หอสมุดกลาง สถาบันวิทยบริการ จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

บทที่ 4

การวิเคราะห์

4.1 กลุ่มที่มีเหล็กเสริมยืนเป็นตัวแปร

4.1.1 กำลังในแนวแกน

กำลังของเสาจะประกอบด้วยกำลังความสามารถต่อต้านของคอนกรีตและเหล็กเสริมยืน ส่วนเหล็กปลอกจะเป็นส่วนช่วยให้กำลังของคอนกรีตภายในเหล็กปลอกสูงขึ้น การวิเคราะห์หากำลังทั้งของคอนกรีตและเหล็กเสริมยืนแบ่งออกได้สองช่วง คือช่วงอีลาสติกและช่วงพลาสติก ซึ่งมีรายระเอียดต่าง ๆ ดังต่อไปนี้

ก. กำลังในคอนกรีต

น้ำหนักบรรทุกส่วนใหญ่ของเสาจะแยกรับโดยคอนกรีต ตามปกติคอนกรีตในเสาจะแบ่งได้สองส่วน คือส่วนภายในเหล็กปลอกและภายนอกเหล็กปลอก คอนกรีตทั้งสองส่วนนี้จะช่วยกันรับน้ำหนักบรรทุก ในช่วงอีลาสติก เชื่อกันว่า หน่วยแรงของคอนกรีตทั้งสองส่วนจะเท่ากัน ดังนั้น ในช่วงอีลาสติกน้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยคอนกรีตจะเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$P_c = A_c f_c \qquad \text{.....} \quad 4.1$$

เมื่อ P_c = น้ำหนักบรรทุกส่วนที่รับโดยคอนกรีต

A_c = พื้นที่หน้าตัดของคอนกรีต

f_c = หน่วยแรงในคอนกรีต

เมื่อหน่วยแรงของคอนกรีตเริ่มเข้าสู่ช่วงพลาสติก หน่วยแรงของคอนกรีตในปลอกและนอกเหล็กปลอกจะเริ่มมีความแตกต่างกัน ทั้งนี้เพราะว่า คอนกรีตภายในเหล็กปลอกจะได้รับอิทธิพลจากการโอบของเหล็กปลอกทำให้มีหน่วยแรงสูงขึ้น Khan[27] ได้ศึกษาหากำลังประลัย

ในคอนกรีต แล้วได้เสนอแนะเป็นสมการ ซึ่งอยู่ในรูปของความสัมพันธ์ระหว่างพื้นที่คอนกรีตภายในเหล็กปลอกและนอกเหล็กปลอก ดังสมการ

$$P_{cu} = (Q_1 - Q_2 \frac{A_{cc}}{A_c}) f'_c A_c \quad \text{.....} \quad 4.2$$

เมื่อ P_{cu} = น้ำหนักบรรทุกประลัยของเสาที่รับโดยคอนกรีต

Q_1 = ตัวคูณลดกำลังของเสาที่ไม่มีคอนกรีตนอกเหล็กปลอก

Q_2 = ตัวคูณลดกำลังซึ่งมีผลมาจากคอนกรีตนอกเหล็กปลอก

A_{cc} = พื้นที่หน้าตัดของคอนกรีตนอกเหล็กปลอก

A_c = พื้นที่หน้าตัดของคอนกรีตทั้งหมด

f'_c = กำลังอัดของคอนกรีตทรงกระบอก

ค่า Q_1 และ Q_2 เป็นค่าที่หาได้จากการทดสอบ โดย Khan ได้สร้างตัวอย่างทดสอบขึ้นมาสองชนิด คือชนิดที่มีคอนกรีตนอกเหล็กปลอกและชนิดที่ไม่มีคอนกรีตนอกเหล็กปลอก ผลการทดลองพบว่า ถ้าคอนกรีตมีกำลังไม่เกิน 350 กก/ซม^2. จะได้ค่า Q_1 และ Q_2 เป็น 0.898 และ 0.031 ตามลำดับ ดังนั้น สมการ 4.2 กลายเป็น

$$P_{cu} = (0.898 - 0.031 \frac{A_{cc}}{A_c}) f'_c A_c \quad \text{.....} \quad 4.3$$

ในการคำนวณหากำลังประลัยของคอนกรีต ACI[23] ได้รวมค่าตัวคูณลดกำลังทั้งสองตัวนี้เข้าด้วยกันเป็นตัวคูณตัวเดียว ซึ่งจากการทดลองของ McMillan[13] พบว่า ค่าตัวคูณดังกล่าวมีค่า 0.85 ซึ่งเขียนได้ดังสมการ

$$P_{cu} = 0.85 f'_c A_c \quad \text{.....} \quad 4.4$$

ข. กำลังในเหล็กเสริมยืน

เนื่องจากคอนกรีตและเหล็กเสริมยืนมีแรงยึดเหนี่ยวซึ่งกันและกัน และถือว่าเป็นเนื้อเดียวกัน เมื่อน้ำหนักบรรทุกกระทำบนเสา จะทำให้เกิดความเครียด หน่วยแรงในเหล็กเสริมยืนจะเป็นไปตามคุณสมบัติของเหล็กตามรูปความสัมพันธ์ของหน่วยแรงและความเครียด Burns, NH. และ Siess[28] พบว่า เหล็กชนิดเดียวกันและขนาดเท่ากัน มีคุณสมบัติในการรับแรงเหมือนกันไม่ว่าจะเป็นแรงอัดหรือดึง ดังนั้น ในการทดสอบเหล็กเสริมยืนจึงนิยมทดสอบโดยให้รับแรงดึงเพราะสะดวกกว่า

