

วิทยานิพนธ์ฐานและการประยุกต์ของดีฟเฟอเรนเชียลพีชคณิต



นาย ยติ กฤษณังกูร

002424

วิทยานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิทยาศาสตรมหาบัณฑิต

แผนกคณิตศาสตร์

บัณฑิตวิทยาลัย จุฬาลงกรณ์มหาวิทยาลัย

พ. ศ. ๒๕๑๔

i 17049209

ON THE BASIS THEOREM AND AN APPLICATION OF DIFFERENTIAL ALGEBRA

Mr. Yati Krisnangkura

A Thesis Submitted in Partial Fulfilment of the Requirements

for the Degree of Master of Science

Department of Mathematics

Graduate School

Chulalongkorn University

1976

Accepted by the Graduate School, Chulalongkorn University
in partial fulfilment of the requirements for the Degree of Master
of Science.



Xisid Prochnadomol.....

Dean of Graduate School.

Thesis Committee *Sawai Nualtavaree* Chairman.
..... *Sidney S. Mitchell*
..... *Thavee Insanthong*

Thesis Supervisor Dr. Sidney S. Mitchell

หัวข้อวิทยานิพนธ์ : ทฤษฎีพื้นฐานและการประยุกต์ของคิฟเฟอเรนเชียลพีชคณิต
 ชื่อ : นาย ยติ กฤษณังกูร
 แผนกวิชา : คณิตศาสตร์
 ปีการศึกษา : ๒๕๑๘

บทคัดย่อ

ให้ \mathcal{F} เป็นคิฟเฟอเรนเชียลฟิลด์ (differential field) ซึ่งมี
 แคลแรกเตอร์สติกเป็นศูนย์ และ y_1, y_2, \dots, y_n เป็นตัวแปร $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$
 เป็นคิฟเฟอเรนเชียลริง (differential ring) ซึ่งประกอบด้วยโพลีโนเมียลของ
 ตัวแปร y_1, y_2, \dots, y_n และอนุพันธ์ของโพลีโนเมียลเหล่านั้น ซึ่งมีสัมประสิทธิ์เป็น
 สมาชิกของ \mathcal{F} .

ในวิทยานิพนธ์นี้ประกอบด้วยเนื้อหาสำคัญ ๒ ส่วน ส่วนแรกเป็นการพิสูจน์ว่า
 ทุก ๆ เพอร์เฟกคิฟเฟอเรนเชียลไอดีล (perfect differential ideal) ใน
 $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ จะเขียนอยู่ในฟอร์ม $\Pi_1 \cap \Pi_2 \cap \dots \cap \Pi_n$ ซึ่งแต่ละ Π_i ,
 $i = 1, 2, \dots, n$ เป็นไพรมคิฟเฟอเรนเชียลไอดีล (prime differential ideal)
 และจากผลที่ได้ก็นำไปใช้ในการพิสูจน์ทฤษฎีพื้นฐานของคิฟเฟอเรนเชียลพีชคณิตซึ่งกล่าว
 ไว้ว่าทุก ๆ อนุเซต (subset) ของ $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ จะเจเนอเรตค
 (generated) ด้วยสมาชิกของ $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ เป็นจำนวนอันตะ ส่วนที่สอง
 จะชี้ให้เห็นถึงประโยชน์ของคิฟเฟอเรนเชียลพีชคณิต ซึ่งนำไปใช้ในการพิสูจน์ว่า
 $\int e^{x^2} dx$, $\int \frac{\sin x}{x} dx$, และ ฯลฯ ไม่สามารถเขียนให้อยู่ในรูปของผลบวก,
 ลบ, คูณ,หาร และรากของฟังก์ชันพีชคณิต, ตรีโกณมิติ, ลอการิทึม (logarithm)
 และเอดิโปเนนเชียล (exponential)

Thesis Title : On the Basis Theorem and an Application of
Differential Algebra

Name : Mr. Yati Krisnangkura

Department : Mathematics

Academic Year : 1976

ABSTRACT

Let \mathcal{F} be a differential field of characteristic zero and y_1, y_2, \dots, y_n be n indeterminates. $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ is a differential ring which consists of all polynomials in y_1, y_2, \dots, y_n and their derivatives with coefficients in \mathcal{F} .

This thesis comprises two principal parts, the object of the first part is to give a complete, self contained proof that every perfect differential ideal of differential ring $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ is the intersection of a finite number of prime perfect differential ideals, this gives the basis theorem which states that every system Σ of elements in $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ has a finite subset consisting of F_1, F_2, \dots, F_s in $\mathcal{F}\{y_1, y_2, \dots, y_n\}$ such that Σ is contained in the perfect differential ideal generated by F_1, F_2, \dots, F_s . The second part gives applications of differential algebra, we show that $\int e^{x^2} dx$ and the indefinite integral of some other elementary functions are nonelementary.

ACKNOWLEDGEMENT

I would like to express my sincere gratitude to Dr. Sidney S. Mitchell for his guidance and constant encouragement during the course of this study not only in mathematical ideas but also in English usage.

In addition, I wish to thank to all my lecturers of the Department of Mathematics at Chulalongkorn University for their previous lectures in the undergraduate and graduate courses.

TABLE OF CONTENTS

	Page
ABSTRACT IN THAI	iv
ABSTRACT IN ENGLISH	v
ACKNOWLEDGEMENT	vi
INTRODUCTION	1
CHAPTER	
I PRELIMINARIES	3
II DIFFERENTIAL RINGS, FIELDS AND IDEALS	14
III ON THE BASIS THEOREM OF DIFFERENTIAL ALGEBRA	35
IV AN APPLICATION OF DIFFERENTIAL ALGEBRA	63
APPENDIX	92
REFERENCES	94
VITA	95