S, O, O, C, H, L ตามลำดับ</p>

ภาพ	เสียง
<p>(4) จะจัดเรียงตัวอักษรโดยมี "S" นำหน้า และลงท้ายด้วย "L" จะจัดได้ทั้งหมด</p> $= \frac{4!}{2!} = 12 \text{ วิธี}$ <p>∴ เหตุการณ์ E มีสมาชิก 12 ตัว</p> <p>(5) ∴ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}}{\text{จำนวนสมาชิกของ S}}$</p> $= \frac{12}{360}$ $= \frac{1}{30}$	<p>11 ขั้นที่ 4 เนื่องจาก E เป็นเหตุการณ์ที่ค่านำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L" ดังนั้นวิธีจัดเรียงตัวอักษรโดยนำหน้าด้วย "S" และลงท้ายด้วย "L" จะเหลือตัวอักษรที่จะต้องจัดเรียงเพียง 4 ตัวเท่านั้น ซึ่งจะจัดได้ทั้งหมด $= \frac{4!}{2!} = 12$ วิธี นั่นคือ เหตุการณ์ E มีสมาชิก 12 ตัว</p> <p>ขั้นที่ 5 หากค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E โดยอาศัยนิยาม เนื่องจาก</p> $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}}{\text{จำนวนสมาชิกของ S}}$ <p>เพราะฉะนั้น $P(E) = \frac{12}{360}$</p> $= \frac{1}{30}$
<p>ตัวอย่างที่ 6 ชาย 3 คน หญิง 3 คน นั่งเรียงกันเป็นวงกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ชายและหญิงจะนั่งสลับกัน</p> <p>วิธีทำ กำหนดให้</p> <p>(1) $\begin{cases} S = \text{แซมเปิลสเปซของการทดลอง} \\ A = \text{เหตุการณ์ที่ชายและหญิงนั่งสลับกัน} \end{cases}$</p>	<p>12 ตัวอย่างที่ 6 กำหนดการดังนี้</p> <p>ขั้นที่ 1 กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง และ E = เหตุการณ์ที่ชายและหญิงนั่งสลับกัน</p>

ภาพ	เสียง
<p>(2) ชาย 3 คน หญิง 3 คน นั่งเรียงกัน เป็นวงกลมโดยที่ชาย, หญิงจะนั่งที่ไหนก็ได้ จะจัดได้ทั้งหมด = $(6-1)!$ = 5! = 120 วิธี ∴ S มีสมาชิก = 120 ตัว</p> <p>(3) $\begin{matrix} \text{ช}_1 & \text{ญ}_1 \\ \text{ช}_3 & \text{ญ}_2 \end{matrix}$ มีโอกาสเกิดขึ้น 1 วิธี คือ ช₁ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₁ และ ญ₃ ช₂ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₁ และ ญ₂ ช₃ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₂ และ ญ₃</p>	<p>ชั้นที่ 2 หาสมาชิกของ S ก็คือหาวิธีในการ จัดเรียงชาย 3 คน หญิง 3 คน นั่งเรียงกันเป็น วงกลม โดยที่ชาย, หญิงจะนั่งตรงไหนก็ได้ จะจัด ได้ทั้งหมด = $(6-1)! = 5! = 120$ วิธี ดังนั้น แซมเปิลสเปซมีสมาชิก 120 ตัว</p> <p>ชั้นที่ 3 พิจารณาสมาชิกของ S จะเห็นว่า สมาชิกแต่ละตัวมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน คือเพียง 1 วิธีเท่านั้น เช่น ถ้าจัดเรียงกันดังในภาพ จะมี โอกาสเกิดขึ้น 1 วิธีเท่านั้น คือ ช₁ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₁ และ ญ₃ ช₂ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₁ และ ญ₂ ช₃ จะตองอยู่ระหว่าง ญ₂ และ ญ₃</p>
<p>(4) จัดชาย 3 คน หญิง 3 คน นั่งสลับ กัน จะจัดได้ทั้งหมด = $2! \cdot 3! = 12$ วิธี ∴ เหตุการณ์ A มีสมาชิก 12 ตัว</p>	<p>13 ชั้นที่ 4 เนื่องจากเหตุการณ์ A เป็นเหตุการณ์ ที่ชายและหญิงนั่งสลับกัน ดังนั้นวิธีจัดเป็นวงกลมโดย ให้ชายและหญิงนั่งสลับกันโดยอาจจะยึดชายคนที่ 1 เป็นหลัก จะจัดได้ทั้งหมด = $2! \cdot 3! = 12$ วิธี ดังนั้น เหตุการณ์ A มีสมาชิก = 12 ตัว</p>

ภาพ	เสียง
<p>(5) $P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ A}}{\text{จำนวนสมาชิก S}}$</p> $= \frac{12}{120}$ $= \frac{1}{10}$	<p>ขั้นที่ 5 หากค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ A โดยอาศัยนิยาม เนื่องจาก</p> $P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ A}}{\text{จำนวนสมาชิกของ S}}$ $= \frac{12}{120}$ $= \frac{1}{10}$
<p>กระดานตะปู</p>  <p>พื้นที่ทั้งหมดของกระดานตะปู = 16 ตารางหน่วย</p>	<p>14</p> <p>เพื่อให้เข้าใจเกี่ยวกับความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ยิ่งขึ้น จึงให้นำกระดานตะปูมาเป็นอุปกรณ์ในการหาค่าความน่าจะเป็น</p> <p>กระดานตะปูที่ปรากฏในภาพนั้น ประกอบด้วย ตะปู 5 แถว ๆ ละ 5 ตัว แต่ละตัวห่างกัน 1 หน่วย ดังนั้นพื้นที่ทั้งหมดของกระดานตะปู = 16 ตารางหน่วย</p>
 <p>บริเวณบนกระดานตะปูที่นักเรียนสามารถกระโดดक्रमลงไคมีพื้นที่ทั้งหมด = 16 ตารางหน่วย</p>	<p>15</p> <p>ถ้านักเรียนกระโดดक्रमลงบนกระดานตะปูแล้ว บริเวณที่นักเรียนจะสามารถกระโดดक्रमลงไคจะมีพื้นที่ทั้งหมด 16 ตารางหน่วย</p>

ภาพ	เสียง
<p>บริเวณ A ที่นักบินจะสามารถกระโดดร่มลงได้มีพื้นที่ทั้งหมด 4 ตารางหน่วย</p> <p>ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A จะมี 4 ใน 16 หรือ $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$</p>	<p>แต่ถ้านักบินจะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A ภายในกระดานตะปูแล้ว บริเวณที่นักบินจะสามารถกระโดดร่มลงได้มีพื้นที่ 4 ตารางหน่วย</p> <p>ดังนั้นถ้านักบินคนหนึ่งกระโดดร่มลงบนบริเวณกระดานตะปูแล้ว โอกาสหรือความน่าจะเป็นที่จะกระโดดลงบนบริเวณ A ก็จะมี 4 ใน 16 หรือ $\frac{4}{16}$ หรือ $\frac{4}{16} = \frac{1}{4}$</p> <p>นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A $= \frac{1}{4}$</p>
<p><u>เปรียบเทียบการทดลองใด ๆ กับการกระโดดร่มของนักบิน</u></p> <p>แซมเปิลสเปซของการทดลองบริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู</p> <p>เหตุการณ์ A = บริเวณทั้งหมดของ A</p> <p>$\therefore P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ A}}{\text{จำนวนสมาชิกของ S}}$</p> <p>$\therefore P(A) = \frac{\text{บริเวณทั้งหมดของ A}}{\text{บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู}}$</p>	<p>16</p> <p>เมื่อเปรียบเทียบการทดลองใด ๆ กับการกระโดดร่มของนักบิน แล้วจะได้ว่า</p> <p>แซมเปิลสเปซของการทดลองใด ๆ คือบริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู</p> <p>เหตุการณ์ A คือบริเวณทั้งหมดของ A</p> <p>จากนิยามความน่าจะเป็น</p> <p>$P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ A}}{\text{จำนวนสมาชิกของ S}}$</p> <p>เพราะฉะนั้น</p> <p>$P(A) = \frac{\text{บริเวณทั้งหมดของ A}}{\text{บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู}}$</p>

ภาพ	เสียง
 <p>∴ บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู = 16 ตารางหน่วย บริเวณทั้งหมดของ E = 5 ตารางหน่วย</p> <p>∴ $P(E) = \frac{\text{บริเวณทั้งหมดของ E}}{\text{บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู}}$</p> <p>∴ $P(E) = \frac{5}{16}$</p>	<p>17</p> <p>จากภาพ ถ้าต้องการหาความน่าจะเป็นที่นักบินจะกระโดดร่มลงในบริเวณ E</p> <p>เนื่องจากบริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู = 16 ตารางหน่วย และบริเวณทั้งหมดของ E = 5 ตารางหน่วย</p> <p>แต่ $P(E) = \frac{\text{บริเวณทั้งหมดของ E}}{\text{บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู}}$</p> <p>ดังนั้น $P(E) = \frac{5}{16}$</p> <p>นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ E = $\frac{5}{16}$</p>
<p>คุณสมบัติของความน่าจะเป็น</p> <p>∴ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S}}$ กำหนดให้</p> <p>$n(E) = \text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}$ จะได้ว่า</p> <p>ถ้า $n(E)$ มีจำนวนมาก ค่า $P(E)$ มีค่ามาก</p> <p>ถ้า $n(E)$ มีจำนวนน้อย ค่า $P(E)$ มีค่าน้อย</p>	<p>18</p> <p>คุณสมบัติของความน่าจะเป็น โดยที่</p> <p>$P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S}}$</p> <p>และในการทดลองแต่ละครั้งจำนวนสมาชิกของ S คงที่เสมอ ดังนั้นค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E จะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E กล่าวคือ ถ้ากำหนดให้ $n(E) = \text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ E}$ จะได้ว่า</p> <p>ถ้า $n(E)$ มีจำนวนมาก ค่า $P(E)$ มีค่ามาก</p> <p>ถ้า $n(E)$ มีจำนวนน้อย ค่า $P(E)$ มีค่าน้อย</p>

ภาพ	เสียง
<p>∴ ในการทดลองแต่ละครั้ง แซมเปิลสเปซ S และ เซ็ทว่าง เป็นเหตุการณ์อย่างหนึ่ง และ แซมเปิลสเปซ S เป็นเหตุการณ์ที่มีสมาชิกมากที่สุด</p> <p>∴ $P(S)$ มีค่ามากที่สุด</p> <p>∴ เซ็ทว่าง (\emptyset) เป็นเหตุการณ์ที่มีสมาชิกน้อยที่สุด</p> <p>∴ $P(\emptyset)$ มีค่าน้อยที่สุด</p>	<p>เนื่องจากในการทดลองแต่ละครั้ง แซมเปิลสเปซ S และ เซ็ทว่าง เป็นเหตุการณ์อย่างหนึ่งด้วย ดังนั้น แซมเปิลสเปซ S เป็นเหตุการณ์ที่มีสมาชิกมากที่สุด นั่นคือ $P(S)$ มีค่ามากที่สุดในการทดลองครั้งหนึ่ง ๆ</p> <p>และ เซ็ทว่าง เป็นเหตุการณ์ที่มีสมาชิกน้อยที่สุด ดังนั้น $P(\emptyset)$ มีค่าน้อยที่สุด</p>
<p>$P(\emptyset) \leq P(E) \leq P(S)$</p> <p>∴ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>ถ้า $E = S$</p> <p>∴ $P(S) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>= 1</p>	<p>19</p> <p>จากแผนโปร่งใสที่ 18 ได้ว่า ในการทดลอง ซึ่งมี S เป็นแซมเปิลสเปซ และ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ นั้น $P(S)$ มีค่ามากที่สุด และ $P(\emptyset)$ มีค่าน้อยที่สุด</p> <p>ดังนั้น $P(\emptyset) \leq P(E) \leq P(S)$</p> <p>จะหาค่าของ $P(S)$ และ $P(\emptyset)$ ดำเนินการดังนี้</p> <p>∴ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$ เนื่องจาก $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>ถ้าเหตุการณ์ $E = S$</p> <p>ดังนั้น $P(S) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>= 1</p>

ภาพ	เสียง
<p>ถ้า $E = \emptyset$</p> $P(\emptyset) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเซตว่าง}}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$ $= \frac{0}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$ $= 0$	<p>ถ้าเหตุการณ์ $E =$ เซตว่าง</p> $P(\emptyset) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเซตว่าง}}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$ $= \frac{0}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$ $= 0$
<p><u>สรุปคุณสมบัติของความน่าจะเป็น</u></p> <ol style="list-style-type: none"> $0 \leq P(E) \leq 1$ $P(S) = 1$ $P(\emptyset) = 0$ 	<p>20</p> <p><u>สรุปคุณสมบัติของความน่าจะเป็น</u></p> <ol style="list-style-type: none"> ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆ หรือ $0 \leq P(E) \leq 1$ ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ หรือ $P(S) = 1$ ความน่าจะเป็นของเซตว่าง หรือ $P(\emptyset) = 0$
<p><u>การตีความหมายจากค่าของความน่าจะเป็น</u></p> <p>- ถ้า $P(E) = 0$ แสดงว่าเหตุการณ์ E ไม่เกิดขึ้นเลย เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวและก้อยจากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง</p> <p>- ถ้า $P(E) = 1$ แสดงว่าเหตุการณ์ E เกิดขึ้นแน่นอน เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวหรือก้อยจากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง</p>	<p>21</p> <p><u>การตีความหมายจากค่าของความน่าจะเป็น</u></p> <p>ถ้า $P(E) = 0$ แสดงว่าเหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวและก้อยจากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง</p> <p>ถ้า $P(E) = 1$ แสดงว่าเหตุการณ์ E เกิดขึ้นแน่นอน เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวหรือก้อยจากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง</p>

ภาพ	เสียง
<p>- ถ้า $P(E) = \frac{1}{2}$ แสดงว่าโอกาสที่เหตุการณ์ E จะเกิดหรือไม่มีเท่ากัน เช่น</p> <p>E = เหตุการณ์ที่โคแถมคู่จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง</p> <p>- ถ้า $P(E_1) = \frac{1}{2}$, $P(E_2) = \frac{1}{3}$ แสดงว่าเหตุการณ์ E_1 มีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่าเหตุการณ์ E_2</p>	<p>22</p> <p>ถ้า $P(E) = \frac{1}{2}$ แสดงว่าโอกาสที่เหตุการณ์ E จะเกิดหรือไม่มีเท่ากัน เช่น E = เหตุการณ์ที่โคแถมคู่จากการทอดลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง</p> <p>ถ้า $P(E_1) = \frac{1}{2}$ และ $P(E_2) = \frac{1}{3}$ แสดงว่าเหตุการณ์ E_1 มีโอกาสที่จะเกิดขึ้นมากกว่าเหตุการณ์ E_2</p>

แผนบรรยาย

ในชีวิตประจำวันทุกคนคงจะเคยได้ยินหรือได้ใช้คำว่า "ความน่าจะเป็น" หรือ "โอกาส" หรือคำอื่น ๆ ที่มีความหมายอย่างเดียวกันอยู่เสมอ เช่น โอกาสที่ทีมฟุตบอลของไทยจะชนะเลิศในปีนี้มีมาก, นาย ก. น่าจะ สอบวิชา ค.513 ผ่าน, นักมวยไทย เป็นต่อ คู่แข่ง 5 ต่อ 3, ถนนสาย ก. รถอาจจะติดมากกว่า ถนนสาย ข. ฯลฯ การคาดการณืล่วงหน้าโดยใช้คำดังกล่าวแล้ว ส่วนใหญ่อาศัยสถิติที่ผ่านมา ซึ่งนำไปสู่การตัดสินใจ เช่น ควรจะเลือกเดินทางโดยใช้ถนนสายที่รถอาจจะติดน้อยกว่า

ในการคาดการณืล่วงหน้านี้ ข้อเท็จจริงหรือผลที่ไ้จริง ๆ กับโอกาสที่เราคาดไว้จะตรงกันหรือไม่ตรงกันก็ได้ เช่น บอกว่าโอกาสที่ฝนจะตกในวันพรุ่งนี้มีมาก แต่ถึงเวลาจริงๆ ฟ้าฝนอาจจะไม่ตกเลยก็ได้

ในทางคณิตศาสตร์ มีการกำหนดตัวเลข เพื่อบอกค่าความน่าจะเป็น หรือโอกาสว่า มีมากน้อยแค่ไหน เช่น โอกาสที่เด็กหญิงสุจินจะสอบคณิตศาสตร์ได้มีเพียง 20% แสดงว่าโอกาสที่เด็กหญิงสุจินจะสอบคณิตศาสตร์ได้น้อยมาก

ในการคำนวณค่าความน่าจะเป็น อาจจะทำได้โดยทำการทดลองหลาย ๆ ครั้ง ยิ่งมากครั้งเท่าไร ค่าความน่าจะเป็นจะใกล้เคียงความจริงมากยิ่งขึ้น แต่ไม่สามารถบอกได้ว่า ควรจะทำการทดลองแค่ไหนจึงจะเหมาะสม จึงได้มีการคิดวิธีหาค่าความน่าจะเป็นที่ใกล้เคียงใกล้เคียงกับการทดลองจริง และได้ยึดถือเป็น "นิยามความน่าจะเป็น" ซึ่งกล่าวว่า

ถ้าการทดลองอันหนึ่งเกิดเหตุการณ์ได้ N วิธี โดยแต่ละวิธีมีโอกาสเกิดขึ้นเท่า ๆ กัน และจำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ E มีอยู่ n วิธีแล้ว

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ } E \text{ หรือ } P(E) = \frac{\text{จำนวนวิธีที่เกิดเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนวิธีที่จะเกิดเหตุการณ์ทั้งหมด}}$$

ถ้ากำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง แล้ว

นิยามของความน่าจะเป็นจะกล่าวได้ว่า

$$\text{ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ } E \text{ หรือ } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

ตัวอย่างที่ 1 ถ้าครอบครัวหนึ่งมีบุตรสองคน จงหาความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรคนแรกเป็นชาย คนที่สองเป็นหญิง ถ้าโอกาสที่จะมีบุตรชายและหญิงเท่ากัน?

วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่ครอบครัวนี้มีบุตรคนแรกเป็นชาย คนที่สองเป็นหญิง

เพราะครอบครัวนี้มีบุตร 2 คน

$$S = \{ (\text{ชาย, ชาย}), (\text{ชาย, หญิง}), (\text{หญิง, ชาย}), (\text{หญิง, หญิง}) \}$$

ฉะนั้น S มีสมาชิก 4 ตัว

$$E = \{ \text{ชาย, หญิง} \}$$

ฉะนั้น E มีสมาชิก 1 ตัว

$$\text{เพราะ } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(E) = \frac{1}{4}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรคนแรกเป็นชาย คนที่สองเป็นหญิง = $\frac{1}{4}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 2 ชาย 10 คน นั่งเรียงกันเป็นวงกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ชายคนหนึ่งนั่งติดกันเสมอ?

วิธีทำ กำหนดให้ S = แรมเปิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่ชายคนหนึ่งนั่งติดกัน

ชาย 10 คน นั่งเรียงกันเป็นวงกลม จะจัดได้ $= (10-1)! = 9! = 362880$ วิธี

ฉะนั้น S มีสมาชิก $= 362880$ วิธี

ชายคนหนึ่งนั่งติดกัน ดังนั้นชายผู้นั้นคิดเป็น 1 คน

จำนวนสมาชิกที่จะนั่งเป็นวงกลม จะคิดเพียง 9 คน ซึ่งจะจัดให้หนึ่งเป็นวงกลม

จะจัดได้ทั้งหมด $= (9-1)! = 8!$

$= 40320$ วิธี

ชายผู้นั้นจะนั่งสลับกันก็ได้ เพราะยังคงนั่งติดกัน

จัดเฉพาะผู้นั้นจะจัดได้ $2! = 2$ วิธี

จัดชาย 10 คน นั่งเรียงเป็นวงกลม โดยให้ชายคนหนึ่งนั่งติดกัน จะจัดได้

$= 40320 \times 2$

$= 80640$ วิธี

ฉะนั้น E มีสมาชิก 80640 วิธี

เพราะ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(E) = \frac{80640}{362880}$$

$$= \frac{14}{63}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ชายคนหนึ่งนั่งติดกัน $= \frac{14}{63}$

ตอบ

ตัวอย่างที่ 3 คณะกรรมการชุดหนึ่งประกอบด้วยสมาชิก 5 คน ได้ลงมติว่าในการประชุมครั้งหนึ่งๆ จะต้องมิให้ผู้เข้าประชุมไม่น้อยกว่าครึ่งหนึ่งของจำนวนคณะกรรมการ จึงถือว่าครบองค์ประชุม จงหาความน่าจะเป็นที่การประชุมครั้งหนึ่งจะมีคณะกรรมการครบองค์ประชุม? (สมาชิกไม่มาเลยไม่มี)

วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง
 A = เหตุการณ์การประชุมครั้งหนึ่งมีคณะกรรมการครบองค์ประชุม
 ในการประชุมแต่ละครั้ง สมาชิกอาจจะมา 1 คน, 2 คน, ..., หรือ 5 คนก็ได้
 วิธีที่คณะกรรมการจะประชุมทั้งหมด = ${}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$ วิธี
 $= 5 + 10 + 10 + 5 + 1$ วิธี
 $= 31$ วิธี

ฉะนั้น S มีสมาชิก 31 ตัว

ในการประชุมที่ครบองค์ประชุม จะต้องมีการมาตั้งแต่ 3 คนขึ้นไป
 วิธีจัดการประชุมให้ครบองค์ประชุม จะจัดได้ทั้งหมด = ${}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5$ วิธี
 $= 10 + 5 + 1$ วิธี
 $= 16$ วิธี

ฉะนั้น A มีสมาชิก 16 ตัว

เพราะว่า $P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } A}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(A) = \frac{16}{31}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่การประชุมครั้งหนึ่งจะมีคณะกรรมการครบองค์ประชุม = $\frac{16}{31}$

ตอบ

คุณสมบัติของความน่าจะเป็น

1. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ E ใด ๆ จะมีค่าตั้งแต่ศูนย์ถึงหนึ่ง คือ $0 \leq P(E) \leq 1$
2. ความน่าจะเป็นของแซมเปิลสเปซ S มีค่าเท่ากับหนึ่ง นั่นคือ $P(S) = 1$
3. ความน่าจะเป็นของเซตว่าง เท่ากับ ศูนย์ นั่นคือ $P(\emptyset) = 0$

การตีความหมายจากค่าของความน่าจะเป็น

- ถ้า $P(E) = 0$ หมายความว่า เหตุการณ์ E ไม่มีโอกาสเกิดขึ้นเลย เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้ออกจิกและโพ้นแดง จากการหยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับ
 - ถ้า $P(E) = 1$ หมายความว่า เหตุการณ์ E เกิดขึ้นแน่นอน เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้มคู่หรือคี่ จากการทอลูกเต๋า 1 ลูก 1 ครั้ง
 - ถ้า $P(E) = \frac{1}{2}$ หมายความว่า โอกาสที่เหตุการณ์ E จะเกิดหรือไม่เกิดเท่ากัน เช่น $E =$ เหตุการณ์ที่ใหัว จากการโยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง
 - ถ้า $P(E_1) = \frac{1}{4}$, $P(E_2) = \frac{1}{3}$ หมายความว่า เหตุการณ์ E_2 มีโอกาสเกิดขึ้นมากกว่าเหตุการณ์ E_1
-

หน่วยที่ 3

แบบฝึกหัด

1. ทอดลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 4 หรือ 6 ในการทอดครั้งแรก?
2. จากโยทโยขอ 1 จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 1 หรือ 2 ในการทอดครั้งแรก และได้แต้ม 5 หรือ 6 ในการทอดครั้งที่สอง?
3. จัดชวค โคคา-โคลา 3 ชวค และแฟนต้า 2 ชวค เก็บเรียงไว้ในตู้เย็นอย่างเอาจุ่ม จงหาความน่าจะเป็นที่ชวคโคคา-โคลา และชวคแฟนต้า จะสลับกัน?
4. นักเรียนห้องหนึ่งเป็นชาย 10 คน หญิง 6 คน ต้องการเลือกมา 2 คน เพื่อเป็นหัวหน้า และรองหัวหน้า โดยที่แต่ละคนมีโอกาสถูกเลือกเท่า ๆ กัน จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้หัวหน้าเป็นชาย และรองหัวหน้าเป็นหญิง?
5. สุ่มลูกแก้ว 3 ลูก จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกแก้วสีแดง 3 ลูก สีดำ 2 ลูก และสีขาว 1 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้
 - 5.1 ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูก
 - 5.2 ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก
6. ชายคนหนึ่งมีเพื่อน 5 คน เขาจะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารที่บ้านของเขา โดยเขาจะเชิญเพื่อนมากที่สุดก็ได้ จงหาความน่าจะเป็นที่เขาจะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป

เฉลยแบบฝึกหัด

1. วิธีทำ กำหนดให้ $S =$ แกรมเปิลสเปซของการทดลอง

$E =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 4 หรือ 6 ในการทอดครั้งแรก

โยนลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง จะมีเหตุการณ์เกิดขึ้น 36 เหตุการณ์

ฉะนั้น S มีสมาชิก 36 ตัว

$$E = \{ (4,1), (4,2), \dots, (4,6), (6,1), (6,2), \dots, (6,6) \}$$

ฉะนั้น E มีสมาชิก 12 ตัว

เพราะว่า $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(E) = \frac{12}{36}$$

$$= \frac{1}{3}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 4 หรือ 6 ในการทอดครั้งแรก $= \frac{1}{3}$ ตอบ

2. วิธีทำ กำหนดให้ $S =$ แกรมเปิลสเปซของการทดลองสุ่ม

$E =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 1 หรือ 2 ในการทอดครั้งแรก และแต้ม 5

หรือ 6 ในการทอดครั้งที่สอง

จากข้อ 1 จะได้ว่า S มีสมาชิก 36 ตัว

$$E = \{ (1,5), (1,6), (2,5), (2,6) \}$$

ฉะนั้น E มีสมาชิก 4 ตัว

เพราะว่า $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(E) = \frac{4}{36}$$

$$= \frac{1}{9}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 1 หรือ 2 ในการทอดครั้งแรก และ แต้ม 5 หรือ 6 ในการทอดครั้งที่สอง = $\frac{1}{9}$

ตอบ

3. วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่ชวคโคคา-โคล่าและชวคแฟนต้า เรียงสลับกัน

มีโคคา-โคล่า 3 ชวคและแฟนต้า 2 ชวค รวมเป็น 5 ชวค

จะจัดเรียงได้ทั้งหมด = $\frac{5!}{3!2!} = 10$ วิธี

ฉะนั้น S มีสมาชิก 10 ตัว

จัดชวคโคคา-โคล่า และแฟนต้า, เรียงสลับกัน

ชวคโคคา-โคล่า จัดเรียงได้ $\frac{3!}{3!} = 1$ วิธี

ชวคแฟนต้า จัดเรียงได้ $\frac{2!}{2!} = 1$ วิธี

จัดชวคโคคา-โคล่าและชวคแฟนต้า เรียงสลับกัน จะได้ $1 \times 1 = 1$ วิธี

ฉะนั้น E มีสมาชิก 1 ตัว

เพราะ $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(E) = \frac{1}{10}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ชวคโคคา-โคล่าและชวคแฟนต้าจะเรียงสลับกัน = $\frac{1}{10}$

ตอบ

4. วิธีทำ กำหนดให้ S = แกรมเปิดสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่หัวหน้าเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิง

$$\begin{aligned} \text{มีนักเรียนทั้งหมด 16 คน เลือกมา 2 คน จะเลือกได้ } & {}^{16}C_2 = \frac{6!}{2!4!} \\ & = 120 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ฉะนั้น S มีสมาชิก 120 ตัว

$$\begin{aligned} \text{มีนักเรียนชาย 10 คน เลือกมาเป็นหัวหน้า 1 คน จะเลือกได้ } & {}^{10}C_1 = \frac{10!}{1!9!} \\ & = 10 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

มีนักเรียนหญิง 6 คน เลือกมาเป็นรองหัวหน้า 1 คน จะเลือกได้

$$\begin{aligned} & {}^6C_1 = \frac{6!}{1!5!} \\ & = 6 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{เลือกนักเรียนโดยให้ได้หัวหน้าเป็นชายและรองหัวหน้าเป็นหญิงจะเลือกได้} & \\ & = 10 \times 6 \\ & = 60 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ฉะนั้น E มีสมาชิก 60 ตัว

$$\text{เพราะว่า } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$\begin{aligned} P(E) & = \frac{60}{120} \\ & = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้หัวหน้าเป็นชาย และรองหัวหน้าเป็นหญิง = $\frac{1}{2}$

ตอบ

5. วิธีทำ กำหนดให้ S = แคมเปิลดแปรของการทดลอง

A = เหตุการณ์ที่ได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูก

B = เหตุการณ์ที่ได้ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก

$$\begin{aligned} \text{มีลูกแก้วทั้งหมด 6 ลูก หยิบครั้งละ 3 ลูก จะหยิบได้ } {}^6C_3 &= \frac{6!}{3!3!} \\ &= 20 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ฉะนั้น S มีสมาชิก 20 ตัว

$$\begin{aligned} 5.1 \quad \text{มีลูกแก้วสีแดง 3 ลูก หยิบครั้งละ 3 ลูก จะหยิบได้ } {}^3C_3 &= \frac{3!}{3!1!} && 1 \text{ วิธี} \\ &= 1 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

ฉะนั้น A มีสมาชิก 1 ตัว

$$\text{เพราะ } P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } A}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$\therefore P(A) = \frac{1}{20}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 3 ลูก = $\frac{1}{20}$

$$\begin{aligned} 5.2 \quad \text{มีลูกแก้วสีดำ 2 ลูก หยิบครั้งละ 2 ลูก จะหยิบได้ } {}^2C_2 &= \frac{2!}{2!1!} \\ &= 1 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{มีลูกแก้วสีแดง 3 ลูก หยิบครั้งละ 1 ลูก จะหยิบได้ } {}^3C_1 &= \frac{3!}{1!2!} \\ &= 3 \text{ วิธี} \end{aligned}$$

วิธีหยิบลูกแก้วขึ้นมา 3 ลูก โดยให้ได้ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก จะหยิบได้ทั้งหมด = $1 \times 3 = 3$ วิธี

ฉะนั้น B มีสมาชิก 3 ตัว

$$\text{เพราะ } P(B) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } B}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(B) = \frac{3}{20}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีดำ 2 ลูก สีแดง 1 ลูก = $\frac{3}{20}$ ตอบ

6. วิธีทำ กำหนดให้ S = แรมเปิดสเปรของการทดลอง

$$\begin{aligned}
 A &= \text{เหตุการณ์ที่เชิญเพื่อนมารับประทานอาหารตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป} \\
 &\text{มีเพื่อนทั้งหมด 5 คน ดังนั้นอาจจะเชิญ } 1, 2, \dots, \text{ หรือ 5 คน ก็ได้} \\
 \text{วิธีที่จะเชิญเพื่อนจะเชิญได้} &= {}^5C_1 + {}^5C_2 + {}^5C_3 + {}^5C_4 + {}^5C_5 \quad \text{วิธี} \\
 &= 5 + 10 + 10 + 5 + 1 \quad \text{วิธี} \\
 &= 31 \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

ฉะนั้น S มีสมาชิก 31 ตัว

จะเชิญเพื่อนตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป

$$\begin{aligned}
 \text{จะเชิญได้} &= {}^5C_4 + {}^5C_5 \quad \text{วิธี} \\
 &= 5 + 1 \quad \text{วิธี} \\
 &= 6 \quad \text{วิธี}
 \end{aligned}$$

ฉะนั้น A มีสมาชิก 6 ตัว

$$\text{เพราะ } P(A) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } A}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(A) = \frac{6}{31}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะเชิญเพื่อนมารับประทานอาหารตั้งแต่ 4 คนขึ้นไป $= \frac{6}{31}$

ตอบ



เรื่อง
ความน่าจะเป็น
แบบทดสอบหลังเรียนหน่วยที่ 3

จงทำเครื่องหมาย X ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. โยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง

A = เหตุการณ์ที่โคหัว 2 ครั้ง

B = เหตุการณ์ที่โคหัวมากกว่าหรือเท่ากับ 2 ครั้ง

ความน่าจะเป็นที่จะโคหัวมากกว่าหรือเท่ากับ 2 ครั้งเป็นเท่าไร?