กำลังในเหล็กเสริมยืนก็เช่นเดียวกับในคอนกรีต คือสามารถแบ่งแยกออกได้สองช่วง คือช่วงอีลาสติกและช่วงพลาสติกในตอนอีลาสติกหน่วยแรงและความเครียดจะสัมพันธ์กันเป็นเส้นตรง ซึ่งเขียนเป็นสมการได้ว่า

$$f_s = \varepsilon_s E_s \qquad \text{.....} \quad 4.5$$

เมื่อ f_s = หน่วยแรงในเหล็กเสริมยืนเมื่อความเครียด ε_s

ε_s = ความเครียดในเหล็กเสริมยืน

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมยืน

และกำลังในเหล็กเสริมยืนช่วงอีลาสติก หาจากสมการ

$$P_s = A_s f_s \qquad \text{.....} \quad 4.6$$

เมื่อ P_s = กำลังในเหล็กเสริมยืน

A_s = พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมยืน

สำหรับในช่วงพลาสติก ซึ่งจะนับตั้งแต่เหล็กเสริมยืนรับกำลังถึงกำลังคลากแล้ว หน่วยแรงในเหล็กเสริมยืนจะไม่เพิ่มตามความเครียด การหาหน่วยแรงที่แท้จริงของเหล็กเสริมยืนในช่วง

พลาสติกนี้ต้องอาศัยกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของเหล็กเสริมยีนแต่ละอันไป ดังแสดงเป็นตัวอย่างในรูปที่ 4.1 ในการวิเคราะห์ เพื่อให้ง่ายแก่การคำนวณจะถือว่าหน่วยแรงในเหล็กเสริมยีนหลังจากจุดคลากเท่ากับกำลังคลากโดยตลอด ดังแสดงในรูปที่ 4.2 ดังนั้น ในตอนพลาสติก กำลังในเหล็กเสริมยีนจะเป็น

$$P_{su} = A_s f_y \qquad \text{.....} \quad 4.7$$

เมื่อ P_{su} = กำลังประลัยในเหล็กเสริมยีน

f_y = กำลังคลากเหล็กเสริมยีน

ค. <u>ผลกระทบของเหล็กปลอก</u>

ตามที่กล่าวมาแล้วว่า เหล็กปลอกไม่ได้เป็นส่วนรับน้ำหนักบรรทุกโดยตรง แต่จะเป็นส่วนเสริมให้คอนกรีตมีกำลังเพิ่มขึ้น เหล็กปลอกนอกจากจะทำหน้าที่เป็นตัวยึดเหล็กเสริมยีนเข้าด้วยกันในระหว่างก่อสร้างแล้ว ในพฤติกรรมภายในที่แท้จริง เหล็กปลอกจะมีหน้าที่หลักดังนี้ คือ

1. ทำให้คอนกรีตภายในเหล็กปลอกรับน้ำหนักบรรทุกได้สูงขึ้น Khan[27] ได้ทำการวิเคราะห์เพื่อหากำลังคอนกรีตภายในเหล็กปลอกที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากอิทธิพลของเหล็กปลอก โดยอาศัยสมการสมดุลย์ที่ว่า เมื่อคอนกรีตขยายตัวออกทางด้านข้างตามคุณสมบัติของพัวซอง (Poisson's ratio effect) ทำให้เหล็กปลอกยืดออก แรงที่เกิดขึ้นในเหล็กปลอก กำหนดให้เท่ากับแรงยึดเหนี่ยว (Bond) ระหว่างคอนกรีตและเหล็กปลอกและหน่วยแรงของคอนกรีตภายในเหล็กปลอกที่เพิ่มขึ้นอาจเขียนได้คือ

$$S_{fc} = \frac{\P d f'_c}{5S} \qquad \text{.....} \quad 4.8$$

เมื่อ S_{fc} = หน่วยแรงของคอนกรีตภายในเหล็กปลอกที่เพิ่มขึ้น

d = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเหล็กปลอก

f'_c = กำลังอัดของคอนกรีตรูปทรงกระบอก

S = ระยะเหล็กปลอก

แต่อย่างไรก็ตาม ในทางคำนวณหากำลังประลัยของคอนกรีต Khan ก็มิได้เอาสมการที่ 4.8 เข้าไปเกี่ยวข้องแต่อย่างใด ทั้งนี้เพราะสมการที่ 4.3 ได้รวมผลของสมการ 4.8 ไว้แล้ว

