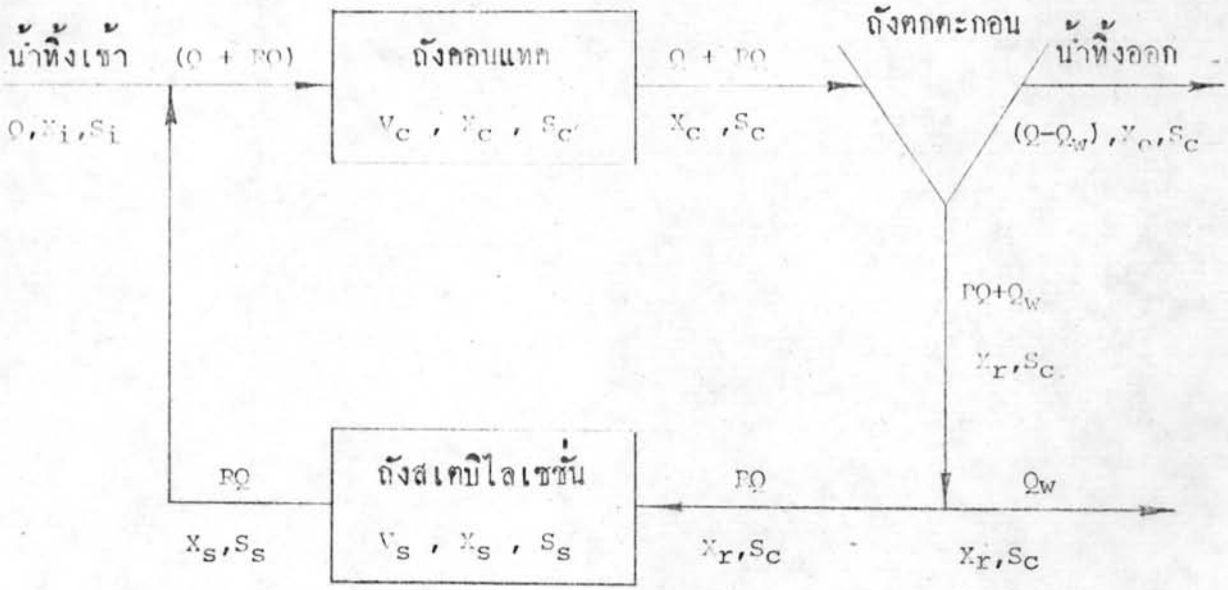
บทที่ 3

ทฤษฎี

3.1 สมการแสดงความสมดุลย์ของมวลสารในระบบคอนแทคสเตบิไลเซชั่น

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์มีความสำคัญในการออกแบบระบบกำจัดน้ำทิ้งต่างๆเพราะเป็นการสะดวกที่จะแสดงความสัมพันธ์ของค่าตัวแปรต่างๆให้เข้าใจได้ด้วยรูปแบบทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์ของระบบคอนแทคสเตบิไลเซชั่นนี้มีพื้นฐานมาจากผลการทดลองของ SAIPHANICH (1978)



รูปที่ 3.1 แสดงความสมดุลย์ของมวลสารในระบบคอนแทคสเตบิไลเซชั่น

ตามรูปที่ 3-1 แสดงความสมดุลย์ของมวลสารในระบบคอนแทคสเตบิไลเซชั่นในรูปของอัตราการไหลของน้ำทิ้ง (Q) ,ความเข้มข้นของสารอาหาร (S) ,ความเข้มข้นของตะกอนจุลินทรีย์ที่อยู่ในระบบ สัญญลักษณ์ต่างมีความหมายดังนี้

- Q เป็นอัตราการไหลของน้ำทิ้ง มีหน่วยเป็น ปริมาตร/เวลา
- X เป็นความเข้มข้นของตะกอนจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร
- S เป็นความเข้มข้นของสารอาหารในน้ำทิ้ง มีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร
- R เป็นอัตราตะกอนจุลินทรีย์หมุนเวียน มีหน่วยเป็น เปอร์เซนต์
- V เป็นปริมาตรของถังคอนแทค มีหน่วยเป็น ปริมาตร
- c หมายถึงถังคอนแทค
- s หมายถึงถังสเตบิไลเซชั่น
- i หมายถึงน้ำทิ้งเข้าระบบ
- e หมายถึงน้ำทิ้งออกจากระบบหลังกำจัดความสกปรกในน้ำทิ้งแล้ว
- w หมายถึงส่วนเกินที่ทิ้งออกจากระบบ