ก. $A = 3$

ข. $B = 4$

ค. $B = \frac{1}{2}$

ง. $P(A) = \frac{3}{8}$

จ. $P(B) = \frac{1}{2}$

2. โยนเหรียญ 1 อัน พร้อม ๆ กับทอกลูกเต๋า 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่เหรียญ
จะขึ้นหัว และลูกเต๋าก่อนออกแต้มคู่เป็นเท่าไร?

ก. 0

ข. $\frac{1}{6}$

ค. $\frac{1}{4}$

ง. $\frac{1}{2}$

จ. 1

3. ครอบครัวหนึ่งต้องการมีบุตรเพียง 2 คน ความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนี้จะมีบุตรชายอย่างน้อย 1 คน เป็นเท่าไร?

- ก. 0
- ข. $\frac{1}{4}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{1}{2}$
- จ. $\frac{3}{4}$

4. ชาย 4 คน เข้าแถวรับรางวัลชนะเลิศ ความน่าจะเป็นที่ชายคู่หนึ่งที่กำหนดให้ จะยืนติดกัน เป็นเท่าไร?

- ก. 1
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{1}{4}$
- จ. 0

5. จัดเรียงธง จำนวน 8 ผืน ซึ่งเป็นสีแดง 3 ผืน สีขาว 2 ผืน และสีน้ำเงิน 3 ผืน ความน่าจะเป็นที่ธงสีแดงทั้ง 3 ผืน จะอยู่ติดกันเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{3}{28}$
- ข. $\frac{9}{14}$
- ค. $\frac{3}{8}$
- ง. $\frac{5}{8}$
- จ. $\frac{3}{4}$

6. ในการรับประทานอาหารรอบโต๊ะกลมของคนในครอบครัวหนึ่ง จำนวน 6 คน ความน่าจะเป็นที่พ่อกับแม่จะนั่งติดกันเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{10}$
 ข. $\frac{1}{6}$
 ค. $\frac{1}{5}$
 ง. $\frac{2}{5}$
 จ. $\frac{3}{5}$

7. สุ่มลูกแก้วสีแดงขึ้นมา 2 ลูก พร้อม ๆ กัน จากถุงใบหนึ่ง ซึ่งมีลูกแก้ว 4 ลูก เป็นสีแดง 3 ลูก สีขาว 1 ลูก ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีแดง 1 ลูก และสีขาว 1 ลูก เป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{8}$
 ข. $\frac{1}{4}$
 ค. $\frac{1}{2}$
 ง. $\frac{3}{4}$
 จ. 1

8. สุ่มฉลากรายชื่อนักเรียนขึ้นมา 2 ใบ พร้อม ๆ กัน จากจำนวนเด็ก ซึ่งเป็นรายชื่อนักเรียนชาย 6 ใบ นักเรียนหญิง 4 ใบ ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้รายชื่อนักเรียนชายทั้ง 2 ใบ เป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{2}{15}$
 ข. $\frac{1}{3}$
 ค. $\frac{2}{5}$
 ง. $\frac{8}{15}$
 จ. $\frac{3}{5}$

9. จากโจทย์ข้อ 8 ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้รายชื่อของ สุรศักดิ์ (ชาย) และ สมศรี (หญิง) เป็นเท่าไร?

ก. $\frac{1}{45}$

ข. $\frac{1}{24}$

ค. $\frac{1}{5}$

ง. $\frac{8}{15}$

จ. $\frac{4}{15}$

10. ในการทดลองสุ่ม ซึ่งมี E เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว ข้อใดต่อไปนี้เป็นถูกตองที่สุด?

ก. $P(S)=1, 0 \leq P(E) \leq 1, P(\emptyset) = 0$

ข. $P(S)= 1, 0 \leq P(E) \leq 1, P(\emptyset) = \emptyset$

ค. $0 \leq P(S) \leq 1, 0 \leq P(E) \leq 1, P(\emptyset) = \emptyset$

ง. $0 \leq P(S) \leq 1, 0 \leq P(E) \leq 1, P(\emptyset) = 0$

จ. $P(S) = m, P(E) = n, P(\emptyset) = 0$ เมื่อ m, n เป็นจำนวนใด ๆ

เฉลย

1. จ
2. ก
3. จ
4. ข
5. ก
6. ง
7. ก
8. ข
9. ง
10. ก

หน่วยที่ 4

ใบสั่งงาน

นักเรียนปฏิบัติตามลำดับขั้นดังนี้

1. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน
2. สำนักรวบรวมวัสดุ-อุปกรณ์ที่มีอยู่ในหน่วยนี้ทั้งหมดว่ามีครบตามรายการต่อไปนี้หรือไม่
 - 2.1 คู่มือการเรียน
 - 2.2 กระดานตะปู
 - 2.3 หนังสือ 2 เล่ม
 - 2.4 บัตรกิจกรรม มี 3 การทดลอง
 - 2.5 เฉลยผลการทดลองที่ 1, 2, 3
 - 2.6 บทเรียนแบบโปรแกรม 3 ชุด
 - ชุดที่ 1 พิสูจน์กฎข้อที่ 1
 - ชุดที่ 2 พิสูจน์กฎข้อที่ 2
 - ชุดที่ 3 พิสูจน์กฎข้อที่ 3
 - 2.7 กระดาษแข็ง
 - 2.8 แบบฝึกหัด
 - 2.9 เฉลยแบบฝึกหัด
3. ศึกษาจุดประสงค์ของการเรียนในหน่วยนี้จากคู่มือการเรียน
4. ทำการทดลองที่ 1 พร้อมทั้งตอบคำถาม เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยการทดลองที่ 1
5. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เกี่ยวกับวิธีพิสูจน์กฎข้อที่ 1
6. ทำการทดลองที่ 2 พร้อมทั้งตอบคำถาม เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยการทดลองที่ 2
7. ศึกษาบทเรียนแบบโปรแกรม เกี่ยวกับวิธีพิสูจน์กฎข้อที่ 2

8. ทำการทดลองที่ 3 พร้อมทั้งตอบคำถาม เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยการ-
ทดลองที่ 3
9. ศึกษาทฤษฎีบทเรียนแบบโปรแกรม เกี่ยวกับวิธีพิสูจน์ข้อที่ 3
10. ทำแบบฝึกหัดหลังการ เรียนหน่วยที่ 4 เสร็จแล้วตรวจคำตอบจากเฉลยแบบฝึกหัด
11. ส่งผลการตรวจแบบฝึกหัดที่อาจารย์ผู้สอน
12. สักรวจัศสุ-อุปกรณ์อีกครั้งหนึ่งว่าอายุครบหรือไม่ และเก็บทุกอย่างไว้ในสภาพเดิม
13. ทำแบบทดสอบหลังการ เรียน เชนหน่วยนี้กับอาจารย์ผู้สอน

เรื่อง

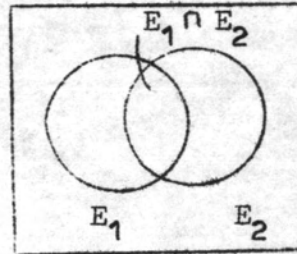
กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
แบบทดสอบก่อนเรียนหน่วยที่ 4

จงหาเครื่องหมาย \times ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ.
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ กำหนดให้

- n_1 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_1
- n_2 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_2
- n_3 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$
- n_4 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$
- N เป็นจำนวนสมาชิกของ S



จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ข้อความข้างต้น?
จากนิยามความน่าจะเป็น จะได้อ

$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ (1)

$n_4 = n_1 + n_2 - n_3$ (2)

$\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} - \frac{n_3}{N}$ (3)

$\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N} (n_1 + n_2 - n_3)$ (4)

- ก. (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)
- ข. (2) \rightarrow (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1)
- ค. (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1) \rightarrow (2)
- ง. (3) \rightarrow (4) \rightarrow (2) \rightarrow (1)
- จ. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (2)

2. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$?

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \dots\dots (1)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0 \dots\dots (2)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset) \text{ เพราะ } E_1 \cap E_2 = \emptyset \dots\dots (3)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \dots\dots (4)$$

ก. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (2)

ข. (3) \rightarrow (2) \rightarrow (1) \rightarrow (4)

ค. (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)

ง. (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (2)

จ. (1) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (4)

3. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S

จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E') = 1 - P(E)$?

$$P(E \cup E') = P(S) \dots\dots (1)$$

$$P(E') = 1 - P(E) \dots\dots (2)$$

$$P(E \cup E') = 1 \text{ เนื่องจาก } P(S) = 1 \dots\dots (3)$$

$$P(E \cup E') = P(E) + P(E') \text{ เนื่องจาก } E \cap E' = \emptyset \dots\dots (4)$$

$$E \cup E' = S \dots\dots (5)$$

$$1 = P(E) + P(E') \dots\dots (6)$$

ก. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (5) \rightarrow (6)

ข. (3) \rightarrow (5) \rightarrow (1) \rightarrow (4) \rightarrow (2) \rightarrow (6)

ค. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (5) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

ง. (5) \rightarrow (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

จ. (6) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1) \rightarrow (5)

4. ให้ A, B เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S
 ถ้า $P(A \cup B) = \frac{1}{2}$, $P(A) = \frac{1}{6}$, $P(B) = \frac{1}{3}$ แล้วข้อใดคือค่าของ

$P(A \cap B)$?

- ก. 0
 ข. $\frac{1}{6}$
 ค. $\frac{1}{3}$
 ง. $\frac{1}{2}$
 จ. 1

5. ในการสุ่มไพ่ 1 ใบจากสำรับ กำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่หยิบได้คอกจิก

B = เหตุการณ์ที่หยิบได้โพธิ์แดง

ถ้า $P(A) = P(B) = \frac{1}{4}$ แล้ว $P(A \cup B)$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0
 ข. $\frac{1}{4}$
 ค. $\frac{1}{2}$
 ง. $\frac{3}{4}$
 จ. 1

6. สุ่มฉลากรายชื่อขึ้นมา 2 ใบ พร้อม ๆ กันจากกล่องใบหนึ่งซึ่งมีฉลากอยู่ 5 ใบ เป็นรายชื่อนักเรียนชาย 3 ใบ นักเรียนหญิง 2 ใบ ถ้ากำหนดให้ A = เหตุการณ์ที่หยิบได้รายชื่อมนตรี (ชาย) และนิตา (หญิง) แล้ว $P(A)$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0
 ข. $\frac{1}{5}$
 ค. $\frac{1}{4}$
 ง. $\frac{2}{3}$
 จ. $\frac{3}{4}$

7. ถ้า $E_1 = E_2$ เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S และ $P(E_1) = 0.6$, $P(E_2) = 0.6$, $P(E_1 \cap E_2) = 0.2$ $P(E_1' \cap E_2')$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0.2
- ข. 0.4
- ค. 0.6
- ง. 0.8
- จ. 1

8. จากโจทย์ข้อ 7 $P(E_1 \cup E_2)$ มีค่าเท่าไร?
(ตัวเลือกจากข้อ 7)

9. นักเรียนกลุ่มหนึ่ง จำนวน 100 คน เลือกเรียนวิชาศิลปศึกษา 60 คน วิชาเกษตร 50 คน ในจำนวนเหล่านี้ เลือกเรียนทั้ง 2 วิชา 20 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะเลือกเรียนวิชาศิลปศึกษาหรือเกษตรเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{5}$
- ข. $\frac{1}{2}$
- ค. $\frac{3}{5}$
- ง. $\frac{9}{10}$
- จ. 1

10. จากการสำรวจนักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งเกี่ยวกับ ชนิดของสัตว์เลี้ยงที่นักเรียนชอบ ปรากฏว่า นักเรียนชอบสุนัข 60% ชอบแมว 72% ชอบนก 55% ในจำนวนเหล่านี้ ชอบสุนัขและแมว 38% ชอบสุนัขและนก 27% ชอบแมวและหมา 35% ชอบทั้งสามชนิด 8% ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนี้จะชอบสัตว์เลี้ยงชนิดใดชนิดหนึ่งเพียงอย่างเดียว เป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{11}{100}$
- ข. $\frac{7}{100}$
- ค. $\frac{3}{100}$
- ง. $\frac{1}{100}$

เฉลย

1. ข
2. จ
3. ง
4. ก
5. ค
6. จ
7. ข
8. ค
9. ง
10. ก

หน่วยที่ 4

คู่มือการ เรียน

เรื่อง กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

จุดประสงค์เชิงพฤติกรรม

เมื่อเรียนจบหน่วยแล้วนักเรียนสามารถ

1. เขียนพิสูจน์กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น 3 กฎ ต่อไปนี้
ได้อย่างถูกต้อง

1.1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ เมื่อ E_1, E_2
เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S (1)

1.2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็น
เหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกรวมกันในแซมเปิลสเปซ S (2)

1.3 $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ เมื่อ E เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S
(3)

2. ใช้กฎทั้ง 3 ในข้อ 1 แก้ปัญหาโจทย์ความน่าจะเป็นได้อย่างถูกต้อง (4-10)

3. ทำแบบทดสอบก่อนเรียนได้ถูกต้องประมาณ 30%

4. ทำแบบฝึกหัดได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%

5. ทำแบบทดสอบหลังเรียนได้ถูกต้องอย่างน้อย 90%

บัตรกิจกรรม

หน่วยที่ 4

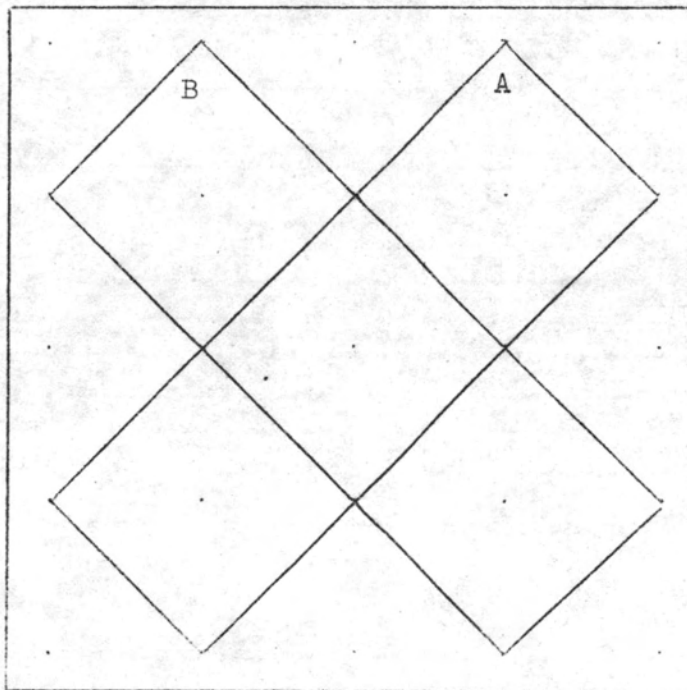
เรื่องกฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น

การทดลองที่ 1

- อุปกรณ์
1. กระจกานตะปู ซึ่งมี ตะปู 5 แถว ๆ ละ 5 ตัว แต่ละตัวห่างกัน 1 หน่วย
ดังนั้นกระจกานตะปูมีพื้นที่ 16 ตารางหน่วย
 2. หนังสติ๊ก 2 เส้น

วิธีปฏิบัติ

1. ตีรึงหนังสติ๊กบนกระจกานตะปูให้มีบริเวณกึ่งภาพข้างล่าง



2. บริเวณ A มีพื้นที่ = 6 ตารางหน่วย
 บริเวณ B มีพื้นที่ = — ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cap B$ มีพื้นที่ = 2 ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cup B$ มีพื้นที่ = — ตารางหน่วย

3. เนื่องจากความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $E = \frac{\text{บริเวณทั้งหมดของ } E}{\text{บริเวณทั้งหมดของกระดานตะปู}}$