2. เหล็กปลอกทำหน้าที่ป้องกันมิให้เหล็กเสริมยืนเกิดการโก่งเดาะก่อนถึงกำลังคลาก ในการนี้จะต้องจัดระยะเหล็กปลอกและขนาดเหล็กปลอกให้เพียงพอจึงจะป้องกันการโก่งเดาะของเหล็กเสริมยืนได้ Bresler และ Gilvert[29] ได้ทำการวิเคราะห์หาระยะเหล็กปลอก โดยใช้สมมุติฐานสามประการดังนี้

ประการแรก หน่วยแรงวิกฤติในเหล็กเสริมยืนคำนวณได้จากสมการ Euler

$$f_{cr} = \frac{\pi^2 E_t}{(kS/r)^2} \qquad \text{.....4.9}$$

เมื่อ f_{cr} = หน่วยแรงวิกฤติในเหล็กเสริมยืน

E_t = tangent modulus ของเหล็กเสริมยืน

k = ตัวคูณความยาวประสิทธิผล (Effective Length Factor) ดังแสดงในรูปที่ 4.3

S = ระยะเหล็กปลอก

r = radius of gyration ของเหล็กเสริมยืน

ประการที่สอง หน่วยแรงวิกฤติในสมการ 4.9 ต้องเท่ากับกำลังคลากของเหล็กเสริมยืน ดังนั้น สมการที่ 4.9 จะกลายเป็น

$$\frac{kS}{r} = \left(\frac{\pi^2 E_t}{f_y}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{..... 4.10}$$

ประการที่สาม การเคลื่อนตัวด้านข้างของเหล็กเสริมยืนที่ตำแหน่งเหล็กปลอกยึดถือว่าน้อยมาก ไม่จำเป็นต้องพิจารณาในการวิเคราะห์ จากสมการที่ 4.10 ถ้า

แทนค่า r ด้วย $\frac{D}{4}$ เมื่อ D เป็นขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเหล็กเสริมยืน จะได้สมการคำนวณหาระยะเหล็กปลอกเป็น

$$S = \frac{D\P}{4k} \left(\frac{E_t}{f_y}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{..... 4.11}$$

Bresler และ Gilvert ได้ทำการวิเคราะห์หาขนาดของเหล็กปลอกที่เหมาะสม โดยใช้ทฤษฎีเกี่ยวกับกำลังงาน แล้วเสนอแนะเป็นสมการว่า

$$d = \frac{D^2}{S} \left(\frac{4.56c}{m}\right)^{\frac{1}{2}} \qquad \text{..... 4.12}$$

เมื่อ d = ขนาดเส้นผ่าศูนย์กลางเหล็กปลอก

c = ขนาดภายในเหล็กปลอกดังแสดงในรูปที่ 4.4

m = ค่าคงที่ขึ้นอยู่กับการจัดลักษณะเหล็กปลอก ดังแสดงในรูปที่ 4.4

จากเงื่อนไขการใช้เหล็กปลอกดังกล่าวมานี้ ACI[23] ได้สรุปข้อกำหนดระยะเหล็กปลอกต้องห่างไม่เกินขนาดเล็กสุดของเสา และระยะเหล็กปลอกต้องห่างไม่เกิน 16 เท่าของขนาดเหล็กเสริมยืนหรือ 48 เท่าของขนาดเหล็กปลอกเอง

4.1.2 <u>การคำนวณหากำลังของเสาจากความเครียดที่วัดได้</u>

ในการคำนวณหากำลังในคอนกรีตและเหล็กเสริมยืน จากความเครียดที่วัดได้มีวิธีการดังต่อไปนี้

ก. คอนกรีต จากความเครียดที่อ่านได้ จะนำไปหาหน่วยแรงของคอนกรีตจากรูปกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียดของคอนกรีตตามที่แสดงไว้ในรูปที่ 2.5,2.6หลังจากได้หน่วยแรงแล้ว ก็นำไปคำนวณหากำลังของคอนกรีตตามสมการที่ 4.1

ข. เหล็กเสริมยืน ในการคำนวณหากำลังในเหล็กเสริมยืนจากความเครียดที่วัดได้ จะอาศัยสมการ 4.5, 4.6 และ 4.7 โดยที่ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็กเสริมยืนในงาน

วิจัยนี้เท่ากับ 2.08×10^6 กก/ซม^2.