3.1.1 สมดุลย์ของปริมาณจุลินทรีย์ในถังคอนแทค

ถ้ากำหนดให้ $\left(\frac{dX}{dt}\right)_P$ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงของปริมาณจุลินทรีย์ทั้งหมดในระยะเวลา P สามารถแสดงสมการสมดุลย์ของปริมาณจุลินทรีย์ในถังคอนแทคได้ดังสมการที่ 3.1

$$V_C \left(\frac{dX}{dt}\right)_P = RQX_S + QX_i + k_C X_C V_C - (Q + RQ)X_C \quad (3.1)$$

k_C คืออัตราการเติบโตของจุลินทรีย์ที่ใช้สารอินทรีย์คาร์บอนด์เป็นอาหาร ในถังคอนแทค มีหน่วยเป็น มวล/มวล-เวลา

แต่ความเข้มข้นของปริมาณจุลินทรีย์ในน้ำทิ้งเข้าระบบ (X_i) มีปริมาณน้อยเมื่อเทียบกับปริมาณจุลินทรีย์ในถังคอนแทค (X_C) สามารถตัดทิ้งได้ดังสมการที่ 3.2

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)_P = X_S \frac{RQ}{V_C} + k_C X_C - \frac{(Q + RQ)X_C}{V_C} \quad (3.2)$$

ภายใต้เงื่อนไขการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์คงที่

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)_P = 0$$

$$k_c = \frac{(1+R)X_c - RX_s}{X_c\ t_c} \qquad (3.3)$$

$t_c = \dfrac{V_c}{Q}$, t_c คือระยะเวลาเก็บกักน้ำทิ้งในถังคอนแทค มีหน่วยเป็น หน่วยเวลา

$$X_c = \frac{RX_s}{(1+R) - k_c\ t_c} \qquad (3.4)$$

3.1.2 สมดุลย์ของปริมาณจุลินทรีย์ในถังสเตบิไลเซชั่น

สมดุลย์ของปริมาณจุลิยทรีย์ในถังสเตบิไลเซชั่นสามารถแสดงเป็นสมการได้ดังนี้

$$V_s \left(\frac{dX}{dt}\right)_P = RQX_r + k_s\ X_s\ V_s - RQX_s$$

$$\left(\frac{dX}{dt}\right)_P = \frac{RQX_r}{V_s} + k_s\ X_s - \frac{RQX_s}{V_s} \qquad (3.5)$$

k_s คืออัตราการเติบโตของจุลินทรีย์ที่ใช้สารอินทรีย์คาร์บอนด์เป็นอาหารในถังสเตบิไลเซชั่น รวมทั้ง decay และ death มีหน่วยเป็น มวล/มวล-เวลา

ภายใต้เงื่อนไขการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์คงที่ $\left(\frac{dX}{dt}\right)_P = 0$

$$k_s = D_s\left(1 - \frac{X_r}{X_s}\right) \qquad (3.6)$$

$$D_s = \frac{RQ}{V_s}$$

$$X_s = \frac{X_r}{1 - k_s\ t_{sr}} \qquad (3.7)$$

$$t_{sr} = \frac{V_s}{RQ}$$

3.1.3 สมดุลย์ของปริมาณจุลินทรีย์ในถังตกตะกอน

สมดุลย์ของปริมาณจุลินทรีย์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 3.8

$$(Q + RQ)\ X_c = (Q - Q_w)\ X_e + Q_w\ X_r + RQX_r \qquad (3.8)$$

ปริมาณจุลินทรีย์ในน้ำทิ้งออกจากระบบกำจัด X_e มีปริมาณน้อยมากเมื่อเทียบกับ ปริมาณจุลินทรีย์ในถังคอนแทค X_c และปริมาณตะกอนจุลินทรีย์หมุนเวียน X_r สามารถตัดทิ้งได้ และอัตราการไหลของตะกอนจุลินทรีย์ส่วนเกิน Q_w มีค่าน้อยมากเมื่อเทียบกับอัตราการไหลของน้ำทิ้งเข้าระบบกำจัดจึงสามารถตัดทิ้งได้ จะได้สมการที่ 3.9

$$X_r = \frac{(1 + R)\ X_c}{R} \qquad (3.9)$$

3.1.4 สมดุลย์ของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนด์ในถังคอนแทค