ดังนั้นถ้านักบินกระโถครมลงบริเวณกระดานตะปูแล้ว

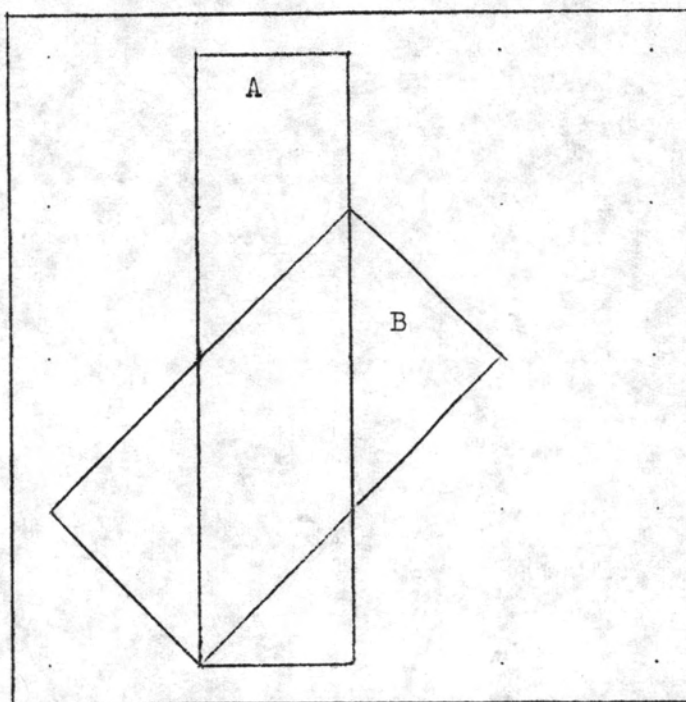
ความน่าจะเป็นที่จะกระโถครมลงบนบริเวณ A หรือ $P(A) = \frac{3}{8}$

ความน่าจะเป็นที่จะกระโถครมลงบนบริเวณ B หรือ $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$

ความน่าจะเป็นที่จะกระโถครมลงบนบริเวณ $(A \cap B)$ หรือ $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$

ความน่าจะเป็นที่จะกระโถครมลงบนบริเวณ $(A \cup B)$ หรือ $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$

4. แคะหนังสือออกจากกระดานตะปูและนำหนังสือที่ร่วงตะปูอีกครั้ง ใหม่นี้บริเวณ
กึ่งภาพข้างล่าง



5. บริเวณ A มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ B มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ A B มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ A B มีพื้นที่ = ตารางหน่วย

6. ถ้านักบินกระโดดร่มลงบนบริเวณกระดานตะปูแล้ว
 ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A หรือ $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$
 ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ B หรือ $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$
 ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ $(A \cap B)$ หรือ $P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$
 ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ $(A \cup B)$ หรือ $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$
7. นำค่าของความน่าจะเป็นที่ได้ในข้อ 3 และข้อ 6 เติมลงในตารางต่อไปนี้

ข้อที่	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$
3				
6				

8. จากค่าของความน่าจะเป็นในตารางของข้อ 7 จะสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้
 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$
9. ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์ใดๆ ในแซมเปิลสเปซแล้ว
 $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} - \underline{\hspace{2cm}}$
10. แกะหนังสือที่ออกจากกระดานตะปู

โดยการทดลองที่ 1

$$\begin{aligned} 2. \text{ บริเวณ B มีพื้นที่} &= 6 \text{ ตารางหน่วย} \\ \text{บริเวณ } A \cup B \text{ มีพื้นที่} &= 10 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$3. P(B) = \frac{3}{8}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{5}{8}$$

$$\begin{aligned} 5. \text{ บริเวณ A มีพื้นที่} &= 4 \text{ ตารางหน่วย} \\ \text{บริเวณ B มีพื้นที่} &= 4 \text{ ตารางหน่วย} \\ \text{บริเวณ } A \cap B \text{ มีพื้นที่} &= 2 \text{ ตารางหน่วย} \\ \text{บริเวณ } A \cup B \text{ มีพื้นที่} &= 6 \text{ ตารางหน่วย} \end{aligned}$$

$$6. P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{1}{4}$$

$$P(A \cap B) = \frac{1}{8}$$

$$P(A \cup B) = \frac{3}{8}$$

7.

ข้อที่	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{5}{8}$
6	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8}$

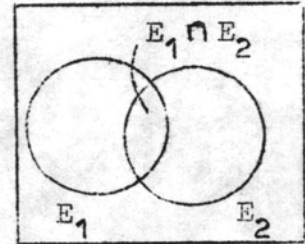
$$8. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$9. P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

1
 พิสูจน์กฎข้อที่ 1 ถ้า E_1 และ E_2 เป็นเหตุการณ์ใดๆ
 ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) +$
 $P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$

กำหนดให้

- n_1 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_1
- n_2 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_2
- n_3 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$
- n_4 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$
- N เป็นจำนวนสมาชิกของ S



ข้อความ	เหตุผล
1. $n_4 = n_1 + n_2 - n_3$	1. จากแผนภาพเวเนน-ออยเลอร์
2. $\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N}(n_1 + n_2 - n_3)$	2. เอา N หารทั้งสองข้าง
3. $\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} - \frac{n_3}{N}$	3. เบิกวงเล็บเอา $\frac{1}{N}$ คูณทุก จำนวนในวงเล็บ
4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) +$ $P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$	4. _____ _____

ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ =
จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์
จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ

2 จากกฎข้อที่ 1
 ถ้า $P(E_1) = \frac{1}{2}$, $P(E_2) = \frac{1}{2}$, $P(E_1 \cup E_2) = \frac{3}{4}$
 แล้ว $P(E_1 \cap E_2) =$ _____

$\frac{1}{4}$

	<p>3</p> <p>จากกฎข้อที่ 1</p> <p>ถ้า $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(B) = 3P(A)$</p> <p>แล้ว $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>$P(A) = \frac{1}{4}$</p> <p>$P(B) = \frac{3}{4}$</p>	<p>4</p> <p>ถ้า $S = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{4, 5\}$</p> <p>$P(A) = \frac{3}{5}$</p> <p>$P(B) = \frac{2}{5}$</p> <p>$P(A \cap B) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>$P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>$P(A \cap B) = \frac{1}{5}$</p> <p>$P(A \cup B) = \frac{4}{5}$</p>	<p>5</p> <p>โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง</p> <p>$E_1 =$ เหตุการณ์ที่ได้หัวอย่างน้อย 1 อัน, $P(E_1) = \frac{3}{4}$</p> <p>$E_2 =$ เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 1 อัน, $P(E_2) = \frac{1}{2}$</p> <p>ดังนั้น $P(E_1 \cap E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>และความน่าจะเป็นที่จะได้หัวอย่างน้อย 1 อัน หรือก้อย 1 อัน หรือ $P(E_1 \cup E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>$P(E_1 \cap E_2) = \frac{1}{2}$</p> <p>$P(E_1 \cup E_2) = \frac{3}{4}$</p>	<p>6</p> <p>ทอกลูกเต๋า 2 ลูก 1 ครั้ง</p> <p>$A =$ เหตุการณ์ที่ผลรวมของแต้มเท่ากับ 10</p> <p>$B =$ เหตุการณ์ที่ผลต่างของแต้มเท่ากับศูนย์</p> <p>ความน่าจะเป็นที่จะได้ผลรวมของแต้มเท่ากับ 10 หรือผลต่างของแต้มเท่ากับศูนย์หรือ $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
<p>$\frac{2}{9}$</p>	

นักเรียนห้องหนึ่งจำนวน 40 คน ได้ถูกสอบถามเป็นรายคนเกี่ยวกับสีของรองเท้าที่มีอยู่ ปรากฏว่า นักเรียนมีรองเท้าสีดำ 25 คน สีนํ้าตาล 15 คน ในจำนวนเหล่านี้ นักเรียนที่มีรองเท้าทั้ง 2 สี มีจำนวน 5 คน ถ้าสุ่มนักเรียนในห้องนี้มา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะมีรองเท้าสีดำหรือสีนํ้าตาล?

วิธีทำ กำหนดให้

E_1 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีดำ

E_2 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีนํ้าตาล

ดังนั้น $E_1 \cap E_2$ = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีดำและสีนํ้าตาล ซึ่งมีสมาชิก 5 ตัว

$E_1 \cup E_2$ = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีดำหรือสีนํ้าตาล

E_1 มีสมาชิก 25 คน

E_2 มีสมาชิก 15 คน

เนื่องจากสุ่มนักเรียนมา 1 คน จากนักเรียนทั้งหมด

ดังนั้นแซมเปิลสเปซ S มีสมาชิก = 40 ตัว

แต่ $P(E_1) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_1}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

ดังนั้น $P(E_1) = \frac{5}{8}$

$P(E_2) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_2}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

= _____

$P(E_1 \cap E_2) =$ _____

= _____

	<p>7(ต่อ)</p> <p>นั่นคือ $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$</p> $= \frac{5}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$ $= \frac{7}{8}$
<p>$P(E_2) = \frac{3}{8}$</p> <p>$P(E_1 \cap E_2) =$</p> <p>จำนวนสมาชิกของ เหตุการณ์ $(E_1 \cap E_2)$</p> <p>จำนวนสมาชิกของ S</p> $= \frac{1}{8}$ <p>$P(E_1 \cup E_2) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8}$</p> $= \frac{7}{8}$	<p>8</p> <p>จากโจทย์ในกรอบที่ 7 จะได้ว่า</p> <p>จำนวนนักเรียนที่มีรองเท้าสีดำและสีน้ำตาล = 5 คน... (1)</p> <p>จำนวนนักเรียนที่มีรองเท้าสีดำ = 25 คน</p> <p>ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่มีรองเท้าสีดำอย่างเดียว = 25 - 5</p> $= 20 \text{ คน... (2)}$ <p>จำนวนนักเรียนที่มีรองเท้าสีน้ำตาล = 15 คน</p> <p>ดังนั้นจำนวนนักเรียนที่มีรองเท้าสีน้ำตาลอย่างเดียว</p> $= \frac{15}{8}$ <p>$= \frac{15}{8} \text{ คน... (3)}$</p>
<p>$= 15 - 5$</p> <p>$= 10 \text{ คน}$</p>	<p>9</p> <p>ในการหาค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ อาจทำได้ อีกวิธีหนึ่งคือ ใช้แผนภาพเวเน-ออยเลอร์ ซึ่งจะทำให้ได้โดย</p> <p>กำหนดเซตของเหตุการณ์และเขียนแผนภาพ พร้อมทั้งใส่ตัวเลขแสดงจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ในบริเวณต่างๆ ภายในแผนภาพ</p>

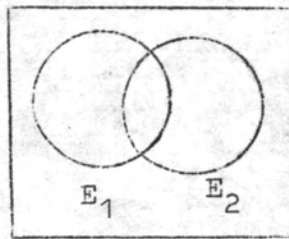
9 (ต่อ)

เช่น จากโจทย์ในกรอบที่ 7 จะหาความน่าจะเป็นดังนี้
กำหนดให้

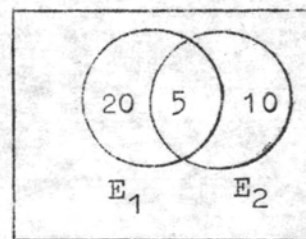
E_1 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีดำ

E_2 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นมีรองเท้าสีน้ำตาล

เขียนแผนภาพไค้ดังนี้



หากตัวเลขที่แสดงจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ในบริเวณ
ต่าง ๆ ภายในแผนภาพ ซึ่งก็คือค่าที่หาได้ในกรอบที่ 8
นั่นเอง เมื่อนำมาเติมในแผนภาพตามลำดับหมายเลขแล้ว
จะได้แผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ที่สมบูรณ์ดังนี้



ดังนั้น หากค่าความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $E_1 \cup E_2$
ได้ดังนี้

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของ เหตุการณ์ } (E_1 \cup E_2)}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ S}}$$

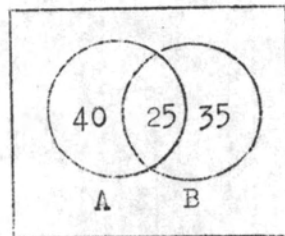
	<p>9 (ต่อ)</p> <p>พิจารณาจากแผนภาพจะได้</p> $P(E_1 \cup E_2) = \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$ $= \frac{\quad}{\quad}$
$= \frac{20 + 5 + 10}{40}$ $= \frac{7}{8}$	<p>10</p> <p>จากโจทย์ในกรอบที่ 7 จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะมีรองเท้าเพียงสีเดียวเท่านั้น?</p> <p>พิจารณาจากแผนภาพในกรอบที่ 8 จะได้ว่าความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะมีรองเท้าเพียงสีเดียวเท่านั้น</p> $= \frac{\quad}{\quad} + \frac{\quad}{\quad}$ $= \frac{\quad}{\quad}$
$= \frac{20 + 10}{40}$ $= \frac{3}{4}$	<p>11</p> <p>สัมภาษณ์แม่บ้าน 100 คน เกี่ยวกับชนิดของเนื้อสัตว์ที่ชอบรับประทาน ผลปรากฏว่า แม่บ้าน 65 คน ชอบรับประทานเนื้อหมู แม่บ้าน 60 คน ชอบรับประทานเนื้อวัว ซึ่งในจำนวนเหล่านี้ชอบรับประทานเนื้อทั้ง 2 ชนิด 25 คน ถ้าสุ่มแม่บ้านมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่แม่บ้านคนนั้นจะชอบรับประทานเนื้อวัวอย่างเดียว?</p>

11 (ต่อ)

วิธีทำ กำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่แม่บ้านคนนั้นชอบรับประทานเนื้อหมู

B = เหตุการณ์ที่แม่บ้านคนนั้นชอบรับประทานเนื้อวัว



จากแผนภาพ จะได้ว่า

ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านคนนั้นชอบรับประทานเนื้อวัว

อย่างเดี่ยว = _____

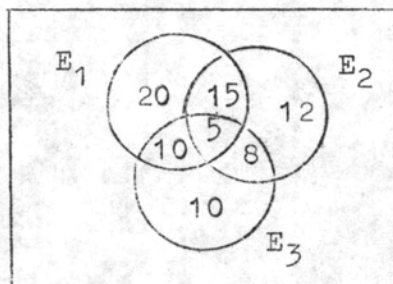
$$= \frac{7}{20}$$

12

สัมภาษณ์นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 ของโรงเรียนแห่งหนึ่ง จำนวน 80 คน เกี่ยวกับวิชาที่เลือกเรียน ปรากฏว่านักเรียนเลือกเรียนวิชาฟิสิกส์ เคมี และคณิตศาสตร์ เป็นจำนวน 50, 40 และ 33 คน ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้มีผู้เลือกเรียนทั้ง 3 วิชาอยู่ 5 คน เลือกเรียนเคมีอย่างเดี่ยว 12 คน เลือกเรียนคณิตศาสตร์อย่างเดี่ยว 10 คน และเลือกเรียนทั้งเคมีและคณิตศาสตร์ 13 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเลือกเรียนฟิสิกส์หรือเคมี?