ค. คำนวณหากำลังคอนกรีตภายในเหล็กปลอกที่เพิ่มขึ้น เนื่องจากผลกระทบของเหล็กปลอก จะคำนวณตามสมการ 4.8 โดยเปลี่ยนค่า f'_c มาเป็น f_c ตามหน่วยแรงของคอนกรีตที่เกิดขึ้นจริงในแต่ละช่วงของน้ำหนักบรรทุก

น้ำหนักบรรทุกจากการคำนวณจะเท่ากับผลรวมของกำลังในคอนกรีต, เหล็กเสริมยืนและกำลังคอนกรีตที่เพิ่มขึ้นเนื่องจากผลกระทบของเหล็กปลอก ซึ่งผลการคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.1 ถึง 4.6 แล้วนำมาเขียนกราฟเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลองจริงดังแสดงไว้ในรูปที่ 4.5 ถึง 4.10 ผลการเปรียบเทียบปรากฏว่า ตอนน้ำหนักบรรทุกยังน้อย ๆ ค่าที่ได้จากการคำนวณจะสอดคล้องกับการทดลอง แต่ค่าน้ำหนักบรรทุกทั้งสองนี้จะแยกออกจากกันเมื่อน้ำหนักบรรทุกสูงขึ้น โดยค่าที่ได้จากการคำนวณจะสูงกว่าค่าทดสอบจริง สัดส่วนของน้ำหนักบรรทุกสูงสุดที่สอดคล้องทั้งการคำนวณและทดลองต่อน้ำหนักบรรทุกประลัย แสดงไว้ในตารางที่ 4.7 และพบว่าให้ค่าเฉลี่ยประมาณ 55 % ของกำลังประลัยทดสอบ และตารางที่ 4.7 ได้เปรียบเทียบระหว่างน้ำหนักบรรทุกประลัยจากการทดสอบต่อกำลังประลัยที่คำนวณได้จากความเครียด ปรากฏว่าเสาทุกต้นให้ค่าจากการทดสอบน้อยกว่าค่าที่ได้จากการคำนวณจากความเครียดประมาณ 3.6 %

4.1.3 เปรียบเทียบกำลังประลัยระหว่างผลการทดลองกับ Khan และ ACI

การคำนวณหากำลังประลัยของเสาตามวิธีของ Khan จะเป็นไปตามสมการ 4.3 และ 4.7 ส่วนการหากำลังประลัยตามแนวของ ACI จะใช้สมการ 4.4 และ 4.7 ผลการคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.8 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ผลการทดลองให้ค่าสูงกว่าการคำนวณทั้งวิธีของ Khan และ ACI โดยที่วิธีของ Khan คลาดเคลื่อนจากการทดลองประมาณ 9 % และ ACI คลาดเคลื่อนประมาณ 13 % ซึ่งแสดงให้เห็นว่า การคาดคะเนน้ำหนักบรรทุกประลัยโดยวิธีของ Khan และ ACI ให้ค่าที่ปลอดภัย แต่วิธีของ Khan ใกล้เคียงกับผลทดลองมากกว่า ACI

4.1.4 อิทธิพลสัดส่วนเหล็กเสริมยืนต่อกำลังของเสา

จากกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างน้ำหนักบรรทุกกับความเครียด ดังแสดงในรูปที่ 3.5 เมื่อคำนวณหาความชันของกราฟซึ่งเป็นค่าความแข็งแกร่งสัมพันธ์ (Relative Stiffness) ของเสาแต่ละต้นดังแสดงในตารางที่ 4.9 เมื่อนำมาเขียนกราฟจะได้ดังรูปที่ 4.11 ซึ่งจะเห็นได้ว่า ความแข็งแกร่งสัมพันธ์จะขึ้นอยู่กับโมดูลัสยืดหยุ่นของวัสดุและสัดส่วนเหล็กเสริมยืน หรืออาจเขียนเป็นสมการได้คือ

$$E_{cs} = 4.37+0.215\rho \quad \text{กก/ซม}^2.\text{x10}^5 \quad \ldots\ldots 4.13$$

เมื่อ E_{cs} = ความแข็งแกร่งสัมพันธ์

ρ = เปอร์เซ็นต์เหล็กเสริมยืน

ซึ่งจะเห็นได้ว่าเทอมแรกของสมการสอดคล้องกับค่า E_c ที่หามาแล้วในหัวข้อที่ 2.2 ส่วนความลาดชันของกราฟในเทอมที่สองมีค่าใกล้เคียงกับค่า ที่ได้จากการทดสอบในหัวข้อที่ 2.2 คือมีความแตกต่างเพียง 3.3 % เท่านั้น

ในทำนองเดียวกัน ถ้าพิจารณาค่าความเครียดสูงสุดคอนวิบัติ ดังแสดงไว้ในตารางที่ 4.9 และรูปที่ 4.12 ได้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างสัดส่วนเหล็กเสริมยืนและความเครียดสูงสุด จะพบว่า เมื่อเหล็กเสริมยืนน้อยกว่า 5 % จะให้ค่าความเครียดสูงสุดที่ไม่แตกต่างกันมากนัก คือมีค่าประมาณ 0.002 แต่เมื่อเหล็กเสริมยืนมากถึง 10 % จะพบว่า ค่าความเครียดสูงสุดจะมีค่าลดลงมาเหลือเพียง 0.0015