ถ้าให้ $\left(\frac{dS}{dt}\right)_P$ เป็นอัตราการเปลี่ยนแปลงทั้งหมดของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนด์ในระยะเวลา P จะแสดงเป็นสมการได้ดังสมการที่ 3.10

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_P = \frac{QS_i}{V_c} + \frac{RQS_s}{V_c} + \frac{(1 + R)QS_c}{V_c} - \frac{k_c\ X_c}{Y_c} \qquad (3.10)$$

S คือสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนด์ มีหน่วยเป็น มวลต่อปริมาตร

Y_c คือสัมประสิทธิการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ในถังคอนแทค มีหน่วยเป็น มวล/มวล

ภายใต้เงื่อนไขอัตราการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์คงที่ $\left(\frac{dS}{dt}\right)_P = 0$

$$S_c = \frac{S_i + RS_s - k_c\ X_c\ t_c / Y_c}{(1 + R)} \qquad (3.11)$$

3.1.5 สมดุลย์ของปริมาณสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนค์ในถังสเตบิไลเซชั่น

สมดุลย์ของปริมาณสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนค์ในถังสเตบิไลเซชั่นสามรถแสดงเป็นสมการได้ดังสมการที่ 3.12

$$V_s \left(\frac{dS}{dt}\right)_P = ROS_c - ROS_s - \frac{k_s}{Y_s} X_s V_s$$

$$\left(\frac{dS}{dt}\right)_P = D_s S_c - D_s S_s - \frac{k_s}{Y_s} X_s \qquad (3.12)$$

Y_s คือสัมประสิทธิของการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ในถังสเตบิไลเซชั่น มีหน่วยเป็น มวล/มวล

$$D_s = \frac{QR}{V_s}$$

ภายใต้เงื่อนไขอัตราการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์คงที่ $\left(\frac{dS}{dt}\right)_P = 0$

$$S_s = S_c - \frac{k_s X_s t_{sr}}{Y_s} \qquad (3.13)$$

$$t_{sr} = \frac{V_s}{RQ}$$

แทนค่า S_s จากสมการ 3.13 ลงในสมการ 3.11

$$S_c = S_i - \frac{k_c}{Y_c} X_c t_c - \frac{k_s}{Y_s} X_s t_s \qquad (3.14)$$

$$t_s = \frac{V_s}{Q}$$

จากสมการที่ 3.14 ความเข้มข้นของน้ำทิ้งออกจากระบบกำจัดคือ

$$S_c = S_i - t_c \left(\frac{dS}{dt}\right)_c - t_s \left(\frac{dS}{dt}\right)_s \qquad (3.15)$$

3.2 แบบจำลองทางคณิตศาสตร์

แบบจำลองทางคณิตศาสตร์แสดงการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์และอัตราการใช้สารอาหารอินทรีย์คาร์บอนมี 2 สมการด้วยกันที่ใช้เป็นพื้นฐานสำหรับระบบคอนแทคสเตบิไลเซชั่น

สมการแรกได้รับการพัฒนาจาก HEUKELIKIAN และคณะ (1951) และสมการที่สองได้รับการพัฒนาจาก HERBERT (1958) ต่อมา LAWRENCE & McCARTY (1970) ได้พัฒนาสมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ทั้งสอง ต่อมาได้รับการปรับปรุงอีกจาก METCALF & EDDY (1972) และได้รับการปรับปรุงอีกจาก SAIPHANICH (1978) สมการทั้งสองคือสมการที่ 3.16 และ 3.18

สมการแบบจำลองทางคณิตศาสตร์ที่แสดงอัตราการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ต่อหน่วยเวลา

$$\frac{dX}{dt} = Y\frac{dS}{dt} - k_d X \qquad (3.16)$$

$\frac{dX}{dt}$ คืออัตราความเร็วของการเจริญเติบโตของจุลินทรีย์ทั้งหมด มีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร-เวลา