12 (ต่อ)

วิธีทำ กำหนดให้

 E_1 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเลือกเรียนฟิสิกส์ E_2 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเลือกเรียนเคมี E_3 = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเลือกเรียนคณิตศาสตร์

เนื่องจาก

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

พิจารณาจากแผนภาพ จะได้

$$P(E_1 \cup E_2) = \frac{50}{80} + \frac{40}{80} - \frac{20}{80}$$

$$= \frac{70}{80}$$

$$= \frac{50}{80} + \frac{40}{80} - \frac{20}{80}$$

$$= \frac{70}{80}$$

13

จากโจทย์ในกรอบที่ 12

$$P(E_2 \cup E_3) = P(E_2) + \frac{33}{80} - \frac{13}{80}$$

$$= \frac{40}{80} + \frac{20}{80} - \frac{13}{80}$$

$$= \frac{47}{80}$$

$$P(E_2) + P(E_3) - P(E_2 \cap E_3)$$

$$= \frac{40}{80} + \frac{33}{80} - \frac{13}{80}$$

$$= \frac{60}{80}$$

$$= \frac{3}{4}$$

14

จากการตรวจสอบบัญชีซึ่งแสดงรายการจำหน่ายสินค้า
ของร้านเครื่องเขียนแห่งหนึ่ง ปรากฏว่า มีลูกค้าสั่งซื้อสมุด
กินสอ และปากกา เป็นจำนวน 50%, 59% และ 58%
ตามลำดับ ซึ่งในจำนวนเหล่านี้มีผู้สั่งซื้อทั้ง 3 ชนิด 20%
สั่งซื้อสมุดและกินสอ 30% สั่งซื้อกินสอและปากกา 32%
สั่งซื้อสมุดและปากกา 25%

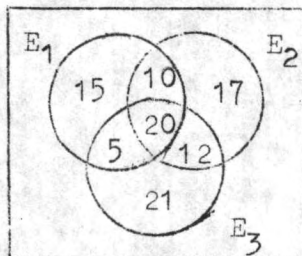
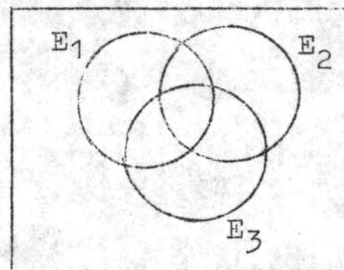
ถ้ากำหนดให้

E_1 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อสมุด

E_2 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อกินสอ

E_3 = เหตุการณ์ที่ลูกค้าคนนั้นสั่งซื้อปากกา

จงเติมตัวเลขลงในแผนภาพให้สมบูรณ์



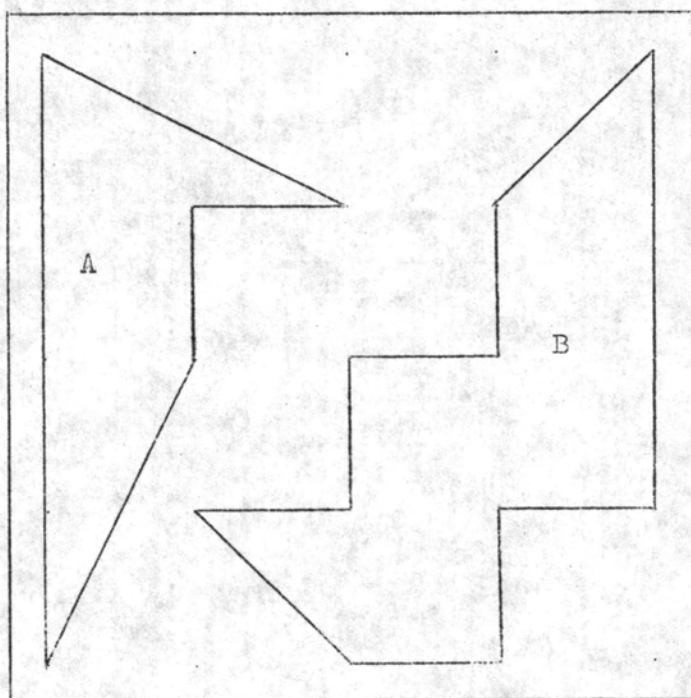
	<p>15</p> <p>จากโจทย์ในกรอบที่ 14</p> $P(E_1 \cup E_2) = \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}$ $= \underline{\quad} + \underline{\quad} - \underline{\quad}$ $= \underline{\quad}$
$= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ $= \frac{50}{100} + \frac{59}{100} - \frac{30}{100}$ $= \frac{79}{100}$	<p>16</p> <p>จากโจทย์ในกรอบที่ 14 ความน่าจะเป็นที่ลูกค้าคนนั้นจะตั้งชื่อสินค้าเพียงอย่างเดียว = $\frac{\underline{\quad} + \underline{\quad} + \underline{\quad}}{\underline{\quad}}$</p> $= \underline{\quad}$
$= \frac{15+17+21}{100}$ $= \frac{53}{100}$	

การทดลองที่ 2

- อุปกรณ์
1. กระดาษตะปู
 2. หนังสติ๊ก

วิธีปฏิบัติ

1. ตีรึงหนังสติ๊กบนกระดาษตะปูให้มีบริเวณดังภาพข้างล่าง



2. บริเวณ A มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ B มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cap B$ มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cup B$ มีพื้นที่ = ตารางหน่วย
3. บริเวณ A และบริเวณ B _____ พื้นที่ร่วมกัน
 มี/ไม่มี

8. บริเวณ A และบริเวณ B _____ พื้นที่ร่วมกัน

มี/ไม่มี

9. ถ้าบริเวณ A และบริเวณ B เป็นเหตุการณ์ 2 เหตุการณ์แล้ว เหตุการณ์ A และเหตุการณ์ B _____ เหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน
เป็น/ไม่เป็น

10. ถ้านักบินกระโดดร่มลงบนบริเวณกระดานตะปูแล้ว

ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A หรือ $P(A) =$ _____

ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ B หรือ $P(B) =$ _____

ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ $A \cap B$ หรือ $P(A \cap B) =$ _____

ความน่าจะเป็นที่จะกระโดดร่มลงบนบริเวณ $A \cup B$ หรือ $P(A \cup B) =$ _____

11. นำค่าของความน่าจะเป็นที่ได้ในข้อ 5 และข้อ 10 เติมลงในตารางต่อไปนี้

ข้อที่	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$
5				
10				

12. จากค่าความน่าจะเป็นในตารางของข้อ 11 จะสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P(A \cup B) = \text{---} + \text{---}$$

13. ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ S และ $A \cap B = \emptyset$
หรือ A, B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว

$$P(A \cup B) = \text{---} + \text{---}$$

14. และหนังสือที่ออกจากกระดานตะปู

เฉลยการทดลองที่ 2

2. บริเวณ A มีพื้นที่ = 3 ตารางหน่วย
 บริเวณ B มีพื้นที่ = 5 ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cap B$ มีพื้นที่ = - ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cup B$ มีพื้นที่ = 8 ตารางหน่วย

3. ไม่มี

4. เป็น

$$5. P(A) = \frac{3}{16}$$

$$P(B) = \frac{5}{16}$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = \frac{1}{2}$$

7. บริเวณ A มีพื้นที่ = 4 ตารางหน่วย
 บริเวณ B มีพื้นที่ = 5 ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cap B$ มีพื้นที่ = - ตารางหน่วย
 บริเวณ $A \cup B$ มีพื้นที่ = 9 ตารางหน่วย

8. ไม่มี

9. เป็น

$$10. P(A) = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{5}{16}$$

$$P(A \cap B) = 0$$

$$P(A \cup B) = \frac{9}{16}$$

11.

အရေအတွက်	$P(A)$	$P(B)$	$P(A \cap B)$	$P(A \cup B)$
5	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	0	$\frac{1}{2}$
7	$\frac{1}{4}$	$\frac{5}{16}$	0	$\frac{9}{16}$

12. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

13. $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

	<p>1</p> <p>พิสูจน์กฎข้อ 2 ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่ไม่มีสมาชิก ร่วมกันในแซมเปิลสเปซ S แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$</p> <table border="1" data-bbox="572 435 1413 1217"> <thead> <tr> <th data-bbox="572 435 1056 520">ข้อความ</th> <th data-bbox="1056 435 1413 520">เหตุผล</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="572 520 1056 693">1. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$</td> <td data-bbox="1056 520 1413 693">1. _____</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 693 1056 753">2. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$</td> <td data-bbox="1056 693 1413 753">2. _____</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 753 1056 883">3. $P(E_1 \cap E_2) = P(\emptyset)$</td> <td data-bbox="1056 753 1413 883">3. ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์เดียวกัน</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 883 1056 1012">4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset)$</td> <td data-bbox="1056 883 1413 1012">4. แทนค่า 3 ใน 1</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1012 1056 1072">5. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0$</td> <td data-bbox="1056 1012 1413 1072">5. _____</td> </tr> <tr> <td data-bbox="572 1072 1056 1217">6. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$</td> <td data-bbox="1056 1072 1413 1217">6. จำนวนใกล้เคียงศูนย์ คล้ายจนเท่าเทียม</td> </tr> </tbody> </table>	ข้อความ	เหตุผล	1. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$	1. _____	2. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$	2. _____	3. $P(E_1 \cap E_2) = P(\emptyset)$	3. ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์เดียวกัน	4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset)$	4. แทนค่า 3 ใน 1	5. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0$	5. _____	6. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	6. จำนวนใกล้เคียงศูนย์ คล้ายจนเท่าเทียม
ข้อความ	เหตุผล														
1. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$	1. _____														
2. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$	2. _____														
3. $P(E_1 \cap E_2) = P(\emptyset)$	3. ความน่าจะเป็นของ เหตุการณ์เดียวกัน														
4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset)$	4. แทนค่า 3 ใน 1														
5. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0$	5. _____														
6. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	6. จำนวนใกล้เคียงศูนย์ คล้ายจนเท่าเทียม														
<p>1. กฎข้อที่ 1</p> <p>2. E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน</p> <p>5. $P(\emptyset) = 0$</p>	<p>2</p> <p>ถ้า $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ และ $P(E_1 \cup E_2) = \frac{3}{4}$, $P(E_1) = \frac{1}{4}$ แล้ว $P(E_2) =$ _____</p>														

$\frac{1}{2}$	<p>3</p> <p>โยนเหรียญ 2 อัน 1 ครั้ง</p> <p>A = เหตุการณ์ที่ได้หัว 2 อัน ๆ ละ $P(A) = \frac{1}{4}$</p> <p>B = เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 1 อัน, $P(B) = \frac{1}{2}$</p> <p>จะได้ $A \cap B = \emptyset$</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้หัว 2 อัน หรือ ก้อย 1 อัน หรือ</p> $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
$= P(A) + P(B)$ $= \frac{1}{4} + \frac{1}{2}$ $= \frac{3}{4}$	<p>4</p> <p>หยิบไพ่ 1 ใบ จากสำรับซึ่งมีไพ่ 52 ใบ</p> <p>E_1 = เหตุการณ์ที่ได้คอกจิก</p> <p>E_2 = เหตุการณ์ที่ได้โพห์แดง</p> <p>จะได้ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้คอกจิกหรือโพห์แดง หรือ</p> $P(E_1 \cup E_2) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
$= P(E_1) + P(E_2)$ $= \frac{13}{52} + \frac{13}{52}$ $= \frac{1}{2}$	<p>5</p> <p>สุ่มเหรียญขึ้นมา 1 อัน จากกระเป๋าใบหนึ่งซึ่งมีเหรียญห้าบาท 4 อัน เหรียญบาท 5 อัน และเหรียญห้าสิบบาท 3 อัน</p> <p>E_1 = เหตุการณ์ที่ได้เหรียญห้าบาท</p> <p>E_2 = เหตุการณ์ที่ได้เหรียญบาท</p> <p>$E_1 \cap E_2 = \underline{\hspace{2cm}}$</p>

	<p>5(ต่อ)</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้เหรียญห้าบาทหรือเหรียญบาท หรือ</p> $P(E_1 \cup E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$
$E_1 \cap E_2 = \emptyset$ $P(E_1 \cup E_2) = \frac{3}{4}$	<p>6</p> <p>กำหนดให้</p> $S = \{0, 1, 2, \dots, 10\}$ $E_1 = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ $E_2 = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ $E_3 = \{0\}$ <p>จะได้ $P(E_1) = \frac{5}{11}$, $P(E_2) = \frac{5}{11}$, $P(E_3) = \frac{1}{11}$</p> <p>และ $E_1 \cap E_2 = \emptyset$, $E_2 \cap E_3 = \emptyset$, $E_1 \cap E_3 = \emptyset$</p> <p>เนื่องจาก $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } (E_1 \cup E_2 \cup E_3)}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$</p> <p>ดังนั้น $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = \frac{11}{11}$</p> $= 1$ <p>และ $P(E_1) + P(E_2) + P(E_3) = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$</p> $= \underline{\hspace{1cm}}$ <p>ดังนั้น $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}}$</p>
$P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$ $= \frac{5}{11} + \frac{5}{11} + \frac{1}{11}$ $= 1$ $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3)$ $= P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$	<p>7</p> <p>จากกรอบที่ 6 ได้ว่า</p> <p>ถ้า E_1, E_2, E_3 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกันแล้ว</p> $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + P(E_2) + P(E_3)$ <p>ดังนั้นถ้า E_1, E_2, \dots, E_n เป็นเหตุการณ์ที่ไม่เกิดร่วมกัน</p> $P(E_1 \cup E_2 \cup \dots \cup E_n) = \underline{\hspace{1cm}} + \underline{\hspace{1cm}} + \dots + \underline{\hspace{1cm}}$

$= P(E_1) + P(E_2) + \dots + P(E_n)$	<p>8</p> <p>จากเหตุการณ์ในกรอบที่ 4</p> <p>ถ้า E_3 = เหตุการณ์ที่ได้โพธิ์ดำ</p> <p>จะได้ $E_1 \cap E_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, $E_2 \cap E_3 = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะได้คอกจิกหรือโพธิ์แดงหรือโพธิ์ดำ หรือ</p> $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3) = P(E_1) + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$
$E_1 \cap E_2 = \emptyset, E_2 \cap E_3 = \emptyset$ $P(E_1 \cup E_2 \cup E_3)$ $= P(E_1) + P(E_2) +$ $+ P(E_3) = \frac{13}{52} + \frac{13}{52} +$ $\frac{13}{52} = \frac{3}{4}$	<p>9</p> <p>หยิบบิงปอง 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่ง ซึ่งมีบิงปองสีแดง 1 ลูก สีขาว 2 ลูก และสีเขียว 3 ลูก</p> <p>ถ้า A = เหตุการณ์ที่หยิบได้บิงปองสีแดง</p> <p>B = เหตุการณ์ที่หยิบได้บิงปองสีขาว</p> <p>C = เหตุการณ์ที่หยิบได้บิงปองสีเขียว</p> <p>จะได้ $A \cap B = \underline{\hspace{2cm}}$, $B \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$, $A \cap C = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้บิงปองสีแดงหรือสีขาว หรือสีเขียว หรือ</p> $P(A \cup B \cup C) = \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}} + \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$

$$A \cap B = \emptyset, B \cap C = \emptyset$$

$$A \cap C = \emptyset$$

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B)$$

$$+ P(C)$$

$$= \frac{1}{6} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}$$

$$= 1$$

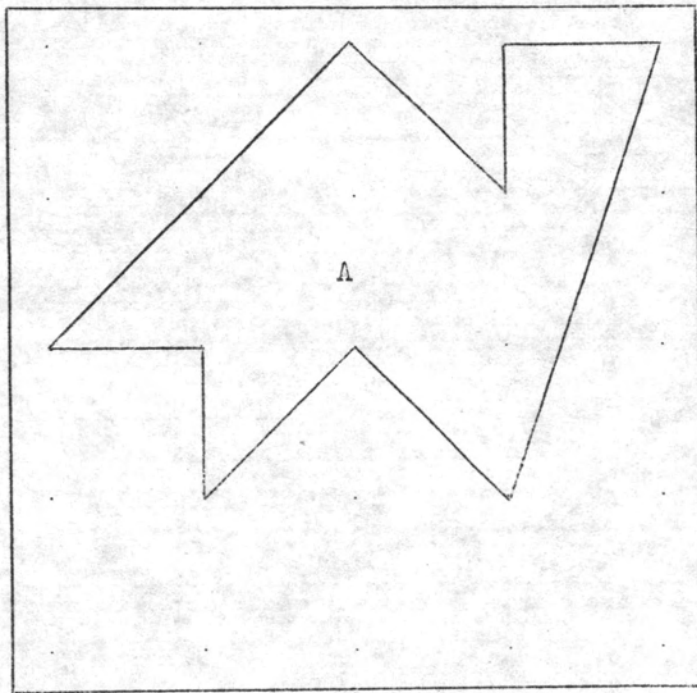
การทดลองที่ 3

อุปกรณ์

1. กระดาษตะปู
2. หนึ่ง สติก

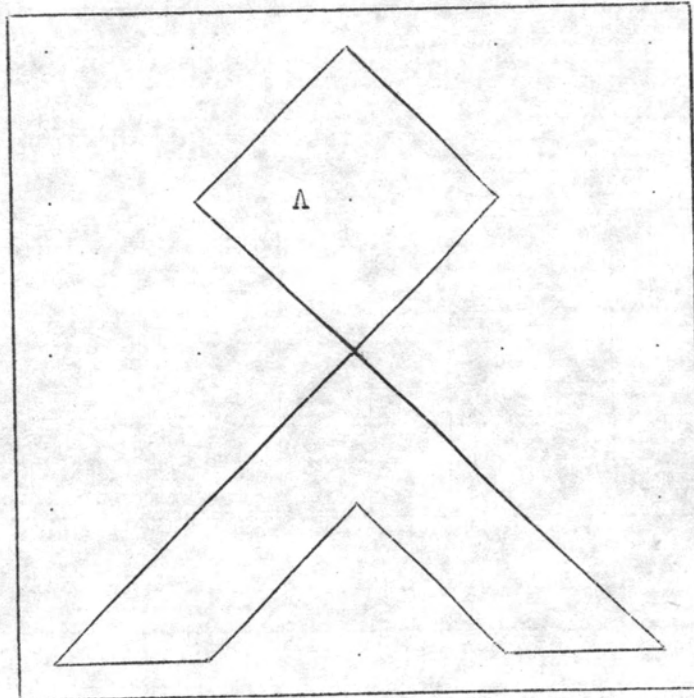
วิธีปฏิบัติ

1. ตีรึงหนึ่ง สติกบนกระดาษตะปูให้มีบริเวณดังภาพข้างล่างนี้



2. บริเวณ A มีพื้นที่ _____ ตารางหน่วย
บริเวณที่ไม่ใช่ A ใช้สัญลักษณ์ A' มีพื้นที่ _____ ตารางหน่วย
3. ถ้านักบินกระโดดร่มลงบนบริเวณกระดาษตะปู
ความน่าจะเป็นที่นักบินจะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A หรือ $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$
ความน่าจะเป็นที่นักบินจะกระโดดร่มลงบนบริเวณ A' หรือ $P(A') = \underline{\hspace{2cm}}$