สำหรับงานวิจัยนี้ ได้ใช้คอนกรีตที่มีกำลังอัดประมาณ 850 กก/ซม^2. และมีตัวอย่างทดสอบ 6 ตัวอย่าง มีแนวโน้มว่าถ้าใช้เหล็กเสริมยืนเกิน 7.5 % จะทำให้เสาวิบัติก่อนเหล็กเสริมยืนถึงกำลังคลาก

4.2 กลุ่มที่มีระยะเยื้องศูนย์เป็นตัวแปร

4.2.1 กำลังเยื้องศูนย์ของเสา

กำลังเยื้องศูนย์ของเสาจะประกอบด้วยความสามารถต่อต้านของคอนกรีตและเหล็กเสริมยืน แต่เหล็กเสริมยืนในเสาที่รับน้ำหนักบรรทุกเยื้องศูนย์อาจทำหน้าที่ต่างกับแบบตรงศูนย์อยู่บ้างคือ บางครั้งต้องรับแรงดึง การวิเคราะห์หากำลังเยื้องศูนย์แบ่งออกได้สองตอน คือ ช่วงอีลาสติกและช่วงพลาสติก ซึ่งจะใช้ทฤษฎีอีลาสติกและทฤษฎีประลัยวิเคราะห์ตามลำดับ

ก. ทฤษฎีอีลาสติก

สมมุติฐานของทฤษฎีอีลาสติกที่สำคัญมีอยู่สองอย่าง คือหน้าตัดเสายังคงเป็นระนาบทั้งก่อนและหลังรับแรงดัด และความเครียดของคอนกรีตจะเป็นสัดส่วนโดยตรงกับหน่วยแรงอัดของคอนกรีตเสมอ รูปที่ 4.13 แสดงการกระจายความเครียดและแรงที่กระทำบนเสา จากรูปที่ 4.13 สามารถหาระยะแกนสะเทิน "c" จากสมการ

$$c = \frac{d\varepsilon_c}{\varepsilon_s + \varepsilon_c} \qquad \text{..... 4.14}$$

เมื่อ c = ระยะแกนสะเทินวัดจากผิวคอนกรีตรับแรงอัด

d = ระยะจากผิวคอนกรีตรับแรงอัดไปยังศูนย์กลางเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง

ε_c = ความเครียดอัดคอนกรีตที่ตำแหน่งผิวรับแรงอัด

ε_s = ความเครียดดึงของเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง

ตามสมมุติฐานของทฤษฎีอีลาสติกดังได้กล่าวมาแล้วในตอนต้น จะพบว่า หน่วยแรงของคอนกรีตจะกระจายเป็นรูปสามเหลี่ยม เช่นเดียวกันกับความเครียด น้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยคอนกรีตหาได้จากสมการ

$$C_c = \tfrac{1}{2} f_c b c \qquad \text{..... 4.15}$$

เมื่อ C_c = น้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยคอนกรีต

f_c = หน่วยแรงของคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัด

b = ความกว้างของเสา

ส่วนน้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยเหล็กเสริมยืนแบ่งออกได้สองส่วน คือส่วนที่รับแรงดึงและรับแรงอัด สำหรับเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง หาแรงได้จากสมการ

$$T = A_s f_s \qquad \text{.....} \quad 4.16$$

$$f_s = \varepsilon_s E_s$$

เมื่อ T = น้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง

A_s = พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง

ε_s = ความเครียดในเหล็กเสริมยืนรับแรงดึง

E_s = โมดูลัสยืดหยุ่นของเหล็ก

ในทำนองเดียวกัน แรงในเหล็กยืนรับแรงอัด คำนวณจากสมการ

$$C_s = A'_s f'_s \qquad \text{.....} \quad 4.17$$

$$f'_s = \varepsilon'_s E_s$$

เมื่อ C_s = น้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยเหล็กเสริมยืนรับแรงอัด

A'_s = พื้นที่หน้าตัดเหล็กเสริมยืนรับแรงอัด

ε'_s = ความเครียดในเหล็กเสริมยืนรับแรงอัด

จากสภาวะสมดุลย์ของแรงและแรงดัดจะได้ว่า

$$P = C_c + C_s - T \qquad \text{..... 4.18}$$

$$Pe = C_c(t/2-c/3)+C_s(t/2-d'')+T(t/2-d') \qquad \text{..4.19}$$

เมื่อ P = น้ำหนักบรรทุก

e = ระยะเยื้องศูนย์วัดจาก Plastic Centroid

ข. <u>ทฤษฎีประลัย</u>

1. <u>ทฤษฎีประลัยเสนอแนะโดย Nedderman</u>[30]