$\frac{dS}{dt}$ คืออัตราเร็วของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนที่ถูกใช้ไปโดยจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร-เวลา

Y คือสัมประสิทธิการเจริญเติบโตสูงสุดของจุลินทรีย์ต่อมวลของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนที่ถูกใช้ไป มีหน่วยเป็น มวล/มวล

k_d คือสัมประสิทธิการตายของจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น เวลา$^{-1}$

X คือปริมาณความเข้มข้นของจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร

หารสมการที่ 3.16 ด้วย X

$$k_T = \frac{1}{\theta_c} = YU - k_d \qquad (3.17)$$

θ_c คืออายุของตะกอนจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น วัน

U คืออัตราส่วนของปริมาณสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนต่อปริมาณจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น มวล/มวล-วัน

$$\theta_c = \frac{X}{dX/dt}$$

$$U = \frac{dS/dt}{X}$$

อัตราของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนที่ถูกใช้ไปโดยจุลินทรีย์สามารถแสดงได้ดังสมการที่ 3.18

$$\frac{ds}{dt} = \frac{K_o XS}{K_s + S} \tag{3.18}$$

K_o คืออัตราเร็วสูงสุดของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนที่ถูกใช้ไปต่อหน่วยน้ำหนักของจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น เวลา$^{-1}$

K_s คือความเข้มข้นของสารอาหารอินทรีย์คาร์บอนเมื่ออัตราเร็วของสารอินทรีย์คาร์บอนที่ถูกใช้ไปต่อน้ำหนักมวลของจุลินทรีย์เป็นครึ่งหนึ่งของอัตราเร็วสูงสุดมีหน่วยเป็น มวล/ปริมาตร

หารสมการที่ 3.18 ด้วย X

$$U = \frac{1}{X}\frac{dS}{dt} = \frac{K_o S}{K_s + S} \tag{3.19}$$

$$U = \frac{Q(S_i - S_c)}{M} \tag{3.20}$$

สมการที่ 3.19 เท่ากับสมการที่ 3.20 ในระยะเวลา 1 วัน

$$\frac{Q(S_i - S_c)}{M} = \frac{K_o\ S_c}{K_s + S_c}\ \frac{Q/M}{Q/M}$$

$$U = \frac{K_o\ QS_c/M}{(K_s + S_c)Q/M} \tag{3.21}$$

$$\eta = \frac{S_i - S_c}{S_i} \tag{3.22}$$

$$S_c = (1 - \eta)S_i$$

$$\frac{QS_c}{M} = (1 - \eta)\frac{QS_i}{M} \qquad (3.23)$$

M คือปริมาณจุลินทรีย์ มีหน่วยเป็น มวล

η คือประสิทธิภาพ มีหน่วยเป็น เปอร์เซนต์

แทนค่าสมการ 3.23 ลงในสมการ 3.21

$$U = \frac{K_o \cdot \frac{QS_i}{M}}{\frac{K_s Q}{(1-\eta)M} + \frac{QS_i}{M}}$$

$$U = \frac{K_o\, C}{\Upsilon + C} \qquad (3.24)$$

$$\text{ORGANIC LOADING} = C = \frac{QS_i}{M} \qquad (3.25)$$

$$\text{CONSTANT} = \Upsilon = \frac{K_s\, Q}{(1-\eta)M} \qquad (3.26)$$

ให้ M_T เป็นมวลทั้งหมดของจุลินทรีย์

$$M_T = V_C X_C + V_S X_S + V_{ST} X_{ST} \qquad (3.27)$$

$$M_T = M_C + M_S + M_{ST}$$

$$\alpha = \frac{V_C X_C}{M_T} = \frac{M_C}{M_T} \qquad (3.28)$$

$$\beta = \frac{V_S X_S}{M_T} = \frac{M_S}{M_T} \qquad (3.29)$$

$$\gamma = \frac{V_{ST} X_{ST}}{M_T} = \frac{M_{ST}}{M_T} \qquad (3.30)$$

$$\alpha + \beta + \varnothing = \frac{V_C X_C + V_S X_S + V_{ST} X_{ST}}{M_T} = 1 \qquad (3.31)$$