4. แคะหนึ่ง สติกอออกจากกระ คานตะปูและนำหนึ่ง สติกนั้นครึ่ง ตะปูอีกครึ่งให้ มีบริเวณ กิ่งภาพข้างล่าง



5. บริเวณ A มีพื้นที่ _____ ตารางหน่วย
 บริเวณ A' มีพื้นที่ _____ ตารางหน่วย
6. ถ้านักบินกระ โศคร่มลงบนบริเวณกระ คานตะปู แล้ว
 ความน่าจะเป็นที่จะกระ โศคร่มลงบนบริเวณ A หรือ $P(A) =$ _____
 ความน่าจะเป็นที่จะกระ โศคร่มลงบนบริเวณ A' หรือ $P(A') =$ _____
7. นำค่าของความน่าจะเป็นที่ได้ในข้อ 3 และข้อ 6 เติมลงในตารางต่อไปนี้

ข้อที่	$P(A)$	$P(A')$	$1-P(A)$
3			
6			

8. จากค่าความน่าจะเป็นในตารางของข้อ 7 จะสรุปความสัมพันธ์ได้ดังนี้

$$P(A) = \text{-----} - \text{-----}$$

9. ถ้า A เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว

$$P(A) = \text{-----} - \text{-----}$$

เฉลยการทดลองที่ 3

2. บริเวณ A มีพื้นที่ = 6 ตารางหน่วย

บริเวณ A' มีพื้นที่ = 10 ตารางหน่วย

3. $P(A) = \frac{3}{8}$

$P(A') = \frac{5}{8}$

5. บริเวณ A มีพื้นที่ = 5 ตารางหน่วย

บริเวณ A' มีพื้นที่ = 11 ตารางหน่วย

6. $P(A) = \frac{5}{16}$

$P(A') = \frac{11}{16}$

7.

ชนิดที่	$P(A)$	$P(A')$	$1-P(A)$
3	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{8}$	$\frac{5}{8}$
6	$\frac{5}{16}$	$\frac{11}{16}$	$\frac{11}{16}$

8. $P(A') = 1 - P(A)$

9. $P(A) = 1 - P(A')$



	<p>1 พิจารณา กฎข้อที่ 3 ถ้า E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว $P(E) = 1 - P(E')$</p> <table border="1" data-bbox="560 506 1459 1110"> <thead> <tr> <th>ข้อความ</th> <th>เหตุผล</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1. $P(E) = P(E')$</td> <td>1. กฎของคอมพลีเมนต์</td> </tr> <tr> <td>2. $P(E \cup E') = P(S)$</td> <td>2. _____</td> </tr> <tr> <td>3. $P(E \cup E') = P(E) + P(E')$</td> <td>3. _____ เนื่องจาก $E_1 \cap E_2 = \emptyset$</td> </tr> <tr> <td>4. $P(E) + P(E') = P(S)$</td> <td>4. แทนค่า $P(E \cup E')$ ใน 2</td> </tr> <tr> <td>5. $P(E) + P(E') = 1$</td> <td>5. _____</td> </tr> <tr> <td>6. $P(E') = 1 - P(E)$</td> <td>6. เอา $P(E)$ ลบออกทั้งสองข้าง</td> </tr> </tbody> </table>	ข้อความ	เหตุผล	1. $P(E) = P(E')$	1. กฎของคอมพลีเมนต์	2. $P(E \cup E') = P(S)$	2. _____	3. $P(E \cup E') = P(E) + P(E')$	3. _____ เนื่องจาก $E_1 \cap E_2 = \emptyset$	4. $P(E) + P(E') = P(S)$	4. แทนค่า $P(E \cup E')$ ใน 2	5. $P(E) + P(E') = 1$	5. _____	6. $P(E') = 1 - P(E)$	6. เอา $P(E)$ ลบออกทั้งสองข้าง
ข้อความ	เหตุผล														
1. $P(E) = P(E')$	1. กฎของคอมพลีเมนต์														
2. $P(E \cup E') = P(S)$	2. _____														
3. $P(E \cup E') = P(E) + P(E')$	3. _____ เนื่องจาก $E_1 \cap E_2 = \emptyset$														
4. $P(E) + P(E') = P(S)$	4. แทนค่า $P(E \cup E')$ ใน 2														
5. $P(E) + P(E') = 1$	5. _____														
6. $P(E') = 1 - P(E)$	6. เอา $P(E)$ ลบออกทั้งสองข้าง														
<p>2. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกัน</p> <p>3. E, E' เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน</p> <p>5. $P(S) = 1$</p>	<p>2 จากกฎข้อ 3 ถ้า $P(E) = \frac{1}{4}$ แล้ว $P(E') = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$</p>														
<p>$= 1 - \frac{1}{4}$ $= \frac{3}{4}$</p>	<p>3 โยนเหรียญ 1 อัน 1 ครั้ง E = เหตุการณ์ที่ได้หัว, $P(E) = \frac{1}{2}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้อะไรหรือ $P(E') = \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$ $= \underline{\hspace{2cm}}$</p>														

$= 1 - P(E)$ $= 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	<p>4</p> <p>ในการแข่งขันฟุตบอลครั้งหนึ่ง ความน่าจะเป็นที่ทีม ก. ชนะ $= \frac{1}{3}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ทีม ก. ไม่ชนะ = _____</p>
$\frac{2}{3}$	<p>5</p> <p>ในการหยิบฉลากชิงโชคในรายการหนึ่ง ความน่าจะเป็นที่สมศรีจะได้รับรางวัล $= \frac{1}{100}$ ดังนั้นความน่าจะเป็นที่สมศรีจะไม่ได้รางวัล = _____</p>
$\frac{99}{100}$	<p>6</p> <p>ทอกลูกเต๋า 1 ลูก 2 ครั้ง</p> <p>$E =$ เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 6 ทั้ง 2 ครั้ง</p> <p>ดังนั้นความน่าจะเป็นที่ไม่ได้แต้ม 6 ทั้ง 2 ครั้ง หรือ</p> <p>$P(E') =$ _____</p> <p>$=$ _____</p> <p>$=$ _____</p>
$= 1 - P(E)$ $= 1 - \frac{1}{36}$ $= \frac{35}{36}$	<p>7</p> <p>เป็นที่ทราบว่า $(A \cup B)'$ เป็นคอมพลีเมนต์ของ $A \cup B$ ถ้า $P(A \cup B) = \frac{1}{4}$ แล้ว $P(A \cup B)'$ = _____</p> <p>$=$ _____</p> <p>$=$ _____</p>

$= 1 - P(A \cup B)$ $= 1 - \frac{1}{4}$ $= \frac{3}{4}$	<p>8</p> <p>จากเหตุการณ์ในกรอบที่ 6</p> <p>A = เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 4 ในการทอด ครั้งแรก</p> <p>B = เหตุการณ์ที่ได้แต้ม 5 ในการทอด ครั้งแรก</p> <p>ความน่าจะเป็นที่จะได้แต้ม 4 หรือ 5 ในการทอดครั้งแรก</p> <p>หรือ $P(A \cup B) = \underline{\hspace{2cm}}$</p> <p>ความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้ทั้งแต้ม 4 หรือ 5 ในการทอดครั้งแรก หรือ $P(A \cup B)' = \underline{\hspace{2cm}}$</p>
$P(A \cup B) = \frac{1}{3}$ $P(A \cup B)' = \frac{2}{3}$	

แบบฝึกหัด

ชื่อ.....

1. จงเติมค่าลงในช่องว่างต่อไปนี้ให้สมบูรณ์

1.1 ถ้า $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$, $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ แล้ว $P(B) =$ _____

1.2 ถ้า $A \cap B = \emptyset$ และ $P(A \cup B) = 3P(B)$, $P(A) = \frac{2}{3}$ แล้ว $P(B) =$ _____

1.3 ถ้า $P(B) = \frac{3}{5}$, $P(A) = \frac{1}{2}$ และ $P(A \cup B) = \frac{9}{10}$

$P(A \cup B) =$ _____

$P(A \cap B) =$ _____

$P(A' \cup B) =$ _____

$P(A' \cap B) =$ _____

1.4 หมู่บ้านแห่งหนึ่งมี 20 ครอบครัว ประกอบด้วยอาชีพ 2 อย่างคือ ทำประมงและทำสวน จากการสำรวจปรากฏว่า ทำประมงอย่างเดียว 15 ครอบครัว ทำสวนอย่างเดียว 4 ครอบครัว ถ้าสุ่มมา 1 ครอบครัว แล้วความน่าจะเป็นที่ครอบครัวนั้นจะทำประมงหรือทำสวน = _____

1.5 จากการสำรวจนักเรียนโรงเรียนสตรีแห่งหนึ่ง จำนวน 100 คน เกี่ยวกับวิชาเลือกเรียน ปรากฏว่านักเรียนเลือกเรียนวิชาดนตรี 50 คน เลือกเรียนวิชาศิลปะ 30 คน และในจำนวนเหล่านี้เลือกเรียนทั้ง 2 วิชา 10 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเลือกเรียนวิชาดนตรีอย่างเดียว = _____

2. จงพิสูจน์กฎต่อไปนี้

2.1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S

2.2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันในแซมเปิลสเปซ S

2.3 $P(E') = 1 - P(E)$ เมื่อ E เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S

3. โรงเรียนในชนบทแห่งหนึ่งมีนักเรียน 200 คน ปรากฏว่า นักเรียนเป็นโรคขาดอาหาร โรคตา และโรคฟัน เป็นจำนวน 71, 70 และ 95 คน ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้ เป็นโรคทั้ง 3 ประเภท 5 คน เป็นโรคขาดอาหารและโรคตา 16 คน เป็นโรคตาและโรคฟัน 14 คน เป็นโรคขาดอาหารและโรคฟัน 21 คน ถ้าสุ่มนักเรียนมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟัน?
4. สัมภาษณ์นักศึกษาปีสุดท้ายของสถาบันแห่งหนึ่งจำนวน 150 คน เกี่ยวกับอาชีพที่สนใจ ปรากฏว่า นักศึกษาสนใจงานราชการ งานเอกชนและงานส่วนตัว เป็นจำนวน 92, 103, 25 คน ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้มีผู้สนใจทั้ง 3 อาชีพ 15 คน สนใจงานราชการ อย่างเดียว 40 คน สนใจงานเอกชนอย่างเดียว 50 คน สนใจงานเอกชนและงานส่วนตัว 18 คน ถ้าสุ่มนักศึกษามา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคคนนั้นจะสนใจงานราชการ หรืองานเอกชน?
5. ในกระเป๋ายี่สิบหนึ่งมีลูกแก้ว 3 สี คือ สีแดง 2 ลูก ขาว 3 ลูก และเขียว 4 ลูก ถ้าสุ่มลูกแก้วขึ้นมา 2 ลูก จงหาความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 2 ลูก?

แจกแจงแบบวีเกท

1.

1.1 $\frac{7}{12}$

1.2 $\frac{1}{3}$

1.3 $P(A \cup B) = \frac{7}{10}$

$P(A \cap B) = \frac{3}{10}$

$P(A' \cup B') = \frac{4}{5}$

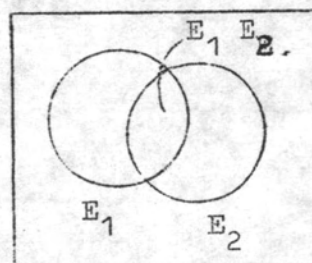
$P(A' \cap B') = \frac{1}{10}$

1.4 $\frac{19}{20}$

1.5 $\frac{2}{5}$

2.

2.1 กำหนดให้

 n_1 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_1 n_2 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_2 n_3 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$ n_4 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$ N เป็นจำนวนสมาชิกของ S 

พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $n_4 = n_1 + n_2 - n_3$ 2. $\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N} (n_1 + n_2 - n_3)$ 3. $\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} - \frac{n_3}{N}$ 4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$	1. จากแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ 2. เอา Nหารทั้ง 2 ข้าง 3. เปิดวงเล็บ เอา $\frac{1}{N}$ คูณทุกจำนวนในวงเล็บ 4. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ}}$

ช.ศ.พ.

2.2 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ 2. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ 3. $P(E_1 \cap E_2) = P(\emptyset)$ 4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset)$ 5. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0$ 6. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	1. กฎข้อที่ 1 2. E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน 3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกัน 4. แทน 3 ใน 1 5. $P(\emptyset) = 0$ 6. จำนวนโคลด้วยศูนย์ค่าย่อมเท่าเดิม

ช.ศ.พ.

2.3 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $E \cup E' = S$	1. กฎของคอมพลีเมนต์
2. $P(E \cup E') = P(S)$	2. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกัน
3. $P(E \cup E') = P(E) + P(E')$	3. E, E' เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน
4. $P(E) + P(E') = P(S)$	4. แทนค่า $P(E \cup E')$ ใน 2
5. $P(E) + P(E') = 1$	5. $P(S) = 1$
6. $P(E') = 1 - P(E)$	6. เอา $P(E)$ ลบออกทั้งสองข้าง

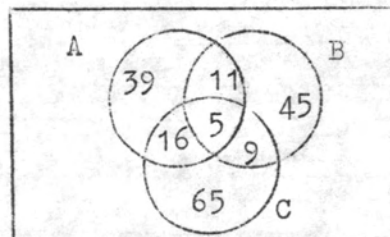
ช.ค.พ.