Nedderman ได้ทำการศึกษาการกระจายหน่วยแรงของคอนกรีตที่มีกำลังสูงมาก เมื่อรับแรงดัดโดยสมมุติว่าหน่วยแรงกระจายเป็นรูปพาราโบลา ดังแสดงในรูปที่ 4.14 โดยที่ค่า

$$k_1 = \frac{\text{หน่วยแรงอัดเฉลี่ยของคอนกรีต}}{\text{หน่วยแรงอัดที่มากที่สุดของคอนกรีต}}$$

$$k_2 = \frac{\text{ระยะจากผิวรับแรงอัดมายังแรงลัพธ์ของคอนกรีต}}{\text{ระยะจากผิวรับแรงอัดมายังแกนสะเทิน}}$$

$$k_3 = \frac{\text{หน่วยแรงอัดที่มากที่สุดของคอนกรีต}}{\text{กำลังอัดคอนกรีตรูปทรงกระบอก}}$$

จากรูปที่ 4.14 และอาศัยสภาวะสมดุลย์ของแรงและแรงดัด จะได้ว่า

$$P_u = k_1k_3f'_cbc+A'_sf'_s - A_sf_s \qquad \text{..... 4.20}$$

$$P_ue = k_1k_3f'_cbc(t/2-k_2c)+A'_sf'_s(t/2-d'')+A_sf_s(t/2-d') \quad 4.21$$

จากการค้นคว้าของ Nedderman พบว่าในคอนกรีตที่มีกำลังสูงมาก ๆ ค่า k_1k_3 จะคงที่มีค่าเท่ากับ 0.58 และค่า k_2 ก็คงที่เช่นกันมีค่า 0.37 ดังนั้น สมการที่ 4.20 และ 4.21

จะกลายเป็น

$$P_u = 0.58f'_c bc + A'_s f'_s - A_s f_s \quad \text{.....4.22}$$

$$P_u e = 0.58f'_c bc(t/2-0.37c) + A'_s f'_s (t/2-d") + A_s f_s (t/2-d') \quad \text{.....4.23}$$

นอกจากนี้ยังจะต้องอาศัยสมการต่อเนื่อง (Compatibility)

$$c = \frac{\varepsilon_c d}{\varepsilon_s + \varepsilon_c} \quad \text{.....4.24}$$

$$f'_s = \frac{\varepsilon_c (c-d") E_s}{c} \leq f_y \quad \text{.....4.25}$$

$$f_s = \frac{\varepsilon_c (d-c) E_s}{c} \leq f_y \quad \text{.....4.26}$$

สำหรับค่า ε_c ในทฤษฎีประลัยของ Nedderman ใช้ค่า 0.003 และการคำนวณหาค่า P_u และ $P_c e$ จะใช้วิธี Trial & Error โดยลองสมมุติค่า c ขึ้น

2. <u>ทฤษฎีประลัยเสนอแนะโดย ACI</u>[23]

ACI ได้กำหนดให้หน่วยแรงอัดในคอนกรีตเป็นรูปเสมือนสี่เหลี่ยมผืนผ้า (Equivalent Rectangular stress block) มีค่าหน่วยแรงเท่ากับ $0.85 f'_c$ กระทำบนพื้นที่ยาวเท่ากับ $\beta_1 c$ กว้างเท่ากับความกว้างเสา ดังแสดงในรูปที่ 4.15 จากสมการสมดุลย์ของแรงและแรงอัด จะได้ว่า

$$P_u = 0.85 f'_c \beta, bc + A'_s f'_s - A_s f_s \quad \text{.....4.27}$$

$$P_u e = 0.85 f'_c \beta, bc(t/2 - \frac{\beta_1 c}{2}) + A'_s f'_s (t/2-d") + A_s f_s (t/2-d') \quad \text{.....4.28}$$

สำหรับคอนกรีตที่มีกำลังสูงมากเกิน 560 กก/ซม^2. ACI กำหนดว่าให้ใช้ค่า β_1 คงที่ คือ 0.65 ดังนั้น ในคอนกรีตที่มีกำลังสูงมากเมื่อแทนค่า β_1 เท่ากับ 0.65 สมการ 4.27 และ 4.28 จะกลายเป็น

$$P_u = 0.5525\, f'_c bc + A'_s f'_s - A_s f_s \qquad \text{.....4.29}$$

$$P_u e = 0.5525 f'_c bc(t/2-0.325c) + A'_s f'_s (t/2-d'') + A_s f_s (t/2-d') \qquad \text{.....4.30}$$

สำหรับสมการต่อเนื่อง (Compatibility) จะใช้เช่นเดียวกับของ Nedderman สำหรับค่า ε_c ในทฤษฎีประลัยที่เสนอแนะโดย ACI มีค่า 0.003 และการคำนวณหาค่า P_u และ $P_u e$จะใช้วิธี Trial & Error เช่นเดียวกับของ Nedderman

4.2.2 <u>การคำนวณหากำลังเยื้องศูนย์ของเสาจากความเครียดที่วัดได้</u>

ในการคำนวณหากำลังในคอนกรีตและเหล็กเสริมยืนจากความเครียดที่วัดได้ในเสาที่รับน้ำหนักบรรทุกเยื้องศูนย์ จะใช้หลักการดังต่อไปนี้