$\varnothing$ เมื่อเทียบกับ α และ β มีค่าน้อยมากสามารถตัดทิ้งได้

$$\alpha + \beta = 1$$

จากสมการ 3.17 และ 3.20 เราจะได้

$$\frac{1}{\theta_C} = \frac{YQ(S_i - S_C)}{M_T} - k_d$$

$$M_T = \frac{YQ\theta_C (S_i - S_C)}{1 + k_d \theta_C} \qquad (3.32)$$

จากสมการ 3.20,3.22 และ 3.25 จะได้

$$U_T = \eta_T C_T \qquad (3.33)$$

และของถังคอนแทค

$$U_C = \eta_C C_C \qquad (3.34)$$

$$U_C = \frac{Q[S_i + RS_S - (1 + R)S_C]}{M_C} \qquad (3.35)$$

$$C_C = \frac{Q(S_i + RS_S)}{M_C} \qquad (3.36)$$

$$\eta_C = 1 - \frac{(1 + R)S_C}{S_i + RS_S} \qquad (3.37)$$

จากสมการ 3.24 เมื่อค่า U เป็นของระบบทั้งหมดและเป็นของถังคอนแทค

$$U_T = \frac{(K_O)_T C_T}{\Upsilon_T + C_T} \qquad (3.38)$$

$$U_C = \frac{(K_O)_C C_C}{\Upsilon_C + C_C} \qquad (3.39)$$

จากสมการ 3.33,3.38,3.34 และ 3.39 จะได้

$$\eta_T = \frac{(K_O)_T}{\gamma_T + C_T} \tag{3.40}$$

$$\eta_C = \frac{(K_O)_C}{\gamma_C + C_C} \tag{3.41}$$

จากสมการ 3.38

$$U_T = \frac{(K_O)_T \cdot C_T}{\gamma_T + C_T} \cdot \frac{S_C/C_T}{S_C/C_T}$$

เมื่อเทียบกับสมการที่ 3.19 จะได้

$$(K_S)_T = \gamma_T \cdot \frac{1}{C_T} \cdot S_C \tag{3.42}$$

และในทำนองเดียวกันจะได้

$$(K_S)_C = \gamma_C \cdot \frac{1}{C_C} \cdot S_C \tag{3.43}$$

สมการที่ 3.43 หารด้วยสมการที่ 3.42 จะได้

$$\frac{(K_S)_C}{(K_S)_T} = \frac{\gamma_C \cdot C_T}{\gamma_T \cdot C_C} \tag{3.44}$$

จากสมการ 3.26

$$(K_S)_T = \frac{\gamma_T (1 - \eta_T) M_T}{\Omega} \tag{3.45}$$

และในทำนองเดียวกันจะได้

$$(K_S)_C = \frac{\Upsilon_C(1 - \eta_C)M_C}{(1 + R)Q} \qquad (3.46)$$

สมการที่ 3.46 หารด้วยสมการที่ 3.45

$$\frac{(K_S)_C}{(K_S)_T} = \frac{\Upsilon_C(1 - \eta_C)}{\Upsilon_T(1 - \eta_T)} \cdot \frac{M_C}{M_T} \cdot \frac{1}{(1 + R)} \qquad (3.47)$$

สมการที่ 3.47 เท่ากับสมการที่ 3.44

$$\frac{\Upsilon_C C_T}{\Upsilon_T C_C} = \frac{\Upsilon_C(1 - \eta_C)}{\Upsilon_T(1 - \eta_T)} \cdot \frac{M_C}{M_T} \cdot \frac{1}{(1 + R)}$$

$$\eta_C = 1 - \frac{C_T(1 - \eta_T)(1 + R)}{C_C \cdot \alpha} \qquad (3.48)$$

แทนค่าสมการที่ 3.20 ลงในสมการที่ 3.17

$$S_C = \frac{(K_S)_T (1 + k_d\Theta_C)}{\Theta_C\left[Y(K_O)_T - k_d\right] - 1} \qquad (3.49)$$

แทนค่าสมการที่ 3.42 ลงในสมการ 3.49 จะได้

$$C_{TT} = \frac{Y_T(1 + k_d\Theta_C)}{\Theta_C\left[Y(K_O)_T - k_d\right] - 1} \qquad (3.50)$$