3. วิธีทำ กำหนดให้

A = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคขาดอาหาร

B = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคตา

C = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นโรคฟัน



$$\begin{aligned}
 P(A \cup C) &= P(A) + P(C) - P(A \cap C) \\
 &= \frac{71}{200} + \frac{95}{200} - \frac{21}{200} \\
 &= \frac{29}{40}
 \end{aligned}$$

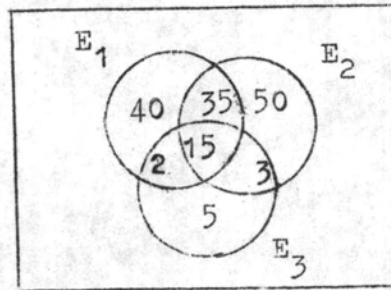
ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นโรคขาดอาหารหรือโรคฟัน = $\frac{29}{40}$

4. วิธีทำ กำหนดให้

E_1 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคณะนั้นสนใจงานราชการ

E_2 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคณะนั้นสนใจงานเอกชน

E_3 = เหตุการณ์ที่นักศึกษาคณะนั้นสนใจงานส่วนตัว



$$\begin{aligned} P(E_1 \cup E_2) &= P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \\ &= \frac{92}{150} + \frac{103}{150} - \frac{50}{150} \\ &= \frac{29}{30} \end{aligned}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่นักศึกษาคณะนั้นสนใจงานราชการหรืองานเอกชน = $\frac{29}{30}$

5. วิธีทำ กำหนดให้

S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่ได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 2 ลูก

E' = เหตุการณ์ที่ไม่ได้ลูกแก้วสีแดงทั้ง 2 ลูก

มีลูกแก้วทั้งหมด 9 ลูก หยิบครั้งละ 2 ลูก

จะหยิบได้ ${}^9C_2 = 36$ วิธี

มีสมาชิก 36 ตัว

มีลูกแก้วสีแดง 2 ลูก หยิบครั้งละ 2 ลูก

จะหยิบได้ ${}^2C_2 = 1$ วิธี

มีสมาชิก 1 ตัว

$$P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(E) = \frac{1}{36}$$

$$P(\bar{E}) = 1 - P(E) = 1 - \frac{1}{36}$$

$$P(\bar{E}) = \frac{35}{36}$$

ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะไม่ได้ออกแต้มสี่แต้มทั้ง 2 ลูก = $\frac{35}{36}$

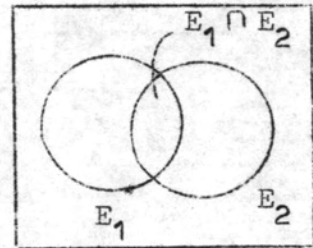
เรื่อง

กฎที่สำคัญบางประการของความน่าจะเป็น
แบบทดสอบหลังเรียนหน่วยที่ 4

จงกาเครื่องหมาย × ลงใน () ใต้ตัวอักษร ก, ข, ค, ง หรือ จ
ตรงข้อความที่เห็นว่าถูกต้องที่สุดเพียงข้อเดียว

1. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ กำหนดให้

- n_1 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_1
- n_2 เป็นจำนวนสมาชิกของ E_2
- n_3 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$
- n_4 เป็นจำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$
- N เป็นจำนวนสมาชิกของ S



จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ข้อความข้างต้น?

$$\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N} (n_1 + n_2 - n_3) \dots\dots\dots (1)$$

$$n_4 = n_1 + n_2 - n_3 \dots\dots\dots (2)$$

จากนิยามความน่าจะเป็น จะได้ $\dots\dots\dots (3)$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$$

$$\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} - \frac{n_3}{N} \dots\dots\dots (4)$$

- ก. (3) → (4) → (1) → (2)
- ข. (3) → (1) → (4) → (2)
- ค. (3) → (1) → (2) → (4)
- ง. (2) → (4) → (3) → (1)
- จ. (2) → (1) → (4) → (3)

2. ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน

จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E_1 \cup E_2) =$

$P(E_1) + P(E_2)$?

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2) \dots\dots (1)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0 \dots\dots (2)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset) \text{ เพราะ } E_1 \cap E_2 = \emptyset \dots\dots (3)$$

$$P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) \dots\dots (4)$$

ก. (1) \rightarrow (3) \rightarrow (2) \rightarrow (4)

ข. (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (2)

ค. (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1)

ง. (3) \rightarrow (2) \rightarrow (1) \rightarrow (4)

จ. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (2)

3. ถ้า E เป็นเหตุการณ์ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S

จงเรียงลำดับการพิสูจน์ต่อไปนี้ ซึ่งแสดงการพิสูจน์ $P(E') = 1 - P(E)$?

$$P(E \cup E') = P(S) \dots\dots (1)$$

$$P(E') = 1 - P(E) \dots\dots (2)$$

$$P(E \cup E') = 1 \text{ เนื่องจาก } P(S) = 1 \dots\dots (3)$$

$$P(E \cup E') = P(E) + P(E') \text{ เนื่องจาก } E \cap E' = \emptyset \dots\dots (4)$$

$$E \cup E' = S \dots\dots (5)$$

$$1 = P(E) + P(E') \dots\dots (6)$$

ก. (6) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (1) \rightarrow (5)

ข. (5) \rightarrow (1) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

ค. (4) \rightarrow (3) \rightarrow (1) \rightarrow (5) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

ง. (3) \rightarrow (5) \rightarrow (1) \rightarrow (4) \rightarrow (6) \rightarrow (2)

จ. (1) \rightarrow (2) \rightarrow (3) \rightarrow (4) \rightarrow (5) \rightarrow (6)

4. ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S และ $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$,
 $P(A \cap B) = \frac{1}{3}$, $P(A) = 2P(B)$ แล้ว $P(A)$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0
- ข. $\frac{1}{6}$
- ค. $\frac{1}{3}$
- ง. $\frac{2}{3}$
- จ. 1

5. สุ่มลูกแก้วมา 1 ลูก จากกล่องใบหนึ่ง ถ้าความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้ว
 สีแดง = ความน่าจะเป็นที่จะหยิบได้ลูกแก้วสีเขียว = $\frac{2}{5}$ แล้ว ความน่าจะเป็นที่จะหยิบ
 ได้ลูกแก้วสีแสดหรือสีเขียวเป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{5}$
- ข. $\frac{2}{5}$
- ค. $\frac{3}{5}$
- ง. $\frac{4}{5}$
- จ. 1

6. สุ่มลูกบอลขึ้นมา 2 ลูก พร้อม ๆ กัน จากถุงใบหนึ่งซึ่งมีลูกบอล 4 ลูก เป็น
 สีแดง 3 ลูก สีขาว 1 ลูก ถ้ากำหนดให้ A = เหตุการณ์ที่หยิบได้ลูกบอลสีแดง 1 ลูก และ
 สีขาว 1 ลูก แล้ว $P(A)$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0
- ข. $\frac{1}{3}$
- ค. $\frac{1}{2}$
- ง. $\frac{3}{4}$
- จ. 1

7. ถ้า A, B เป็นเหตุการณ์ในแซมเปิลสเปซ S และ $P(A) = 0.4$,
 $P(B) = 0.5$, $P(A \cap B) = 0.3$ $P(A \cap B')$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0
- ข. 0.1
- ค. 0.2
- ง. 0.3
- จ. 0.4

8. จากโจทย์ข้อ 7 $P(A' \cup B')$ มีค่าเท่าไร?

- ก. 0.5
- ข. 0.6
- ค. 0.7
- ง. 0.9
- จ. 1

9. จากการสำรวจแม่บ้านเกี่ยวกับวัสดุซึ่งประกอบเป็นภาชนะที่ใช้ในครัว ปรากฏ
 ว่า แม่บ้านใช้ภาชนะที่ทำด้วยพลาสติกมีจำนวน 60% และใช้ภาชนะที่ทำด้วยอลูมิเนียมมี
 จำนวน 75% ในจำนวนเหล่านี้ใช้ภาชนะที่ทำด้วยวัสดุสองชนิดมีจำนวน 40% ถ้าสุ่มแม่บ้าน
 มา 1 คน ความน่าจะเป็นที่แม่บ้านคนนั้นจะใช้ภาชนะที่ทำด้วยพลาสติกหรืออลูมิเนียม
 เป็นเท่าไร?

- ก. $\frac{1}{5}$
- ข. $\frac{7}{20}$
- ค. $\frac{3}{5}$
- ง. $\frac{19}{20}$
- จ. 1

10. นักเรียนชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 3 ของโรงเรียนแห่งหนึ่งจำนวน 120 คน ต้องเป็นสมาชิกของชุมนุมอย่างน้อย 1 ชุมนุม จาก 3 ชุมนุม คือ ชุมนุมดนตรี ชุมนุมกีฬา และ ชุมนุมคหกรรม จากการสำรวจปรากฏว่า นักเรียน 53 คน เป็นสมาชิกของชุมนุมดนตรี นักเรียน 47 คน เป็นสมาชิกของชุมนุมกีฬา นักเรียน 55 คน เป็นสมาชิกของชุมนุมคหกรรม และในจำนวนเหล่านี้ 5 คน เป็นสมาชิกทั้ง 3 ชุมนุม นักเรียน 25 คน เป็นสมาชิกของชุมนุมดนตรีอย่างเดียว นักเรียน 22 คน เป็นสมาชิกชุมนุมกีฬาอย่างเดียว นักเรียน 40 คน เป็นสมาชิกของชุมนุมคหกรรมอย่างเดียว และนักเรียน 18 คน เป็นสมาชิกชุมนุมดนตรีและชุมนุมกีฬา ถ้าสมมตินักเรียนมา 1 คน ความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นสมาชิกเพียง 2 ชุมนุมเท่านั้น เป็นเท่าไร

ก. $\frac{7}{30}$

ข. $\frac{33}{120}$

ค. $\frac{87}{120}$

ง. $\frac{23}{24}$

จ. 1

โดย

1. จ
2. ก
3. ข
4. ฉ
5. ง
6. ค
7. ข
8. ค
9. ง
10. ก

แบบฝึกหัดรวม

1. จงทำเครื่องหมาย "✓" หน้าข้อที่ถูก และทำเครื่องหมาย "✗" หน้าข้อที่ผิด
 - ...1.1 การหยิบสินค้า เพื่อตรวจสอบคุณภาพ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.2 การสัมภาษณ์แมบานสีคนว่ามีหมอมุงขาวไฟฟ้าหรือไม่ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.3 ทอดลูกเต๋าที่มีหน้า "สอง" ทั้ง 6 หน้า 1 ลูก 1 ครั้ง เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.4 การอ่านหนังสือพิมพ์ ไม่เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.5 โยนเหรียญ 1 อัน พรอม ๆ กับทอดลูกเต๋า 1 ลูก ไม่เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.6 สอยคนกัลปพฤกษ์ เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.7 เลือกรูปภาพ คัดที่ผ้านั่ง เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.8 อร์ดูญา นามวงศ์ หยิบชิ้นส่วนที่ส่งมาซึ่งโชคของนายสมโชค เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.9 โยนเหรียญ 3 อัน พรอม ๆ กัน เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.10 หยิบหนังสือคณิตศาสตร์ เรื่อง ความน่าจะเป็น ของ ส.ส.ว.ท. เป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.11 การทดลองซึ่งสามารถพยากรณ์ผลลัพธ์ได้อย่างถูกต้องแน่นอน ในบางครั้งก็ถือว่าเป็นการทดลองสุ่ม
 - ...1.12 เหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซอาจจะประกอบด้วยสมาชิกทั้งหมดที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ
 - ...1.13 ในการแข่งขันฟุตบอลครั้งหนึ่ง ถ้า $A =$ เหตุการณ์ที่ทีม ก. ไม่แพ้, $B =$ เหตุการณ์ที่ทีม ก. ไม่ชนะแล้ว A, B เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน
 - ...1.14 ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ใด ๆ จะมีค่าเท่าไร ขึ้นอยู่กับจำนวนสมาชิกของเหตุการณ์นั้น และจำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ
 - ...1.15 ความน่าจะเป็นของคอมพลีเมนต์ของเหตุการณ์ใด ๆ ย่อมมีค่ามากกว่าศูนย์
 - ...1.16 ถ้า E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน และ $P(E_1) = 0.6$ แล้ว $P(E_2) = 0.4$
2. จงเติมข้อความต่อไปนี้ให้สมบูรณ์
 - 2.1 ให้ A, B เป็นเหตุการณ์ที่ $P(A \cup B) = \frac{3}{4}$, $P(A \cap B) = \frac{5}{12}$ และ $P(A) = \frac{2}{3}$ แล้ว $P(B) =$ _____

2.2 ให้ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ซึ่ง $P(E_1 \cap E_2) = 0.1$, $P(E_1) = 0.7$, $P(E_2) = 0.3$

แล้ว $P(E_1 \cup E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

$P(E_2^c) = \underline{\hspace{2cm}}$

$P(E_1^c \cup E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

$P(E_1^c \cap E_2) = \underline{\hspace{2cm}}$

2.3 ในกล่องใบหนึ่งมีถุงมือ 3 คู่ คือ สีขาว, สีดำ และสีน้ำตาล โดยแยกข้างวางคละกัน ภายในกล่อง หยิบตาหยิบถุงมือขึ้นมา 2 ข้าง โดยหยิบครั้งละ 1 ข้าง ถ้าผลลัพธ์ที่สนใจ คือ สี ของถุงมือที่หยิบได้

2.3.1 $S = \{ \underline{\hspace{10cm}} \}$

กำหนดให้ $E_1 =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีขาว ในครั้งแรก

$E_2 =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีน้ำตาล ในครั้งแรก

$E_3 =$ เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีดำ ในครั้งที่สอง

2.3.2 $E_1 \cup E_2 =$ เหตุการณ์ที่ $\underline{\hspace{5cm}}$

$= \{ \underline{\hspace{10cm}} \}$

2.3.3 $E_1 \cap E_2 \cap E_3 =$ เหตุการณ์ที่ $\underline{\hspace{5cm}}$

$= \{ \underline{\hspace{10cm}} \}$

2.3.4 $E_2^c =$ เหตุการณ์ที่ $\underline{\hspace{5cm}}$

$= \{ \underline{\hspace{10cm}} \}$

2.3.5 เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีขาวในครั้งแรก หรือหยิบได้ถุงมือสีน้ำตาลในครั้งแรก ใช้สัญลักษณ์ $\underline{\hspace{2cm}}$

2.3.6 เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีขาวหรือสีน้ำตาลในครั้งแรก แต่หยิบได้ถุงมือสีดำในครั้งที่สอง ใช้สัญลักษณ์ $\underline{\hspace{2cm}}$

2.3.7 ถ้า $A = \{ (ขาว, ขาว), (น้ำตาล, น้ำตาล), (ดำ, ดำ) \}$

แล้ว $A =$ เหตุการณ์ที่ $\underline{\hspace{5cm}}$

3. ในการทดลองครั้งหนึ่ง

$$\text{กำหนดให้ } S = \{ a, b, c, d, e, f, g, h \}$$

$$A = \{ a, b, c, d \}$$

$$B = \{ a, d, f, h \}$$

$$C = \{ a, c, e, g, h \}$$

จงเขียนแผนภาพของเวนส์-ออยเลอร์ และแรเงาบริเวณที่แสดงเหตุการณ์ $(A \cup B) \cap C$

4. โยนเหรียญ 3 อัน 1 ครั้ง

$$A = \text{เหตุการณ์ที่ได้หัว 1 อัน}$$

$$B = \text{เหตุการณ์ที่ได้ก้อยอย่างน้อย 2 อัน}$$

$$C = \text{เหตุการณ์ที่ได้ก้อย 3 อัน หรือหัว 3 อัน}$$

จงเขียนแผนภาพของเวนส์-ออยเลอร์ และแรเงาบริเวณที่แสดงเหตุการณ์ $(A \cap B) \cup C$

5. ในการสอบวิชาคณิตศาสตร์ครั้งหนึ่งซึ่งมีคะแนนเต็ม 10 คะแนน ถ้าได้คะแนนต่ำกว่า "6" ถือว่า สอบตก จงหาความน่าจะเป็นที่จะสอบได้?

6. มีข้อสอบแบบถูก-ผิด 5 ข้อ จงหาความน่าจะเป็นที่จะตอบถูกมากกว่าตอบผิด?

7. ร้านขายวิทยุแห่งหนึ่ง มีวิทยุที่ 4 เครื่อง ซาร์ยุค 3 เครื่อง ต้องการซื้อวิทยุจากร้านนี้จำนวน 2 เครื่อง จงหาความน่าจะเป็นที่จะได้วิทยุซาร์ยุค 1 เครื่อง?

8. ชาย 5 คน ได้แก่ ก, ข, ค, ง, จ นั่งรอบโต๊ะกลม จงหาความน่าจะเป็นที่ ง และ จ ไม่นั่งติดกัน?

9. ต้องการจับผู้ชาย 3 คน ผู้หญิง 3 คน นั่งเรียงเป็นแถวตรง จงหาความน่าจะเป็นที่

9.1 ผู้หญิงทั้ง 3 คน นั่งติดกันเสมอ?

9.2 ผู้หญิงและผู้ชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง?

