

เซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้และกรณีทั่วไปกรณีหนึ่ง



นางสาว เพ็ญพรรณ อิ่มวัฒนา

002145

วิทยานิพนธ์ฉบับนี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ.ศ. ๒๕๖๐

I16732091

FACTORIZABLE INVERSE SEMIGROUPS AND A GENERALIZATION

MISS PENPAN IMWATANA

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1977



หัวข้อวิทยานิพนธ์ : เซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้และกรณีทั่วไปกรณีหนึ่ง

ชื่อนิสิต : นางสาวเพ็ญพรรณ อิมวัฒนา

อาจารย์ที่ปรึกษา : ผศ. ดร. ยุพาภรณ์ ธีระศุภะ

แผนกวิชา : คณิตศาสตร์

ปีการศึกษา : ๒๕๒๐



บทคัดย่อ

เขียนและอธิบายได้แนะนำให้รู้จักเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้ เขาได้ชี้ให้เห็นถึงคุณสมบัติสำคัญหลายอย่างของเซมิกรุปเช่นนี้ และเขายังได้พิสูจน์ว่าเราสามารถนิยามเซมิกรุปผกผันใด ๆ ลงในเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้เสมอ

ในวิทยานิพนธ์นี้เราได้ศึกษาต่างออกไปเกี่ยวกับเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้ โดยเกี่ยวข้องกับคอนกรูเอนซ์รูปที่เล็กที่สุด โฮโมมอร์ฟิซึม เมจกรุปที่ใหญ่ที่สุด คุณสมบัติของการเป็นเซมิกรุปผกผันแท้ คุณสมบัติของการเป็นเซมิกรุปผกผัน เอฟ ไอ เดียลและเซมิกรุปรีลค์อเขียน เราได้พิสูจน์สิ่งต่อไปนี้ กรุปของยูนิตของเซมิกรุปผกผันแท้ที่แยกแฟคเตอร์ได้คือโฮโมมอร์ฟิซึม เมจกรุปที่ใหญ่ที่สุดของเซมิกรุปนั้น เซมิกรุปผกผันแท้ที่แยกแฟคเตอร์ได้ต้องเป็นเซมิกรุปผกผัน เอฟเสมอ ไอเดียลของเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้จะแยกแฟคเตอร์ได้ถ้าไอเดียลนั้นมีเอกลักษณ์ของตัวเอง เซมิกรุปรีลค์อเขียนของเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้จะแยกแฟคเตอร์ได้ด้วย

ยิ่งไปกว่านั้นเราได้แนะนำให้รู้จักเซมิกรุปผกผันใหม่ซึ่งเราเรียกว่าเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้อย่างอ่อน ซึ่งเป็นกรณีทั่วไปกรณีหนึ่งของเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้ เราเรียกเซมิกรุปผกผัน  $S$  ว่าเป็นเซมิกรุปผกผันที่แยกแฟคเตอร์ได้อย่างอ่อนก็ต่อเมื่อ  $S = T.E$  สำหรับบางเซมิกรุปย่อยผกผัน  $T$  ซึ่งเป็นยูเนียนของกรุปและบางเซตย่อย  $E$

ของเซตของไอเดมโพเทนต์ของ  $S$  ทุก ๆ เซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้และทุก ๆ เซมิแลตติสของกรุปเป็นเซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้อย่างอ่อนเสมอ เราให้ตัวอย่างของเซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้อย่างอ่อนซึ่งไม่เป็นทั้งเซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้และเซมิแลตติสของกรุป ให้  $S$  เป็นเซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้อย่างอ่อนเป็น  $T, E$  เราได้พิสูจน์สิ่งต่อไปนี้  $S = E \cdot T$  ถ้า  $S$  เป็นเซมิกรุปผกผันแท้ด้วยแล้ว  $S$  และ  $T$  มีไฮโมมอร์ฟิซึม เมจกรุปที่ใหญ่ที่สุดอันเดียวกัน ไอเดิล  $A$  ใด ๆ ของ  $S$  เป็นเซมิกรุปผกผันที่แยกแผลเตอร์ได้อย่างอ่อนถ้า  $A$  มีเอกลักษณ์ซึ่งเป็นสมาชิกของ  $T$

Thesis Title       Factorizable Inverse Semigroups and a Generalization

Name                Miss Penpan Imwatana

Thesis Advisor     Assist. Prof. Dr. Yupaporn Tirasupa

Department        Mathematics

Academic Year     1977



#### ABSTRACT

Chen and Hsieh have introduced factorizable inverse semigroups. Many properties of factorizable inverse semigroups have been shown, and they have shown that every inverse semigroup can be embedded in a factorizable inverse semigroup.

In this thesis, different studies of factorizable inverse semigroups are obtained relating to minimum group congruences, maximum group homomorphic images, the property of being proper, the property of being  $F$ -inverse, ideals and Rees quotient semigroups. It is shown that the group of units of a proper factorizable inverse semigroup is its maximum group homomorphic image. A proper factorizable inverse semigroup is an  $F$ -inverse semigroup. An ideal with its identity of a factorizable inverse semigroup is factorizable. Any Rees quotient semigroup of a factorizable inverse semigroup is also factorizable.

Moreover, a weakly factorizable inverse semigroup is introduced to give a generalization of factorizable inverse semigroups. An inverse

semigroup  $S$  is said to be weakly factorizable if  $S = T.E$  for some inverse semigroup  $T$  which is a union of groups and for some set  $E$  of idempotents of  $S$ . Every semilattice of groups is weakly factorizable. An example of a weakly factorizable inverse semigroup which is neither a factorizable inverse semigroup nor a semilattice of groups is given. Let  $S$  be a weakly factorizable inverse semigroup as  $T.E$ . The following are proved :  $S = E.T$ . If  $S$  is proper, then  $S$  and  $T$  have the same maximum group homomorphic image. An ideal  $A$  of  $S$  is also weakly factorizable if  $A$  has its identity which belongs to  $T$ .

## ACKNOWLEDGEMENT

I am greatly indebted to Dr. Yupaporn Tirasupa, my thesis supervisor who kindly gives me some advice in preparing and writing this thesis. Also I would like to express my gratitude to all lecturers and professors of the Graduate School for their invaluable knowledges while studying. Thanks to all of my friends for many helpful in obtaining information.

In particular, I would like to express my highest gratitude to beloved father and mother for their great and untired encouragement and support.





CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI .....	iv
ABSTRACT IN ENGLISH .....	vi
ACKNOWLEDGEMENT .....	viii
INTRODUCTION .....	1
CHAPTER	
I    FACTORIZABLE INVERSE SEMIGROUPS .....	11
II   IDEALS OF FACTORIZABLE INVERSE SEMIGROUPS .....	28
III  WEAKLY FACTORIZABLE INVERSE SEMIGROUPS .....	35
REFERENCES .....	48
VITA .....	49