ก. <u>คอนกรีต</u>

จากความเครียดคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดที่อ่านได้จะนำไปหาหน่วยแรง "f_c" จากรูปที่ 2.7, 2.8 ซึ่งเป็นกราฟแสดงความสัมพันธ์ระหว่างหน่วยแรงและความเครียด ต่อจากนั้นจึงคำนวณหาระยะแกนสะเทิน "c" แล้วหาน้ำหนักบรรทุกที่แยกรับโดยคอนกรีตตามสมการที่ 4.15

ข. <u>เหล็กเสริมยืน</u>

แรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมยืนรับแรงดึงและแรงอัด หาได้ตามสมการที่ 4.16 และ 4.17 ตามลำดับ

ลำดับต่อมาก็คือคำนวณหาน้ำหนักบรรทุกและแรงดัดของเสาจากสมการ 4.18 และ 4.19 ตามลำดับ ผลของการคำนวณได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.10 ถึง 4.13 แล้วนำค่าน้ำหนักบรรทุกที่คำนวณได้ไปเขียนกราฟเปรียบเทียบกับผลที่ได้จากการทดลอง ดังแสดงในรูปที่ 4.16 ถึง 4.18 ผลการเปรียบเทียบจะเห็นว่า ค่าน้ำหนักบรรทุกที่ได้จากการคำนวณและจากการทดลองให้ค่าใกล้เคียงกันเฉพาะในช่วงที่คอนกรีตยังเป็นอีลาสติก เมื่อพ้นอีลาสติกแล้ว ค่าที่ได้จากการคำนวณจะต่ำกว่าค่าที่ได้จากการทดลองมาก

เมื่อนำค่าระยะแกนสะเทินและน้ำหนักบรรทุกไปเขียนกราฟจะได้ดังแสดงในรูปที่ 4.19 และสามารถสรุปได้ว่า

เสา CE 055 อันเป็นตัวอย่างเสาที่วิบัติแบบแรงอัดเป็นหลัก (Compression Failure) ระยะแกนสะเทินเปลี่ยนแปลงน้อยมาก จนกระทั่งวิบัติ เปอร์เซ็นต์ที่น้ำหนักบรรทุกจากการคำนวณและจากการทดสอบสอดคล้องกันประมาณ 65 %

เสา CE 095 เป็นเสาตัวอย่างที่วิบัติแบบแรงดึงเป็นหลัก (Tension Failure) ระยะแกนสะเทินเปลี่ยนแปลงเร็วขึ้นกว่า CE 055 น้ำหนักบรรทุกจากการคำนวณและทดสอบสอดคล้องกันถึง 75 %

เสา CE 165 วิบัติแบบแรงดึงเป็นหลักเช่นกัน ระยะแกนสะเทินเปลี่ยนแปลงเร็วมาก ซึ่งแสดงให้เห็นว่า เสาที่วิบัติแบบแรงดึงเป็นหลักและรับน้ำหนักบรรทุกเยื้องศูนย์มากจนเข้าใกล้แรงดัดล้วน แกนสะเทินจะเปลี่ยนแปลงเร็วมาก น้ำหนักบรรทุกจากการคำนวณและทดสอบสอดคล้องกันถึง 65 %

เสา CE ∞ เป็นตัวอย่างที่รับแรงดัดอย่างเดียว ผลการคำนวณหาแรงดัดจากความเครียดที่ได้จากการทดลอง ปรากฏว่า ให้ค่าแตกต่างกับค่าแรงดัดที่ได้จากการทดลองมาก ทั้งนี้เป็นเพราะว่า เสาตัวอย่างนี้วิบัติด้วยแรงเฉือน ดังนั้น ตัวอย่าง CE ∞ จึงไม่ได้นำไปวิเคราะห์

4.2.3 ปฏิสัมพันธ์ของแรงในแนวแกนและแรงดัด

เมื่อน้ำหนักบรรทุกกระทำบนเสาเยื้องศูนย์ เสาต้องออกกำลังต่อต้านทั้งแรงในแนวแกนและแรงดัดพร้อมกัน ลักษณะการวิบัติของเสาแบ่งออกได้ 3 พวก คือ

ก. พวกที่วิบัติโดยแรงอัดเป็นหลัก (Compression Failure) หมายถึงว่าเมื่อตอนเสาวิบัติความเครียดคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดถึงความเครียดสูงสุด "ε_u" ในขณะที่เหล็กเสริมยืนรับแรงดึงยังไม่เกิดความเครียดดึงหรือเกิดความเครียดดึงแต่ไม่ถึงความเครียดจุดคลาก "ε_y"

ข. พวกที่วิบัติโดยแรงดึงเป็นหลัก (Tension Failure) อันจะหมายถึงว่าเมื่อเสาวิบัติ ความเครียดคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดถึงความเครียดสูงสุด แต่ความเครียดดึงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมยืนรับแรงดึงมีค่ามากกว่าความเครียดจุดคลาก