10. นักเรียนชั้นหนึ่ง เป็นชาย 20 คน หญิง 20 คน ครั้งหนึ่งของนักเรียนชายและครั้งหนึ่งของนักเรียนหญิงมีค่าสี่ค่า ถ้านักเรียนแต่ละคนมีโอกาสได้รับเลือกเท่า ๆ กัน จงหาความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนหนึ่งที่ถูกคัดเลือกจะเป็นนักเรียนชายหรือนักเรียนที่มีค่าสี่ค่า

11. จากการสำรวจผู้ชมรายการทางสถานีวิทยุโทรทัศน์ของต่าง ๆ ปรากฏว่า มีผู้ชมรายการทางช่อง 3, ช่อง 5, ช่อง 7 เป็นจำนวน 72%, 63% และ 53% ตามลำดับ ในจำนวนเหล่านี้ มีผู้ชมรายการทั้ง 3 ช่อง 30% ชมรายการช่อง 3 และช่อง 5 45% ชมรายการช่อง 5 และช่อง 7 33% ชมรายการของช่อง 3 และช่อง 7 40% ถ้าสุ่มผู้ชมรายการมา 1 คน จงหาความน่าจะเป็นที่ผู้ชมรายการคนนั้น

11.1 จะชมรายการของช่อง 3 หรือช่อง 5

11.2 จะชมรายการเพียงช่องเดียวเท่านั้น

12. จงพิสูจน์กฎต่อไปนี้

12.1 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ในแซมเปิลสเปซ โดยกำหนดให้

$n_1 =$ จำนวนสมาชิกของ E_1

$n_2 =$ จำนวนสมาชิกของ E_2

$n_3 =$ จำนวนสมาชิกของ $E_1 \cap E_2$

$n_4 =$ จำนวนสมาชิกของ $E_1 \cup E_2$

$N =$ จำนวนสมาชิกของ S

12.2 $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$ เมื่อ E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกันในแซมเปิลสเปซ S

12.3 $P(\bar{E}) = 1 - P(E)$ เมื่อ E เป็นเหตุการณ์ใด ๆ ที่อยู่ในแซมเปิลสเปซ S

เฉลยแบบฝึกหัดรวม

1.

X 1.1

X 1.2

X 1.3

✓ 1.4

X 1.5

✓ 1.6

X 1.7

X 1.8

✓ 1.9

X 1.10

X 1.11

✓ 1.12

X 1.13

✓ 1.14

X 1.15

X 1.16

2.

2.1 $\frac{1}{2}$

2.2 $P(E_1 \cup E_2) = 0.9$

$P(E_2) = 0.7$

$P(E_1' \cup E_2) = 0.4$

$P(E_1' \cap E_2) = 0.2$

$$2.3.1 S = \{ (x, x), (x, c), (x, n), (c, c), (c, x), (c, n), (n, n), (n, x), (n, c) \}$$

$$2.3.2 E_1 \cup E_2 = \text{เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีขาวหรือน้ำตาลในครั้งแรก}$$

$$= \{ (x, x), (x, c), (x, n), (n, n), (n, x), (n, c) \}$$

$$2.3.3 E_1 \cap E_2 \cap E_3 = \text{เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีขาวและสีน้ำตาลในครั้งแรก}$$

$$\text{และสีคำในครั้งที่สอง}$$

$$= \emptyset$$

$$2.3.4 E_2' = \text{เหตุการณ์ที่หยิบไม่ได้ถุงมือสีน้ำตาลในครั้งแรก}$$

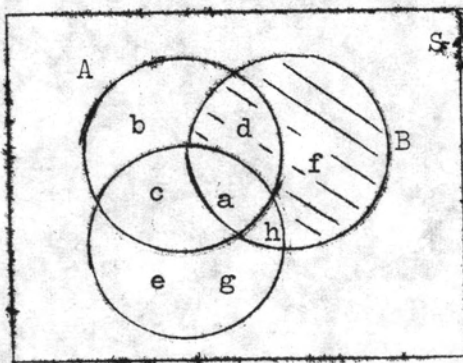
$$= \{ (x, x), (x, n), (x, c), (c, x), (c, n), (c, c) \}$$

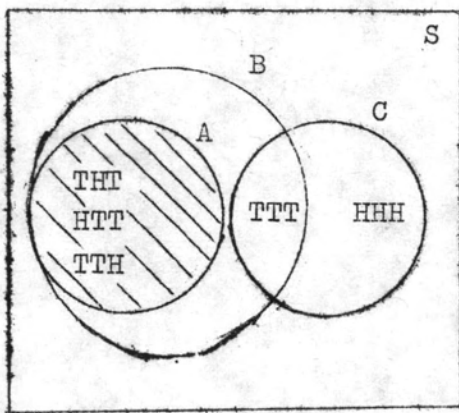
$$2.3.5 E_1' \cup E_2'$$

$$2.3.6 (E_1 \cup E_2)' \cap E_3$$

$$2.3.7 A = \text{เหตุการณ์ที่หยิบได้ถุงมือสีเดียวกันทั้งสองครั้ง}$$

$$3. (A \cup B) \cap C'$$



4. $(A \cap B) \cup C$ 5. วิธีทำ กำหนดให้ $S =$ แซมเปิลสเปซของการทดลอง $E =$ เหตุการณ์ที่สอบได้

เพราะว่าในการสอบครั้งนี้มีคะแนนเต็ม 10 คะแนน

เพราะฉะนั้น $S = \{0, 1, \dots, 10\}$

ดังนั้น S มีสมาชิก 11 ตัว

เนื่องจากได้คะแนนต่ำกว่า "6" ถือว่าสอบตก

เพราะฉะนั้นการที่จะสอบได้จะต้องได้คะแนนตั้งแต่ "6" ขึ้นไป

ดังนั้น $E = \{6, 7, \dots, 10\}$

และ E จะมีสมาชิก 5 ตัว

เนื่องจาก $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

เพราะฉะนั้น $P(E) = \frac{5}{11}$

นั่นคือ ความน่าจะเป็นที่จะสอบได้ $= \frac{5}{11}$

6. วิธีทำ กำหนดให้ $S =$ แคมเบลสเปซของการทดลองนี้
 $E =$ เหตุการณ์ที่จะตอบถูกมากกว่าผิด

เนื่องจากข้อสอบมีทั้งหมด 5 ข้อ

ฉะนั้น ถ้าตอบ "ถูก" ทุกข้อจะเลือกตอบได้ 5C_5 วิธี

ถ้าตอบ "ถูก" 4 ข้อ จะเลือกตอบได้ 5C_4 วิธี

ถ้าตอบ "ผิด" ทุกข้อจะเลือกตอบได้ 5C_0 วิธี

ดังนั้นสมาชิกของแคมเบลสเปซ $= {}^5C_5 + {}^5C_4 + \dots + {}^5C_0 = 32$ ตัว

และสมาชิกของ $E = {}^5C_5 + {}^5C_4 + {}^5C_3 = 16$ ตัว

เนื่องจาก $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$= \frac{16}{32}$$

$$= \frac{1}{2}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะตอบถูกมากกว่าตอบผิด $= \frac{1}{2}$

7. วิธีทำ กำหนดให้ $S =$ แคมเบลสเปซของการทดลอง

$E =$ เหตุการณ์ที่จะซื้อได้วิทยุขำรุก 1 เครื่อง

เนื่องจากมีวิทยุทั้งหมด 7 เครื่อง ซ้อมา 2 เครื่อง

ฉะนั้นจะเลือกซื้อได้ $= {}^7C_2 = 21$ วิธี

ดังนั้น S มีสมาชิก 21 ตัว

ในการเลือกซื้อวิทยุทั้ง 2 เครื่อง โอกาสที่จะได้วิทยุขำรุก 1 เครื่อง มีดังนี้

วิทยุที่ดี 4 เครื่อง ซ้อมา 1 เครื่อง จะซื้อได้ ${}^4C_1 = 4$ วิธี

วิทยุขำรุก 3 เครื่อง ซ้อมา 1 เครื่อง จะซื้อได้ ${}^3C_1 = 3$ วิธี

ฉะนั้นโอกาสที่จะซื้อได้วิทยุขำรุก 1 เครื่อง มี $4 \times 3 = 12$ วิธี

ดังนั้น E มีสมาชิก 12 ตัว

$$\text{เนื่องจาก } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(E) = \frac{12}{21}$$

$$= \frac{4}{7}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่จะได้วิทยุขำรุก 1 เครื่อง = $\frac{4}{7}$

8. วิธีทำ กำหนดให้ S = แคมเบิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่ ง. และ จ. นั่งติดกัน

E = เหตุการณ์ที่ ง. และ จ. นั่งไม่ติดกัน

เนื่องจากชาย 5 คน นั่งเรียงเป็นวงกลม จะนั่งได้ $(5-1)! = 24$ วิธี

ดังนั้น S มีสมาชิก 24 ตัว

ถ้าจัดให้ ง. และ จ. นั่งติดกันเสมอจะนั่งได้ $(4-1)! \cdot 2! = 12$ วิธี

ฉะนั้นวิธีที่จะจัด ง. และ จ. นั่งไม่ติดกันจะได้ $24 - 12 = 12$ วิธี

ดังนั้น E มีสมาชิก 12 ตัว

$$\text{เนื่องจาก } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$P(E) = \frac{12}{24}$$

$$= \frac{1}{2}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่ ง. และ จ. นั่งไม่ติดกัน = $\frac{1}{2}$

9. วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E_1 = เหตุการณ์ที่หญิงทั้งสามคนนั่งติดกันเสมอ

E_2 = เหตุการณ์หญิงและชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง

เนื่องจากจัดชาย 3 คน หญิง 3 คน นั่งเรียงแถวจะจัดได้ $6! = 720$ วิธี

ดังนั้น S มีสมาชิก 720 ตัว

9.1 จัดให้หญิงทั้ง 3 คนนั่งติดกันจะจัดได้ $4! \cdot 3! = 144$ วิธี

ดังนั้น E_1 มีสมาชิก 144 ตัว

เนื่องจาก $P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_1}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

$$P(E_1) = \frac{144}{720}$$

$$= \frac{1}{5}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่หญิง 3 คน จะนั่งติดกันเสมอ = $\frac{1}{5}$

9.2 จัดให้หญิงและชายนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่งจะจัดได้ $3! \cdot 3! = 72$ วิธี

ดังนั้น E_2 มีสมาชิก 72 ตัว

เนื่องจาก $P(E_2) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_2}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$

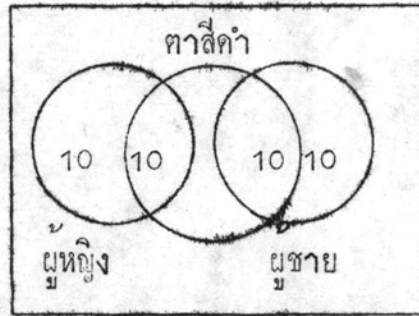
$$= \frac{72}{720}$$

$$= \frac{1}{10}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่หญิงและชายจะนั่งสลับที่กันหนึ่งต่อหนึ่ง = $\frac{1}{10}$

10. วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E = เหตุการณ์ที่นักเรียนคนนั้นเป็นนักเรียนชายหรือมีตาสีดำ
 เนื่องจากนักเรียนทั้งหมด 40 คน เลือกมา 1 คน จะเลือกได้ ${}^{40}C_1 = 40$ วิธี
 ดังนั้น S มีสมาชิก 40 ตัว
 พิจารณาแผนภาพเวนนต่อไปนี้



จากแผนภาพจะเห็นว่าเหตุการณ์ E มีสมาชิก 30 ตัว

$$\text{เนื่องจาก } P(E) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$= \frac{30}{40}$$

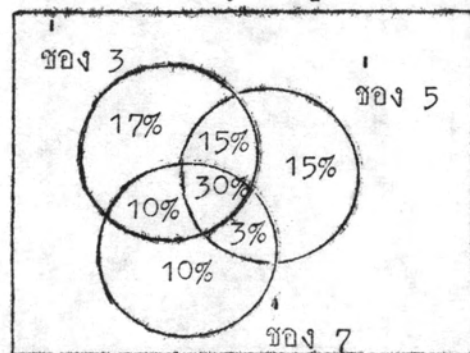
$$= \frac{3}{4}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่นักเรียนคนนั้นจะเป็นนักเรียนชายหรือมีตาสีดำ $= \frac{3}{4}$

11. วิธีทำ กำหนดให้ S = แซมเปิลสเปซของการทดลอง

E_1 = เหตุการณ์ที่ผู้ชมคนนั้นชมรายการช่อง 3 หรือช่อง 5

E_2 = เหตุการณ์ผู้ชมคนนั้นชมรายการเพียงช่องเดียวเท่านั้น



พิจารณาแผนภาพเวนน

จากแผนภาพจะได้

$$\text{จำนวนสมาชิกของ } E_1 = 90 \%$$

$$\text{จำนวนสมาชิกของ } E_2 = 42 \%$$

$$\text{และจำนวนสมาชิกของ } S = 100 \%$$

$$\text{เนื่องจาก } P(E_1) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_1}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$= \frac{90\%}{100\%}$$

$$= \frac{9}{10}$$

$$\text{เนื่องจาก } P(E_2) = \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์ } E_2}{\text{จำนวนสมาชิกของ } S}$$

$$= \frac{42\%}{100\%}$$

$$= \frac{21}{50}$$

นั่นคือความน่าจะเป็นที่ผู้ชมคนนั้นจะชมรายการของช่อง 3 หรือช่อง 5 = $\frac{9}{10}$

และความน่าจะเป็นที่ผู้ชมคนนั้นจะชมรายการเพียงช่องเดียวเท่านั้น = $\frac{21}{50}$

12.1 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $n_4 = n_1 + n_2 - n_3$ 2. $\frac{n_4}{N} = \frac{1}{N} (n_1 + n_2 - n_3)$ 3. $\frac{n_4}{N} = \frac{n_1}{N} + \frac{n_2}{N} - \frac{n_3}{N}$ 4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$	1. จากแผนภาพเวนน์-ออยเลอร์ 2. เอา N ทหารทั้ง 2 ข้าง 3. เป็ควงเล็บ เอา $\frac{1}{N}$ คูณทุกจำนวนในวงเล็บ 4. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์ $= \frac{\text{จำนวนสมาชิกของเหตุการณ์}}{\text{จำนวนสมาชิกของแซมเปิลสเปซ}}$

ช.ค.พ.

12.2 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(E_1 \cap E_2)$ 2. $E_1 \cap E_2 = \emptyset$ 3. $P(E_1 \cap E_2) = P(\emptyset)$ 4. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - P(\emptyset)$ 5. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2) - 0$ 6. $P(E_1 \cup E_2) = P(E_1) + P(E_2)$	1. กฎข้อที่ 1 2. E_1, E_2 เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน 3. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกัน 4. แทน 3 ใน 1 5. $P(\emptyset) = 0$ 6. จำนวนในโคลบค้วยศูนย์ค้าย่อมเท่าเดิม

ช.ค.พ.

12.3 พิสูจน์

ข้อความ	เหตุผล
1. $E \cup E' = S$	1. กฎของคอมพลีเมนต์
2. $P(E \cup E') = P(S)$	2. ความน่าจะเป็นของเหตุการณ์เดียวกัน
3. $P(E \cup E') = P(E) + P(E')$	3. E, E' เป็นเหตุการณ์ที่ไม่มีสมาชิกร่วมกัน
4. $P(E) + P(E') = P(S)$	4. แทนค่า $P(E \cup E')$ ใน 2
5. $P(E) + P(E') = 1$	5. $P(S) = 1$
6. $P(E') = 1 - P(E)$	6. เอา $P(E)$ ลบออกทั้งสองข้าง

ช.ค.พ.

ประวัติผู้เขียน

นางสาวทัศนิกา ศิริพจนกุล เกิดวันที่ 1 สิงหาคม พ.ศ.2494 ที่บ้านเลขที่ 1845 ถนนยมราช ตำบลท่าช้าง อำเภอเมือง จังหวัดนครศรีธรรมราช สำเร็จการศึกษา บัณฑิต (เกียรตินิยม) จากมหาวิทยาลัยศรีนครินทรวิโรฒ บางแสน เมื่อปีการศึกษา 2516 ปัจจุบันเป็นอาจารย์ภาควิชาคณิตศาสตร์ ที่วิทยาลัยครูสวนกุหลาบ