ค. พวกที่วิบัติแบบสมดุลย์ (Balance Failure) คือตอนเสาวิบัติคอนกรีตที่ผิวรับแรงอัดถึงความเครียดสูงสุดพร้อมกับเหล็กเสริมยืนรับแรงดึงเกิดความเครียดดึงเท่ากับความเครียดจุดคลากพอดี

ในการคำนวณหาเส้นกราฟ จะพิจารณาจุดสำคัญ 3 จุดก่อนคือ จุดที่เสาวิบัติแบบแรงในแนวแกนล้วน จุดที่เสาวิบัติแบบแรงดัดล้วน และจุดที่เสาวิบัติแบบสมดุลย์ ต่อจากนั้นจึงหาจุดที่เสาวิบัติโดยแรงอัดเป็นหลักและแรงดึงเป็นหลัก วิธีการคำนวณจะใช้ทฤษฎีประลัย ซึ่งแยกกล่าวได้ดังนี้

วิธี ACI

1. หาจุดที่เสาวิบัติโดยแรงในแนวแกนล้วนจากสมการ 4.4 และ 4.7

2. หาจุดที่เสาวิบัติแบบแรงดัดล้วน โดยแทนค่า P_u ในสมการ 4.27 เป็นศูนย์ แทนค่า f_s เป็น f_y และแทนค่า f'_s ตามสมการ 4.25 ทำให้หาค่า c ได้ แล้วนำค่า c ไปแทนในสมการ 4.28 จะได้ค่าโมเมนต์

3. หาจุดที่เสาวิบัติแบบสมดุลย์ ครั้งแรกหาระยะแกนสะเทิน "C_b" ได้จากสมการ 4.24 ซึ่งจะแทนค่า ε_s ด้วย f_y/E_s หลังจากได้ค่า C_b แล้วก็จะนำไปแทนในสมการ 4.27 และ 4.28 ซึ่งในการนี้จะเปลี่ยนค่า f'_s , f_s เป็น f_y ก็จะได้ P_b และ M_b ตามต้องการ

4. หลังจากได้จุดสำคัญ 3 จุดแล้ว อันดับต่อไปก็คือ หาจุดที่เสาวิบัติแบบแรงอัดเป็นหลัก โดยกำหนดจุดที่มีค่าน้ำหนักบรรทุกที่มีค่ามากกว่า P_b แต่ไม่เกินค่าน้ำหนักบรรทุกในข้อ 1 แล้วนำค่าน้ำหนักบรรทุกที่กำหนดขึ้นนี้ ไปแทนเป็นค่า P_u ในสมการที่ 4.27 นอกจากนี้ต้องแทนค่า f'_s ด้วย f_y แทนค่า f_s ด้วยสมการ 4.26 ทำให้หาค่า C ได้ นำค่า C ไปแทนในสมการที่ 4.28 จะได้ค่า M

5. หาจุดที่เสาวิบัติแบบแรงดึงเป็นหลัก สามารถหาได้จากการกำหนดจุดที่มีค่าน้ำหนักบรรทุกต่ำกว่า P_b แทนค่าน้ำหนักนี้ลงในสมการ 4.27 ขณะเดียวกันเปลี่ยนเทอม f_s เป็น f_y แทน f'_s ด้วยสมการ 4.25 แล้วทำการแก้สมการหาค่า C แล้วนำไปหาค่า M ตามสมการที่ 4.28 ต่อไป

<u>วิธี Nedderman</u>

การคำนวณหาจุดเพื่อสร้างกราฟปฏิสัมพันธ์ของแรงในแนวแกนและแรงดัด ทำในทำนองเดียวกับของ ACI โดยใช้สมการตามแนวทางของ Nedderman วิธีการนี้จะมีอุปสรรคในการใช้อยู่บ้างคือ ไม่สามารถหาจุดที่เสาวิบัติเพราะแรงในแนวแกนล้วนได้ แต่ก็พยายามหาจุดที่ใกล้เคียงมากที่สุด

ผลการคำนวณหาเส้นกราฟปฏิสัมพันธ์ระหว่างแรงในแนวแกนและแรงดัดทั้งวิธีของ ACI และ Nedderman ได้แสดงไว้ในตารางที่ 4.14 แล้วนำมาเขียนกราฟเปรียบเทียบกับผลทดลองจริงดังแสดงไว้ในรูปที่ 20 และสามารถสรุปได้ว่า ถ้าเสาวิบัติแบบแรงดึงเป็นหลัก การคาดคะเนโดยวิธีของ Nedderman และ ACI ให้ผลใกล้เคียงกับการทดลองมาก โดยที่วิธี Nedderman คลาดเคลื่อนประมาณ 1.0 % ส่วน ACI คลาดเคลื่อนประมาณ 3 % แต่ถ้าเสาวิบัติแบบแรงอัดเป็นหลัก ผลการทดลองให้ค่าสูงกว่าค่าที่ได้จากการคาดคะเนทั้งวิธี Nedderman และ ACI